الوحدة الحادية عشرة

الهندسة والقياس
Geometry and Measurement

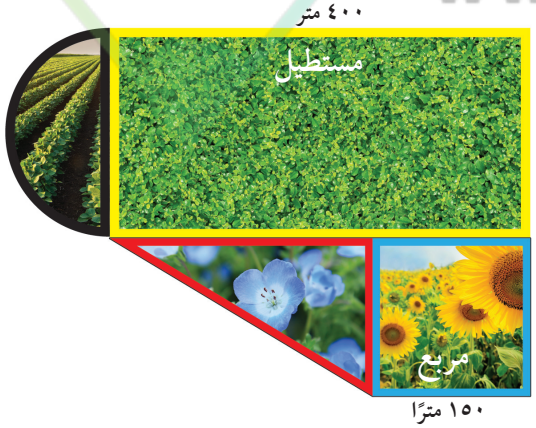
الزراعة
Agriculture

مشروع الوحدة :
(مساحات زراعية)

الزراعة هي النواة الرئيسية التي ما زال الإنسان يُطورها بالعلم والمعرفة ويرعاها بالجد والعمل والسعي إلى اكتشاف آفاق جديدة وتطوير وتحسين جميع جوانبها ومجالاتها سعيًا إلى المزيد من الإنتاج والمزيد من الفوائد لأنَّ الزراعة تُعد أحد المصادر الأساسية للدخل وأسلوب حياة إنساني ووسيلة للتحكم والسيطرة على الأسواق العالمية .

خطة العمل :

تُشجع دولة الكويت المواطنين على ممارسة الأنشطة الزراعية ، ففي الصورة أمامك جزء من منطقة زراعية زرعت عدة أنواع وكل نوع محاط بشكل هندسي . كل مجموعة تقوم بتوظيف مفاهيم المساحات غير المنتظمة في إيجاد المساحة الكلية لهذه الأرض الزراعية .



خطوات تنفيذ المشروع :

- ارسم مزرعتك الخاصة كما في الشكل المقابل ، استخدم ٣ إلى ٥ أشكال هندسية وأعطِها قياسات مناسبة .
- أوجد مساحة الأشكال الهندسية المرسومة .
- أوجد المساحة الكلية للمنطقة الزراعية كلها .

علاقات وتواصل :

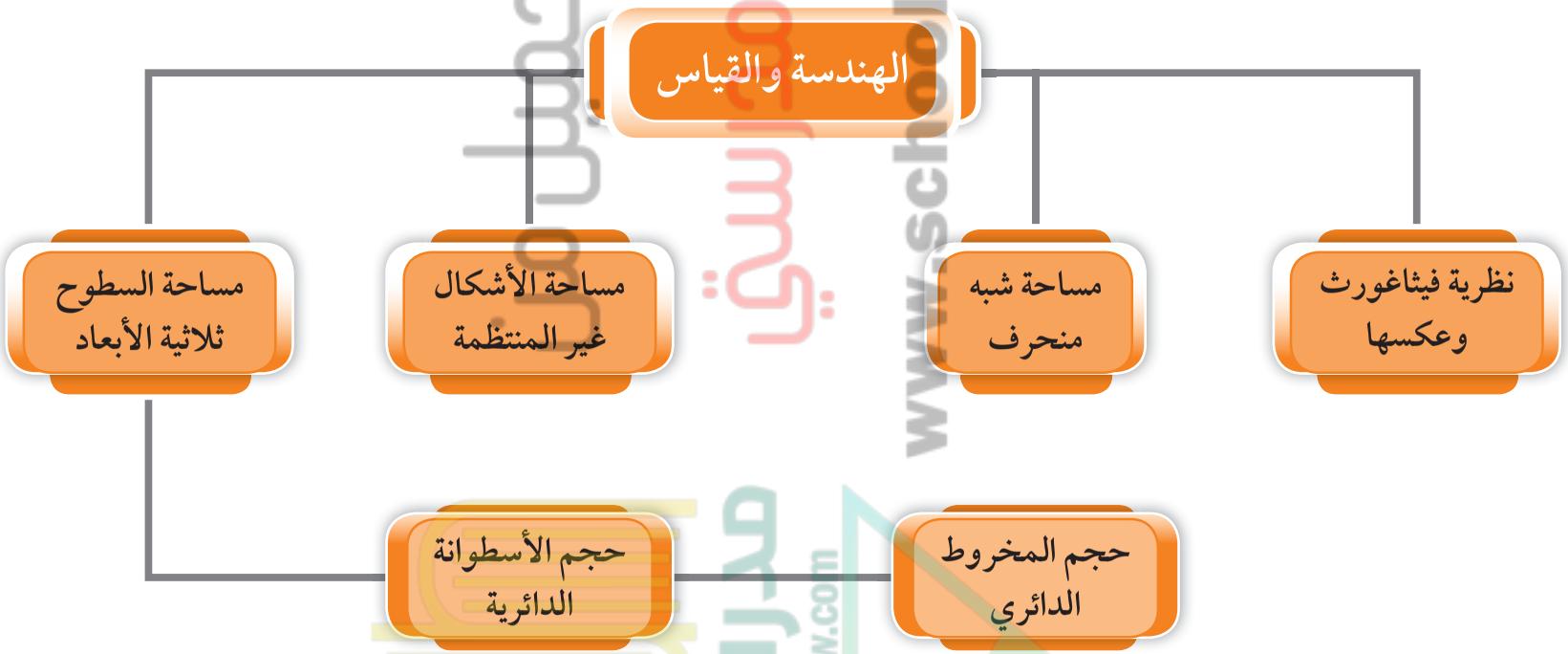
- تبادل الرسومات والحسابات التي أوجدتها كل مجموعة .
- تتحقق كل مجموعة من صحة حل المجموعة الثانية .

عرض العمل :

- تُقدم كل مجموعة المُخطط (الرسم) الهندسي والمساحة الكلية للمشروع .
- وتعرض الإجابات للتحقق من الحل .

موقع مدرستي
www.school-kw.com

مخطّط تنظيمي للوحدة الحادية عشرة



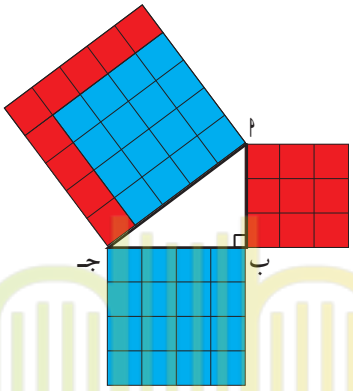
www.school-kw.com

١-١١ نظرية فيثاغورث وعكسها
Pythagorean Theorem and its Reciprocal

سوف تتعلّم : نظرية فيثاغورث وتطبيقاتها .

العبارات والمفردات :
نظريّةُ فيثاغورث
Pythagorean Theorem
عكسُ نظريّةِ فيثاغورث
Reciprocal of Pythagorean Theorem

نشاط (١) :



في الشكل المقابل : Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب بحيث أ ب = ٣ وحدة طول ، ب جـ = ٤ وحدة طول ، من الرسم وباستخدام الوحدات المربعة ، أكمل الجدول التالي :

المثلث	أطوال الأضلاع	مربعاتها	ماذا تلاحظ؟
أ ب جـ قائم الزاوية في ب	ضلع القائمة : أ ب = ٣ وحدات طول	(أ ب)^{٢} = ٩	٩ + ١٦ = ٢٥
	ضلع القائمة : ب جـ = ٤ وحدات طول	(ب جـ)^{٢} = ١٦	
	الوتر : أ جـ = ٥ وحدات طول	(أ جـ)^{٢} = ٢٥	

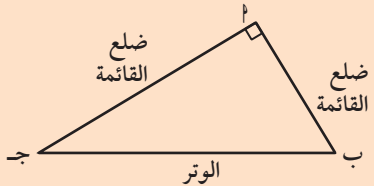
معلومات مفيدة :
يستخدم عاملو البناء نظريّة فيثاغورث لتشييد جدران مستوية .

الاستنتاج :

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ⟸ (أ جـ)^{٢} = (ب أ)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

تذكر أنَّ :
في المثلّثات قائمة الزاوية ضلعا القائمة هما الضلعان اللذان يشكلان الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلّث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

نظرية فيثاغورث : في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساويًا لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .



Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ⟸

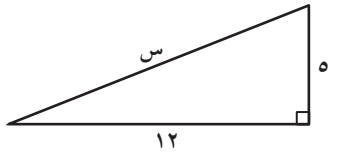
(ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

تم التحميل من موقع مدرستي
مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

تدرّب (١) :

أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي :

أ



س^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}

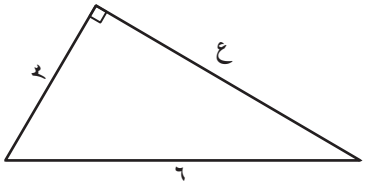
س^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

س = $\sqrt{١٦٩}$

س = ١٣

ب



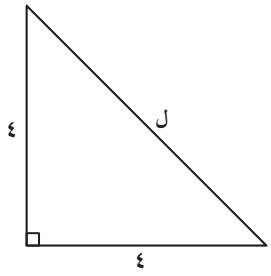
(٦)^{٢} = (ع)^{٢} + (٣)^{٢}

٣٦ = (ع)^{٢} + ٩ (العملية العكسية)

ع^{٢} = ٣٦ − ٩ = ٢٧

ع = $\sqrt{٢٧}$

جـ



ل^{٢} = (٤)^{٢} + (٤)^{٢}

١٦ + ١٦

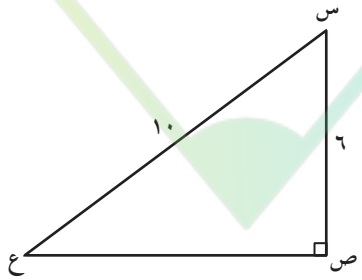
ل = $\sqrt{٣٢}$

تدرّب (٢) :

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه :

س ص = ٦ وحدة طول ، س ع = ١٠ وحدة طول .

أوجد ص ع .



المعطيات : س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، س ص = ٦ ، س ع = ١٠

المطلوب : إيجاد ص ع

البرهان : ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص

∴ (س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢}

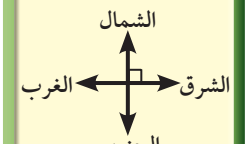
١٠^{٢} = ٦^{٢} + (ص ع)^{٢} (باستخدام العملية العكسية)

(ص ع)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦

∴ ص ع = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ وحدات طول

لم تحميل من
موقع مدرستي
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com

معلومات مفيدة :



الجهات الأصلية .

تدرّب (٣) :

إذا كانت المدينة (ب) تقع شرق المدينة (أ) بمسافة ١٥ كم وكانت المدينة (جـ) تقع في شمال المدينة (أ) بحيث تبعد عن المدينة (ب) مسافة ٢٥ كم . أوجد المسافة بين المدينتين (أ) ، (جـ) .

المعطيات : أ ب = ١٥ كم ، ب جـ = ٢٥ كم

المطلوب : إيجاد أ جـ

البرهان : ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

∴ (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢}

(٢٥)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (١٥)^{٢}

(أ جـ)^{٢} = ٦٢٥ − ٤٢٥ = ٤٠٠ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ أ جـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠

∴ المسافة بين المدينتين (أ) ، (جـ) هي ٢٠ كم

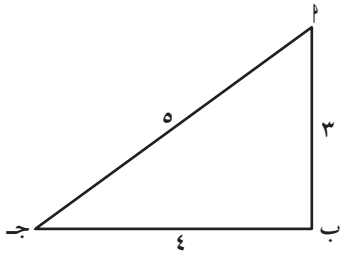
تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com

نشاط (٢) :

اللوازم : منقلة

في ما يلي عدة مثلثات معلوم أطوال أضلاعها . قارن بين مربع أكبر الأضلاع طولاً ، ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين . في كل من المثلثات التالية باستخدام المنقلة حاول التعرف على قياس الزاوية المقابلة لأكبر الأضلاع طولاً (بالقياس) .

www.school-kw.com



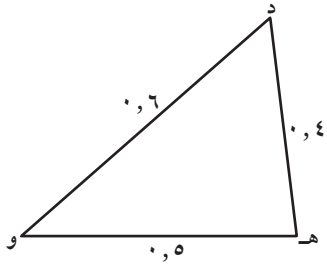
(أ جـ)^{٢} = ٢٥

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

= ٩ + ١٦

ماذا تلاحظ ؟ أ جـ^{٢} = أ ب^{٢} + ب جـ^{٢}

ق (∠ ب) = ٩٠°



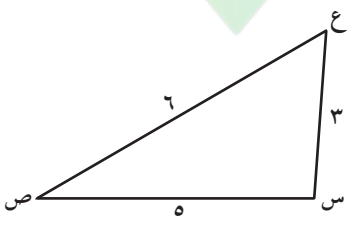
(د و)^{٢} = ٠,٣٦

(د هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢}

= ٠,١٦ + ٠,٢٥ = ٠,٤١

ماذا تلاحظ ؟ د و^{٢} < د هـ^{٢} + هـ و^{٢}

ق (∠ هـ) ≠ ٩٠°



(ع ص)^{٢} = ٣٦

(ع س)^{٢} + (س ص)^{٢}

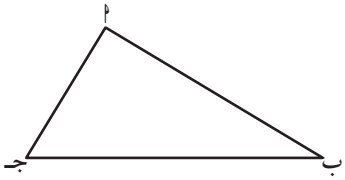
= ٩ + ٢٥ = ٣٤

ماذا تلاحظ ؟ ع ص^{٢} < ع س^{٢} + س ص^{٢}

ق (∠ س) ≠ ٩٠°

مما سبق نصل إلى ما نسميه عكس نظرية فيثاغورث :

عكس نظرية فيثاغورث : إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث مساويًا لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ، فإنَّ هذا المثلث قائم الزاوية .



إذا كان $(ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢}$ ، فإنَّ :
Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ .

ملاحظة :
$(ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢} \iff \Delta$ أ ب جـ قائم الزاوية في أ .

تدرّب (٤) :

في الحالات التالية : ابحث في ما إذا كانت الأطوال المعطاة يمكن أن تمثل أطوالًا لمثلث قائم الزاوية .

أ ٥ وحدة طول ، ١٢ وحدة طول ، ١٣ وحدة طول

$(١٣)^{٢} = $ ١٦٩

$(٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

ماذا تلاحظ ؟ تمثل مثلث قائم

ب ٥ وحدة طول ، ٥ وحدة طول ، ٧ وحدة طول

$(٧)^{٢} = $ ٤٩

$(٥)^{٢} + (٥)^{٢}$

= ٢٥ + ٢٥ = ٥٠

ماذا تلاحظ ؟ لا تمثل مثلث قائم

جـ ٥ وحدة طول ، ٧ وحدة طول ، ٩ وحدة طول

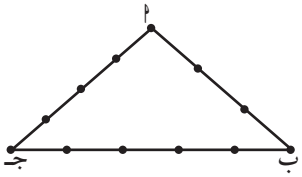
$(٩)^{٢} = $ ٨١

$(٥)^{٢} + (٧)^{٢}$

= ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

ماذا تلاحظ ؟ لا تمثل مثلث قائم

تدرّب (٥) :



استخدم المصريون القدامى أحبالًا ذات عقد تكون مثلثًا تبلغ أطوال أضلاعه بوحدات الطول ٣ ، ٤ ، ٥ على التوالي لمساعدتهم على تشكيل الزوايا القائمة أثناء بناء الأهرامات .
وضح كيف يعمل هذا النظام .

مربع طول الضلع الأطول $(ب جـ)^{٢} = (٥)^{٢} =$ ٢٥

مربعا طولي الضلعين الآخرين $(٤)^{٢} + (٣)^{٢} =$ ١٦ + ٩ = ٢٥

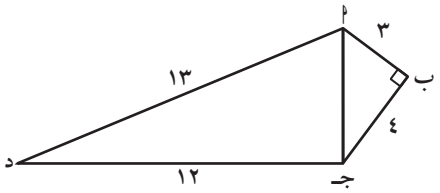
نلاحظ أنَّ : $(ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢}$

$\therefore (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢}$

$\therefore$ النظام يكوّن زاوية قائم الزاوية

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com www.school-kw.com

مثال :



في الشكل المقابل : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ،
أ ب = ٣ وحدة طول ، ب جـ = ٤ وحدة طول ،
جـ د = ١٢ وحدة طول ، أ د = ١٣ وحدة طول .
احسب طول $\overline{أجـ}$ ، ثم أثبت أن Δ أ جـ د قائم الزاوية .

الحلّ :

المعطيات : (١) ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ، أ ب = ٣ وحدة طول ، ب جـ = ٤ وحدة طول ،
جـ د = ١٢ وحدة طول ، أ د = ١٣ وحدة طول .

المطلوب : (١) إيجاد طول $\overline{أجـ}$.
(٢) إثبات أنَّ Δ أ جـ د قائم الزاوية .

البرهان : ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في $\hat{ب}$
∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}
(أ جـ)^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥ (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين)
∴ أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥
في Δ أ جـ د : (أ د)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩ ،
(جـ د)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}
= ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩
∵ (١٣)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}
∴ (أ د)^{٢} = (جـ د)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

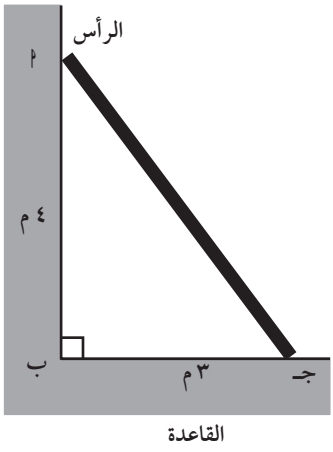
∴ مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .

∴ المثلث أ جـ د قائم الزاوية في جـ .

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com www.school-kw.com

تدرّب (٦) :

سلم يرتكز على حائط رأسي بحيث تبعد قمته عن سطح الأرض بمقدار ٤ أمتار ، وتبعد قاعدة السلم عن الحائط ٣ أمتار . أوجد طول السلم .



المعطيات : أ ب = ٤ م ، ب جـ = ٣ م

المطلوب : طول السلم

البرهان : ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

(أ جـ)^{٢} = ٤^{٢} + ٣^{٢} = ٢٥ (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

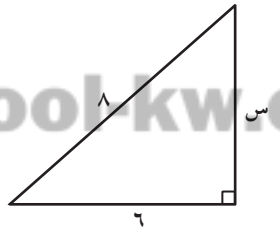
∴ أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

∴ طول السلم = ٥ أمتار

تم التحميل من موقع مدرستي
www.school-kw.com

تمـــرَّنْ :

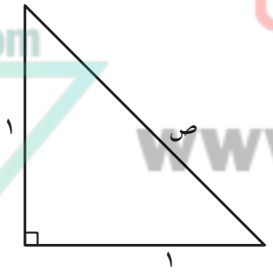
١ أ أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي :



س^{٢} = ٨^{٢} − ٦^{٢}

= ٦٤ − ٣٦ = ٢٨

س = $\sqrt{٢٨}$



ص^{٢} = ١^{٢} + ١^{٢} = ٢

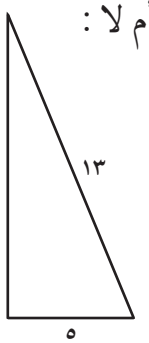
ص = $\sqrt{٢}$

ب في كلٍّ ممّا يلي ، حدّد ما إذا كان المثلّث قائم الزاوية أم لا :

١٠^{٢} = ١٠٠

٨^{٢} + ٣^{٢} = ٦٤ + ٩ = ٧٣

١٠٠ > ٧٣ ∴ لا يمثل مثلث قائم



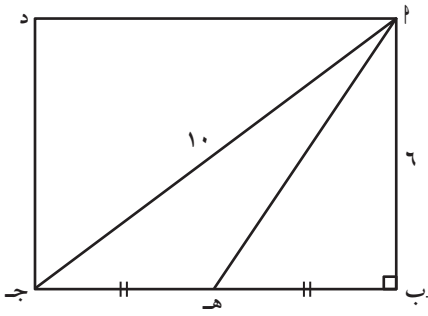
١٣^{٢} = ١٦٩

٥^{٢} + ١٢^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

١٦٩ = ١٦٩

∴ يمثل مثلث قائم

٢ أ ب جـ د مستطيل فيه :
أ جـ = ١٠ وحدة طول ، أ ب = ٦ وحدة طول ،
هـ منتصف $\overline{ب جـ}$. أوجد بالبرهان طول كل
من : $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أ هـ}$.



المعطيات : أ ب جـ د مستطيل ، أ جـ = ١٠ ، أ ب = ٦

المطلوب : إيجاد ب جـ ، ب هـ ، أ هـ

البرهان : أ ب جـ د مستطيل ، ق(∠ب) = ٩٠°

∆ أ ب جـ قائم في ب ⇐ ب جـ^{٢} = أ جـ^{٢} − أ ب^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤ ⇐ ب جـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨

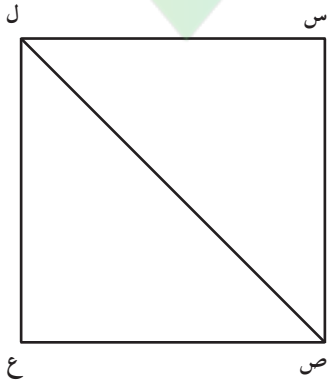
هـ منتصف ب جـ ⇐ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤

أ هـ^{٢} = أ ب^{٢} + ب هـ^{٢} = ٣٦ + ١٦ = ٥٢ ⇐ أ هـ = $\sqrt{٥٢}$

٣ ساعة حائط طول مؤشر الساعات فيها ٦ وحدة طول ، بينما
طول مؤشر الدقائق ٨ وحدة طول . أوجد المسافة بين
طرفي المؤشرين عند تمام الساعة الثالثة .

عند الساعة الثالثة تكون العقارب قائمة
المسافة بين طرفي العقارب تمثل الوتر
المسافة = ٨^{٢} + ٦^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠
المسافة = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدات طول

٤ تبلغ مساحة فناء مربع الشكل ٨١ وحدة مربعة
ويتضمن ممرًّا قطريًّا .



أ أوجد طول ضلع الفناء . ٨١
= ٩ وحدات طول

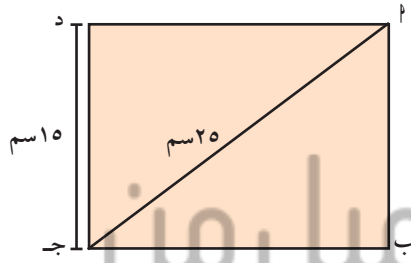
ب أوجد طول الممر القطري .
ل ص^{٢} = ل ع^{٢} + ص ع^{٢}
٩^{٢} + ٩^{٢} = ٨١ + ٨١ = ١٦٢
ل ص = $\sqrt{١٦٢}$ وحدة طول

school-kw.com
www.school-kw.com

٥ تحدّد كلّ مجموعة من الأعداد التالية أطوال أضلاع مثلث .
حدّد المجموعة التي لا تناسب المجموعات الأخرى ؟

أ) ٣ ، ٤ ، ٥ ب) ٣ ، ٥ ، ٧ جـ) ١٢ ، ٣٥ ، ٣٧ د) ٦ ، ٨ ، ١٠

٦ يصنّف مغلف البريد الذي على شكل مستطيل بأنّه كبير إذا تجاوز طوله ٣٠ سم .
هل المغلّف التالي كبير ؟ وضّح إجابتك

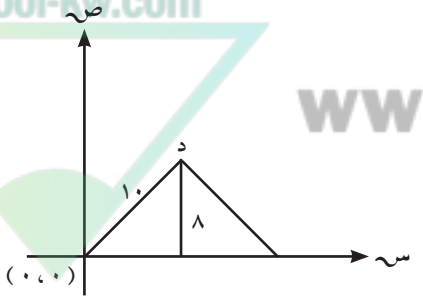


$(أد)^{٢} = (أب)^{٢} - (دب)^{٢} = (٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢}$

$= ٦٢٥ - ٢٢٥ = ٤٠٠$

$أد = \sqrt{٤٠٠} = ٢٠$ سم

٧ إحداثي النقطة د هو:



أ) (٦،٨) ب) (٨،٦) جـ) (٨،١٠) د) (١٠،٨)

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com www.school-kw.com

٢-١١ مساحة شبه المنحرف
Area of Trapezoid

سوف تتعلّم : إيجاد مساحة شبه المنحرف .

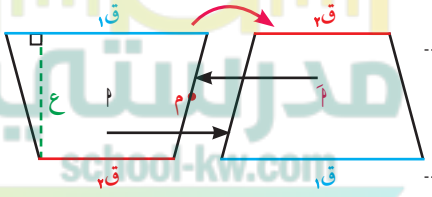
نشاط :

أراد مُزارع أن يضع مُلصقًا دعائيًّا على سلة من سعف النخيل أوجهها على شكل شبه منحرف ، فاستعان بابنه أحمد ليُساعده في ذلك وطلب منه الآتي :

خذ زوجًا مُتطابقًا من شبه المنحرف ودور أحدهما ١٨٠° حول م ، وألصق البطاقتين ببعضهما بعضًا كما هو موضح في الشكل .

اللوازم :
- زوج متطابق من شبه المنحرف على ورق مُقوى .
- شريط لاصق
- قلم - ورقة

سوف نتعلّم من نشاط المزارع وابنه أحمد كيفية حساب مساحة شبه المنحرف .



١ ما اسم الشكل الناتج ؟ متوازي أضلاع

٢ ما العلاقة بين مساحة شبه المنحرف ومساحة الشكل الناتج ؟ م١ = ١/٢ م٢

٣ ما العلاقة بين ارتفاع وطول قاعدة الشكل الناتج ، وارتفاع وطول قاعدة شبه المنحرف ؟ الارتفاع نفسه ، طول قاعدة متوازي الاضلاع يساوي مجموع طول القاعدة الصغرى والكبرى معاً بشبه المنحرف

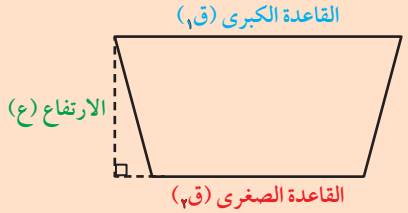
فكر في استنتاج قاعدة لحساب مساحة شبه المنحرف باستخدام الارتفاع وطول القاعدة .

معلومات مفيدة :

سعف النخيل عبارة عن أوراق شجرة النخيل المركبة وهي ريشيّة الشكل ، طولها يتراوح ما بين ٣ - ٦ أمتار تقريبًا وتنتج النخلة ما بين العشرة والعشرين سعفة في السنة .

مما سبق نجد أنَّ :

مساحة شبه المنحرف



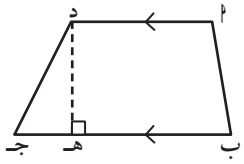
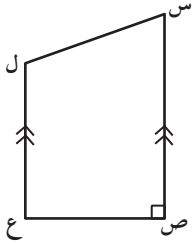
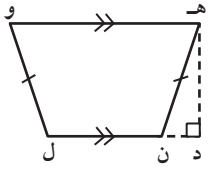
$$= \frac{\text{مجموع طولي القاعدتين}}{٢} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{(ق_١ + ق_٢)}{٢} \times ع$$

مدرستي school-kw.com
موقع مدرستي www.school-kw.com

تدرّب (١) :

سمِّ القاعدتين والارتفاع في كل شكل مما يلي :

		
ق١ ب جـ	س ص	هـ و
ق٢ أ د	ل ع	ن ل
ع د هـ	ص ع	هـ د

تدرّب (٢) :

أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د .

م = $\frac{(ق_1 + ق_2)}{2} \times ع$

= $\frac{(٦ + ٨)}{2} \times ٤$

= $\frac{٧}{} \times ٤$

∴ م = ٢٨

تدرّب (٣) :

أوجد مساحة شبه المنحرف الذي فيه :

أ ق١ = ٧ وحدة طول

ق٢ = ٥ وحدة طول

ع = ٦ وحدة طول

م = $\left(\frac{ق_1 + ق_2}{2}\right) \times ع$

∴ م = $\frac{١٢ \times ٦}{٢}$ = ٣٦ وحدة مربعة

ب ق١ = ٦,٣ وحدة طول

ق٢ = ٣,٧ وحدة طول

ع = ٧ وحدة طول

م = $\left(\frac{ق_1 + ق_2}{2}\right) \times ع$

∴ م = $\frac{١٠ \times ٧}{٢}$ = ٣٥ وحدة مربعة

تم التحميل من موقع مدرستي
مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

تدرّب (٤) :

أوجد ارتفاع شبه منحرف مساحته ١٦ وحدة مربعة وطول القاعدتين فيه ٣ وحدة طول ، ٥ وحدة طول .

$$م = \left(\frac{ق_1 + ق_2}{2}\right) \times ع$$

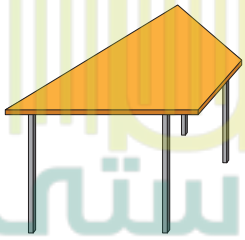
$$١٦ = \left(\frac{٥ + ٣}{٢}\right) \times ع$$

$$١٦ \times \text{٢} = \text{٨} \times ع$$

$$\therefore ع = \frac{٣٢}{٨} = ٤ \text{ وحدات طول}$$

تمـــرَّنْ :

١ طاولة على شكل شبه منحرف طولا ضلعيها المتوازيين ٢,٦ وحدة طول ، ١,٤ وحدة طول والبعد العمودي بين الضلعين ٠,٥ . أوجد مساحة الطاولة .

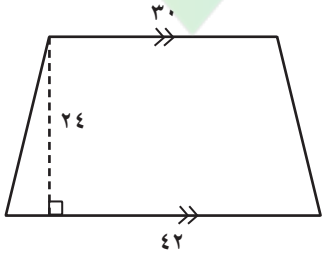


مساحة الطاولة = مساحة شبه المنحرف

$$= \frac{ع \times (ق_1 + ق_2)}{٢} = \frac{٤ \times (٢,٦ + ١,٤)}{٢} = \frac{٤ \times ٤}{٢} = ٠,٥ \times ٤ = ١ \text{ وحدة مربعة}$$

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

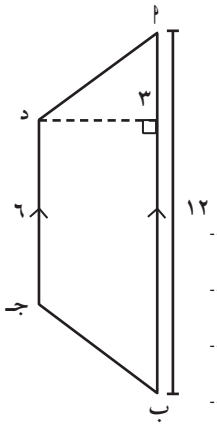
٢ يبين الشكل المجاور حديقة منزلية على شكل شبه منحرف يراد زراعتها بالعشب الطبيعي ، إذا كان سعر الوحدة المربعة من العشب الطبيعي ١٢ دينارًا ، فكم تكلف زراعة الحديقة بالعشب ؟



مساحة الحديقة = مساحة شبه المنحرف

$$= \frac{ع \times (ق_1 + ق_2)}{٢} = \frac{٢٤ \times (٣٠ + ٤٢)}{٢} = ٢٤ \times \frac{٧٢}{٢} = ٢٤ \times ٣٦ = ٨٦٤$$

تكلفة زراعة الحديقة = ١٢ × ٨٦٤ = ١٠٣٦٨ دينار



٣ في الشكل المقابل أ ب جـ د شبه منحرف مساحته ٣٦ وحدة مربعة . فيه أ هـ = ٣ ، أ ب = ١٢ ، د جـ = ٦ أوجد كلاً من د هـ ، أ د .

مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{ع} \times (\text{د جـ} + \text{أ ب})}{2}$

$\frac{\text{ع} \times (6+12)}{2} = 36$

$\text{ع} \times 18 = 2 \times 36 \Leftarrow \text{ع} = \frac{2 \times 36}{18}$

ع = ٤ وحدات طول

د هـ = ٤

د أ هـ د فيه م(∠أ هـ د) = ٩٠° ⇐ $\text{د أ}^2 = \text{أ هـ}^2 + \text{د هـ}^2 = 9 + 16 = 25$ ⇐ د أ = ٥ وحدات طول

٤ TIMSS 2019 إذا استخدمنا المثلث المظلّل كوحدة لقياس مساحة شبه المنحرف ، فإنَّ هذه المساحة تساوي :

(أ) ٣ مثلثات (ب) ٤ مثلثات (جـ) ٥ مثلثات (د) ٦ مثلثات

٥ TIMSS 2019 أ ب جـ د شبه منحرف ، س ص ع ل شبه منحرف آخر مطابق له (له الشكل والمساحة نفسها)

فإذا كان ق ($\hat{\text{س}}$) = ق ($\hat{\text{أ}}$) = ٧٠° ،

فإنَّ العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

(أ) س ص = أ ب

(ب) مساحة المنطقة س ص ع ل < مساحة المنطقة أ ب جـ د

(جـ) أطوال أضلاع الشكل س ص ع ل متطابقة

(د) محيط الشكل س ص ع ل = ٣ أمثال محيط الشكل أ ب جـ د .

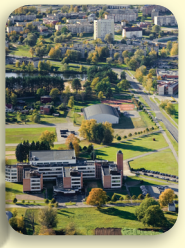
تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

٣-١١ حلُّ المسائلِ : مساحةُ الأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ
Problem Solving : Area of Irregular Figures

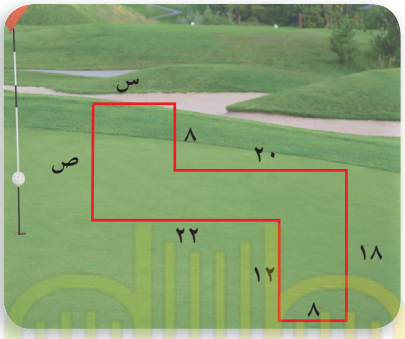
سوف تتعلّم : إيجاد مساحة الأشكال غير المنتظمة .

معلومات مفيدة :

يستخدم مهندسو التخطيط العمرانيِّ الأشكال الهندسيّة غير المنتظمة عند التخطيط لبناء منازل جديدةٍ .



نشاط :



يُمثِّل الشكل الموضَّح قطعة أرض في إحدى ملاعب الجولف الخاصّة الصغيرة . تريد صاحبة الملعب أن تكسوَ المنطقة المحددة بعشب جديد .

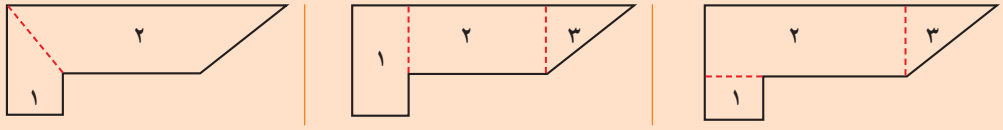
١ أوجد الأطوال المجهولة س ، ص ، واشرح كيف أوجدْت أطوالها .

٢ ارسم قطعًا مستقيمة أفقيّة أو رأسيّة أو مائلة لتقسم الشكل إلى أشكال هندسية مألوفة .

٣ أوجد مساحة كل شكل هندسي على حدى ، ثمّ أوجد مساحة قطعة الأرض الكلّيّة .

٤ قسِّم قطعة الأرض إلى أشكال هندسية بطريقة مختلفة ، ثمّ أوجد المساحة الكلّيّة . هل حصلت على المساحة نفسها ؟

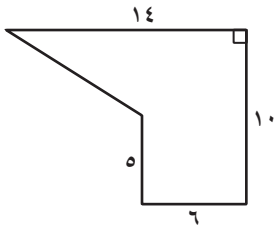
يمكنك إيجاد مساحة شكلٍ هندسيٍّ غير منتظمٍ عن طريق تقسيم الشكل إلى أجزاء هي عبارة عن أشكال هندسيّة مألوفة لديك ، ثمَّ القيام بجمع مساحات هذه الأجزاء . توجد عادةً طرق مختلفة لتقسيم الشكل غير المنتظم .



تم التحميل من موقع مدرستي
www.school-kw.com

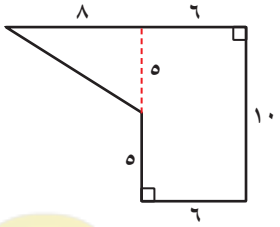
مثال (١) :

أوجد مساحة الشكل المقابل .



الحلّ :

يمكن تقسيم الشكل إلى مستطيل ومثلّث .



لإيجادِ مساحةِ المستطيلِ :

م = الطول × العرض

م = ١٠ × ٦

م = ٦٠ وحدة مربعة

لإيجاد مساحة المثلّث :

م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع

م = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٥

م = ٢٠ وحدة مربعة

∴ مساحة الشكل الكليّة = مساحة المستطيل + مساحة المثلّث

= ٦٠ + ٢٠

= ٨٠ وحدة مربعة

∴ مساحة الشكل الكليّة = ٨٠ وحدة مربعة .

تذكر أنَّ :

- مساحة الشكل تعني مساحةَ منطقة الشكلِ .
- مساحة المثلّث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدةِ × الارتفاع

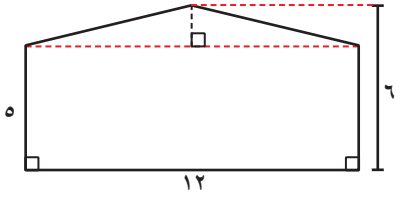
- مساحة المستطيل = الطول × العرض

- مساحة المربّع = طول الضلع × نفسه

- مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

تدرّب (١) :

أوجِد مساحة الشكلِ المجاور .



مساحة المستطيل = ١٢ × .....

مساحة المثلّث = (١٢ × .....) ÷ ٢

مساحة الشكل = ... + ... =

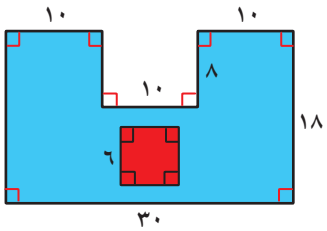
أحيانًا تحتاجُ إلى أن تلجأ إلى عمليّة الطرح لإيجاد مساحة بعض الأشكال الهندسيّة .

تم التحميل من موقع مدرستي
مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

مثال (٢) :

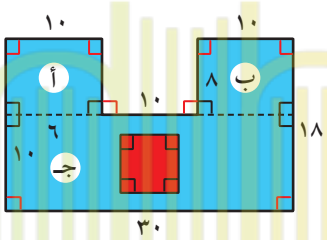
أوجد مساحة الشكل الكلّيّة ، ثمّ أوجد مساحة الجزء الملوّن بالأزرق .

اقسم الشكل إلى ٣ مستطيلات .



الحلّ :

مساحة المستطيل (أ)	مساحة المستطيل (ب)
م = ل × ض	م = ل × ض
م = ١٠ × ٨	م = ١٠ × ٨
م = ٨٠ وحدة مربعة	م = ٨٠ وحدة مربعة



مساحة المستطيل (جـ)

م = ل × ض

م = ٣٠ × ١٠

م = ٣٠٠ وحدة مربعة

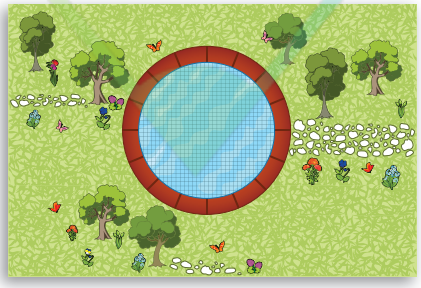
∴ مجموع مساحة المستطيلات الثلاثة = ٨٠ + ٣٠٠ + ٨٠ = ٤٦٠ وحدة مربعة

∴ مساحة المربّع = ل^{٢} = ٦^{٢} = ٣٦ وحدة مربعة

∴ مساحة الجزء المطلوب = ٤٦٠ − ٣٦ = ٤٢٤ وحدة مربعة .

تم التحميل من
موقع مدرستي
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com

تدرّب (٢) :



إحدى الحدائق العامّة على شكل مستطيل أبعاده ٢٠ وحدة طول ، ٣٠ وحدة طول . تتوسّط الحديقة بركة ماء دائريّة الشكل ، طول نصف قطرها ٥ وحدة طول . يحيط ببركة الماء ممرٌّ دائريٌّ عرضه وحدة طول واحدة . أراد المسؤولون عن الحديقة زرع المساحة الباقية من الحديقة بالزهور . ما مساحة المنطقة التي سيتمُّ زرعُها ؟ (اعتبر π = ٣,١٤) .

تذكر أنَّ :

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

الحلّ :

مساحة المستطيل = ٢٠ × ..... = ...

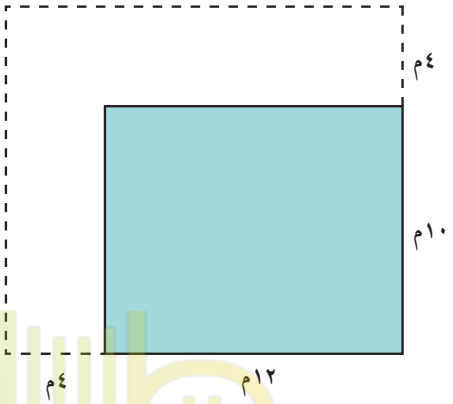
مساحة البركة مع الممرّ = ٣,١٤ × (..... + ...)^{٢} = ...

الباقي = ٦٠٠ − ..... = ...

∴ تبلغ مساحة المنطقة التي سيتمُّ زرعها ..... وحدة مربّعة .

التحدّي : TIMSS 2019

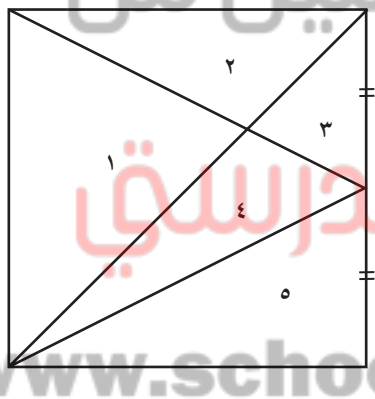
١ لدى حسام حديقة مستطيلة الشكل ، قام بإضافة ٤ م إلى كل من الطول والعرض كما هو مبين في الشكل . ما مقدار المساحة الإضافية للحديقة ؟



أ) ١٦ م^{٢} ب) ١٠٤ م^{٢}

جـ) ١٢٠ م^{٢} د) ٢٢٤ م^{٢}

٢ تمّ تقسيم المربع المجاور إلى خمسة أجزاء ، اختر العبارة الصحيحة مما يلي :



أ) مساحة الجزء (١) > مساحة الجزء (٢) + مساحة الجزء (٥)

ب) مساحة الجزء (١) < مساحة الجزء (٢) + مساحة الجزء (٥)

جـ) مساحة الجزء (١) = مساحة الجزء (٢) + مساحة الجزء (٥)

د) مساحة الجزء (١) < مساحة الجزء (٥) – مساحة الجزء (٢)

٣ خمسة مربّعات وضعت بجانب بعضها بحيث أصبح محيطها ٧٢ سم ، فما طول ضلع المربّع ؟

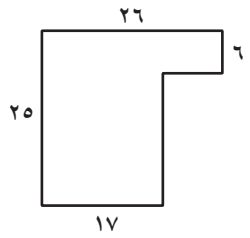
أ) ١٢ سم ب) ٨ سم جـ) ١٠ سم د) ٦ سم

تم التحميل من موقع مدرستي www.school-kw.com

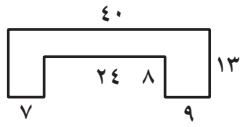
تمـــرَّنْ :

١ أوجد مساحة كلّ شكل من الأشكال التالية :

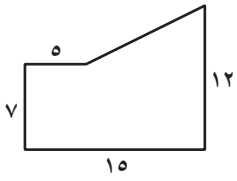
أ



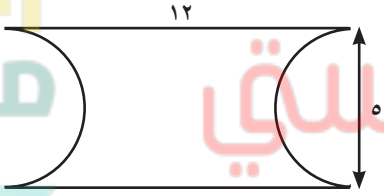
ب



جـ

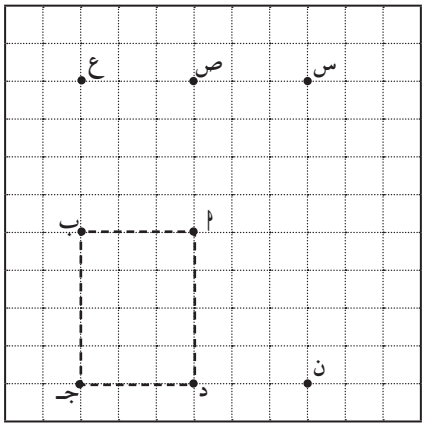


٢ في الشكل رقعة مستطيلة الشكل اقتُطع منها نصفا دائرة . أوجد مساحة المنطقة الباقية .

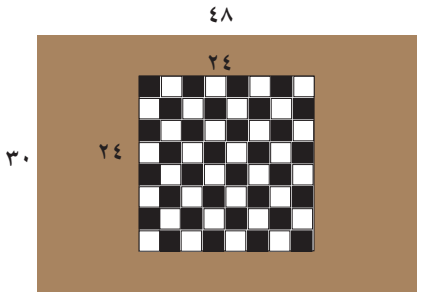


تم التحميل من
موقع مدرستي
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com

TIMSS ٣ اعتمادًا على النقاط المرسومة ، ارسم مثلثًا مساحته ضعف مساحة المستطيل (أ ب جـ د) فسر اجابتك .



٤ طاولة على شكلِ مستطيلٍ أبعادُها ٤٨ وحدة طول ، ٣٠ وحدة طول ، موضوع على سطحها في المنتصفِ رقعة شطرنجٍ مربّعة طول ضلعها ٢٤ وحدة طول . ما مساحة الطاولة غير المغطّاة برقعة الشطرنجِ ؟



.....

.....

.....

.....

.....

٥ حائط أبعاده ٤ وحدة طول ، ٣ وحدة طول ، وفيه شبّاك أبعادُه ٢ وحدة طول ، ١,٥ وحدة طول . ما مساحة ورق الحائط اللازم لتغطية هذا الحائط ؟

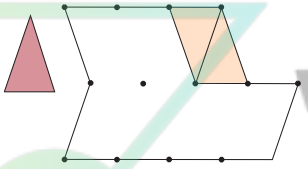
.....

.....

TIMSS 2019

٦ يقوم عامل بتغطية جزء من الأرضية باستخدام بلاطة مثلثة الشكل

أ استكمل تغطية الشكل بالبلاطات ، ثم احسب عدد البلاطات اللازمة لتغطية الشكل .



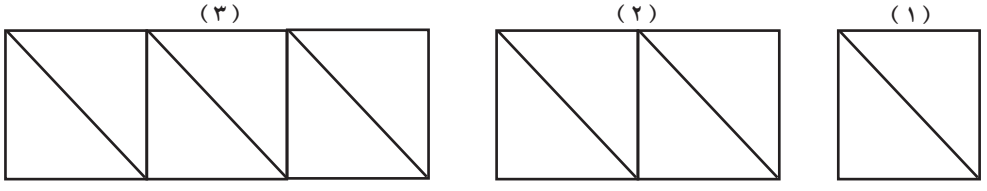
عدد البلاطات يساوي .....

ب إذا كانت مساحة البلاطة الواحدة ٢٥ سم^{٢} ، فما مساحة الشكل ؟ وضّح إجابتك .

مساحة الشكل تساوي .....

TIMSS 2019

٧ تم ترتيب المثلثات القائمة الزاوية لتكوّن النمط المبين ، إذا كانت مساحة كل مثلث منها تساوي ١٢ سم^{٢} ، فأوجد مساحة الشكل الخامس .



مساحة الشكل الخامس تساوي .....

اكتب القاعدة : .....

تم التحميل من موقع مدرستي
schoolkw.com
www.schoolkw.com

٤-١١ مساحةُ السطوح (ثلاثية الأبعاد)
Surface Area (3 D)

سوف تتعلّم : إيجاد مساحة سطح المجسم المتعدد السطوح .

العبارات والمفردات :

مجسّم متعدد الأوجه Polyhedron

Face وجه

Edge حرف

Vertex رأس

مساحة سطحيّة Surface Area

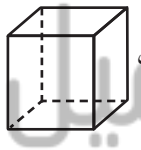
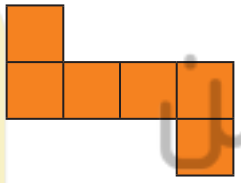
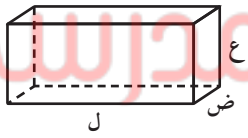
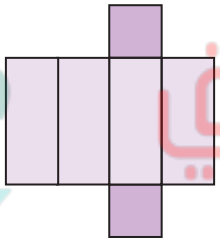
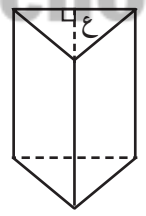
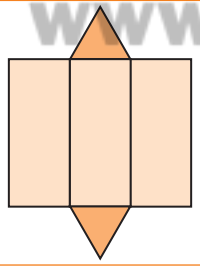
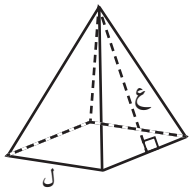
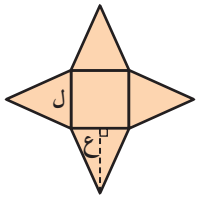
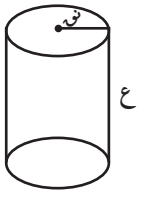
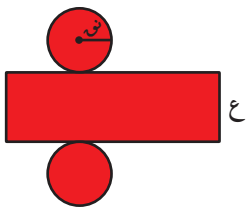
Prism منشور

Base قاعدة

Cylinder أسطوانة

نشاط (١) :

مما سبق دراسته أكمل الجدول التالي :

اسم	المجسم	الشبكة للمجسم	قانون المساحة السطحية
مكعب			٦ × مساحة المربع = ٦ × $ل^{٢}$
شبه مكعب			٢ × (مساحة القاعدة) + ٢ × (مساحة الوجه ١) + ٢ × (مساحة الوجه ٢) = (ض × ع) ٢ + (ع × ل) ٢ + (ل × ض) ٢
منشور ثلاثي قائم قاعدته مثلث متطابق الأضلاع			٢ × مساحة المثلث + ٣ × مساحة المستطيل = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ق × ع + ٣ (ع × ل)
هرم رباعي قاعدته مربعة الشكل			مساحة القاعدة (المربع) + ٤ × مساحة السطح الجانبي الواحد (المثلث) = $ل^{٢}$ + ٤ × $\frac{١}{٢}$ × ق × ع
أسطوانة دائرية قائمة			٢ × مساحة القاعدة (الدائرة) + مساحة السطح الجانبي (المستطيل) = ٢ (٣ $نق^{٢}$) + ٢ ٣ نق ع

معلومات مفيدة :

يستخدمُ مصمِّمو الديكوراتِ الداخليّةِ المساحةَ السطحيّةَ لتحديدِ كمّيّةِ الموادِّ اللازمةِ لتغطيةِ الأشياءِ المجسَّمةِ .

تذكر أنّ :

المنشور القائم هو منشور حروفه الجانبيّة متعامدة مع قاعدته.

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

نشاط (٢) :

بالرجوع إلى النشاط (١):

المساحة السطحية للمنشور القائم المرسوم

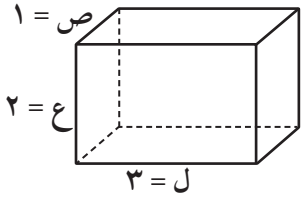
= ٢ (ل × ع) + ٢ (ض × ع) + ٢ (ل × ض)

بأخذ ٢ و ع عامل مشترك من الحد الأول والثاني :

= ٢ × ع (ل + ضل) + (٢ × ل × ض)

= ٢ (ل + ض) × الارتفاع + ٢ مساحة القاعدة

= محيط القاعدة × الارتفاع + ٢ مساحة القاعدة



تذكر أنَّ :

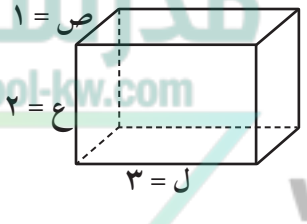
- محيط المستطيل = ٢ × (ل + ض)
- مساحة المستطيل = ل × ض

المساحة الجانبية للمنشور الرباعي القائم = محيط القاعدة × الارتفاع

مثال (١) :

أوجد المساحة السطحيّة للمنشور القائم الذي أبعاده : ١ وحدة طول ، ٢ وحدة طول ، ٣ وحدة طول .

الحلّ :



المساحة السطحية للمنشور القائم =

٢ (ل × ع) + ٢ (ض × ع) + ٢ (ل × ض)

بأخذ ٢ و ع عامل مشترك من الحد الأول والثاني :

= ٢ × ع (ل + ...) + (٢ × ..... × .....)

= ٢ (ل + ض) × الارتفاع + ٢ مساحة القاعدة

= محيط القاعدة × الارتفاع + ٢ مساحة القاعدة

= ٢ (٣ + ١) × ٢ + ٢ × ٣ × ١

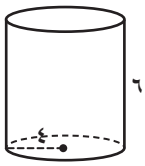
= ٢ × ٤ × ٢ + ٦

= ١٦ + ٦

= ٢٢ وحدة مربعة

تم التحميل من موقع مدرستي
مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

نشاط (٣) :



بالرجوع إلى النشاط (١):

مساحة سطح الأسطوانة الجانبي = محيط القاعدة

= ٢ مساحة القاعدة (الدائرة) + مساحة المستطيل (مساحة السطح المنحنى للأسطوانة (٢ π نق ع))

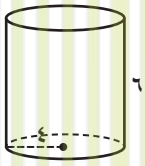
= ٢ π نق^{٢} + ٢ π نق ع

بأخذ ٢ π نق عامل مشترك

م = ٢ π نق (نق + ع)

المساحة السطحية للأسطوانة الدائرية القائمة = ٢ π نق (نق + ع)

تذكر أنَّ :
- محيط الدائرة
= ٢ π نق
- مساحة الدائرة
= π نق^{٢}



مثال (٢) :

أوجِدْ المساحة السطحية للأسطوانة . (باعتبار π = ٣,١٤)

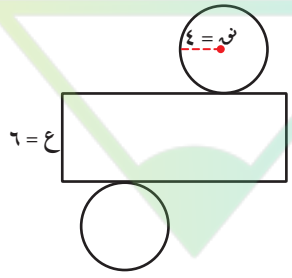
الحلّ :

مساحة سطح الأسطوانة الجانبي = محيط القاعدة

= ٢ مساحة القاعدة (الدائرة) + مساحة المستطيل (مساحة السطح المنحنى للأسطوانة (٢ π نق ع))

= ٢ π نق^{٢} + ٢ π نق ع

بأخذ ٢ π نق عامل مشترك



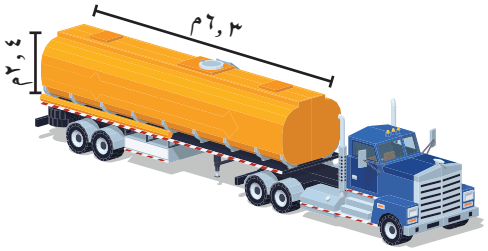
م = ٢ π نق (نق + ع)

المساحة السطحية = ٢ π نق (نق + ع)

= ٢ × ٣,١٤ × ٤ (٤ + ٦)

= ٢٥١,٢ وحدة مربعة

تم التحميل من موقع مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com



تدرّب (١) :

إذا أردنا طلاء خزان الناقلة الموضح بالشكل بدهان يتكلف المتر المربع منه ٤ دنانير .

فكم يكلف دهان الخزان؟ (باعتبار π = ٣,١٤)

مساحة سطح الخزان = ٢ π نـ (نـ + ع)

= ٢ × ٣,١٤ × ١,٢ × (١,٢ + ٦,٣)

= ٢ × ٣,٧٦٨ (١,٢ + ٦,٣)

= ٧,٥٣٦ × ٧,٥

= ٥٦,٥٢ م٢

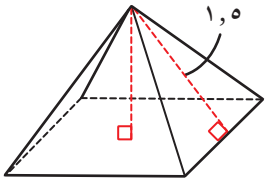
تكلفة دهان الخزان = ٥٦,٥٢ × ٤ = ٢٢٦,٠٨ دينار

فكِّر وناقِش

إذا كانت الأسطوانة من غير قاعدتين ، فما المساحة السطحية لها ؟

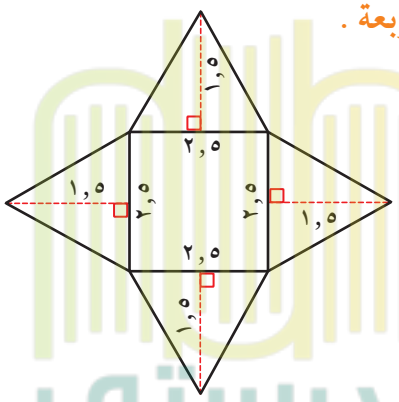
تم التحميل من
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com

مثال (٢) :



يُستخدم في إحدى المسرحيّات التي تدور أحداث قصتها في مصر نموذج لهرم منتظم رباعي القاعدة . ومساحة قاعدته ٦,٢٥ وحدة طول مربعة . إذا كان ارتفاع الوجه الجانبي ١,٥ وحدة طول ، فأوجد المساحة السطحيّة لهذا الهرم .

الحلّ :



بما أنَّ قاعدة الهرم هي مربّع مساحته ٦,٢٥ وحدة طول مربعة .

إذًا طول ضلع المربّع = $\sqrt{٦,٢٥}$ = ٢,٥ وحدة طول

يتضمّن الهرم ٤ أوجه مثلّثيّة متطابقة.

مساحة الوجه الواحد = $\frac{١}{٢}$ ق × ع

= $\frac{١}{٢}$ × (٢,٥ × ١,٥) = ١,٨٧٥ وحدة مربعة

∴ المساحة السطحيّة للهرم = ٦,٢٥ + ٤ × ١,٨٧٥

= ١٣,٧٥ وحدة مربعة .

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

تمـــرَّنْ :

١ ما الفرق بين المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه ٥ وحدة طول وشبه مكعب أبعاده ٣ وحدة طول ، ٤ وحدة طول ، ٧ وحدة طول .

م١ = مساحة سطح المكعب = ٦ ل^{٢} = ٦ × ٥^{٢} = ١٥٠ وحدة مربعة

م٢ = مساحة سطح شبه المكعب = [(٧ × ٤) + (٧ × ٣) + (٤ × ٣)] × ٢

= ٢ × ٦١ = ١٢٢

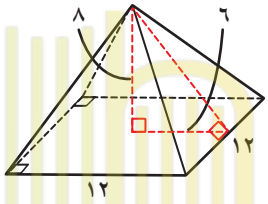
م١ - م٢ = ١٥٠ - ١٢٢ = ٢٨

٢ في إحدى المدن الكبرى فندق أسطوانيّ الشكل طول قطر قاعدته الدائرية ٣٥ وحدة طول وارتفاعه ٥٠ وحدة طول . تمت تغطية السطح المنحني بالزجاج . ما مساحة الزجاج الذي يُغطّي السطح الجانبي للفندق ؟ (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

مساحة الزجاج = مساحة السطح الجانبي = $2\pi نق$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 17.5 \times 50 = 110 \times 50 = 5500$ وحدة مربعة

٣ أ ما نوع الهرم المبيَّن في الشكل ؟



هرم رباعي القاعدة

ب ما ارتفاع هذا الهرم ؟

٨ وحدات طول

ج ما مساحة الوجه المثلّثيّ ؟ طول وتر المثلث القائم $= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

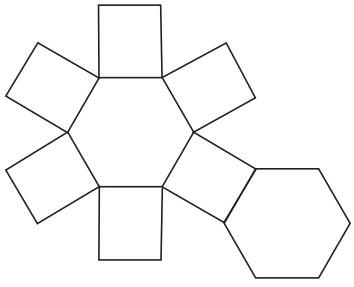
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 4 \times 12 = 48$

د ما المساحة السطحيّة للهرم ؟

مساحة القاعدة + ٤ × مساحة الوجه المثلث

$12 \times 12 + 4 \times 60 = 144 + 240 = 384$ وحدة مربعة

٤ من خلال الشبكة المرسومة أكمل:



أ اسم المجسم :

منشور سداسي قائم

ب عدد الأسطح الجانبية =

٦ أوجه

نموذج من مدرستي school-kw.com
نموذج مدرستي www.school-kw.com

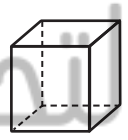
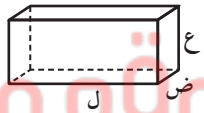
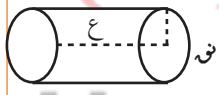
٥-١١ حجم الأسطوانة الدائرية – حجم المخروط الدائري
Volume of Cylinder and cone

سوف تتعلّم : إيجاد حجم الأسطوانة وحجم المخروط .

معلومات مفيدة :
تكون الطرود المرسَلة أحيانًا على شكل منشور أو أسطوانة ، ويُحدّدُ حجمُ الطردِ مقدار الحيّز اللازم لشحنه.

نشاط (١) :

أكمل الجدول التالي :

الشكل	اسم المنشور القائم	مساحة القاعدة للشكل	حجم الشكل (رمزيًّا)	الحجم (لفظيًّا)
	مكعب	ل × ل	ل × ل × ل	الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع
	شبه المكعب	ل × ض	ل × ض × ع	الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع
	أسطوانة	π نق^{٢}	π نق^{٢} ع	مساحة القاعدة × الارتفاع

تذكر أنَّ :
- مساحة المربع
= ل × ل = ل^{٢}
- مساحة المستطيل
= ل × ض
- حجم المكعب
= ل × ل × ل = ل^{٣}
- حجم شبه المكعب
= ل × ض × ع

يمكن إيجاد حجم المنشور القائم باستخدام القانون التالي :

حجم المنشور القائم = مساحة القاعدة (م) × الارتفاع (ع) (لفظيًّا)

ح = م × ع (رمزيًّا)

مساحة قاعدة أيِّ أسطوانة م = π نق^{٢} ، حيث نق = طول نصف القطر . بالتالي :

حجم الأسطوانة (ح) = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

تم التحميل من موقع مدرستي www.school-kw.com

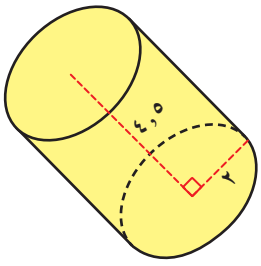
تذكر أنَّ :

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ نصف طول القاعدة × الارتفاع

مساحة الدائرة = π نق^2

مثال (١) :

أوجد حجم الأسطوانة المبيَّنة في الشكل المجاور : (اعتبر π = ٣,١٤)



الحلّ :

أوجد أوّلًا مساحة القاعدة (م) :

م = π نق^2

م = ٣,١٤ (٢)^2 = ١٢,٥٦ وحدة مربعة

استخدم م لإيجاد الحجم :

ح = م × ع = ١٢,٥٦ × ٤,٥ = ٥٦,٥٢ وحدة مكعبة

∴ الحجم = ٥٦,٥٢ وحدة مكعبة .

تدرّب (١) :

أوجد حجم كلِّ أسطوانة .

أ

استخدم π = ٣,١٤

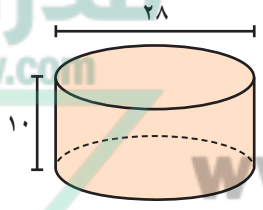
حجم الأسطوانة = م × ع

= π نق^2 × ع

= ٣,١٤ × ٣ × ٣ × ١١

= ٣,١٤ × ٩٩ = ٣١٠,٨٦ وحدة مكعبة

ب



استخدم π = $\frac{٢٢}{٧}$

حجم الأسطوانة = π نق^2 × ع

= .....

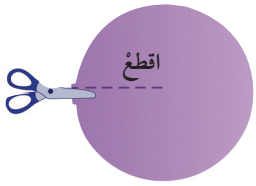
= $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤ × ١٠

= ٤٤ × ١٤٠ = ٦١٦٠ وحدة مكعبة

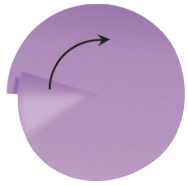
تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com www.school-kw.com

اللوازم :
- أكواب وأقلام
- مقصّ
- شريط لاصق
- مسطرة
- ورق مقوًّى
- فرجار
- رمل ملون

نشاط (٢) :

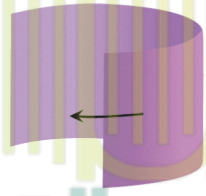


١ استخدم الفرجار لترسم دائرةً طول نصف قطرها ١٠ وحدة طول ، واستخدم المسطرة لترسم نصف قطر هذه الدائرة ، ثمّ قصّ الدائرة .



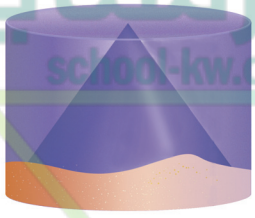
٢ قصّ الورقة عند نصف القطر الذي رسمته .

٣ أمسك أحد طرفي الخطّ الذي قطعت عنده ولفّه بحيث تصنع مخروطًا . استخدم الشريط اللاصق لتثبيت المخروط .



٤ قس ارتفاع هذا المخروط وسجّله .

٥ قص مستطيلًا ارتفاعه مساوٍ لارتفاع المخروط ، واصنع منه أسطوانة على أن يكون قطر قاعدتها مساويًا لقطر قاعدة المخروط .



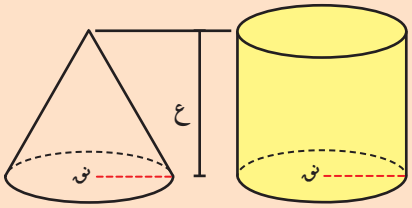
٦ املأ المخروط بالرمل الملون ، ثمّ اسكبه في الأسطوانة . كرّر هذه العمليّة بعد ذلك مرّتين .

٧ ماذا تلاحظ عن كمّيّة الرمل في الأسطوانة في نهاية المرحلة الثالثة ؟ اشرح إجابتك .

٨ ناقش مع زملائك العلاقة بين حجم الأسطوانة وحجم المخروط .

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com
www.school-kw.com

حجم المخروط هو $\frac{١}{٣}$ حجم الأسطوانة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .

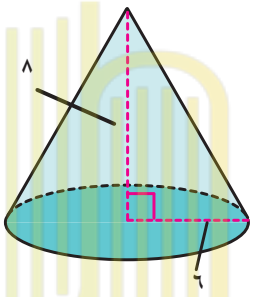


$ح_{مخروط} = \frac{١}{٣} \times (م \times ع) = \frac{١}{٣} \times (\pi\ نق^{٢} \times ع)$ ،

حيث م مساحة القاعدة ، ع الارتفاع .

مثال (٢) :

أوجد حجم المخروط المبيّن في الشكل المجاور :



(اعتبر π = ٣,١٤)

الحلّ :

أوجد أوّلًا مساحة القاعدة الدائريّة (م) :

$م = \pi\ نق^{٢}$

$م = ٣,١٤ \times ٦^{٢} = ١١٣,٠٤$ وحدة مربعة

استخدِم م لإيجاد الحجم :

$ح = \frac{١}{٣} \times (م \times ع)$

$ح = \frac{١}{٣} \times (١١٣,٠٤ \times ٨) = ٣٠١,٤٤$ وحدة مكعبة

∴ الحجم = ٣٠١,٤٤ وحدة مكعبة .

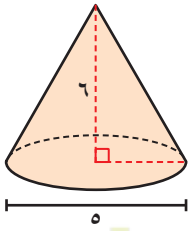
تم التحميل من
موقع مدرستي
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com

فكّر وناقِش

قال جمال إنَّ حجم المخروط يساوي ثلث حجم أي أسطوانة . فهل ما قاله جمال صحيح ؟ وضّح ذلك .

تدرّب (٢) :

أوجد حجم المخروط المبيّن في الشكل المجاور :



(اعتبر $\pi = ٣,١٤$)

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

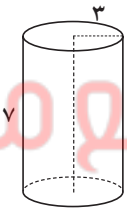
$= \frac{١}{٣} \times ٣,١٤ \times ٢,٥ \times ٢,٥ \times ٦ = ٦,٢٨ \times ٦,٢٥$

$= ٣٩,٢٥$ وحدة مكعبة

تمـــرَّنْ :

أوجد حجم كلّ مجسم مما يلي :

١ (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

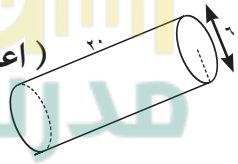


حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

$= \frac{٢٢}{٧} \times ٣ \times ٣ \times ٧$

$= ٩ \times ٢٢ = ١٩٨$

٢ (اعتبر $\pi = ٣,١٤$)

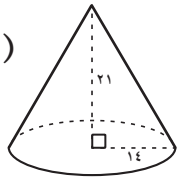


حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

$= ٣,١٤ \times ٣ \times ٣ \times ٢٠$

$= ١٨٠ \times ٣,١٤ = ٥٦٥,٢$

٤ (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

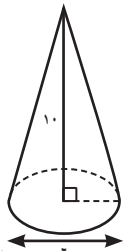


الحجم = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

$= \frac{١}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times ١٤ \times ١٤ \times ٢١$

$= ٤٤ \times ٩٨ = ٤٣١٢$

٥ (اعتبر $\pi = ٣,١٤$)



الحجم = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

$= \frac{١}{٣} \times ٣,١٤ \times ٣ \times ٣ \times ١٠$

$= ٣,١٤ \times ٣ = ٩٤,٢$

تم التحميل من موقع مدرستي school-kw.com www.school-kw.com

٥ صومعة (مخزن) للغلال على شكل أسطوانة ارتفاعها ٩ أمتار ، وطول قطرها ٤,٢ أمتار ، ما عدد الأمتار المكعبة التي يمكن للصومعة تخزينها ، مقربًا الناتج إلى أقرب م^{٣} ؟ (اعتبر π = ٣,١٤)

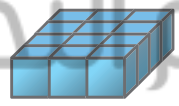
حجم الصومعة = حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

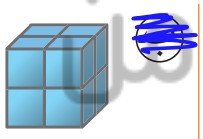
٩ × ٢,١ × ٢,١ × ٣,١٤ =

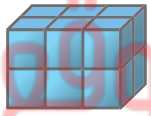
٤,٤١ × ٥٨,٥٦ = ١٥٤,٦٦٦ ≈ ١٥٥ م^{٣}

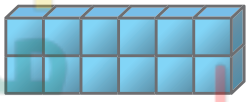
TIMSS 2019

٦ جميع المكعّبات الصغيرة التالية لها نفس الحجم ،
أي مجسم من المجسمات التالية له حجم مختلف عن باقي المجسمات ؟

أ 

ب 

جـ 

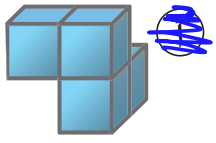
د 

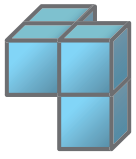
قم بالتحميل من موقع مدرستي school-kw.com

TIMSS 2019

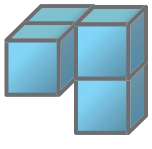
٧ يقلب الشكل التالي في وضعيات مختلفة .
أي من الأشكال التالية يمكن أن يمثل هذا الشكل السابق بعد قلبه ؟

www.school-kw.com

أ 

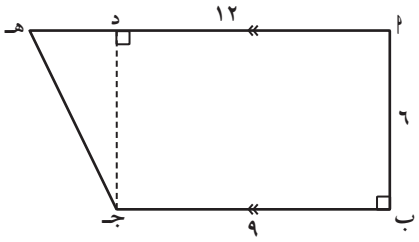
ب 

جـ

د 

١١-٦ مراجعة الوحدة الحادية عشرة
Revision Unit Eleven

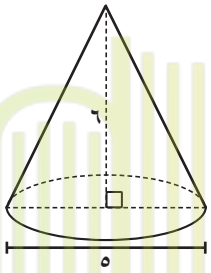
١ أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ هـ المرسوم أمامك .



$\frac{(١٢+٩)}{٢} \times ٦ = \frac{٢١}{٢} \times ٦ = ٣ \times ٢١ =$

$٦٣ =$

٢ أوجدْ حجم المخروط المرسوم أمامك . (اعتبر $\pi = ٣,١٤$)

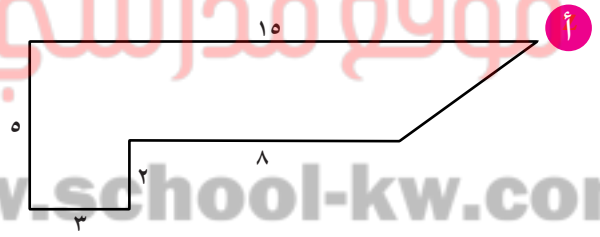


حجم المخروط $= \frac{١}{٣} \pi$ نق^{٢} ع $= \frac{١}{٣} \times ٣,١٤ \times ٢,٥ \times ٢,٥ \times ٦$

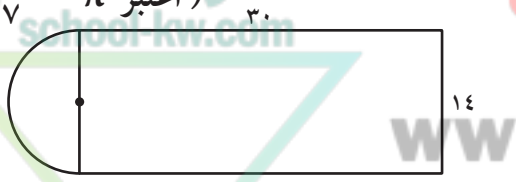
$= ٦,٢٨ \times ٦,٢٥ = ٣٩,٢٥$

٣ أوجد مساحة الأشكال غير المنتظمة المرسومة .

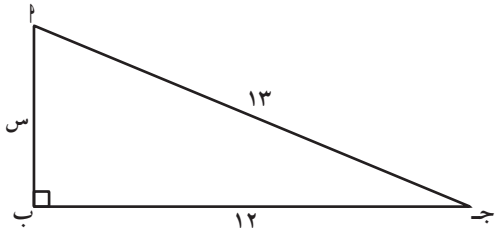
أ



ب (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



٤ أوجد طول ضلع القائمة في المثلث أ ب جـ المرسوم أمامك :



$(أ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} - (ب جـ)^{٢}$

$س^{٢} = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

$س = \sqrt{٢٥} = ٥$

تم التحميل من موقع مدرستي www.school-kw.com

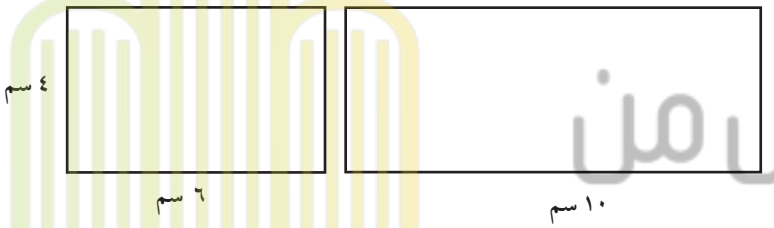
٥ أثبت أنَّ Δ أ ب جـ قائم الزاوية ، حيث أ ب = ٧ وحدة طول ،
أ جـ = ٢٤ وحدة طول ، ب جـ = ٢٥ وحدة طول .

ق(ب جـ) = ٢٥ × ٢٥ = ٦٢٥

ق(ب أ) + ق(أ جـ) = ق(٧) + ق(٢٤) = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

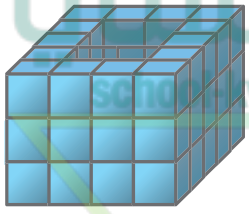
ق(ب جـ) = ق(أ ب) + ق(أ جـ) ∴ Δ أ ب جـ مثلث قائم

TIMSS ٦ إذا كان المستطيلان المرسومان وجهين لصندوق واحد ، فكم يكون حجم هذا الصندوق ؟



(أ) ٩٦٠ سم٣
(ب) ٦٢٠ سم٣
(جـ) ٢٤٠ سم٣
(د) ٦٠ سم٣

TIMSS ٧ الشكل المقابل مكون من مكعبات جميعها من نفس الحجم وتوجد فتحة في منتصف الشكل ، فكم عدد المكعبات اللازمة لتعبئة الفتحة ؟



(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ١٥ (د) ١٨

TIMSS ٨ إذا كان حجم مكعب وحجم أسطوانة متساويين وكان طول حرف المكعب وطول نصف قطر قاعدة الأسطوانة كلٌّ منهما يساوي ٦ سم ، فأي من القياسات الآتية هو الأقرب لأن يكون ارتفاعًا لهذه الأسطوانة ؟

(أ) ١ سم (ب) ٢ سم (جـ) ٣ سم (د) ٤ سم

TIMSS ٩ يملك أحمد مزرعة على شكل مستطيل محيطه يساوي ٦٢ متر ، إذا كان طول الحديقة يزيد عن عرضها بـ ٥ أمتار ، فما طول وعرض هذه الحديقة ؟

الطول يساوي : ١٨ م — عرض الحديقة س — طولها س + ٥

العرض يساوي : ١٣ م — محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

٦٢ = ٢ (س + ٥ + س)

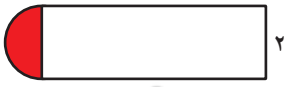
٦٢ = ٤ س + ١٠

س = ٥٢ ÷ ٤ = ١٣

موقع مدرستي
www.school-kw.com

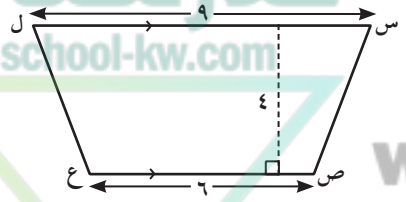
اِختبار الوحدة الحادية عشرة

أوّلًا : في البنود (١-٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ حجم أسطوانة طول نصف قطرها ٧ وحدة طول وارتفاعها ٥ وحدة طول يساوي ١١٠ وحدة مكعبة .	(أ)	(ب)
٢ المثلث الذي أطوال أضلاعه ٣ وحدة طول ، ٦ وحدة طول ، ٥ وحدة طول مثلث قائم الزاوية .	(أ)	(ب)
٣ مساحة المنطقة المظلّلة في الرسم المقابل تساوي $١\frac{٤}{٧}$ وحدة مربعة . 	(أ)	(ب)
٤ إذا كان حجم أسطوانة دائرية يساوي ٩٩ وحدة مكعبة ، فإنَّ حجم المخروط المشترك معها بالقاعدة والارتفاع يساوي ٣٣ وحدة مكعبة .	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ مساحة شبه المنحرف س ص ع ل المرسوم تساوي :



(أ) ٣٠ وحدة مربعة (ب) ٦٠ وحدة مربعة

(جـ) ١٩ وحدة مربعة (د) ٤٢ وحدة مربعة

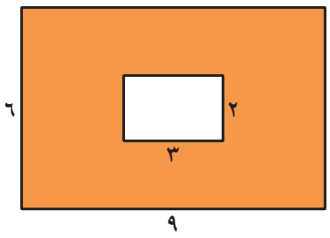
TIMSS

٦ صفيحة فارغة على شكل مكعب ، صب فيها الماء بمعدل ٢٠٠ سم^{٣} في الدقيقة فامتلأت بعد ٤٠ دقيقة ، فإنَّ طول ضلع المكعب يساوي :

(أ) ٨٠٠ سم (ب) ٢٠٠ سم (جـ) ٤٠ سم ٢٠ سم

لمزيد من الحلول موقع مدرستي www.school-kw.com

٧ مساحة المنطقة المظلّلة تساوي :



(أ) ٧٠ وحدة مربعة (ب) ٦٠ وحدة مربعة

(جـ) ٥٤ وحدة مربعة (د) ٤٨ وحدة مربعة

---

٨ أسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها ١٥ وحدة طول وارتفاعها ٣ وحدة طول ، فإنَّ مساحة السطح المنحني فقط تساوي :

(أ) ٧٠ وحدة مربعة (ب) ٤٥ وحدة مربعة (جـ) ١٨ وحدة مربعة (د) ٤٤١ وحدة مربعة

---

٩ علبة بدون غطاء على شكل مكعب طول ضلعه س ، فإنَّ المساحة السطحية للعلبة تساوي :

(أ) ٤ س^{٢} (ب) ٥ س^{٢} (جـ) ٦ س^{٢} (د) س^{٢}

---

١٠ إذا كانت مساحة قاعدة الهرم الرباعي تساوي ٢٥ وحدة مربعة ومساحة أحد الأوجه المثلثة ١٥ وحدة مربعة ، فإنَّ مساحة الهرم السطحية تساوي :

(أ) ٨٥ وحدة مربعة (ب) ٤٠ وحدة مربعة (جـ) ٦٠ وحدة مربعة (د) ٧٠ وحدة مربعة

تم التحميل من
موقع مدرستي
مدرستي
school-kw.com
www.school-kw.com