

الاحتمال Probability

الوحدة الثانية عشرة

عالم المرح World of Fun



مشروع الوحدة :
(تصميم لعبة)



تساعد الألعاب على دخول البهجة والسرور إلى صدر المشترك عند معرفة فرص فوزه .
فمثلاً لعب الاحتمالات تساعد على المرح واللعب في الحياة . وعند ممارسة الإنسان لهذه
الألعاب فإنه يشعر بالسعادة فيؤثر ذلك إيجابياً على جميع نواحي حياته .

خطة العمل : تصميم لعبة على شكل دَوَّارة :

- ستقوم كل مجموعة بتصميم دَوَّارة تعتمد على مبادئ الاحتمال برسم عدد من القطاعات الدائرية المميزة (برقم ، حرف ، لون ، شكل ،) .

خطوات تنفيذ المشروع :

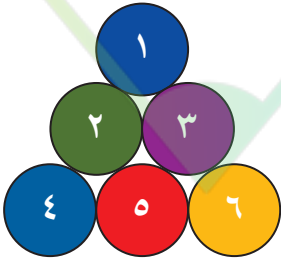
- حدد قوانين اللعبة الدَوَّارة .
- أوجد فضاء العينة للدَوَّارة التي رسمت عند كل مجموعة .
- أوجد احتمالات وقوف المؤشر عند أي قطاع دائري .

علاقات وتواصل :

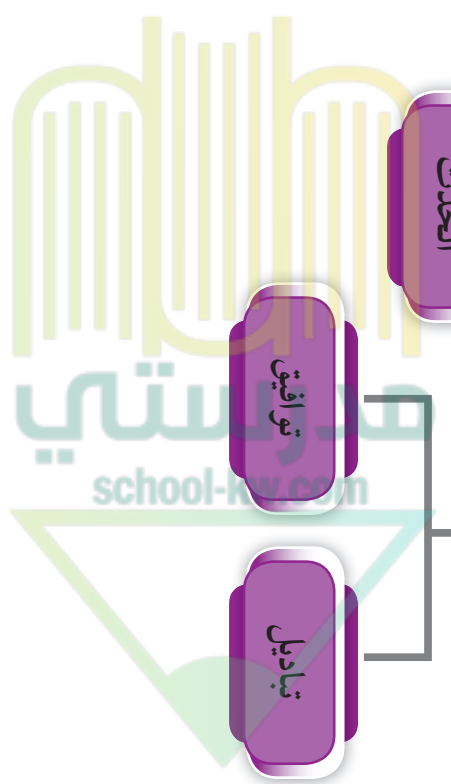
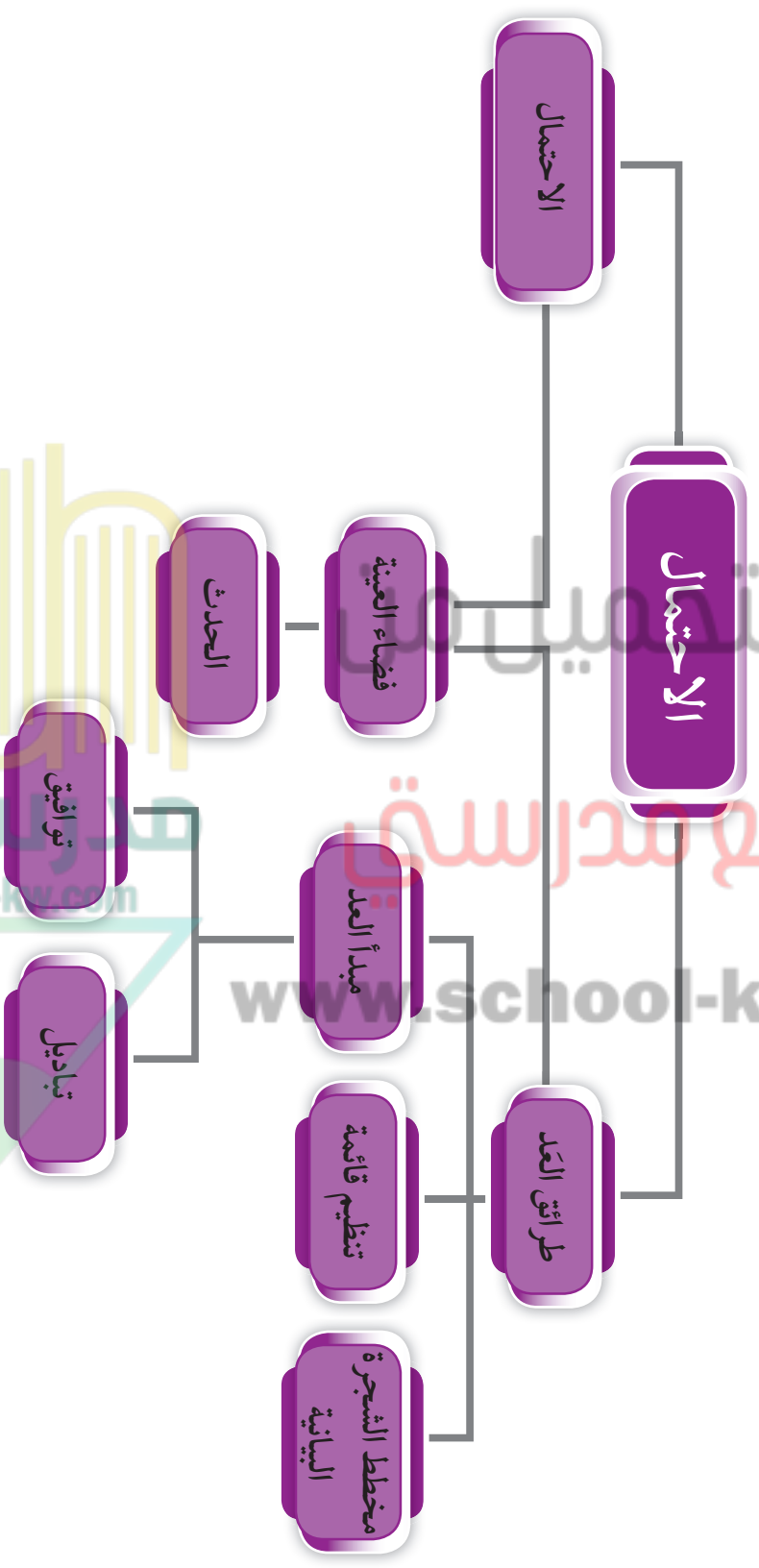
- تلعب المجموعات .
- تبادل الدَوَّارات بين المجموعات للعب .
- حدّد مواصفات التقييم ومدى جودة اللعبة (العدالة - التصميم - الأدوات) .

عرض العمل :

- اعرض وناقش اللعبة الأفضل جودة (العدالة - التصميم) .



مخطط تنظيمي للوحدة الثانية عشرة



طرائق العد Counting Methods

١٢-١



سوف تتعلم: مخطط الشجرة البيانية - تنظيم قائمة - مبدأ العد - التباديل - التوافيق .



(١) مبدأ العد

نشاط (١) :

زار خالد المدينة الترفيهية ، وعند دخوله حصل على هدية عبارة عن تذاكر مجانية للعبتين من أصل أربع لعب متاحة ومختلفة . فإذا كانت اللعب الأربع هي : الإعصار ، الدردور ، البرق ، السندباد .

فبكم طريقة يستطيع خالد اختيار اللعبتين المتاحتين له بشرط عدم تكرار اللعبة ؟
يمكن التوصل إلى عدد طرائق اختيار خالد للعبتين متاحتين له بعدة طرق منها :

(ب) مخطط الشجرة البيانية

اللعبة الأولى اللعبة الثانية

الدردور

البرق

السندباد

الإعصار

الإعصار

البرق

السندباد

الدردور

الإعصار

الدردور

السندباد

البرق

الإعصار

الدردور

البرق

السندباد

(أ) القائمة المنظمة

اللعبة الأولى اللعبة الثانية

الدردور

البرق

السندباد

اللعبة الأولى

الإعصار

الإعصار

الإعصار

الإعصار

البرق

السندباد

الدردور

الدردور

الدردور

الإعصار

الدردور

السندباد

البرق

البرق

البرق

الإعصار

الدردور

البرق

السندباد

السندباد

السندباد

العبارات والمفردات :

مخطط الشجرة البيانية

Tree Diagram

مبدأ العد

Counting

Principle

تنظيم قائمة

Organizing

a list

ترتيب

Arrangement

تباديل

Permutation

مضروب

Factorial

توافيق

Combination

معلومات مفيدة :

يستخدم علماء الأحياء مخططات الشجرة البيانية لتحليل ما قد يحدث في أجيال مختلفة من الكائنات الحية .

لاحظ أن :

عدد طرق اختيار خالد للعبة الأولى هو ٤ طرق ، وعدد طرق اختياره للعبة الثانية هو ٣ طرق وبذلك يستطيع اختيار لعبتين بـ ١٢ طريقة مختلفة .

ويمكن أيضاً التوصل لعدد طرق اختيار خالد للعبتين متاحيتين له بطريقة أخرى وهي :
عدد الطرق = عدد طرق اختيار اللعبة الأولى × عدد طرق اختيار اللعبة الثانية

$$= ٤ \times ٣ = ١٢ \text{ طريقة}$$

هذه الطريقة تسمى « مبدأ العد » ويفضل العمل بها إذا كان التمثيل بالقائمة المنظمة أو بالشجرة البيانية فيه صعوبة لكثرة البيانات المستخدمة وتعدددها .

مبدأ العد : هو عملية تتكون من خطوتين مستقلتين ، إذا كان عدد طرق إجراء الخطوة الأولى n_1 ، وعدد طرق إجراء الخطوة الثانية n_2 ، فإن عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو :
 $n_1 \times n_2$. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين .

تدرّب (١) :

يقدم مطعم وجبات من طبق رئيسي إما لحم أو سمك أو دجاج ، وكل طبق رئيسي يقدم معه مقبلات من حساء أو سلطة .

أ أكمل مخطط الشجرة البيانية لتبين الوجبات الممكن تقديمها .

الوجبات	المقبلات	الأطباق
(لحم ، حساء) (لحم ، سلطة)	حساء سلطة	لحم
(سمك ، حساء) (سمك ، سلطة)	حساء سلطة	
(دجاج ، حساء) (دجاج ، سلطة)	حساء سلطة	دجاج



ب كم عدد الوجبات التي يمكن تقديمها ؟

$$\text{عدد الوجبات} = ٣ \times ٢ = ٦ \text{ وجبات}$$

(٢) التباديل والترتيبات

٤ ٣ ٢ ١

نشاط (٢) :

معلومات مفيدة :

تستخدم التباديل
عند ترتيب مجموعة
مختارة من الصور
الفوتوغرافية في
ألبوم حسب ترتيب
الأحداث .



أراد خالد التعرف على جميع الأعداد والتي يتكون كل منها من رقمين فقط من مجموعة الأرقام { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ }
على ألا يسمح بتكرار الرقم في العدد ، فهل تستطيع أن تساعد في أكمال مخطط الشجرة التالي ؟

الرقم الأول (رقم الآحاد)
الرقم الثاني (رقم العشرات)
الأعداد الممكنة

٢ ١	_____	٢	→	١
٣ ١	_____	٣	→	
٤ ١	_____	٤	→	
١ ٢	_____	١	→	٢
٣ ٢	_____	٣	→	
٤ ٢	_____	٤	→	
١ ٣	_____	١	→	٣
٢ ٣	_____	٢	→	
٤ ٣	_____	٤	→	
١ ٤	_____	١	→	٤
٢ ٤	_____	٢	→	
٣ ٤	_____	٣	→	

توجد ١٢ طريقة ممكنة لاختيار الرقمين المسموح بهما لتكون بهما العدد أي أن
عدد الطرائق = عدد طرق اختيار الرقم الأول × عدد طرق اختيار الرقم الثاني
 $12 = 3 \times 4 =$

لاحظ أن : عند تبديل الرقمين ١ ، ٢ مثلاً حصلنا على العددين (٢١) ، (١٢) لذلك
يكون الترتيب هنا مهم ، وتسمى كلاً منهما **ترتيبة** .

مما سبق عندما يكون **ترتيب العناصر** مهماً دون تكرار نسمي هذا الاختيار **تبديلاً**
ونرمز له بالرمز (ل) .

من النشاط السابق :

استطعنا مع خالد أن نحصل على ١٢ طريقة (تبديلة) لنكوّن العدد المطلوب عند اختيار عنصران مختلفان من ٤ عناصر دون تكرار ومراعاة الترتيب فيهما ويمكننا كتابة ذلك على الصورة الرمزية :

$$12 = 3 \times 4 = \overset{4}{\underset{3}{\text{ل}}}$$

عدد عناصر المجموعة

عدد العناصر التي تم اختيارها

أ) ما هو عدد التبديلات الممكنة لاختيار ٣ عناصر من { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ } لنكوّن بها أعدادًا من ثلاث أرقام؟

مئات	عشرات	آحاد	منازل العدد
٢	٣	٤	عدد طرق الاختيار

عدد التبديلات = $4 \times 3 \times 2 = 24$ تبديلة

$$24 = 2 \times 3 \times 4 = \overset{4}{\underset{3}{\text{ل}}}$$

عدد عناصر المجموعة

عدد العناصر

ب) ما هي عدد التبديلات الممكنة لاختيار ٤ عناصر من { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ } لنكون بها أعدادًا من أربعة منازل؟

$$\text{عدد التبديلات} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ تبديلة} = \overset{4}{\underset{3}{\text{ل}}}$$

- هل لاحظت نمطًا معينًا في عمليات الضرب السابقة؟
- عملية الضرب على الصورة $4 \times 3 \times 2 \times 1$ (العوامل تتناقص بمقدار ١ ، وتنتهي بالعدد ١) يمكن كتابتها على الصور (!٤) وتقرأ (مضروب ٤)

مضروب العدد: اختيار (ن) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف وبدون تكرار أي عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له بالرمز ن! ويكتب على الصورة:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots (2-1)(1-1) = 1 \times 2 \times \dots \times n$$

$$\frac{4!}{2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{1 \times 2} = 4! \text{ على الصورة : } 4! = 24$$

$$20 = \frac{5!}{3!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 4 \times 5 = 5! \text{ فمثلاً : } 5! = 120$$

قيمة التبديلة

في صورة مضروب

في صورة مفكوك

التبديلة

التباديل: عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف ($م \geq ن$) ومن دون تكرار أي عنصر منها، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له برمز التبديلة (نل م) ويكتب على الصورة:

$$(1) \text{ نل م} = ن(ن-1)(ن-2) \dots \text{ إلى م من العوامل.}$$

$$(2) \text{ نل م} = \frac{ن!}{(ن-م)!} \text{ ، } م، ن \in \mathbb{N}^+$$

تدرّب (٢): 

أوجد كل من:

أ $١٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ٥!$

ب $٢٤ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٤!$

ج $٧! = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧$

د $٦٠ = ٣ \times ٤ \times ٥ = ٣!٥$

هـ $٧٢ = ٨ \times ٩ = ٢!٩$

و $٤!٨ = ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨$

ز $٦ = ١ \times ٢ \times ٣ = ٣! = (٧-١٠)!$

تدرّب (٣):  www.school-kw.com

تستخدم إحدى المدن لوحات ترخيص الدرجات والتي تحتوي على عدد مكوّن من ٣ أرقام مختلفة للوحة، (وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩) يريد المدير المسؤول عن تنظيم الدرجات أن يعرف عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها.

مئات	عشرات	آحاد	منازل العدد
٧	٨	٩	عدد طرق الاختيار

الحل: عدد طرق اختيار الرقم الأول (الآحاد) = ٩ طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثاني (العشرات) = ٨ طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثالث (المئات) = ٧ طرق

$$\text{عدد لوحات التراخيص} = ٧ \times ٨ \times ٩ = ٥٠٤$$

حل آخر: ترتيب العناصر مهم، وبدون تكرار فإن:

$$\text{عدد لوحات التراخيص} = ٩! = ٧ \times ٨ \times ٩ = ٥٠٤$$

مثال :

في تدرّب (٣) ، إذا سمح المدير المسؤول بتكرار الرقم ، فكم عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها ؟

الحل : ترتيب العناصر مهم ، ومسموح بالتكرار فإن :
عدد لوحات التراخيص = $9 \times 9 \times 9 = 729$ لوحة

فكر وناقش

عرض المعلم المثال التالي : كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ في حالة السماح بتكرار الأرقام .
وليد يرى أنّ حل المثال هو : عدد الطرق الممكنة = $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ طريقة
جاسم يرى أنّ حل المثال هو : عدد الطرق الممكنة = $4 \times 4 \times 4 \times 3 = 192$ طريقة
فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسّر ذلك .

لاحظ أنّ :

$$1 = !0 \quad (1)$$

$$1 = !1 \quad (2)$$

$$(3) \quad n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1 \quad \text{حيث } n \in \mathbb{N}^+$$

$$\text{فمثلاً : } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \dots \text{ وهكذا ...}$$

تدرّب (٤) :

اختير ٥ طلاب للجنة الرياضية بفصلك ، على أن يتم اختيار رئيس ونائب رئيس ومقرر لهذه اللجنة من الطلاب الخمس ، فبكم طريقة يتم اختيار المرشّحون للمناصب الثلاث ؟

عدد طرح اختيار المرشّدون للمناصب الثلاث = $5 \times 4 \times 3 = 60$ طريقة

(٣) التوافق

نشاط (٣) :

أراد معلم الرياضة البدنية في مدرستك أن يستعين بك لتصمم معه جدول مباريات لفرق كرة القدم من فصول الصف الثامن من مجموعة الفرق { ٢ ، ب ، ج ، د } من دور واحد . فهل تستطيع أن تساعده في إكمال مخطط الشجرة التالي لتصميم جدول المباريات ؟

معلومات مفيدة :

يختار المدربون التوافق عندما يبدأون في تشكيل فريق .



المباريات الممكنة	الفريق الثاني	الفريق الأول
٢ ، ب	ب	٢
٢ ، ج	ج	
٢ ، د	د	
ب ، ب	ب	ب
ب ، ج	ج	
ب ، د	د	ج
ب ، ب	ب	
ب ، ج	ج	
ب ، د	د	د
ب ، ب	ب	
ب ، ج	ج	

أكمل ما يلي :

- ١ هل المباراة بين الفريقين ٢ ، ب هي نفسها المباراة ب ، ٢ ؟ **نعم**
- ٢ هل الترتيب مهم لإيجاد عدد المباريات ؟ **كلا** ولماذا ؟ **لأنه دور واحد**
- ٣ أوجد عدد المباريات الممكنة = ٦ مباريات

مما سبق عندما يكون ترتيب العناصر غير مهم نسمي هذا الاختيار **توافق** ونرمز له بالرمز (ق) .

- في النشاط السابق ، إن اختيار فريقين من أربعة فرق لا يحتاج إلى ترتيب ، أي أن ترتيب فريقين نعتبره اختياراً واحداً .

لذلك نقسم عدد التباديل 4P_2 على $(2!)$ التي تمثل عدد المجموعات الثنائية المكررة أي أن :

$$6 = \frac{3 \times 4}{1 \times 2} = \frac{{}^4P_2}{2!} = \frac{4!}{2!}$$

عدد عناصر المجموعة عدد الاختيارات

التوافق : عند اختيار (m) عنصر من بين (n) عنصر مختلف $(m \geq n)$ حيث ترتيب العناصر غير مهم سنرمز له برمز التوفيق $({}^n C_m)$ وتكتب على الصورة :

$${}^n C_m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad n \geq m$$

$$\text{إذا كان } {}^n C_m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \text{ ، فإن } {}^n C_m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

تكتب التوافق بصورة أخرى : ${}^n C_m = \binom{n}{m}$ وتقرأ n فوق m .

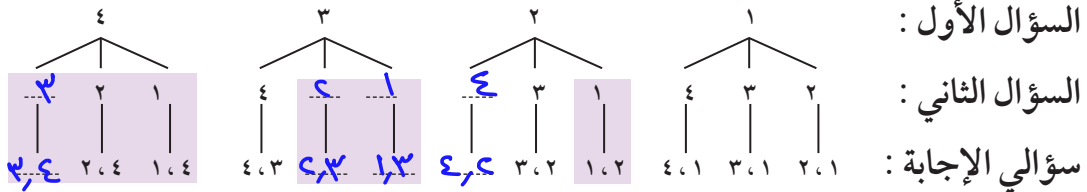
تدرّب (٥) :

في إحدى الاختبارات مطلوب الإجابة على سؤالين فقط من أربعة أسئلة متاحة ، فبكم طريقة يمكنك أن تختار سؤالين للإجابة ؟

نفرض أن أرقام الأسئلة هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ فتكون طرق اختيار سؤالي الإجابة هي :

(نلاحظ أن اختيار السؤالين لا يهم فيهما الترتيب)

• الطريقة الأولى : (طريقة مخطط الشجرة)



∴ عدد طرق اختيار سؤالي الإجابة = ٦ طرق

ملاحظة :

عندما نتحقق من إجابتك عن مسألة ما تتضمن توافق ، تأكد من إلغاء الإمكانيات التي هي عبارة عن تكرار لبعضها بعضاً .

• الطريقة الثانية : (طريقة المجموعات)

- المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الأول هي : $\{1, 2\}$ ، $\{1, 3\}$ ، $\{1, 4\}$
 - المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الثاني (ما عدا السؤال الأول) هي : $\{2, 3\}$ ، $\{2, 4\}$ ، $\{3, 4\}$
 - المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الثالث (ما عدا السؤالين الأول والثاني) هي : $\{3, 4\}$
- عدد طرق اختيار سؤالي الإجابة = 6 طرق

• الطريقة الثالثة : (بقانون التوافيق)

$${}^4C_2 = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$${}^4C_1 = \frac{4!}{1! \times 3!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} = 4$$

تدرّب (٦) :

- قرر ما إذا كان الترتيب ضروريًا أم لا في كل من المواقف التالية :
- اختيار ٤ اسطوانات مدمجة من ١٠ اسطوانات مدمجة . (.....)
 - اختيار أرقام لفتح التليفون المحمول . (.....)
 - جلوس الطلاب في الفصل . (.....)
 - اختيار وترتيب الحروف م ، ب ، ج ، د من دون تكرار . (.....)

تدرّب (٧) :

تقدم إحدى المطاعم أنواع من الفطائر حسب الطلب ، مما يلزم وضع خمسة أنواع من منكهات الطعام وهي (فلفل ، بصل ، طماطم ، تونة ، زيتون) . ما عدد الطرائق المختلفة :

أ) لا اختيار اثنان من منكهات الطعام ؟ ${}^5C_2 = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 10$ طرق

ب) لا اختيار ثلاثة من منكهات الطعام ؟ ${}^5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$ طرق

ج) اختيار خمسة من منكهات الطعام؟ ${}^5P_5 = \frac{5!}{5!} = 1$ الطريقة

د) لعدم اختيار أي نوع من منكهات الطعام؟ ${}^5P_0 = 1$

فكر وناقش

في تدرّب (٧)، ماذا تلاحظ في إجابتك على كل من (أ)، (ب) وأيضًا إجابتك على كل من (ج)، (د)؟

تمرّن :

١) استخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل حالة :

أ) ما عدد طرائق الاختيار لطلاء : من نوعين من الطلاء ، ٥ ألوان ؟

$${}^5P_2 = 20 \text{ طرق}$$

ب) ما عدد طرائق الاختيار لدراجة : من ٥ ألوان ، ٣ أحجام ، ٤ موديلات ؟

$${}^5P_3 = 60 \text{ طرق}$$

٢) أوجد كل مما يلي :

أ) ${}^7P_7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$

ب) ${}^8P_4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

ج) ${}^5P_0 = 1$

$$336 = 7 \times 7 \times 8 = 3^1 \text{ د}$$

$$10 = 1 \text{ هـ}$$

$$12 = 1 \times 3 \times 1 \times 2 = 1^3 \times 1^2 \text{ و}$$

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 2 = 1^3 \times 2^2 \text{ ز}$$

٣ كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من ١ إلى ٥ إذا كان :

أ يمكن تكرار الأرقام . $5^4 = 625$

ب لا يمكن تكرار الأرقام . $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

٤ في مزرعة أرانب يلزم وضع ٦ أرانب في ٦ أقفاص . بكم طريقة يمكن عمل ذلك بحيث يكون أرنب واحد في كل قفص ؟

$$16 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720 \text{ طريقة}$$

٥ كم عدد الطرائق التي يمكن أن يتم بواسطتها اختيار طالبين مع مراعاة الترتيب أو أن يكون واحدًا تلو الآخر من ٨ طلاب ؟

$$8 \times 7 = 56 \text{ طريقة}$$

٦ أوجد ما يساويه كل من :

$$\begin{array}{|l} \text{أ} \quad 1 = \frac{!8}{!0 \times !18} = {}^8\text{ق}^8 \\ \text{ب} \quad 1 = \frac{!7}{!1 \times !17} = \binom{7}{0} \\ \text{ج} \quad 56 = \frac{!8}{!3 \times !5} = {}^8\text{ق}^8 \\ \text{د} \quad 7 = \frac{!7}{!16 \times !1} = {}^7\text{ق}^7 \end{array}$$

٧ ذهبت مع أصدقائك إلى مطعم صيني يقدم ٦ أطباق . فبكم طريقة يمكنك اختيار ٣ من هذه الأطباق للمشاركة مع أصدقائك؟

$${}^6\text{ق}^3 = \frac{!6}{!3 \times !3} = \frac{!6 \times !5 \times !4 \times !3 \times !2 \times !1}{!3 \times !2 \times !1 \times !3 \times !2 \times !1} = 3 \text{ طرق}$$

٨ في لعبة الكراسي الموسيقية يقوم جاسم و خالد و محمد بالجري للجلوس على مقعدين ، أوجد عدد الطرائق المختلفة للجلوس على المقعدين .

$${}^3\text{ق}^2 = \frac{!3}{!1 \times !1} = \frac{!3 \times !2}{!2 \times !1} = 3$$

٩ ما هي عدد الطرائق المختلفة لقراءة كتابين من ٥ كتب خلال إجازة نهاية الأسبوع؟

$${}^5\text{ق}^2 = \frac{!5}{!3 \times !2} = \frac{!5 \times !4 \times !3 \times !2 \times !1}{!3 \times !2 \times !1 \times !3 \times !2} = 10 \text{ طرق}$$

فضاء العينة Sample Space

٢-١٢

سوف تتعلم : إيجاد فضاء العينة .

العبارات والمفردات :

فضاء العينة

Sample Space



نشاط (١) :



يمكن لرواد أحد المطاعم اختيار وجبة طعام تتكون من طبق رئيسي ومقبلات وحلوى من بين عدة خيارات موضحة في قائمة الطعام المقابلة .

أجب عن الأسئلة التالية من خلال قائمة الطعام الموضحة أمامك :

- ١ ما عدد خيارات المقبلات ؟
- ٢ ما عدد خيارات الطبق الرئيسي ؟
- ٣ ما عدد خيارات الحلوى ؟
- ٤ ما عدد الوجبات الممكنة التي يُقدمها المطعم ؟

إن مجموعة كل النواتج الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى **فضاء العينة (ف)** .



ك

ص

مثلاً : عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن :

كل النواتج الممكنة هي ظهور صورة (ص)
أو ظهور كتابة (ك) ويكون فضاء العينة هو { ص ، ك } ،
وعدد النواتج يساوي ٢

تدرّب (١) :



اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وحدد عدد النواتج .

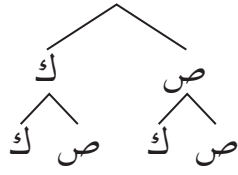
أ أكمل الجدول لتبين كل النواتج الممكنة :

ك	ص	الرمية الأولى الرمية الثانية
ك ، ص	ص ، ص	ص
ك ، ك	ص ، ك	ك

ب) فضاء العينة (ف) = { (ص، ص)، (ص، ك) } ،

{ (ك، ك)، (ك، ص) } ،

ج) عدد النواتج = 2 × 2 = 4

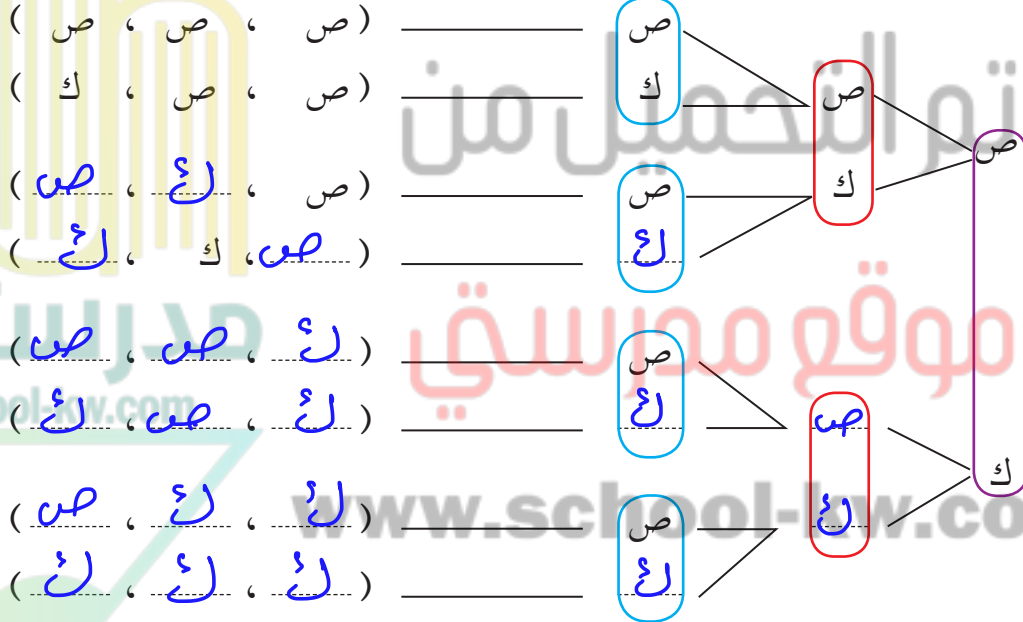


تدرّب (٢) :

اكتب فضاء العينة لتجربة رمي ثلاث قطع نقود متمايضة مرة واحدة وحدد عدد النواتج .

أ) أكمل مخطط الشجرة لتبين كل النواتج الممكنة :

الرمية (١) الرمية (٢) الرمية (٣)



ب) فضاء العينة = { (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك) } ،

(ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)

(ك، ك، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ص، ص)

ج) عدد النواتج = 8

د) عدد الاختيارات باستخدام مبدأ العد = 2 × 2 × 2 = 2³ = 8

فكر وناقش

هل عدد النواتج الممكنة لرمي قطعة نقود أربع مرات متتالية يساوي عدد النواتج الممكنة لرمي أربع قطع نقود متمايضة مرة واحدة؟ وضح ذلك .

تذكّر أنّ :

متمايز تعني مختلفة من حيث اللون والشكل والحجم .

تدرّب (٣) :

يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر (دجاج ، لحم ، سمك) للغداء ، وعصيراً من بين ثلاثة أنواع من العصير (برتقال ، مانجو ، فراولة) .

اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها .

ف = { (دجاج ، برتقال) ، (دجاج ، مانجو) ، (دجاج ، فراولة) ، (لحم ، برتقال) ، (لحم ، مانجو) ، (لحم ، فراولة) ، (سمك ، برتقال) ، (سمك ، مانجو) ، (سمك ، فراولة) } عدد الطرائق = $3 \times 3 = 9$

الحدث (الحادثة) هو : مجموعة جزئية من فضاء العينة (ف) .

تدرّب (٤) :

صندوق فيه ثلاث كرات ألوانها هي : الأحمر (ح) ، البرتقالي (ب) ، الأزرق (ز) . إذا سحبت من الصندوق كرة عشوائياً ثم أعدتها ، وسحبت كرة مرة أخرى عشوائياً .

١ أكمل لكتابة فضاء العينة (ف) .

الكرة	ح	ب	ز
ح	(ح ، ح)	(ح ، ب)	(ح ، ز)
ب	(ب ، ح)	(ب ، ب)	(ب ، ز)
ز	(ز ، ح)	(ز ، ب)	(ز ، ز)

٢ أي الأحداث التالية (مؤكد - مستحيل - بسيط - مركب) ؟

- أ سحبت كرتين الأولى حمراء والأخرى برتقالية اللون . **بسيط**
- ب سحبت كرة حمراء اللون وكرة حمراء . **بسيط**
- ج سحبت كرة برتقالية اللون وكرة صفراء . **مستحيل**
- د سحبت كرتين من اللون نفسه . **مركب**
- ه سحبت كرة حمراء اللون وكرة سوداء اللون . **مستحيل**

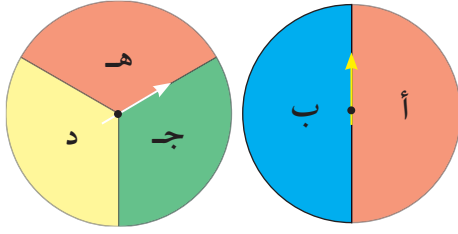
تمرّن :

١ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد ثم إلقاء قطعة نقود .



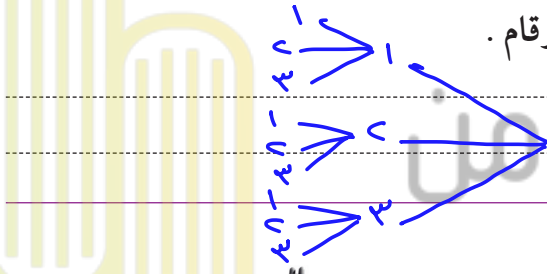
ف = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٦) }

٢ تم تدوير الدوارتين المقابلتين معًا . اكتب فضاء العينة وحدد عدد النواتج الممكنة .



فضة = { (أ، هـ) ، (أ، د) ، (أ، ج) }
 { (ب، هـ) ، (ب، د) ، (ب، ج) }
 عدد لنواتج = $3 \times 2 = 6$

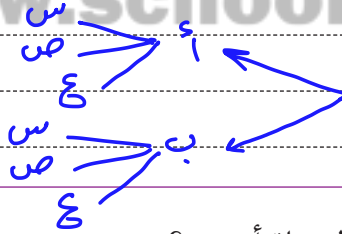
٣ اختر جاسم الأرقام التالية : ١ ، ٢ ، ٣
 ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبين كل الأعداد المؤلفة من رقمين مختلفين التي تختارها من بين هذه الأرقام .



٤ يريد أحمد أن يقوم برحلة عبر النهر .
 يوجد نوعان من المراكب (أ) ، (ب) كما في الصورة ليختار بينهما ويختار من بين ثلاثة جداول مائية صغيرة في ثلاثة اتجاهات مختلفة : س أو ص أو ع .



أ اصنع مخطط الشجرة البيانية لكل النواتج الممكنة .



ب ما فضاء العينة لرحلة أحمد ؟

فضة = { (أ، س) ، (أ، ص) ، (ب، س) ، (ب، ص) }
 { (أ، ع) ، (ب، ع) }
 { (ب، ع) }

ج أوجد عدد النواتج الممكنة .

$$6 = 3 \times 2$$

الاحتمال Probability

٣-١٢

سوف تتعلم : احتمال وقوع الحدث - الاحتمال الهندسي .



نشاط :

أراد مبارك أن يدخل في لعبة ويجرب حظها في هذه اللعبة ، فاختار حجر نرد ورماه وحدد ظهور عدد زوجي لدخوله اللعبة .

ساعد مبارك لمعرفة هل يدخل إلى هذه اللعبة أم لا بإكمال ما يلي :

- عناصر فضاء العينة = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، عددها ٦
- عناصر الحدث ظهور «عدد زوجي» = {٢، ٤، ٦} ، عددها ٣
- نسبة عدد عناصر الحدث « ظهور عدد زوجي » إلى عدد عناصر فضاء العينة = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$
- النسبة المئوية لدخوله إلى اللعبة المختارة = $\frac{١}{٢} \times ١٠٠ = ٥٠\%$

إنَّ احتمال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع فيها هذا الحدث بعدد النواتج الممكنة بحيث يعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي :

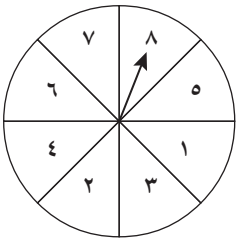
$$\text{احتمال وقوع (حدث } P) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } P}{\text{عدد عناصر فضاء العينة } F} \iff L(P) = \frac{\text{عدد عناصر } P}{\text{عدد عناصر } F}$$

يرمز للاحتمال وقوع (حدث) بالرمز L (حدث) .

لاحظ أن :

- احتمال فضاء العينة (الحدث المؤكد) = ١ أي أن $L(F) = ١$
- احتمال الحدث المستحيل = صفر أي أن $L(\emptyset) = ٠$

تدرب (١) :



يلعب حسن وعلي لعبة القرص الدوار المبين بالشكل بحيث يربح حسن الجائزة إذا وقف المؤشر على عدد فردي ، ويربح علي الجائزة إذا وقف المؤشر على عدد زوجي من برأيك فرصته أكبر للفوز؟ فسّر إجابتك. تساوي فرص الربح لأن عدد الأعداد الفردية مساوياً للأعداد الزوجية

معلومات مفيدة :

يستخدم علماء الجيولوجيا (علم طبقات الأرض) الاحتمال لوصف إمكانية حدوث زلزال بالخطأ خلال عدد معين من السنوات.



تذكّر أن :

- عند تحويل كسر اعتيادي إلى كسر عشري ، اقسّم البسط على المقام .
- الحدث (الحادثة) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة .
- يمكن التعبير عن الاحتمال أيضاً في صورة نسبة مئوية أو كسر عشري أو نسبة .



تدرّب (٢) :

إذا تم رمي قطعة نقود معدنية وحجر نرد معاً مرة واحدة .

أ أكمل مخطط الشجرة واكتب فضاء العينة .

$$F = \{(1, ص), (2, ص), (3, ص), (4, ص), (5, ص), (6, ص)\}$$

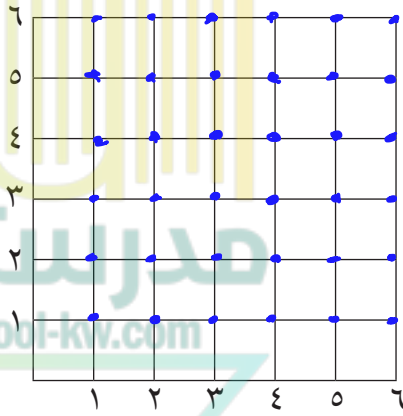
$$\{(1, ك), (2, ك), (3, ك), (4, ك), (5, ك), (6, ك)\}$$

ب نفرض أن ج حدث ظهور صورة وعدد زوجي .

$$J = \{(2, ص), (4, ص), (6, ص)\}$$

$$\text{عدد عناصر ج} = 3, \text{ عدد عناصر ف} = 6$$

$$\therefore \text{احتمال ظهور صورة و عدد زوجي} = \frac{\text{عدد عناصر ج}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



تدرّب (٣) :

في تجربة إلقاء حجر نرد متمايزين ،

مستعيناً بالشبكة المقابلة احسب الاحتمالات التالية :

أ ل (مجموع العددين الظاهرين أقل من ٥) ؟

نفرض أنّ م حدث «مجموع العددين

الظاهرين أقل من ٥»

$$\therefore M = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$$

$$\text{عدد عناصر م} = 5, \text{ عدد عناصر ف} = 36$$

$$\therefore P(M) = \frac{\text{عدد عناصر م}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{5}{36}$$

ب ل (ظهور العدد ٥ في الحجر الأول والعدد ٤ في الحجر الثاني) ؟

نفرض أنّ ب حدث «ظهور العدد ٥ في الحجر الأول وظهور ٤ في الحجر الثاني»

$$B = \{(5, 4)\}$$

$$\text{عدد عناصر ب} = 1, \text{ عدد عناصر ف} = 36$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{36}$$

ج ل (مجموع العددين الظاهرين ٩ أو ١٢) ؟

$$L = \{(3, 6), (6, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\}$$

د ل (مجموع العددين الظاهرين ١٣) ؟

$$L = \text{صفر}$$

ملاحظة :

القاء حجر نرد متمايزين هو نفسه القاء حجر نرد مرتين متتاليتين .

تدرّب (٤) :

صندوق فيه ٩ كرات متماثلة تمامًا مرقمة من ١ إلى ٩ . سحبت كرة عشوائيًا من الصندوق . أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

١ « ظهور عدد أصغر من ٤ » . $\frac{1}{3} = \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$

٢ ب « ظهور عدد فردي » . $\frac{5}{9} = \frac{1}{9}$

٣ ج « ظهور عدد أصغر من ٤ أو ظهور عدد فردي » .

$\frac{2}{3} = \frac{7}{9} = \frac{1}{3}$

تذكّر أن :

- مساحة المستطيل = $ل \times ض$
- مساحة المربع = $ل \times ل$
- مساحة المثلث = $\frac{1}{2} ق \times ع$
- مساحة الدائرة = $\pi ر^2$

تمرّن :

١ هناك ١٠ أزوار باللون الأحمر و ٤ باللون الأزرق و ٨ باللون الأبيض في حقيبة ، ما هي فرصة استخراج الزر الأزرق أو الأبيض ؟

أ $\frac{4}{22}$

ب $\frac{8}{22}$

ج $\frac{10}{22}$

د $\frac{12}{22}$

٢ اشتركت ٤ طالبات في مسابقة { شوق ، شمائل ، مريم ، شهد } وسيتم اختيار الترتيب بصورة عشوائية ، ما احتمال أن يتم اختيار طالبة يبدأ اسمها بحرف الـ شين ؟

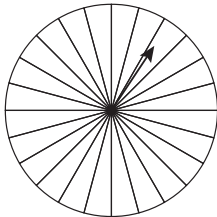
أ $\frac{1}{25}$

ب $\frac{1}{50}$

ج $\frac{1}{75}$

د $\frac{1}{90}$

٣ يبين الشكل التالي مغزل دائري ب ٢٤ قطاع دائري . إذا أدار أحد الأشخاص السهم فإنه من المحتمل أن يقف السهم عند أي قطاع من القطاعات المرسومة ، إذا كان :



أ $\frac{1}{8}$ من القطاعات زرقاء

ب $\frac{1}{4}$ منها بنفسجية

ج $\frac{1}{4}$ منها برتقالية

د $\frac{1}{3}$ منها حمراء

وإذا دار شخص السهم ، فأى لون من القطاعات سيكون له أقل احتمالية بأن يقف عنده السهم ؟ البنفسجية

٤ في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه .
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

أ ظهور عدد زوجي $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

ب ظهور عدد أولي $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

ج ظهور عدد أكبر من ٧ $\frac{1}{6}$ صفر

د ظهور عدد أصغر من ٦ $\frac{5}{6}$

٥ ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١ ، ٤ ، ٧ في كيس ورقي ، سحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية ثم أعيدت وسحبت بطاقة مرة أخرى .

أ اكتب فضاء العينة .

ج = { (١،١) ، (٤،١) ، (٧،١) ، (١،٤) ، (٤،٤) ، (١،٧) ، (٤،٧) ، (٧،٧) }

ب اكتب حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية .

{ (٤،٧) }

ج احتمال حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية .

$\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$

٦ ألقى سامي حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين ، أوجد احتمال ظهور العدد ٦ في الرمية الأولى والعدد ١ في الرمية الثانية .

$\frac{1}{36}$



٧ في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين . أوجد احتمال كل من الأحداث التالية .

أ « ظهور صورة في الرمية الأولى » .

$$ل (أ) = \frac{1}{2}$$

ب « ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

$$ل (ب) = \frac{1}{2}$$

ج « ظهور صورة في الرمية الأولى أو ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

$$ل (ج) = \frac{3}{4}$$



٨ عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة . أوجد احتمال وقوف المؤشر عند كل من :

أ احتمال الحصول على (الرقم ١ أو أصغر من ٨) .

$$\frac{4}{8}$$

ب احتمال الحصول على (قطاع أصفر أو قطاع أبيض) .

$$\frac{3}{8}$$

ج احتمال الحصول على (قطاع أحمر أو عدد فردي) .

$$\frac{5}{8}$$

د احتمال الحصول على (مضاعف للعدد ٢ أو عدد يقبل القسمة على ٤) .

$$\frac{4}{8}$$

هـ احتمال الحصول على (عدد أولي أو قطاع أبيض) .

$$\frac{1}{8}$$

- ٩ في أحد معسكرات الشباب ٩ أشخاص من البحرين و ٨ أشخاص من الكويت ،
٧ أشخاص من السعودية . اختير من بينهم أحد الأشخاص عشوائياً .
احسب احتمال أن يكون من السعودية أو من الكويت .

$$\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

- ١٠ في كيس يوجد ٢٥ كرة بألوان مختلفة : أحمر ، أصفر ، أزرق ، وأخضر .
معطى أن عدد الكرات الحمراء مساو لعدد الكرات الزرقاء . احتمال إخراج كرة
حمراء هو ٠,٢٨ ، واحتمال إخراج كرة خضراء هو ٠,٣٢ ،

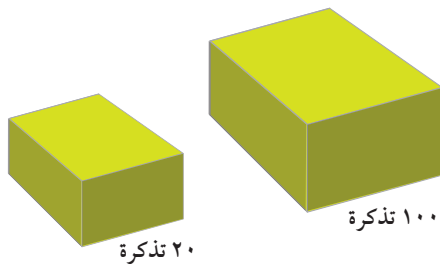
أ أكمل الجدول :

٠,٢٨	احتمال إخراج كرة حمراء
٠,١٤	احتمال إخراج كرة صفراء
٠,٤٨	احتمال إخراج كرة زرقاء
٠,٣٢	احتمال إخراج كرة خضراء

ب ما هو عدد الكرات الخضراء بالكيس ؟

$$25 \times 0,32 = 8 \text{ كرات}$$

- ١١ تحتوي العلبة الأصغر على ٢٠ تذكرة مرقمة من ١ إلى ٢٠ . بينما تحتوي العلبة
الأكبر على ١٠٠ تذكرة مرقمة من ١ إلى ١٠٠ ، بدون النظر إلى التذاكر يمكنك
سحب تذكرة واحدة من كل علبة . أي علبة يكتر فيها احتمال سحبك لتذكرة عليها
الرقم ١٧ ؟

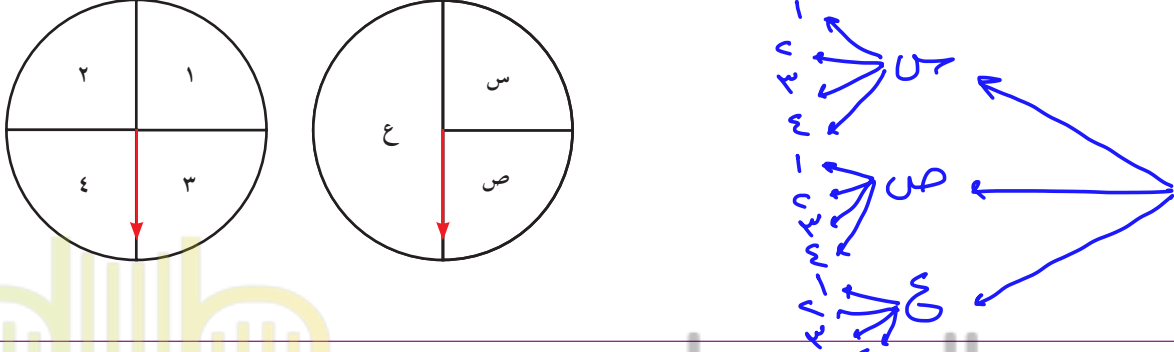


- أ العلبة ذات التذاكر الـ ٢٠ .
ب العلبة ذات الـ ١٠٠ تذكرة .
ج العلبتان لهما نفس الاحتمال .
د من المستحيل معرفة ذلك .

مراجعة الوحدة الثانية عشرة Revision Unit Twelve

١٢-٤

١ ارسم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح النواتج الممكنة لتدوير اللوحتين الدوارتين :



٢ اتخذ خالد ٤ أرقام سرية لفتح الحاسوب. إذا كان اختياره لأرقام مختلفة من ١ إلى ٦ ، فأوجد عدد الطرائق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السري .

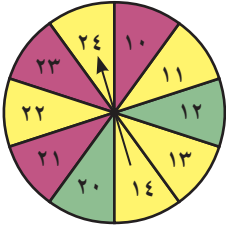
$${}^6P_4 = 360 \text{ طريقة}$$

٣ تألفت لجنة من ٤ طلاب في الصف الثامن البالغ عدده ٢٨ طالبًا. بكم طريقة يمكن اختيار لجنة من ٤ طلاب مؤلفة من : رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر ، أمين صندوق ؟

$${}^{28}P_4 = 840 \text{ طريقة}$$

٤ عشرة من المخبرين السريين طلب رئيسهم ارسال اثنين منهم للقبض على أحد المشتبه فيهم ، ما عدد الطرائق المختلفة لإرسال اثنين منهم لإنجاز هذه المهمة ؟

$${}^4P_2 = 12 \text{ طريقة}$$



٥ عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة .

أوجد :

أ احتمال الحصول على (الرقم ١١ أو أكبر من ٢١) .

$$\frac{9}{10}$$

ب احتمال الحصول على (قطاع أزرق أو عدد يقبل القسمة على ٢٣) .

$$\frac{3}{5}$$



٦ عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، وسحب كرة عشوائيًا من

الكيس المجاور الذي فيه كرات . أوجد احتمال كل من :

أ ل (الحصول على ١ و كرة حمراء) $\frac{1}{3} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{6}$

ب ل (الحصول على ٣ و كرة بنفسجية) $\frac{1}{3} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{6}$

٧ عدد ركاب باص ٣٦ راكبًا ، نسبة الأطفال إلى الكبار في الباص ٥ إلى ٤

أ ما هو عدد الأطفال في الباص ؟

$$c = 36 \times \frac{5}{9}$$

ب إذا اخترنا بشكل عشوائي أحد الركاب في الباص . ما هو الاحتمال بأن يكون الراكب من

الكبار ؟

$$\frac{4}{9}$$

إختبار الوحدة الثانية عشرة

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	بعد الإعلان عن طلب وظائف ، تقدم ٨ أشخاص لوظيفة إدارية ، ٥ أشخاص للعمل على الحاسوب ، ٣ أشخاص مُبرمجي حاسوب . فإن عدد الطرائق المُختلفة لاختيار شخص واحد لكل وظيفة = ١٢٠ طريقة .	أ	<input checked="" type="radio"/>
٢	$١٠ = ٢^٥$.	أ	<input checked="" type="radio"/>
٣	عند رمي حجري نرد متمايزين مرة واحدة . فإنّ فضاء العينة يساوي ٦ .	أ	<input checked="" type="radio"/>
٤	$٣^٥ = ٣^٥$.	أ	<input checked="" type="radio"/>

ثانياً: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين مرة واحدة ، فإنّ احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي ٨ هو :

- (أ) $\frac{٥}{٣٦}$
 (ب) $\frac{٥}{٦}$
 (ج) $\frac{١}{٦}$
 (د) $\frac{١}{٣٦}$



٦ الدوّارة هي لعبة محمود الجديدة ، من ٦٠٠ لفة كم مرة تقريباً يجب أن يتوقع استقرار السهم على القطاع الأحمر ؟

- (أ) ٣٠
 (ب) ٤٠
 (ج) ٥٠
 (د) ٦٠

٧ في الصف الثامن ٣٠ طالب ، احتمال اختيار طالب عشوائياً بحيث يكون عمره أقل من ١٣ سنة هو $\frac{١}{٥}$. ما عدد طلاب الصف الذين تقل أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

- (أ) ٣
 (ب) ٤
 (ج) ٥
 (د) ٦

٨ عدد عناصر فضاء العينة عند تجربة رمي قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية يساوي :

- (أ) ٣×٢
 (ب) ٢٣
 (ج) ٣٢
 (د) $٣ + ٢$

يوجد ١٠ كرات زجاجية (بلي) في حقيبة : ٥ كرات حمراء و ٥ كرات زرقاء . قامت سلوى بسحب كرة من الحقيبة بشكل عشوائي لون الكرة المسحوبة أحمر ، ثم قامت سلوى بإعادة الكرة إلى الحقيبة مرة أخرى ، ما مدى احتمالية أن تكون الكرة المسحوبة في المرة القادمة بشكل عشوائي حمراء ؟

١/١٠ (د)

١/٥ (ج)

٤/١٠ (ب)

١/٢ (ا)

١٠ = ٥ × ٤ !

٤٥ ! (د)

٥ ! (ج)

٩ ! (ب)

٢٠ ! (ا)



تم التحميل من

موقع مدرستي

www.school-kw.com



تم التحميل من

موقع مدرستي

www.school-kw.com