

الوحدة العاشرة

تحليل مقادير جبرية

Factorising Algebraic Expressions

العلم والحياة

Education and Life



مشروع الوحدة :
(مزرعتي)



العلم هو الفكر الناتج عن دراسة سلوك وشكل وطبيعة الأشياء مما يؤدي إلى الحصول على معرفة عنها . فللعلم أهمية كبيرة في حياة الإنسان حيث إنه ساهم في تطور العديد من الأشياء وقدم الكثير من الاختراعات التي أدت إلى تطور البشرية وزيادة ازدهارها . مثال على ذلك ، التطور والازدهار الذي شهده مجال الزراعة .



ص

ص ٨

موقع مدرستي

خطة العمل :

• إيجاد (المساحة المتبقية) من مساحة معطاة .

خطوات تنفيذ المشروع :

• تستعين كل مجموعة بمعلم الصف للقيام بما يلي :

• تحدد الشكل الهندسي لكل من (الأرض الزراعية - أرض المنزل) في الشكل المقابل .

• توجد المجموعة مساحة كل من :

(أ) الأرض الزراعية (ب) أرض المنزل .

• توجد مساحة الأرض المتبقية بعد بناء المنزل عليها بالاستعانة بالتحليل .

• توجد مساحة الأرض المتبقية عندما ص = ٢٥ متر ، س = ٢٠ مترًا .

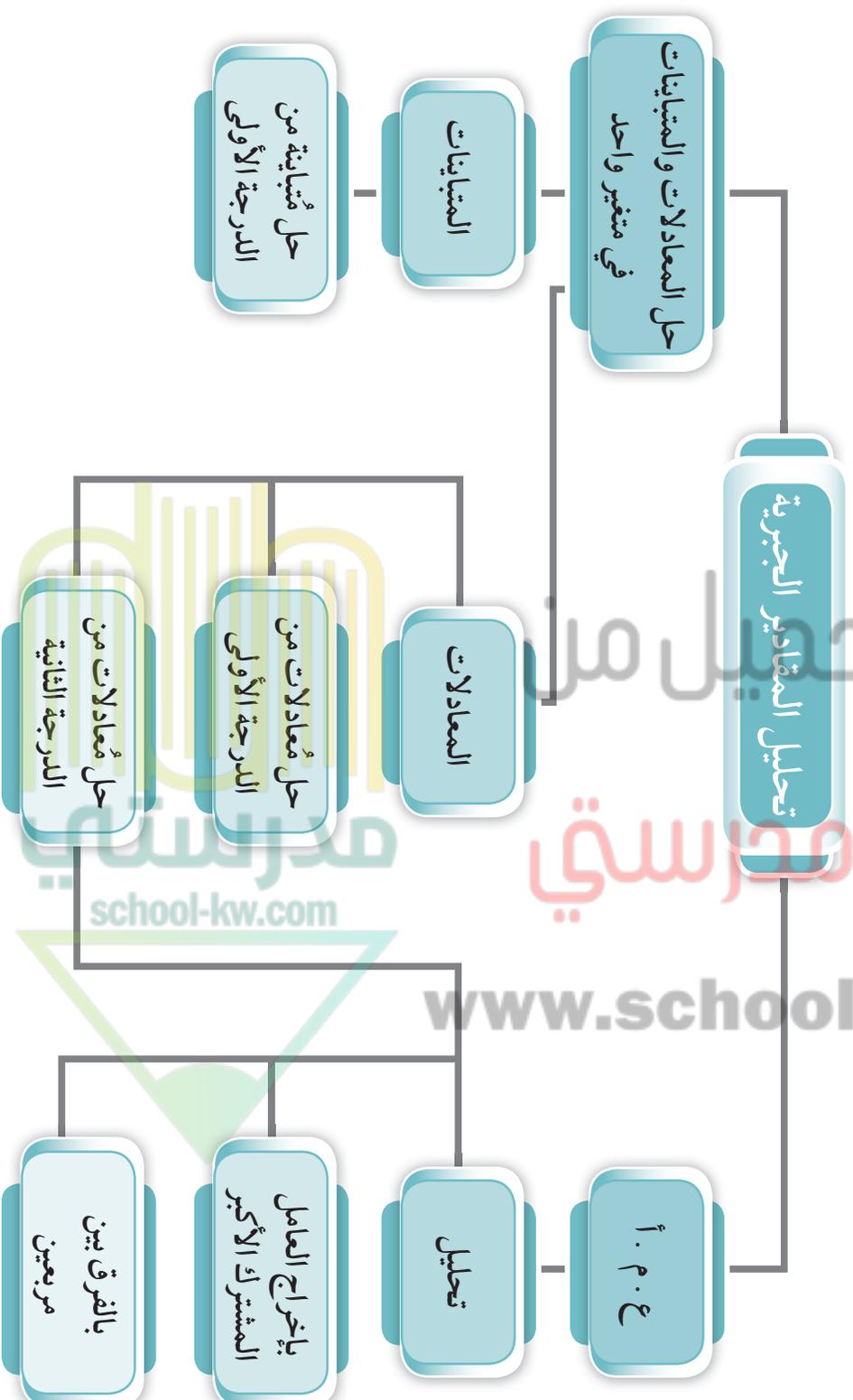
علاقات وتواصل :

• مناقشة المجموعات خطوات إعداد المشروع .

عرض العمل :

• كل مجموعة تعرض حلها ثم تناقش المجموعات الحلول وتصحح الأخطاء .

مخطط تنظيمي للوحدة العاشرة



العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) Greatest Common Factor (GCF)

١-١٠

سوف تتعلم : إيجاد (ع.م.أ) لحددين أو أكثر - كثيرات حدود .

نشاط :



يمكننا إيجاد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) للعددين ١٨ ، ٣٠ بطريقتين . أكمل ما يلي :

الطريقة الأولى : (عوامل العدد)

عوامل ١٨ هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ١٨

عوامل ٣٠ هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٣٠

العوامل المشتركة بينهما هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦

فإن العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) للعددين ١٨ ، ٣٠ هو ٦

الطريقة الثانية : (التحليل بالعوامل الأولية)

$$١٨ = ٢ \times ٣ \times ٣$$

$$٣٠ = ٢ \times ٣ \times ٥$$

فإن العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) للعددين ١٨ ، ٣٠ هو $٢ \times ٣ = ٦$

وظف ما سبق في إيجاد (ع.م.أ) للحدود الجبرية في الجدول التالي :

| ع.م.أ للحدود | عوامل الحدود الجبرية | الحدود الجبرية |
|----------------|---|---|
| س | $س \times س \times س \times س = س^٤$ | س ، س ^٤ |
| ص ^٣ | $ص \times ص \times ص \times ص \times ص = ص^٥$ | ص ^٢ ، ص ^٣ ، ص ^٥ |
| ن | $ن \times ن \times ن \times ن \times ن = ن^٥$ | ن ^٢ ، ن ^٣ ، ن ^٤ ، ن ^٥ |

العبارات والمفردات :

عامل مشترك

Common Factor

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

Greatest Common Factor (GCF)

معلومات مفيدة :

يستخدم الرسامون

التحليل إلى

(ع.م.أ) في لوحاتهم

الفنية لأهميتها في دقة

الرسومات باللوحه

كي تكون أكثر حرفية

وجماليًا .



تذكر أن :

- الأعداد الأولية هي :

الأعداد التي لها عاملان

فقط هما الواحد والعدد

نفسه .

- (ع.م.أ) للعددين

أو أكثر هو أكبر عدد

يكون عاملاً مشتركاً

لعددين أو أكثر .

- العوامل الأولية

للعدد ٦ هي : ٢ ، ٣ .

تدرّب (١) :

أ) أوجد العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) للحددين ٨ ، ١٢ س .

نحلل الحددين إلى عواملهما الأولية .

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$12 \text{ س} = 2 \times 2 \times 3 \text{ س}$$

فيكون (ع . م . أ) = $2 \times 2 = 4$

∴ (ع . م . أ) للحددين ٨ ، ١٢ س هو ٤ .

ب) عيّن (ع . م . أ) للحددين ٤ س^٥ ، ١٢ س^٢ :

$$4 \text{ س}^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س}$$

$$12 \text{ س}^2 = 2 \times 2 \times 3 \times \text{س} \times \text{س}$$

$$\therefore \text{ع . م . أ} = 2 \times 2 \times 2 \times \text{س} \times \text{س} = 4 \text{ س}^2$$

ج) عيّن (ع . م . أ) للحدود ١٤ س^٤ ، ٢١ س^٢ ع ، ٧ س^٣ ع^٢ :

$$14 \text{ س}^4 = 2 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س}$$

$$21 \text{ س}^2 \text{ ع} = 3 \times 7 \times \text{س} \times \text{س} \times \text{ع} \times \text{ع}$$

$$7 \text{ س}^3 \text{ ع}^2 = 7 \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{ع} \times \text{ع}$$

$$\therefore \text{ع . م . أ} = 7 \text{ س}^2 \text{ ع}$$

ملاحظة :

لإيجاد العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لمجموعة من الحدود الجبرية :
نأخذ العامل المُشترك في جميع الحدود بأصغر أس .

معلومات مفيدة :

(١) تعتبر خوارزمية إقليدس في إيجاد العامل المشترك الأكبر واحدة من أقدم الخوارزميات الجارية الاستعمال ، ظهرت في كتاب الأصول لإقليدس عام ٣٠٠ ق . م تقريبًا .
(٢) المهندس الزراعي يقوم بتحليل التربة (طينية - رملية - صخرية) لمعرفة نوع الزراعة المناسبة لها ولزراعة أنواع من الخضروات والفواكه والمحاصيل الموسمية .

تدرّب (٢) :

أوجد (ع.م.أ) للحددين ٨ ب^٤ ج^٣ ، ٣٢ ب^٥ ج^٢

$$٨ ب^٤ ج^٣ = ٣٢ ب^٥ ج^٢$$

$$٣٢ ب^٥ ج^٢ = ٢ ب^٥ ج^٢$$

∴ (ع.م.أ) للحددين هو ٢ ب^٥ ج^٢

ب) أوجد (ع.م.أ) لحدود المقدار ٣٥ ع^٣ ل^٢ + ١٤ ع^٤ ل^٢ - ٧ ع^٣ ل

$$٣٥ ع^٣ ل^٢ = ٥ × ٧ × ع^٣ ل^٢$$

$$١٤ ع^٤ ل^٢ = ٢ × ٧ × ع^٤ ل^٢$$

$$٧ ع^٣ ل = ١ × ٧ × ع^٣ ل$$

∴ (ع.م.أ) للمقدار هو ٧ ع^٣ ل

تدرّب (٣) :

أوجد (ع.م.أ) لحدود كلٍّ من المقادير التالية :

أ) ٣ ن^٥ ع^٤ - ٩ ن^٥ ل^٣ + ٦ ن^٢ ل^٢

$$٣ ن^٥ ع^٤ = ٣ ن^٥ ل^٣ × ٣$$

$$٩ ن^٥ ل^٣ = ٣ ن^٥ ل^٣ × ٣$$

$$٦ ن^٢ ل^٢ = ٣ ن^٢ ل^٢ × ٢$$

∴ (ع.م.أ) = ٣ ن^٥ ل^٣

ب) ١٤ ص^٢ س^٥ + ٧ ل^٣ ص^٤ س^٢ + ٥ ل^٥ س

$$١٤ ص^٢ س^٥ = ٢ × ٧ × ل^٣ × ص^٤ × س^٢$$

$$٧ ل^٣ ص^٤ س^٢ = ٧ ل^٣ × ص^٤ × س^٢$$

$$٥ ل^٥ س = ٥ ل^٥ × س$$

∴ (ع.م.أ) = ٢ × ٧ × ل^٣ ص^٤ س^٢

تمرّن :

١ أوجد (ع.م.أ) لكل مما يلي :

| | |
|--|--|
| <p>ب ٥ ص^٢ ، ص^٦</p> $٥ \text{ ص}^٥ = ٥ \times \text{ص}^٥$ $\text{ص}^٦ = \text{ص}^٦$ $\text{ع.م.أ} = ٥ \times ٥$ | <p>أ ٢٧ ، ١٨</p> $٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$ $٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$ $\text{ع.م.أ} = ٣ \times ٣ = ٩$ |
| <p>د ٦ ص^٤ ، ٩ ص^٢ ، ٣ ص^٣</p> $٦ \text{ ص}^٤ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$ $٩ \text{ ص}^٢ = ٣ \times ٣$ $\text{ع.م.أ} = ٣ \times ٣$ | <p>ج ٨ ص^٤ ، ١٢ ص^٣ ، ١٦ ص^٢</p> $٨ \text{ ص}^٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$ $١٢ \text{ ص}^٣ = ٣ \times ٣ \times ٣$ $١٦ \text{ ص}^٢ = ٤ \times ٤$ $\text{ع.م.أ} = ٢ \times ٢ = ٤$ |
| <p>و ٢٩ ، ١٢ ب</p> $\text{ع.م.أ} = ٣ \times ٣$ | <p>هـ ٤ ب^٣ ، ١٤ ب^٢ ، ٢٠ ب^٤</p> $\text{ع.م.أ} = ٢ \times ٢ \times ٢$ |
| <p>ح ١٠ ص^٤ ، ٤٠ ص^٢</p> $\text{ع.م.أ} = ١٠ \times ١٠$ | <p>ز ٢٧ ب^٢ ن^٤ ، ١٨ ب^٢ ن^٣</p> $\text{ع.م.أ} = ٣ \times ٣ \times ٣$ $\text{ع.م.أ} = ٩ \times ٩$ |

www.school-kw.com

٢ أوجد (ع.م.أ) لحدود المقادير التالية :

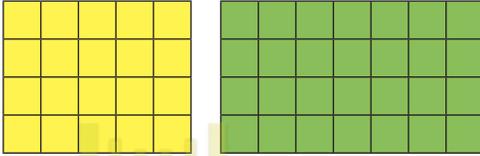
| | |
|--|--|
| <p>ب ١٨ هـ^٣ ص^٤ - ٥٤ ل^٢ هـ^٢</p> $١٨ \text{ ه}^٣ \text{ ص}^٤ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$ $٥٤ \text{ ل}^٢ \text{ ه}^٢ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$ $\text{ع.م.أ} = ١٨ \times ١٨$ | <p>أ ٤٢ ص^٧ + ٦ ص</p> $٤٢ \text{ ص}^٧ = ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧$ $٦ \text{ ص} = ٦ \times ٦$ $\text{ع.م.أ} = ٦ \times ٦$ |
| <p>د ٥ ص^٤ - ١٠ ص^٤ + ١٥ ص^٣</p> $٥ \text{ ص}^٤ = ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$ $١٠ \text{ ص}^٤ = ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$ $١٥ \text{ ص}^٣ = ٥ \times ٥ \times ٥$ $\text{ع.م.أ} = ٥ \times ٥ \times ٥$ | <p>ج ١٤ ص^٢ ص^٥ + ٧ ص^٣ + ٢١ ص</p> $١٤ \text{ ص}^٢ \text{ ص}^٥ = ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧$ $٧ \text{ ص}^٣ = ٧ \times ٧ \times ٧$ $٢١ \text{ ص} = ٧ \times ٧ \times ٧$ $\text{ع.م.أ} = ٧ \times ٧ \times ٧$ |

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر Factorise Using The GCF

١٠-٢

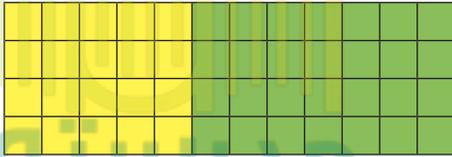
سوف تتعلم : التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر للتعبيرات الجبرية .

نشاط :



قال خالد لصديقه جاسم إنه يستطيع إيجاد مساحة المستطيلين المرسومين بطريقتين مختلفتين هما :

الطريقة الثانية :

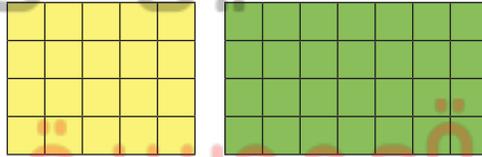


مساحة المستطيلين = $(٥ + ٧) \times ٤$

$$١٢ \times ٤ =$$

$$٤٨ =$$

الطريقة الأولى :



مساحة المستطيلين = $(٥ \times ٤) + (٧ \times ٤)$

$$٢٠ + ٢٨ =$$

$$٤٨ =$$

نلاحظ أن :

$$\begin{aligned} & (٥ + ٧) \times ٤ \\ & (٥ \times ٤) + (٧ \times ٤) = \end{aligned}$$

توزيع عملية الضرب على الجمع

$$(٥ + ٧) \times ٤ = (٥ \times ٤) + (٧ \times ٤)$$

تحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر

يسمى ٤ ، $(٥ + ٧)$ عاملي المقدار $(٥ + ٧) \times ٤$ ،

حيث ٤ هو العامل المشترك الأكبر للمقدار : (٧×٤) ، (٥×٤) ،

بصورة عامة :

$$٢ + ١ = ١ + ٢ ، \quad ٢ - ١ = ١ - ٢$$

ملاحظة : إن المقدار بين القوسين ينتج من قسمة كل حد على (ع.م.أ) .

العبارات والمفردات :

عامل Factor

عامل أولي

Prime Factor

تحليل إلى عوامل أولية

Prime

Factorisation

معلومات مفيدة :

يستخدم التجارون التحليل في كثير من الأمور ، كتصميمهم للخزائن الخشبية ، المفرغة من الداخل ، وغيرها الكثير من الاستخدامات .



تذكر أن :

الخاصية التوزيعية :

$$س \times (ب + ج) =$$

$$س \times ب + س \times ج =$$

مثال :

حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر للمقدار : $٢٤ + ٦ب - ٨ج$

الحل :

(١) (ع . م . أ) للحدود هو ٢ نوجد (ع . م . أ) بين حدود المقدار الجبري

(٢) $\frac{٢٤}{٢} - \frac{٦ب}{٢} + \frac{٨ج}{٢}$ نقسم كل حد من حدود المقدار على (ع . م . أ)

$$= ١٢ - ٣ب + ٤ج$$

(٣) $٢(١٢ - ٣ب + ٤ج)$ نضع المقدار الجبري على صورة حاصل ضرب عاملين

تدرّب (١) :

حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر :

أ $٤س - ٨ص$ (١) (ع . م . أ) للحدين = $\frac{٤}{٤}$

(٢) $\frac{٤س - ٨ص}{٤} = س - ٢ص$

(٣) $٤(س - ٢ص)$

ب $٣ب^٢ + ٦ب$

(١) (ع . م . أ) للحدين = $\frac{٣ب}{٣ب}$

(٢) $\frac{٣ب^٢ + ٦ب}{٣ب} = ب + ٢$

(٣) $٣ب(ب + ٢)$

ج $٤س^٣ + ٦س^٢ - ٨س$

(١) (ع . م . أ) للحدود = $\frac{٢س}{٢س}$

(٢) $\frac{٤س^٣}{٢س} - \frac{٦س^٢}{٢س} + \frac{٨س}{٢س}$

(٣) $٢س(٢س^٢ - ٣س + ٤)$

تدرّب (٢) :

حلّل المقادير الجبرية التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر :

أ $٣ص - ٩ص^٢$

(١) (ع . م . أ) للحدين = $\frac{٣ص}{٣ص}$

(٢) $٣ص - ٩ص^٢ = ٣ص(١ - ٣ص)$

(٣) $٣ص(١ - ٣ص)$

ب) $4(s+3) + (s+3) = 5(s+3)$
 ع.م.أ) للحدود $s+3 =$
 $4(s+3) + (s+3) = 5(s+3)$

تدرّب (٣) :

أ) حلّ المقدار $2s^2 + 3s + 3s^2 + 2s$ بإخراج العامل المشترك الأكبر.

ع.م.أ) للحددين $= 5s$
 $2s^2 + 3s + 3s^2 + 2s = 5s$

ب) اكتب في أبسط صورة: $\frac{2s^2 + 3s + 3s^2 + 2s}{s}$ حيث $s \neq 0$ ، $s \neq 0$
 $\frac{2s^2 + 3s + 3s^2 + 2s}{s} = \frac{5s(s+1)}{s}$
 باستخدام التحليل في (أ)
 بالتبسيط $= s+1$

فكر وناقش

التحدي:



الشكل المقابل مربع، رُسمت دائرة نصف قطرها (نق) تماس أضلاع المربع من الداخل. أراد سعود أن يُعيّن مساحة المنطقة الحمراء بدلالة (نق) ثم أن يقوم بتحليل مقدار الناتج. ساعد سعود على حلها.

مثال:

حلل ما يلي تحليلًا تامًا:

$$s^3 - s^2 + 2s - 2$$

الحل:

$$\begin{aligned} & s^3 - s^2 + 2s - 2 \\ &= (s^3 - s^2) + (2s - 2) \\ &= s^2(s - 1) + 2(s - 1) \\ &= (s - 1)(s^2 + 2) \end{aligned}$$

تمرّن :

١ حلل المقادير التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) :

| | |
|---|--|
| <p>أ $٧ + ٧ ص = ٧٠ م . ع$ $٧ (١ + ص)$</p> | <p>ب $٩ س + ٣ س = ٣٠ م . ع$ $٣ س (٣ س + ١)$</p> |
| <p>ج $٢ ص + ٢ ص = ٢٠ م . ع$ $٢ ص (١ + ١)$</p> | <p>د $٦ س + ٨ ص = ٢٠ م . ع$ $٢ ص (٣ س + ٤ ص)$</p> |
| <p>هـ $٢ ص - ٢ ص = ٢٠ م . ع$ $٢ ص (١ - ١)$</p> | <p>و $٨ س - ١٢ ص = ٢٠ م . ع$ $٤ ص (٢ س - ٣ ص)$</p> |
| <p>ز $٢٧ ص + ٩ ص = ٢٠ م . ع$ $٩ ص (٣ + ١)$</p> | <p>ح $٣ ل - ٩ ل + ٦ ل = ٢٠ م . ع$ $٣ ل (١ - ٣ + ٢)$</p> |
| <p>ط $٤ ص + ٧ ص + ٢١ ص = ٢٠ م . ع$ $٧ ص (٤ + ١ + ٣)$</p> | <p>ي $٥ ص - ١٠ ص + ١٥ ص = ٢٠ م . ع$ $٥ ص (١ - ٢ + ٣)$</p> |
| <p>ك $٢ ص - ٢ ص = ٢٠ م . ع$ $٢ ص (١ - ١)$</p> | <p>ل $٢ ص + ٢ ص = ٢٠ م . ع$ $٢ ص (١ + ١)$</p> |

٢ اكتب المقادير التالية في أبسط صورة :

| | |
|---|---|
| <p>أ $\frac{٢ س - ٣ س}{٣ س}$ $\frac{٣ س (١ - ٣)}{٣ س} = ١ - ٣$</p> | <p>ب $\frac{٣ س - ٦ س}{٣ س}$ $\frac{٣ س (١ - ٢)}{٣ س} = ١ - ٢$</p> |
|---|---|

٣ إذا كان : $١ + ب = ١٥$ ، فما هي قيمة $٢ + ب + ٨$ ؟

$$٢ + ب + ٨ = ١٥ + ١ = ١٦$$

تحليل الفرق بين مربعين Factorising the Difference of Two Squares

٣-١٠

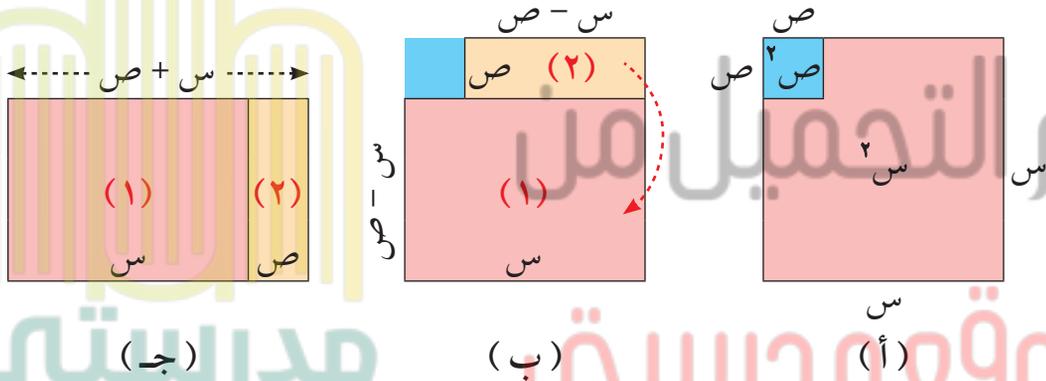


سوف تتعلم : تحليل ثنائية الحد في صورة فرق بين مربعين .

نشاط :



أرض مصنع مربعة الشكل مساحتها s^2 وحدة مربعة يراد أخذ غرفة منها مربعة الشكل مساحتها v^2 وحدة مربعة لاستخدامها كمخزن .
احسب المساحة المتبقية من أرض المصنع .



من التمثيل السابق نجد أنّ :

في الشكل (أ) : يمثل قطعة الأرض التي مساحتها s^2 وموضع الغرفة المراد أخذها والتي مساحتها v^2 .

في الشكل (ب) : يمثل مساحة قطعة الأرض المتبقية من المصنع $(s^2 - v^2)$ ومقسمة إلى منطقتين :

- (١) منطقة مستطيلة بعدها s ، $(s - v)$ وحدة طول .
- (٢) منطقة مستطيلة بعدها v ، $(s - v)$ وحدة طول .

$$\text{مساحة قطعة الأرض المتبقية} = \text{مساحة القطعة (١)} + \text{مساحة القطعة (٢)}$$

$$= s(s - v) + v(s - v)$$

$$(s^2 - v^2) = (s + v)(s - v) \text{ وحدة مربعة}$$

عمومًا :

الفرق بين مربعين كميتين يساوي حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينهما .
أي أنّ : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

العبارات والمفردات :

فرق بين مربعين

Difference of Two Squares.

تحليل الفرق بين مربعين

Factorising The Difference of Two Squares

تذكّر أنّ :

- مساحة المستطيل = الطول \times العرض
- مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه

معلومات مفيدة :

- يستعمل مُصممو الأثاث التحليل إلى العوامل في تحديد أبعاد مساحة الغرف كي يستطيعوا تنظيم عملية توزيع الأثاث .



مثال (١) :

حلل $s^2 - 4$ ، ثم تحقق من صحة إجابتك :

الحل :

لاحظ أن : s^2 مربع s ، كذلك 4 مربع 2

$$s^2 - 4 = (s - 2) - (s + 2)$$

$$= (s - 2)(s + 2)$$

التحقق : اضرب $(s + 2)(s - 2)$

$$s^2 - 2s + 2s - 4 = (s - 2)(s + 2)$$

$$s^2 - 4 =$$

تم التحميل من



تدرّب (١)

حلل ما يلي تحليلًا تامًا :

ب $s^2 - 25$

$$s^2 - 25 = (s - 5) - (s + 5)$$
$$= (s - 5)(s + 5)$$

أ $v^2 - 16$

$$v^2 - 16 = (v - 4) - (v + 4)$$
$$= (v - 4)(v + 4)$$

د $l^2 - 36$

$$l^2 - 36 = (l - 6) - (l + 6)$$
$$= (l - 6)(l + 6)$$

ج $h^2 - 81$

$$h^2 - 81 = (h - 9) - (h + 9)$$
$$= (h - 9)(h + 9)$$



تدرّب (٢)

حلل ما يلي تحليلًا تامًا :

ب $2l - 18$

$$2l - 18 = 2(l - 9)$$
$$= 2(l - 3)(l + 3)$$

أ $s^3 - s$

$$s^3 - s = s(s^2 - 1)$$
$$= s(s - 1)(s + 1)$$

فكر وناقش

يرى يوسف أن $ص^2 + ص^2$ يمكن تحليلها إلى $(ص + ص)(ص + ص)$.
فهل توافقه الرأي؟ فسّر ذلك.

تدرّب (٣) :

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $١٠٠ - ٢(٢ - ص)$

$٢(١٠) - ٢(٢ - ص) =$

$(١٠ - ٢ - ص)(١٠ + ٢ - ص) =$

$(٨ - ص)(١٢ - ص) =$

ب $٢٥ - (٢٥ + ص)$

$((٢٥ + ص) - ٥)(٢٥ - ٥) =$

$(٢٠ + ص)(٢٠) =$

تدرّب (٤) :

أوجد قيمة ما يلي بالتحليل :

أ $٢(٧) - ٢(٩٣)$

$(٧ - ٩٣)(٧ + ٩٣) =$

$٨٦ \times ١٠٠ =$

$٨٦٠٠ =$

ب $٢(٤,٥) - ٢(٢٥,٥)$

$(٤,٥ - ٢٥,٥)(٤,٥ + ٢٥,٥) =$

$٢١ \times ٣٠ =$

$٦٣٠ =$

مثال (٢) :

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

$ص^2(ص + ١) - ٤(ص + ١)$

الحل :

$ص^2(ص + ١) - ٤(ص + ١)$

$(ص^2 - ٤)(ص + ١) =$

$(ص + ١)(ص - ٢)(ص + ٢) =$

تدرّب (٥) :

حلّ ما يلي :

أ $٢٥س - \frac{٢ص}{٣٦}$

$٢\left(\frac{ص}{٦}\right) - ٢(٥س) =$

$\left(\frac{ص}{٦} - ٥س\right) \left(\frac{ص}{٦} + ٥س\right) =$

ب $\frac{١٦}{٢٥}ه - \frac{١}{٩}س$

$\frac{١٦}{٢٥}\left(\frac{ه}{٥}\right) - \frac{١}{٩}\left(\frac{س}{٣}\right) =$

$\left(\frac{١٦}{٢٥} + \frac{س}{٣}\right) \left(\frac{١٦}{٢٥} - \frac{س}{٣}\right) =$

فكر وناقش

هل $(س + ص + ٨)(س + ص - ٨)$ يمثلان عاملين لفرق بين مُربعين؟
فسر ذلك.

تدرّب (٦) :



يلجأ مُصممو الأثاث إلى مفاهيم الرياضيات في تصميماتهم وذلك للخروج بنتائج دقيقة، حيث وضع المُصمم عبد المحسن سجادة مستطيلة الشكل بعدها س، ٢س ثم وضع فوق هذه السجادة طاولة طعام مستطيلة الشكل بعدها ص، ٢ص حيث $(س < ص)$.

أ اكتب تعبيراً جبرياً يبين مساحة القطعة المتبقية من السجادة مستخدماً س، ص، ثم حلّ هذا التعبير.

مساحة القطعة المتبقية من السجادة = مساحة الجادة - مساحة الطاولة

$٢س \times س - ص \times ٢ص =$

$٢س^٢ - ٢ص^٢ =$

$٢(س^٢ - ص^٢) =$

$٢(س - ص)(س + ص) =$

ب أوجد المساحة المتبقية من السجادة إذا كان س = ٣ وحدات طول، ص = ٢ وحدة طول

المساحة المتبقية = $٢(٣ - ٢)(٣ + ٢) =$

$١٠ = ٥ \times ٢ =$ وحدات مربعة

تمرّن :

١ أكمل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

أ $س^2 - ١٠٠ = (س + ١٠)(س - ١٠)$

ب $٤ص^2 - ٤٩ = (ص + ٧)(ص - ٧)$

ج $٢٥س^2 - ٩ = (س + ٣)(س - ٣)$

د $١٦ - ٩ = (٣ - ٤)^2$

٢ حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا ثم تحقق من صحة إجابتك :

ب $١٠٠ - ١٠٠هـ^2$

$(١٠هـ + ١٠هـ)(١٠هـ - ١٠هـ)$

التحقّق: $١٠هـ^2 + ١٠هـ - ١٠هـ - ١٠هـ^2$

$= ١٠هـ^2 - ١٠هـ^2$

أ $٢٥ - ٢٥س^2$

$(٥س + ٥)(٥س - ٥)$

التحقّق: $٢٥س + ٢٥س - ٢٥س - ٢٥س$

$= ٢٥س - ٢٥س$

٣ حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

ب $٣٦ - ٢٤م^2$

$٤(٣ - ٢م)$

$٤(٣ + ٢م)(٣ - ٢م)$

أ $١ - ١ص^2$

$(١ + ١ص)(١ - ١ص)$

د $٤٩ن^2 - ٨١ك^2$

$(٧ن - ٩ك)(٧ن + ٩ك)$

ج $٤س^2 - ٩ص^2$

$(٣ص - ٢س)(٣ص + ٢س)$

و $٣٦ - ٤٩ع^2$

$٩(٤ - ٤ع)$

$٩(٤ + ٤ع)(٤ - ٤ع)$

هـ $١٠٠ - ٤س^2$

$٤(٥س - ٥)$

$٤(٥س + ٥)(٥س - ٥)$

ح ٢س - ١٨س^٣

٢س (١-٩س)
٢س (١-٣س) (١+٣س)

ز ٧٥ - ٣م^٢

٣ (٢٥-٣م)
٣ (٥-٣) (٥+٣)

٤ حل ما يلي تحليلًا تامًا:

ب (٠, ١٦) - (٠, ٤ - ن)^٢

(١٦ - ن) (٤ + ن)
(١٦ - ن) (٤ - ن)

أ (١ + م) - ٤٩

(٧ + (١ + م)) (٧ - (١ + م))
(٧ + م) (٧ - م)

٥ أوجد قيمة ما يلي بالتحليل:

ب ١ - (٩٩)^٢

(١ - ٩٩) (١ + ٩٩)
١ - ٩٨٠٠ = ٩٨٠ × ١٠٠

أ (١١٤) - (١١٥)^٢

(١١٤ - ١١٥) (١١٤ + ١١٥)
١ × ٢٢٩ = ٢٢٩

د (٤٢, ٣) - (٥٧, ٧)^٢

(٤٢, ٣ - ٥٧, ٧) (٤٢, ٣ + ٥٧, ٧)
١٥٤٠ = ١٥٤ × ١٠٠

ج (٢٠٩) - (٢١٠)^٢

(٢٠٩ - ٢١٠) (٢٠٩ + ٢١٠)
١ × ٤١٩ = ٤١٩

٦ حل ما يلي تحليلًا تامًا:

ب $\frac{1}{٤} - \frac{1}{٢٥}$

$(\frac{1}{٤} + \frac{1}{٥}) (\frac{1}{٤} - \frac{1}{٥})$

أ $\frac{٤س}{٩} - \frac{٢ب}{٣}$

$(\frac{٤س}{٩} + \frac{٢ب}{٣}) (\frac{٤س}{٩} - \frac{٢ب}{٣})$

د $\frac{1}{٤}ه - ٢٥ع$

$(\frac{1}{٤}ه - ٢٥ع) (\frac{1}{٤}ه + ٢٥ع)$

ج (٥ - م) - ١٢١

(١١ - م) (١١ + م)
(١٦ - م) (٦ - م)
٤ (٣ - م) (٣ + م)
٤ (٣ - م) (٣ - م)

حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد

Solving a First Degree Equation With One Variable

٤-١٠

سوف تتعلم: كيفية حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد .

نشاط :



مما سبق دراسته أكمل حل المعادلات التالية، حيث $s \in \mathbb{R}$.

أ) $s + 5 = 7$

$s + 5 = 7$

$s = 2$

ب) $s - 3 = 14$

$s - 3 = 14$

$s = 17$

ج) $2s = 10$

$2s = 10$

$s = 5$

د) $s = \frac{8}{6}$

$s = \frac{8}{6}$

$s = \frac{4}{3}$

تدريب (١) :



يعرض أحد مواقع الإعلانات فستاناً بتصميم معين بمبلغ ١٢ ديناراً، يضاف إليه ٣ دنانير مقابل خدمة التوصيل إلى المشتري، فإذا أرادت ندى أن تشتري عددًا من الفساتين بمبلغ ٧٥ ديناراً، فكم فستاناً يمكن أن تشتري؟



الحل :

نفرض أن عدد الفساتين هو s فستاناً .

أكمل :

$12s + 3 = 75$

$12s + 3 = 75$

$12s = 72$

$s = \frac{72}{12}$

$s = 6$

∴ عدد الفساتين التي اشترتها ندى هو ٦ فساتين .

العبارات والمفردات :

معادلة

Equation

Variable متغير

عملية عكسية

Inverse

Property

معلومات مفيدة :

يعتمد عمل كاميرات المرور لحساب سرعة السيارات المخالفة على معادلات مبرمجة داخلها، وتقوم الكاميرا بحساب الزمن الذي تقطعه السيارة خلال المسافة التي ترصدها ومنها تعين السرعة وتحدد إن كانت السيارة مخالفة أم لا حسب حدود السرعة المسموح بها .



تدرّب (٢) :

أوجد حل المعادلات التالية حيث $s \in \mathbb{R}$:

أ $3s - 18 = 4 - s$

$3s - 18 = 4 - s + s$

$18 - 4 = 3s - s$

$14 = 2s$

$7 = s$

$\frac{14}{2} = \frac{2s}{2}$

$\frac{7}{1} = \frac{s}{1}$

ب $5(s - 2) = 4$

$5s - 10 = 4$

$5s = 14$

$s = \frac{14}{5}$

$s = \frac{14}{5}$

فكر وناقش

لهذه المعادلة $5s - 2 = 5s - 6$ يوجد :

أ حلّ وحيد

ب عدد لانتهائي من الحلول

ج لا يوجد حلّ

د يوجد حلّان

تدرّب (٣) :

أوجد حلّ المعادلة حيث $s \in \mathbb{R}$:

$\frac{38}{5} = \frac{2}{3}s + \frac{3}{5}s$

$\frac{38}{5} = (\frac{2}{3} + \frac{3}{5})s$

$\frac{38}{5} = (\frac{10}{15} + \frac{9}{15})s$

$\frac{38}{5} = \frac{19}{15}s$

$\frac{38}{5} \times \frac{15}{19} = s$

$s = 14$

مثال (١):

اكتب $٠,٦$ على شكل كسر في أبسط صورة.

الحل:

استخدم متغيرًا واجعله يساوي الكسر العشري المتكرر
اضرب الطرفين في ١٠ (لأن رقمًا عشريًا واحدًا يتكرر)

اطرح ن من الطرفين
عوّض . (تذكر أنّ $٠,٦ = ن$)

اقسم على ٩ لإيجاد قيمة ن
اكتب الكسر في أبسط صورة

$$\begin{aligned} ٠,٦ &= ن \\ ٠,٦ \times ١٠ &= ن \times ١٠ \\ ٦,٦ - &= ١٠ن \\ ١٠ن - ٦,٦ &= ن - ٦,٦ \\ ٩ن - ٦,٦ &= ن - ٦,٦ \\ ٩ن &= ٦ \\ \frac{٦}{٩} &= \frac{ن}{٩} \\ \frac{٢}{٣} &= ن \\ \therefore ٠,٦ &= \frac{٢}{٣} \end{aligned}$$

تذكّر أنّ:

المعكوس الجمعي
للعدد ٢ هو (٢-)
بـحيث ٢ + (٢-) =
صفر
المعكوس الضربي
للعدد ٢ هو $\frac{١}{٢}$
بـحيث $٢ \times \frac{١}{٢} = ١$

تم التحميل من

موقع مدرستي

مثال (٢):

اكتب $٠,١٥$ على شكل كسر في أبسط صورة:

الحل:

استخدم متغيرًا واجعله يساوي الكسر العشري المتكرر
اضرب الطرفين في ١٠٠ (لأن رقمين عشريين يتكرران)

اطرح ن من الطرفين
عوّض . (تذكر أنّ $٠,١٥ = ن$)

اقسم على ٩٩ لإيجاد قيمة ن
اكتب الكسر في أبسط صورة

$$\begin{aligned} ٠,١٥ &= ن \\ ٠,١٥ \times ١٠٠ &= ن \times ١٠٠ \\ ١٥,١٥ &= ١٠٠ن \\ ١٠٠ن - ١٥,١٥ &= ن - ١٥,١٥ \\ ٩٩ن - ١٥,١٥ &= ن - ١٥,١٥ \\ ١٥ &= \\ \frac{١٥}{٩٩} &= \frac{ن}{٩٩} \\ \frac{٥}{٣٣} &= \frac{١٥}{٩٩} = ن \\ \therefore ٠,١٥ &= \frac{٥}{٣٣} \end{aligned}$$



www.school-kw.com

تمرّن :

١ حل كلاً من المعادلات التالية في \mathbb{R} ، ثم تحقق من صحة إجابتك :

أ $19 = 4 + 3ص$

$4 - 19 = 4 - 4 + 3ص$

$0 = 3ص \Rightarrow \frac{0}{3} = \frac{3ص}{3}$

$19 = 4 + 0 \times 3$: التحقّق

ب $11 = 19 + \frac{1}{2}ك$

$19 - 11 = 19 - 19 + \frac{1}{2}ك$

$8 = \frac{1}{2}ك$

$8 \times 2 = \frac{1}{2}ك \times 2$

$16 = ك$

ب $5 = (7 - 2)ص$

$5 = 14 - 2ص$

$14 + 5 = 14 + 14 - 2ص$

$\frac{19}{2} = \frac{2ص}{2} \Rightarrow 9\frac{1}{2} = ص$

$5 = \frac{19}{2} \times 2 = 2 \times 9\frac{1}{2}$: التحقّق

د $5 = 3(2 + 2)ص$

$5 = 3 \times 3 + 3 \times 2ص$

$5 = 3 + 6ص$

$3 = 3 \Rightarrow \frac{3}{3} = \frac{3}{3} \Rightarrow 1 = 1$

٢ قطعة خشبية كان يبلغ طولها 40 سم قطعت إلى ثلاث قطع .

أطوال القطع الثلاث بالسنتيمتر هي :

$2ص - 5$ ، $ص + 7$ ، $ص + 6$

ما هو طول القطعة الأكثر طولاً ؟

$2ص - 5 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 30$

$2ص - 5 = 30 \Rightarrow 2ص = 35 \Rightarrow 2ص = 35$

$\frac{35}{2} = \frac{2ص}{2} \Rightarrow 17\frac{1}{2} = ص$: طول القطعة الأولى

الثانية : $10 = 7 + 8$

الثالثة : $14 = 6 + 8$

٣ اكتب كلاً ممّا يلي على شكل كسر في أبسط صورة موضّحاً خطوات الحل .

أ $\frac{3}{0}$ ، $\frac{3}{3}$

ليكن $ن = \frac{3}{3}$

$1 \times 1 = 1 \times \frac{3}{3}$

$1 = 1 \times \frac{3}{3}$

$1 = 1 - \frac{3}{3} = \frac{3}{3} - \frac{3}{3}$

$\frac{3}{9} = \frac{9}{9}$

$ن = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

ب $\frac{24}{0}$ ، $\frac{24}{24}$

ليكن $ن = \frac{24}{24}$

$10 \times 1 = 10 \times \frac{24}{24}$

$10 = 10 \times \frac{24}{24}$

$10 = 10 - 99 = 99 - 89$

$\frac{99}{99} = \frac{99}{99}$

$ن = \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

تذكّر أنّ :

الخاصية التوزيعية
 $2(س + ص) = 2س + 2ص$

يمثل ١٥ س + ١٠ أجره مريم بعملة (الزد) ليوم عمل واحد في أحد المطاعم ،
س تمثل عدد الساعات التي تعملها مريم في اليوم . تأخذ مريم ١٠ زد في اليوم
بدل سفرها في الباص .

أ) ما الذي يمثله العدد ١٥ في التعبير الجبري ؟

عدد ساعات التي تعملها مريم

ب) عملت مريم يوم الأحد ٤ ساعات ، كم زدًا تأخذ ؟

$$١٥ \times ٤ + ١٠ = ٦٠ + ١٠ = ٧٠ \text{ زدًا}$$

ج) كم ساعة يجب أن تعمل مريم يوم الإثنين لكي تحصل على ١١٥ زد ؟

$$١٥ \text{ س} + ١٠ = ١١٥$$

$$٥ \text{ س} + ١٠ = ١١٥ - ١٠$$

$$\frac{١٠٥}{١٥} = \frac{١٠٥}{١٥}$$

$$\text{س} = ٧ \text{ ساعة}$$



٥) كلفة إيجار سيارة في اليوم الواحد هي ١٢ دينارًا
مضافاً إليها ٢٠ دينارًا بدل تأمين ثابت . في إحدى
المرات دفع جمال ١٢٨ دينارًا مقابل سيارة
استأجرها ، فكم يومًا استأجر جمال هذه السيارة ؟

نظرنه ان عدد الايام س

$$١٢ \text{ س} + ٢٠ = ١٢٨$$

$$١٢ \text{ س} + ٢٠ = ١٢٨ - ٢٠$$

$$١٢ \text{ س} = ١٠٨ \Rightarrow \frac{١٠٨}{١٢} = \frac{١٠٨}{١٢}$$

$$\text{عدد الايام} = ٩ \text{ ايام}$$

يقول سالم: أختي تبلغ من العمر ٤ أضعاف العمر الذي يبلغه أخي ، وعند جمع عمريهما معاً فإن المجموع يصبح ٢٠ . فكم عمر أخو سالم ؟

نصف عمر الاخ من سنة
عمر الاخت ٤ من سنة

$$٤ \text{ س} + \text{س} = ٢٠$$

$$٥ \text{ س} = ٢٠$$

$$\text{س} = ٤ \quad \text{عمر الاخ} = ٤ \text{ سنوات}$$

يبلغ راتب مدير في إحدى الشركات ٣ أمثال راتب موظف في الشركة نفسها مضافاً إليه ٦٠ ديناراً. إذا كان راتب المدير يساوي ١٣٦٥ ديناراً ، فكم يبلغ راتب الموظف ؟

نصف راتب الموظف من

$$\text{راتب المدير} = ٣ \text{ س} + ٦٠$$

$$٣ \text{ س} + ٦٠ = ١٣٦٥$$

$$٣ \text{ س} = ١٣٦٥ - ٦٠$$

$$٣ \text{ س} = ١٣٠٥ \Rightarrow \text{س} = \frac{١٣٠٥}{٣} = ٤٣٥ \text{ دينار}$$

إذا كان $١ - ٢ = ٩$ ، فما قيمة $١٠ - ٥$ ؟

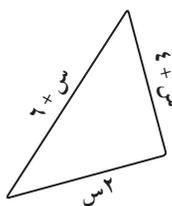
د ٢٥

ج ٤٥

ب ٥٥

أ ٧٥

إذا كان مجموع أطوال أضلاع هذا المثلث = ٣٠ سم فإن طول الضلع الأطول بالسنتيمتر =



د ١٥

ج ١٣

ب ١٢

أ ١١

حل معادلات من الدرجة الثانية فيه متغير واحد بالتحليل

Solving Second Degree Equations with One Variable by Factorising

٥-١٠

سوف تتعلم: حل المعادلة التربيعية باستخدام التحليل .

نشاط :



طلبي أحمد الجزء العلوي والأيمن من حائط منزله المربع الشكل (انظر الصورة إلى اليسار) .
أراد أن يحسب عرض الحائط س مع علمه أن المساحة المتبقية للطلبي هي ٥ أمتار مربعة .

١ أوجد مساحة الجزء المطلي . $٥ \times ٥ = ٢٥$ اعتبر مربعة

٢ أوجد المساحة الكلية للحائط بدلالة س . $س \times س$

٣ أوجد المساحة المتبقية للطلبي بدلالة س . $س \times س - ٢ \times ٢$

٤ اكتب معادلة المساحة المتبقية بدلالة س . $س \times س - ٤ = ٥$

٥ اكتب المعادلة في (٤) على صورة ضرب عاملين على أن يكون أحد طرفيها

صفرًا . $(س - ٢)(س + ٣) = ١$

٦ أوجد عرض الحائط . $س = ٣$

٧ بعد إيجادك عرض الحائط ، ماذا تستنتج من المعادلة

$(س - ٢)(س + ٣) = ٥$ ؟ $س = ٣$ أو $س = -٣$

معلومات مفيدة :

يستخدم حل المعادلات التربيعية في مصانع إنتاج الصناديق الكرتونية .



العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

Second Degree Equation with One Variable

تحليل Factorise

ملاحظة :

لكل ١ ، ٢ عدنان نسيبان ، إذا كان $١ = ٢$ ، فإن $١ = ٢$ أو $١ = ٢$.

فمثلاً : إذا كان $(س + ٣)(س + ٢) = ٥$ ،

فإن $س + ٣ = ٥$ أو $س + ٢ = ٥$.

مثال (١) :

أوجد مجموعة حل المعادلة $(س + ٥)(س + ٦) = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$ ، ثم تحقق من صحة الحل .

الحل :

$$٠ = (س + ٥)(س + ٦)$$

$$\text{إما } ٠ = س + ٥$$

$$٥ - = س$$

$$\mathbb{R} \ni ٥ - \therefore$$

$$\text{أو } ٠ = س + ٦$$

$$٦ - = س$$

$$\mathbb{R} \ni ٦ - \therefore$$

\therefore مجموعة الحل = $\{٦ - ، ٥ -\}$

التحقق من صحة الحل :

عندما $س = ٥ -$ نعوض

$$٠ \stackrel{?}{=} (٦ + ٥ -)(٥ + ٥ -)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} ١ \times ٠$$

$$٠ \stackrel{\checkmark}{=} ٠$$

عندما $س = ٦ -$ نعوض

$$٠ \stackrel{?}{=} (٦ + ٦ -)(٥ + ٦ -)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} ٠ \times ١ -$$

$$٠ \stackrel{\checkmark}{=} ٠$$

تدرّب (١) :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $(س - ٥)(س - ٢) = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$ ، ثم تحقق من صحة الحل .

$$٠ = (س - ٥)(س - ٢)$$

$$\therefore \text{إما } ٠ = س - ٥$$

$$٥ = س$$

$$س = \frac{٥}{٣} ، \frac{٥}{٣} \in \mathbb{R}$$

\therefore مجموعة الحل = $\{٥ ، \frac{٥}{٣}\}$

التحقق من صحة الحل :

$$\text{عندما } س = \frac{٥}{٣}$$

$$(٢ - \frac{٥}{٣})(٥ - \frac{٥}{٣} \times ٣)$$

$$٠ = \frac{١}{٣} - ٠$$

$$\text{عندما } س = ٥$$

$$(٢ - ٥)(٥ - ٥ \times ٣)$$

$$٠ = ٠ \times ١$$

ملاحظة:

المعادلتان:

$$س^2 - 4 = 0$$

$$س(س - 2) = 0$$

تسميان معادلتين

متكافئتين .

مثال (٢) :

أوجد مجموعة حل المعادلة $س^2 - 5 = 0$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$.

الحل :

$$س^2 - 5 = 0$$

$$س(س - 5) = 0$$

حلّ

حل معادلات من الدرجة الأولى

$$س = 5 \quad \text{أو} \quad س = 0$$

$$س = 5 \quad \text{أو} \quad س = 0$$

$$\frac{س}{5} = \frac{س}{5} \quad \text{أو} \quad س = 0$$

$$س = 5 \quad \text{أو} \quad س = 0$$

$$س \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad س \in \mathbb{R} \quad \therefore \frac{س}{5} \notin \mathbb{R}$$

\therefore مجموعة الحل = $\{0\}$

ب) أوجد مجموعة حل المعادلة $س^2 = 4$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$.

الحل :

$$س^2 = 4$$

$$س^2 - 4 = 0$$

$$س(س - 2) - 2(س - 2) = 0$$

$$س(س - 2) = 2(س - 2)$$

$$س = 2 \quad \text{أو} \quad س = 2 + 2 = 4$$

$$س = 2 \quad \text{أو} \quad س = 2 - 2 = 0$$

$$س \in \mathbb{R} \quad \therefore 2 \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad 0 \in \mathbb{R}$$

\therefore مجموعة الحل = $\{2, 0\}$

ج) أوجد مجموعة حل المعادلة $س(س + 3) - 1 = 0$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$.

الحل :

$$س(س + 3) - 1 = 0$$

$$س(س + 3) = 1 \quad \text{فرق بين مربعين}$$

$$س(س + 3) = 1 \quad \text{بسّط}$$

$$س = 1 + 3 = 4 \quad \text{أو} \quad س = 2 + 2 = 4$$

$$س = 4 \quad \text{أو} \quad س = 2 - 2 = 0$$

$$س \in \mathbb{R} \quad \therefore 4 \notin \mathbb{R} \quad \text{و} \quad 0 \notin \mathbb{R}$$

\therefore مجموعة الحل = $\{\emptyset\}$



تم التكميل من
موقع مدرستي

www.school-kw.com

فكر وناقش

هل للمعادلة $s^2 + 4 = 0$ حل في \mathbb{R} (مجموعة الأعداد النسبية)؟ فسّر إجابتك.

تدرّب (٢) :

أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ $2m^2 - 5 = 0$ ، حيث $m \in \mathbb{R}$

$$2m^2 - 5 = 0$$

$$2m^2 = 5 \Rightarrow m^2 = \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$2m^2 = (m^2 + m^2) = (m - \frac{5}{2})(m + \frac{5}{2})$$

إما $m = \frac{5}{2}$ وهو مرفوض $m = (m + \frac{5}{2}) = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$
 $m = (m - \frac{5}{2}) = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{2}$

∴ مجموعة الحل = $\left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

ب $(2 + v)^2 - 9 = 0$ ، حيث $v \in \mathbb{R}$

$$0 = [(2 + v)^2 - 9] = [(2 + v) + 3][(2 + v) - 3]$$

$$0 = (2 + v + 3)(2 + v - 3)$$

$$0 = (5 + v) \text{ أو } 0 = (2 + v - 3)$$

$$v = -5 \text{ أو } v = 1$$

∴ مجموعة الحل = $\{-5, 1\}$

تمرّن :

١ تحقق من أنّ :

أ $s = 1$ حلًّا للمعادلة :

$$0 = (s - 1)^2$$

$$0 = (1 - 1)^2 = 0$$

ليس حل

ب $s = 1$ حلًّا للمعادلة :

$$0 = (s + 4)(s - 1)$$

$$0 = (1 + 4)(1 - 1)$$

$$0 = 5 \times 0$$

نعم حل

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية حيث $s \in \mathbb{R}$.

أ $0 = (s + 4)(s - 2)$

$$\begin{array}{l|l} s + 4 = 0 & s - 2 = 0 \\ s = -4 & s = 2 \end{array}$$

ح. م $\{ -4, 2 \}$

ب $0 = (s + 4)(s^3 + 10)$

$$\begin{array}{l|l} s + 4 = 0 & s^3 + 10 = 0 \\ s = -4 & s^3 = -10 \\ s = \sqrt[3]{-10} \end{array}$$

ح. م $\{ -4, \sqrt[3]{-10} \}$

ج $0 = (s + 8)(s + 7)$

$$\begin{array}{l|l} s + 8 = 0 & s + 7 = 0 \\ s = -8 & s = -7 \end{array}$$

ح. م $\{ -8, -7 \}$

د $0 = (s + 5)(s - 5)$

$$\begin{array}{l|l} s + 5 = 0 & s - 5 = 0 \\ s = -5 & s = 5 \end{array}$$

ح. م $\{ -5, 5 \}$

٣ إذا كان $s - 4 = 9$ ، فما قيمة $s^2 - 4$ ؟

د ٨١

ج ٩٧

~~ب ١٦٥~~

أ ١٦٩

حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد

Solving First Degree Inequalities with One Variable

٦-١٠



سوف تتعلم: كيفية حل متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد .

نشاط :



مصعد إحدى البنايات حمولته القصوى ٥٠٠ كيلوجرام ، فإذا كان متوسط وزن الشخص الواحد ٨٠ كيلوجراماً من سكان البناية ، فما هو أكبر عدد من الأشخاص الذين يسمح لهم بركوب المصعد في الوقت نفسه ؟

نفرض أن عدد الأشخاص هو x سن

وزن الشخص الواحد هو 80 كجم

الوزن الكلي للأشخاص هو $80x$ سن

أقصى حمولة للمصعد هي 500 كجم

يجب أن يكون الوزن الكلي للأشخاص أصغر من أقصى حمولة للمصعد

نعبر عن ذلك بالمتباينة : $80x < 500$

المتباينة: هي جملة رياضية (تعبير رياضي) تربط بين أعداد أو مقادير بإحدى العلاقات (الرموز) : $< , > , \leq , \geq$

نعلم أن : $2 < 3$ ونفس المعنى $3 > 2$

كذلك $4 + 2 < 4 + 3$ ، $1 - 3 < 1 - 2$

ولكن $5 \times 2 < 5 \times 3$ و $2 - \times 2 > 2 - \times 3$

خواص المتباينات: إذا كانت a ، b ، c أعداداً نسبية وكانت $a < b$ فإن :

١ $a + c < b + c$

٢ $a - c < b - c$

٣ $a \times c < b \times c$ ، $a < b$ ، $c < 0$ (ج عدد موجب) .

٤ $a \times c > b \times c$ ، $a > b$ ، $c < 0$ (ج عدد سالب) .

العبارات والمفردات :

متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد

First Degree Inequality with One Variable

حل متباينة

Solving Inequality

تذكر أن :

العبارات التي تدل على المتباينات

• أقل من ، أصغر من $(>)$

• أكبر من أكثر من $(<)$

• أقل من أو يساوي (\geq)

• على الأكثر ، لا يزيد على (\leq)

• أكبر من أو يساوي (\leq)

• على الأقل ، لا يقل عن (\geq)

معلومات مفيدة :

يستخدم النجارون المتباينات لإيجاد العدد الأكبر من الخزائن التي يريدون صنعها إذا كان لديهم كمية محددة من الخشب .



مثال :

حل المتباينات التالية :

أ $3m > 9$ ، $m \in \mathbb{P}$

الحل :

$$\frac{9}{3} > \frac{3m}{3}$$

$$3 > m$$

$$m \in \{0, 1, 2\}$$

∴ مجموعة الحل =

$$\{0, 1, 2\}$$

ب $3m > 9$ ، $m \in \mathbb{V}$

الحل :

$$\frac{9}{3} > \frac{3m}{3}$$

$$3 > m$$

$$m \in \{... , -1, -0, 1, 2\}$$

∴ مجموعة الحل =

$$\{... , -1, -0, 1, 2\}$$

ج $3m \geq 9$ ، $m \in \mathbb{V}$

الحل :

$$\frac{9}{3} \geq \frac{3m}{3}$$

$$3 \geq m$$

$$m \in \{... , 0, 1, 2, 3\}$$

∴ مجموعة الحل =

$$\{... , 0, 1, 2, 3\}$$

تذكّر أنّ :

- النظر الجمعي للعدد
٢ هو (-٢)

بحيث $0 = (-٢) + ٢$

- النظر الضري للعدد

٢ هو $\frac{1}{٢}$ بحيث

$$١ = \frac{1}{٢} \times ٢$$

فكر وناقش

من المثال السابق قالت نورة: أنني لا أستطيع أن أكتب مجموعة الحل بذكر العناصر إذا كانت $m \in \mathbb{P}$. فهل ما تقوله نورة صحيح؟ فسر إجابتك.

تذكّر أنّ :

خطوات حل المتباينة

من الدرجة الأولى في

متغير واحد تطابق

خطوات حل المعادلة

من الدرجة الأولى في

متغير واحد.

تدرّب (١)

اكتب أول خطوة تجريبها في حل كل متباينة من المتباينات التالية :

ج $4 - 3 < \frac{2}{5}$

$$4 - 3 - 3 < \frac{2}{5} - 3$$

ب $2m > 9$

$$\frac{9}{2} > m$$

أ $5 + 3 \geq 5$

$$5 - 3 \geq 5 - 3$$

تدرّب (٢)

حل المتباينة: $m + 5 < 0$ ، $m \in \mathbb{P}$.

إضافة النظر الجمعي

$$0 - 5 < 0 - 5$$

$$-5 < m$$

∴ حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من -5 .

تدرّب (٣) :

حل المتباينات التالية حيث $s \in \mathbb{R}$:

أ $2s + 3 \leq 1$

$2s + 3 - 3 \leq 1 - 3$

العملية العكسية :

$2s \leq -2$

$\frac{2s}{2} \leq \frac{-2}{2}$

العملية العكسية :

$s \leq -1$

تم التمييز هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من أو تساوي

ب $\frac{2}{3}s - \frac{1}{2} > \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}s - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} > \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}s > \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}s > \frac{4}{6} + \frac{3}{6}$

$\frac{2}{3}s \times \frac{3}{2} > \frac{7}{2} \times \frac{3}{2}$

$s > \frac{21}{4}$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من

فكر وناقش

يقول أحمد: أنني أستطيع حل تدرّب (٣) (ب) بطريقة أخرى وهي ضرب طرفي المتباينة في المضاعف المشترك الأدنى (م.م.أ) للمقامات، هل توافقه الرأي؟ فسّر إجابتك.

تدرّب (٤) :

حل المتباينات التالية حيث $s \in \mathbb{R}$:

أ $\frac{s}{3} < \frac{5-s}{3}$

$\frac{s}{3} \times 3 < \frac{5-s}{3} \times 3$

$s < 5-s$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد

النسبية الأكبر من

ب $2s + 2,5 \geq s$

$2s + 2,5 - 2s \geq s - 2s$

$2,5 \geq -s$

$2,5 + s \geq 0$

$s \geq -2,5$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من أو تساوي

تدرّب (٥) :

عند الضرب في عدد
سالِب تغير رمز التباين

أ حل المتباينة $3 - 4 > 8 - 3$ حيث $3 \in \mathbb{R}$:

$$3 - 4 > 8 - 3 \quad \text{ع}$$

$$3 - 4 > 12 - 3$$

$$3 - 4 > 12 - 3 \quad \text{ع}$$

س < ٤ ← حل المتباينة مجموعة الأعداد العنسية الأكبر من ٤

ب حل المتباينة $5 - 3 \leq 2 + 4$ حيث $3 \in \mathbb{R}$:

$$5 - 3 \leq 2 + 4 \quad \text{ص}$$

$$2 \leq 6 \quad \text{ص}$$

$$3 \leq 3 + 4 \quad \text{ص}$$

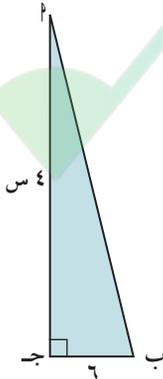
$$3 \leq 7 \quad \text{ص}$$

$$3 \leq 7 \quad \text{ص}$$

ص $\leq \frac{1}{3} < \frac{1}{3} \times 3 \leq \frac{1}{3} \times 7$ ← حل المتباينة مجموعة الأعداد العنسية الأكبر من أو تساوي

تدرّب (٦) :

في الشكل المقابل أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ج ، من البيانات المدونة عليه أوجد مجموعة قيم س التي تجعل مساحة المثلث أصغر من ٤٨ وحدة مربعة .



مساحة المثلث $48 >$

$$48 > \frac{1}{2} \times 6 \times س$$

$$48 > 3 \times س$$

$$48 \times \frac{1}{3} > س \times 3$$

$$س > 16$$

∴ مجموعة قيم س التي تجعل مساحة المثلث أصغر من ٤٨ وحدة مربعة هي :

١ ، ٢ ، ٣ ، الأكبر من صفر والاصغر من ٤

تدرّب (٧) :

س = ٧ يمثل أحد الحلول المتباينة :

أ) س - ٥ > ١ | ب) ٩ - س ≥ ١ | ج) ٢ س ≤ ٥ | د) ٣ س < ٢٧

تمرّن :

١ حل كلاً من المتباينات التالية في ٥ :

أ) ١٩ ≥ ٤ + ٢ص

٢ص + ٤ - ٤ ≥ ٤ - ١٩

٢ص ≥ ١٥

ص ≥ ٧.٥

ص ≥ ٨

حل المتباينة مجموعة الأعداد لشيبة الأصغر من أو تساوي ٨

ب) ١ < ٢ - ١/٣

١ - ١/٣ < ٢ - ١/٣

٢/٣ < ٥/٣

٢ < ٥

حل المتباينة الأعداد لشيبة الأكبر من ٢

ب) ١٥ < ٣ + ٢ص

٢ص + ٣ - ٣ < ١٥ - ٣

٢ص < ١٢

ص < ٦

ص < ٦

حل المتباينة الأعداد لشيبة الأكبر من ٦

د) ١, ١ ≤ ٣, ٤ - ٣٥

٣٥ - ٣٤ + ١/٤ ≤ ٣٤ + ١/٤

١/٤ ≤ ٦٩/٤

١ ≤ ٦٩

حل المتباينة الأعداد لشيبة الأكبر من أو تساوي ١

هـ) ٥ - ٣ س < ١

٥ - ١ < ٥ - ٣ س

٤ < ٥ - ٣ س

٣ س < ١

س > ١/٣

حل المتباينة الأعداد لشيبة الأصغر من ١/٣

و) ٣ - ٤ ص ≥ ٥

٣ - ٥ ≥ ٤ ص - ٤ ص

٣ ≥ ٤ ص

٣/٤ ≥ ص

حل المتباينة الأعداد لشيبة الأكبر من أو تساوي ٣/٤

ح) $2س + 4 \geq 3(س + 1)$

$2س + 4 \geq 3س + 3$
 $س - 3 \geq 3 - 4$
 $س \geq 1$
 $س \leq 1$

صحيحة المتباينة الأعداد النسبية الأكبر من أو تساوي 1

ز) $10(س - 5) < 7(س - 6)$

$10س - 50 < 7س - 42$
 $3س - 8 < 0$
 $3س < 8$
 $س < \frac{8}{3}$

صحيحة المتباينة الأعداد النسبية الأكبر من $\frac{8}{3}$

٢) أوجد طول ضلع مربع الذي يجعل محيط المربع أكبر من محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ٨ وحدة طول.

طول المربع = س محيط المربع = ٤س
محيط المثلث متطابق الأضلاع = ٨ × ٣ = ٢٤ وحدة طول
 $\frac{4س}{4} < \frac{24}{4} \Rightarrow س < 6$

صحيحة المتباينة الأعداد الطبيعية الأكبر من 6

٣) إذا كانت: $٥ \geq س \geq ٢$ ، $٥ \geq ص \geq ٦$ ، فما هي أصغر قيمة للمقدار: س - ٢ص ؟

- أ) ١٠,٥ ب) ٦- ج) ١٠,٥ د) ١١,٥

٤) إذا كانت: $٤ \geq س \geq ١$ ، $٦- \geq ص \geq ٤$ ، فما أعلى قيمة للمقدار: س^٢ - ص^٢ ؟

- أ) ١٦ ب) ٢٤ ج) ٣٠ د) ٣٦

٥) س هو عدد إذا جمعنا له العدد ٦ و ضربنا الناتج في ٧ نحصل على عدد أكبر من ٤١. أي من المتباينات التالية تصف هذه المعطيات ؟

- أ) $٧ + ٦ < ٤١$ ب) $٧س < ٣٥$ ج) $٧س \times ٦ > ٤١$ د) $٧(س + ٦) < ٤١$

مراجعة الوحدة العاشرة
Revision Unit Ten

١٠-٧

١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ.) لما يلي:

ب) ٦س^٢ص ، ٥س^٣ص

ع. م. أ. = ٣س^٢ص

أ) ٧س^٢ص ، ١٤س^٢ص

ع. م. أ. = ٧س^٢ص

٢ حلل المقادير التالية بإيجاد العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ.):

ب) ٣س - ١٥س^٢ + ١٥س^٣

ع. م. أ. = ٣س
(٣ - ٥س + ١٥س^٢)

أ) ١٥س^٢ + ٩س

ع. م. أ. = ٣س
(٣ + ٥س)

٣ حلل ما يلي تحليلًا تامًا:

أ) ٩س^٢ - ٤

(٣ - ٥س)(٣ + ٥س)

ب) (١ - ٢)(٤ - ٣س)

(٣ - ٥س)(٣ + ٥س)
(١ - ٢)(٤ - ٣س)

٤ حل المعادلات التالية حيث س ، ص ∈ ℝ:

ب) ٠ = (٣ + س)(١ - س)

س - ١ = ٠ | س + ٣ = ٠
س = ١ | س = -٣
ح. ٣ = {١، -٣}

أ) ٣ + ١٥ = ٢ + ٣ - $\frac{ص}{٢}$ ، ١٥ = ٣ - $\frac{ص}{٢}$

$\frac{ص}{٢} \times ١٨ = ٣٦$
٣٦ = ص

د) ٠ = (٤ - ٢ص)

(٤ - ٣س)(٤ - ٣س) = ٠
(٤ - ٣س) = ٠ | (٤ - ٣س) = ٠
٤ - ٣س = ٠ | ٤ - ٣س = ٠
٤ = ٣س | ٤ = ٣س
٤/٣ = س | ٤/٣ = س
ح. ٣ = {٤/٣، ٤/٣}

ج) ٨١ = ٢س

س - ٨١ = ٠ | س + ٩ = ٠
(٩ - س)(٩ - س) = ٠
٩ - س = ٠ | ٩ - س = ٠
٩ = س | ٩ = س
ح. ٣ = {٩، -٩}

إختبار الوحدة العاشرة

أولاً: في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

| | | |
|---|--------------------------|--|
| 1 | <input type="checkbox"/> | العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) بين $6س^٢$ و $٣س^٣$ هو $٣س^٣$ |
| 2 | <input type="checkbox"/> | $٢س + ٤س^٢ = ٢س(٢ + ١س)$ |
| 3 | <input type="checkbox"/> | مجموعة حل المعادلة $٢س - ٢٥ = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{P}$ ، هي $\{٥, -٥\}$ |
| 4 | <input type="checkbox"/> | حل المتباينة $٥س - ٢٠ < ٤س$ هو $٤س < ٤$ |

ثانياً: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ المقدار $\frac{٨س^٢}{٢س^٢}$ في أبسط صورة هو :

أ) $٢س$ ب) $\frac{٤}{س}$ ج) $٤س$ د) $٦س$

٦ العدد الذي يمثل حلًا للمعادلة $(س - ٣) = ٠$ (حيث $س \in \mathbb{P}$) هو :

أ) صفر ب) -٣ ج) ٣ د) ٦

٧ اشترى هشام كتابًا و ٥ دفاتر بثمن ١٣٥ زد، إذا علم أنّ ثمن الكتاب يبلغ ٤ أضعاف ثمن الدفتر الواحد، فما ثمن الكتاب؟

أ) ١٥ زد ب) ٨٠ زد ج) ٦٠ زد د) ٤٥ زد

٨ حل المتباينة $2 < 10$ (حيث $s \in \mathbb{R}$) هو :

- كل الأعداد النسبية الأصغر من ٥ كل الأعداد النسبية الأكبر وتساوي ٥
 كل الأعداد النسبية الأصغر وتساوي ٥ كل الأعداد النسبية الأكبر من ٥

٩ مجموعة حل المعادلة : $s^2 = -4$ (حيث $s \in \mathbb{R}$) هو :

- أ ٢ أو -٢ ب ٤ أو -٤ ج مجموعة خالية د كل الأعداد النسبية الأكبر من -٤

١٠ تحليل المقدار $4 + 4k$ هو :

- أ ٨ك ب ٤ ج ٤(١ + ك) د ٤



تم التحميل من

موقع مدرستي

www.school-kw.com