الوحدة الثانية عشرة

الاحتمال
Probability

أنشطة وألعاب مرحة
Activities and Fun Games

نظرية الاحتمالات تلعب دورًا أساسيًّا في الحياة اليومية عبر التنبّؤ بوقوع أو عدم وقوع حدث ما . وتظهر تطبيقاتها في العلوم الطبيعية كعلوم الكيمياء والفيزياء والأحياء ، وبخاصّة علم الوراثة ، وتظهر كذلك في العلوم الإنسانية كعلم الاجتماع وعلم النفس وعلم السياسة ، ولها تطبيقات عملية في مجال الصناعة والتجارة والمال . فأيّ دراسة جدوى لأيّ مشروع تتضمّن احتمالات الربح والخسارة ، كذلك تظهر تطبيقاته في الألعاب وتُطبَّق نظرية الاحتمالات في معاملات البورصة وفي نشرات الأحوال الجوّية كما تُطبَّق في مجال القانون .

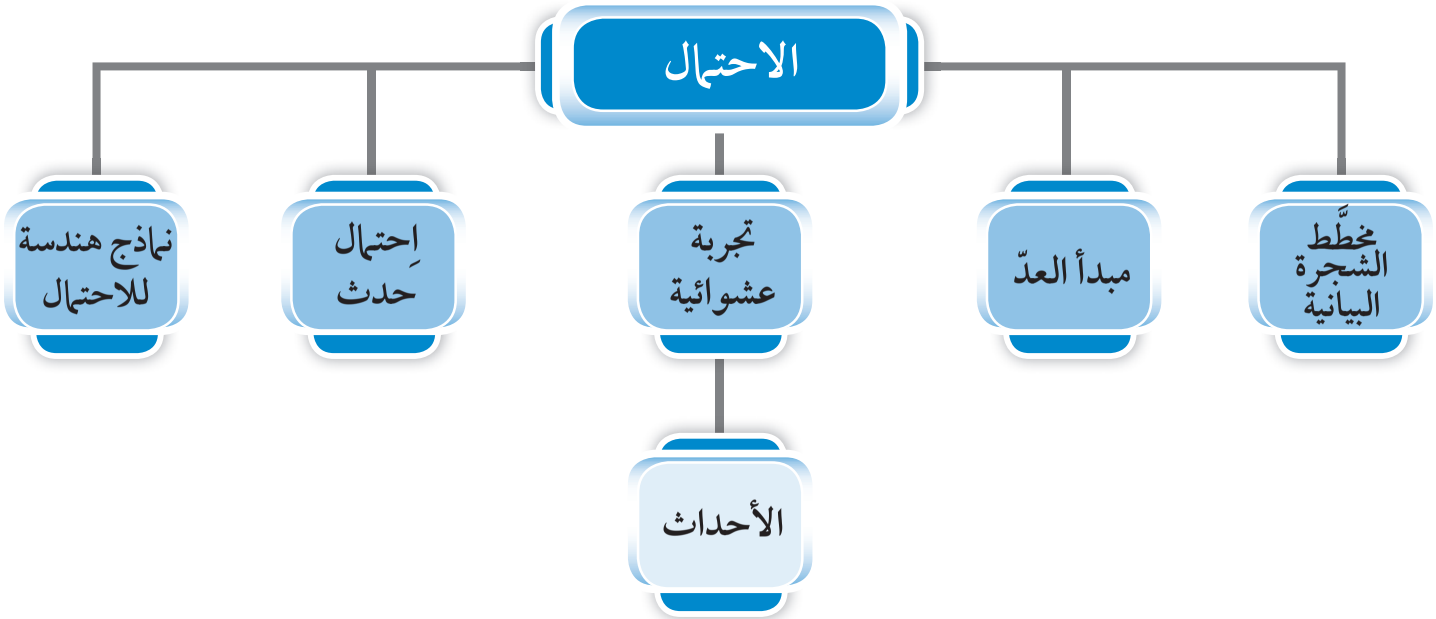
مشروع الوحدة : (لعبتي المسلّية)

اِبتكِر لعبة تتضمّن ما تعرفه عن الاحتمالات لتجعل اللعبة مسلّية .

خطّة العمل :

- اِبدأ بالتفكير في نوع اللعبة التي تريدها .
- اِستخدِم أيًّا من التالي (بطاقات ، قطع نقود ، دوّارات ، مكعّبات مرقَّمة ، أعداد ، عناصر محسوسة) .
- حدِّد عدد اللاعبين (قد تكون لعدد معيَّن من اللاعبين أو تكون لعبة فردية) .
- وضِّح إستراتيجية اللعبة بالخطوات .
- حدِّد شروط الفوز في اللعبة ، ثمّ شارِك زملاءك في اللعب .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية عشرة



١٢-١ مخطَّط الشجرة البيانية ومبدأ العدّ
Tree Diagram and Counting Principle

سوف تتعلّم : كيف تحصي عدد نواتج سلسلة من التجارب وتصنع شجرة بيانية وتستخدم مبدأ العدّ .

العبارات والمفردات :
مخطَّط الشجرة
Tree Diagram
مبدأ العدّ
Counting Principle

نشاط :

في إحدى الألعاب الإلكترونية لسباق السيّارات ، عليك اختيار لون سيّارتك من الألوان (أحمر ، أزرق ، أصفر) ونوع المحرِّك (ديزل ، بنزين) .

ما عدد السيّارات المختلفة التي يمكنك اختيارها ؟

١ ما عدد ألوان السيّارات ؟

٢ ما عدد أنواع المحرِّكات ؟

٣ أُرسم مخطَّط الشجرة البيانية لتجد عدد النواتج الممكنة للسيّارات المختلفة التي يمكن اختيارها ؟

٤ ما العلاقة بين عدد النواتج الممكنة في مخطَّط الشجرة والنواتج في السؤالين (١) و(٢) ؟

معلومات مفيدة :
يستخدم علماء النباتات جداول مبنية على الشجرة البيانية ، لتحديد كلّ الاحتمالات المتوقَّعة لناتج تهجين نوعين مختلفين من النباتات .

يمكن استخدام مخطَّط الشجرة البيانية لتسجيل عدد نواتج تجربة من خطوتين مستقلّتين أو أكثر ، ويمكن إيجاد عدد نواتج تجربة مكوَّنة من عدّة خطوات مستقلّة ، باستخدام قاعدة تُسمّى : مبدأ العدّ

إذا كان عدد نواتج الخطوة الأولى ل وعدد نواتج الخطوة الثانية م ، فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو ل × م .

مثال :

من تجربة رمي قطعة نقود مرّتين متتاليتين ، أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة :

إليكَ طرائق الحل

• **الطريقة الأولى : باستخدام مخطَّط الشجرة البيانية**

عدد النواتج الممكنة هو ٤ نواتج .

• **الطريقة الثانية : باستخدام مبدأ العدّ .**

عدد جميع النواتج الممكنة .

عدد نواتج الرمية الأولى × عدد نواتج الرمية الثانية

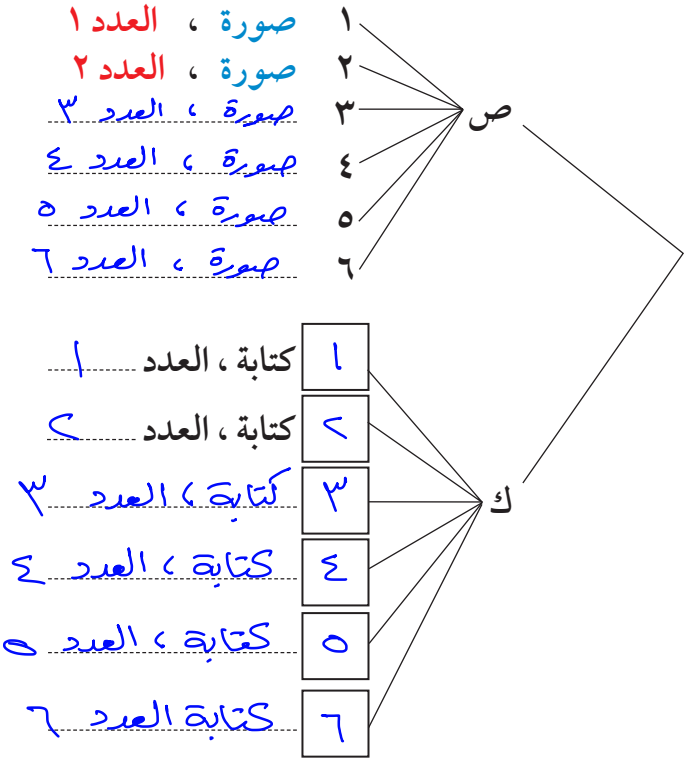
٢ × ٢ = ٤ نواتج

تدرّب (١) :

من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وحجر نرد مرقَّم منتظم ، أُرسم مخطَّط شجرة بيانية يوضّح جميع النواتج الممكنة ، ثمّ استخدِم مبدأ العدّ في إيجاد عدد النواتج الممكنة .

تذكَّرْ أنّ :
عندما نقول مكعّبًا مرقَّمًا نعني مكعّبًا مرقَّمًا : من ١-٦

تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com



باستخدام مبدأ العدّ : عدد النواتج الممكنة = ٦ × ٢ = ١٢

تدرّب (٢) :

اِستخدِم مبدأ العدّ لتجد عدد النواتج الممكنة في الحالات التالية :

أ رمي قطعة نقود من فئة ٥٠ فلسًا ، وقطعة أخرى من فئة ١٠٠ فلس ، وقطعة ثالثة من فئة ٢٠ فلسًا .

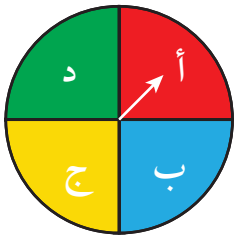
٨ = ٢ × ٢ × ٢

ب اِختيار بطاقة من ٥ بطاقات مرقَّمة من (١ إلى ٥) وسحب بطاقة من ثلاث بطاقات ملونة بالألوان : أحمر ، أزرق ، أبيض .

١٥ = ٣ × ٥

جـ اِختيار شهر من أشهر السنة ويوم من أيّام الأسبوع . ٨٤ = ٧ × ١٢

تدرّب (٣) :



تلعب لولوة لعبة القرص الدوّار ذي المؤشِّر ، فأدارت الدوّارتان في الوقت نفسه ، فما عدد النواتج الممكنة التي يمكنها الحصول عليها ؟

٨ × ٤ = ٣٢

تم تحميل الحل من موقع مدرستي School-kw.com

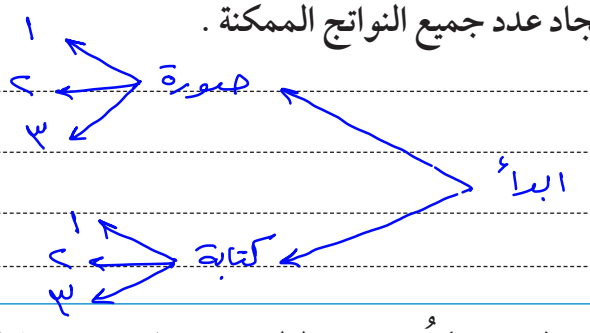
فكّر وناقِش

متى يُفضَّل استخدام مخطَّط الشجرة البيانية ؟ ومتى يُفضَّل استخدام مبدأ العدّ لإيجاد النواتج الممكنة لتجربة ما ؟ يستخدم مبدأ العد اذا كان عدد النتائج كبيراً

تمـــرَّنْ :

١ من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ، وسحب بطاقة عشوائية من بين ثلاث بطاقات مرقَّمة بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣

أُرسم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح جميع النواتج الممكنة ، ثمّ استخدِم مبدأ العدّ في إيجاد عدد جميع النواتج الممكنة .

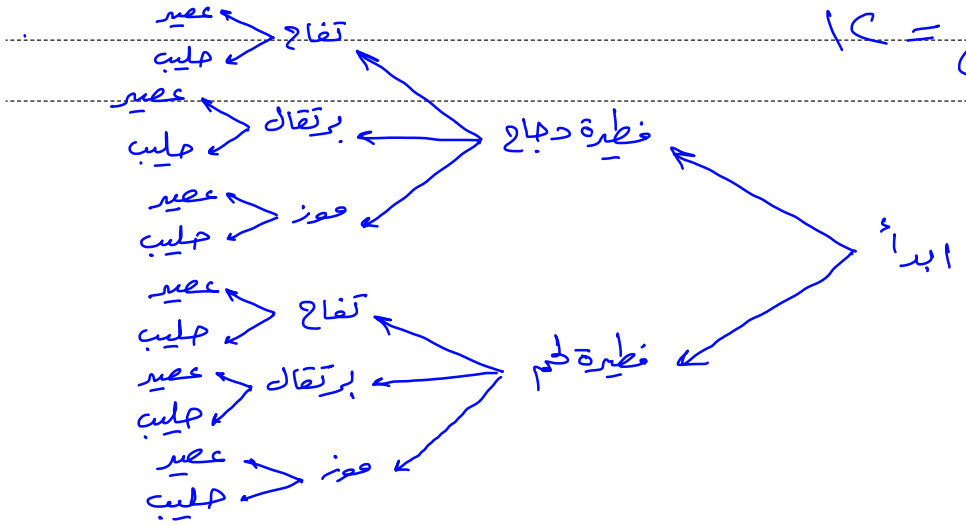


عدد النتائج = ٢ × ٣ = ٦

في التمرينين (٢ و ٣) أُرسم مخطط شجرة بيانية يوضح كل النواتج الممكنة لكل حالة:

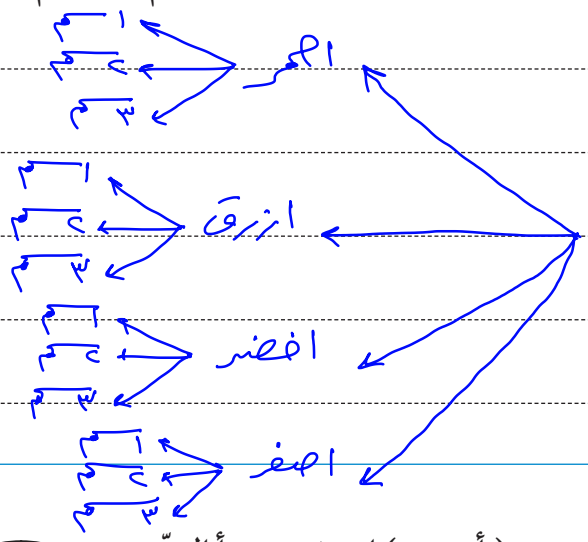
٢ خيارات وجبة غداء اليوم هي فطيرة دجاج أو فطيرة لحم مع تفّاح أو برتقال أو موز ومع عصير أو حليب . حدِّد عدد وجبات الغداء المختلفة التي يمكن تكوينها .

عدد النتائج = ١٢



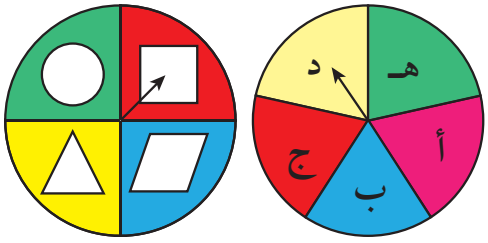
٣ يأخذ كلّ لاعب قطعتين للعب بهما على لوحة اللعبة : مكعّب (أحمر أو أزرق أو أخضر أو أصفر) وأسطوانة (ارتفاعها ١ سم أو ٢ سم أو ٣ سم) .

عدد النواتج = ١٢



تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٤ في التمارين من (أ - جـ) اِستخدِم مبدأ العدّ .



أ إذا أدرت اللوحتين الدائريتين التاليتين ذواتي المؤشِّر في الوقت نفسه ، فما عدد النواتج الممكنة التي يمكن الحصول عليها ؟

٥ × ٤ = ٢٠

ب يبيع أحد المتاجر ٥ أنواع مختلفة من الدرّاجات . وتتوفّر ثلاثة موديلات مختلفة من كلّ نوع (سرعة واحدة ، ثلاث سرعات ، عشر سرعات) . وتكون الدرّاجات إمّا من اللون الأحمر أو اللون الأزرق . ما عدد الدرّاجات المختلفة التي يبيعها هذا المتجر ؟

٥ × ٣ × ٢ = ٣٠ دراجة

جـ إذا كان عدد شركات الخطوط الجوّية العاملة بين الكويت والقاهرة ٥ شركات ، فبكم طريقة يمكن لشخص أن يسافر من الكويت إلى القاهرة ثمّ يعود إلى الكويت .

٥ × ٥ طريقة

٢-١٢ تجربة عشوائية : الأحداث و الاحتمال
Random Experiment : Events and Probability

سوف تتعلّم : إيجاد حدث من تجربة عشوائية وتحديد نوعه .

العبارات والمفردات :
تجربة الاحتمال (التجربة العشوائية)
Random Experiment
الحدث
Event
الحدث البسيط
Simple Event
الحدث المركَّب
Composite Event
الحدث المؤكَّد
Certain Event
الحدث المستحيل
Impossible Event

نشاط :

لديك أنت ومجموعتك بطاقات مرقَّمة من (١ إلى ٨) .
– قام كلّ متعلّم بسحب بطاقة بطريقة عشوائية من البطاقات الثماني .
– لاحِظ الرقم على البطاقة .
– أوجِد عدد نواتج الأحداث التالية :

١ ظهور العدد ٥
٢ ظهور عدد أصغر من ٩
٣ ظهور عدد أكبر من ٨
٤ ظهور عدد زوجي
٥ ظهور عدد أوّلي
٦ ظهور عدد أوّلي وليس فرديًّا

تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com

تجربة الاحتمال : هي تجربة يمكن ملاحظتها وتحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ، إلّا أنّنا لا نستطيع أن نجزم أنّ أيًّا من هذه النواتج سيقع فعلًا عند إجرائها .
وجميع النواتج الممكنة من تجربة تُسمّى فضاء النواتج (فضاء الإمكانات) .
الحدث هو جزء من فضاء الإمكانات (فضاء النواتج) . وأنواع الحدث هي :
الحدث البسيط : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتج واحد فقط من نواتج تجربة الاحتمال .
الحدث المركَّب : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتجين أو أكثر من نواتج تجربة الاحتمال .
الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة .
الحدث المؤكَّد : هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة .
نواتج التجربة : هي كلّ فرص حدوثها .

نواتج التجربة : صورة ، كتابة	نواتج التجربة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦	نواتج التجربة : أحمر ، أزرق ، أصفر

مثال (١) :

من تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين ومنتظمين .

١ أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة :

عدد النواتج الممكنة : ٦ × ٦ = ٣٦

+	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

ناتج الجمع

٢ حدِّد نوع الأحداث في كلّ ممّا يلي :

أ ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٢ (حدث بسيط)

ب ظهور عددين مجموعهما يساوي ٨ (حدث مركَّب)

جـ ظهور عددين مجموعهما أصغر من ٧ (حدث مركَّب)

د ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣ (حدث مستحيل)

هـ ظهور عددين مجموعهما أصغر من ١٣ (حدث مؤكَّد)

تدرّب (١) :

من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ثمّ حجر نرد منتظم ، أُرسم الشجرة البيانية ، وأوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة ، ثمّ بيِّن ما إذا كان كلّ حدث من الأحداث التالية :

(بسيطًا ، مركَّبًا ، مؤكَّدًا ، مستحيلًا) .

أ ظهور صورة و عدد زوجي ..... مركب

ب ظهور كتابة و عدد أوّلي ..... مركب

جـ ظهور صورة و العدد ٤ ..... بسيط

د ظهور صورة و العدد ٨ ..... مستحيل

هـ ظهور كتابة و عدد أصغر من ٢ ..... بسيط

و ظهور صورة أو كتابة وعدد أصغر من ٧ ..... مؤكد

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

فكِّر وناقِش

ما الفرق بين الحدث المركَّب والحدث البسيط ؟ وبين الحدث المؤكَّد والحدث المستحيل ؟

تمـــرَّنْ :

١ من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وسحب بطاقة من بين بطاقتين مرقَّمتين بالأرقام ٥ و ٦

أ أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة ..... ٢ × ٢ = ٤ .....

ب لكلّ من الأحداث التالية ، بيِّن ما إذا كان الحدث بسيطًا ، مركَّبًا ، مؤكَّدًا ، مستحيلًا .

- ظهور كتابة وظهور العدد ٥ ..... بسيط .....
- ظهور كتابة وظهور العدد ٤ ..... مستحيل .....
- ظهور صورة وظهور صورة ..... مستحيل .....
- ظهور صورة أو كتابة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ ..... مؤكد .....
- ظهور صورة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ ..... مركب .....

---

٢ ثلاث كرات ملوَّنة : حمراء ، خضراء ، زرقاء . إذا سُحِبت كرة واحدة عشوائيًّا ثمّ أُعيدت ، و سُحِبت كرة مرّة أخرى عشوائيًّا :

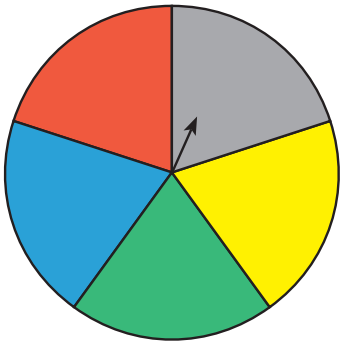
أ أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة . ..... ٣ × ٣ = ٩ .....

ب بيِّن نوع كلّ من الأحداث التالية :

- سحب كرتين إحداهما حمراء والأخرى خضراء . ..... مركب .....
- سحب كرة حمراء ثمّ كرة حمراء . ..... بسيط .....
- سحب كرة خضراء ثمّ كرة زرقاء . ..... بسيط .....
- سحب كرتين من اللون نفسه . ..... مركب .....
- سحب كرة حمراء ثمّ كرة سوداء . ..... مستحيل .....

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٣ تمّ تدوير اللوحة الدائريّة ذات المؤشِّر مرّتين :



أ أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة .

٥ × ٥ = ٢٥

ب بيِّن نوع كلّ من الأحداث التالية :

– تقف اللوحة عند اللون الأصفر ثمّ عند اللون الأحمر .

بسيط

– تقف اللوحة عند اللون الأصفر ثمّ اللون الأزرق أو عند اللون الأزرق ثمّ اللون الأصفر .

مركب

– تقف اللوحة عند اللون الأخضر ثمّ عند اللون الأخضر . بسيط

– تقف اللوحة عند اللون نفسه . مركب

– تقف اللوحة عند لونين مختلفين . مركب

– تقف اللوحة عند اللون الرمادي واللون البنّي . مستحيل

---

٤ يقدّم أحد المطاعم قائمة طعام تتضمّن طبقًا رئيسيًّا من لحم أو دجاج ، فاكهة من تفّاح أو موز أو فراولة ، ومشروب من عصير أو حليب . إذا كانت الوجبة تتألّف من طبق رئيسي وفاكهة ومشروب :

أ أوجِد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة . ١٢ وجبة طعام

ب بيِّن نوع كلّ حدث من الأحداث التالية :

– تتألّف الوجبة من : لحم ، موز ، عصير . بسيط

– تتألّف الوجبة من طبق رئيسي ، تفّاح ، حليب . مركب

– تتألّف الوجبة من دجاج ، فاكهة ، عصير . مركب

– تتألّف الوجبة من دجاج ، تمر ، عصير . مستحيل

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٣-١٢ الاحتمال
Probability

سوف تتعلّم : كيف تصف احتمال حدوث شيء ما ، وإيجاد احتمال حدث ما .

العبارات والمفردات :
الحدث
Event
الاحتمال
Probability

تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com

نشاط :

ما الاحتمالات ؟

تصف الكلمات الآتية احتمالات حدوث شيء :

مستحيل حدوثه	نادر حدوثه	ربّما لا يحدث	اِحتمال متوازن (متكافئ)	ممكن حدوثه	مرجَّح حدوثه	مؤكَّد حدوثه

معلومات مفيدة :
يستخدم فنّيو فحص أمان السيّارات الاحتمال لتحديد احتمالات حدوث عطل في أجهزة الأمان الخاصّة بالسيّارة .

١ ضَع الاحتمال المناسِب من القائمة السابقة إلى جانب البند الذي يناسبه :

أ ظهور صورة عند إلقاء قطعة نقود معدنية . احتمال متوازن

ب كسب أحد والديك مبلغًا كبيرًا من المال في إحدى المسابقات التلفزيونية .
ربما لا يحدث

جـ ستسقط الأمطار في مدينتك الأسبوع القادم . ممكن حدوثه

د ستشرق الشمس في الصباح الباكر . مؤكد حدوثه

هـ سيزور مدير المدرسة غرفة فصلك اليوم . نادر حدوثه

و سيكون في غرفة فصلك متعلمون ومتعلمات لحضور حصّة الرياضيات القادمة .
مؤكد حدوثه

ز سيحضر أحد زملائك إلى غرفة الفصل حيوانًا أليفًا . مستحيل حدوثه

٢ إذا قارنت بين القوائم التي أعدّها زملاؤك في الفصل للإجابة عن السؤال (١) ، فهل تعتقد أنّ القوائم جميعها سوف تكون متشابهة ؟ فسِّر إجابتك . ليس بالضرورة لأن بعض الأسئلة لها إجابات مختلفة

التجربة العشوائية (تجربة الاحتمال) هي التجربة التي يمكن ملاحظتها وتحديد النواتج الممكنة لها قبل إجرائها .

ويمكنك تعريف **الاحتمال** على أنّه قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج الممكنة كلّها :

$$\text{ل(حدث)} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلّها}}$$

حيث يُرمَز إلى احتمال الحدث بالرمز ل (الحدث)

ويمكن التعبير عن احتمال الحدث في صورة كسر عشري أو نسبة مئوية .

تدرّب (١) :

عند إلقاء حجر نرد منتظم ، ما احتمال ظهور عدد زوجي ؟

ملاحظة :
عند كتابة الاحتمال يُراعى وضع الكسر الذي يمثّله في أبسط صورة .

الحلّ :

النواتج الممكنة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ..... عدد النواتج كلّها = ٦ .....

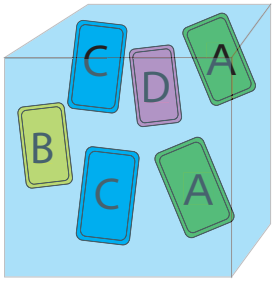
نواتج الحدث (ظهور عدد زوجي): ٢ ، ٤ ، ٦ .....

عدد نواتج الحدث = ٣ .....

ل (ظهور عدد زوجي) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلّها}}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$ .....

تم تحميل الحل من موقع مدرستي School-kw.com

تدرّب (٢) :



في الصندوق المقابِل ٦ بطاقات مكتوب عليها الأحرف A ، B ، C ، D عند سحب بطاقة عشوائيًّا ، ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب عليها الحرف A أو الحرف D ؟

النواتج الممكنة : A ، B ، C ، D عدد النواتج كلّها = ٦ .....

نواتج الحدث (ظهور بطاقة A) A , A ..... عدد نواتج الحدث (A) = ٢ .....

نواتج الحدث (ظهور بطاقة D) D ..... عدد نواتج الحدث (D) = ١ .....

إذًا نواتج الحدث (ظهور A أو D) D , A , A ..... عدد نواتج الحدث (A أو D)

= ٢ ..... + ١ ..... = ٣ .....

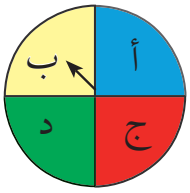
ل (ظهور A أو D) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلّها}}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$ .....

– أُكتب الاحتمال السابق في صورة كسر عشري ٠٫٥ ..... ، وفي صورة نسبة مئوية ٥٠٪ .....

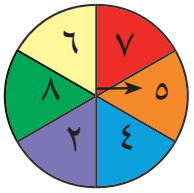
مثال :

ما احتمال أن يثبت مؤشِّر اللوحة الدائرية رقم (١) عند الأحرف (ب أو ج أو د) وأن يثبت المؤشِّر عند عدد أوّلي في اللوحة الدائرية رقم (٢) ؟

الحلّ :



اللوحة رقم (١)



اللوحة رقم (٢)

باستخدام مبدأ العدّ :

عدد النواتج الممكنة = ٤ × ٦ = ٢٤ ناتجًا ممكنًا .

ثمّة ٣ فرص للحصول على الأحرف الثلاثة من اللوحة الدائرية الأولى ، و ٣ فرص للحصول على عدد أوّلي من اللوحة الدائرية الثانية .

أي أنّ هناك ٣ × ٣ = ٩ فرص للحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أوّلي ،

إذًا احتمال الحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أوّلي هو $\frac{٩}{٢٤}$.

تذكَّرْ أنّ :
الحدث المستحيل :
هو حدث لا يمكن وقوعه واحتماله = صفرًا .
الحدث المؤكَّد :
هو حدث يقع دومًا واحتماله = ١

تذكَّرْ أنّ :
ناتج جمع احتمال وقوع حدث ما مع احتمال عدم وقوعه يساوي واحدًا .

تدرّب (٣) :

عند إلقاء ثلاث قطع نقود معدنية مختلفة معًا ، ما احتمال ظهور الصورة في قطع النقود الثلاث معًا ؟

$\frac{١}{٨}$

تدرّب (٤) :

ثلاث بطاقات مرقَّمة بالأرقام ١ ، ٥ ، ٦ موضوعة في كيس ورقي ، سُحِبت بطاقة بطريقة عشوائية ثمّ أُعيدت ، وسُحِبت بطاقة أخرى .

أوجِد احتمال ظهور عدد فردي ثمّ ظهور عدد زوجي .

تم تحميل الحل من موقع مدرستي School-kw.com

$\frac{٤}{٩}$

فكِّر وناقِش

هل يمكن أن يكون احتمال حدث ما أكبر من واحد ؟ فسِّر إجابتك .

كلا ، لأن احتمال الحدث المؤكد هو واحد

تمـــرَّنْ :

١ في لعبة سباق القوارب الإلكترونية رُقِّمت القوارب بالأرقام من (١ إلى ٨) . ما احتمال اختيار اللاعب أحد القوارب المرقَّمة برقم أصغر من ٦ ؟ .....

٢ مجموعة بطاقات مرقَّمة من (١ إلى ١٠) . اِفترِض أنّك اخترت بطاقة واحدة بطريقة عشوائيّة . أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ ل (ظهور العدد ١) ..... $\frac{١}{١٠}$

ب ل (ظهور مضاعَف للعدد ٣) ..... $\frac{٣}{١٠}$

جـ ل (ظهور عدد مكوَّن من رقمين) ..... $\frac{١}{١٠}$

د ل (ظهور العدد ٦ أو العدد ٢) ..... $\frac{١}{٥}$

هـ ل (ظهور العدد ١٢) ..... صفر

و ل (ظهور عدد أصغر من ١١) ١

ز ل (ظهور عدد فردي) ..... $\frac{١}{٢}$

ح ل (ظهور العدد ٥) ..... $\frac{١}{١٠}$

٣ اِفترِض أنّك ألقيت حجر نرد منتظِمًا مرّة واحدة . أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ ل (ظهور عدد أصغر من ٧) ١

ب ل (ظهور عدد زوجي) ..... $\frac{١}{٢}$

جـ ل (ظهور عدد أصغر من ٦) ..... $\frac{٥}{٦}$

د ل (عدم ظهور العدد ٤) ..... $\frac{٥}{٦}$

٤ ثلاث بطاقات مرقَّمة بالأرقام ١ ، ٤ ، ٧ موضوعة في كيس ورقي ، سُحِبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائيّة ثمّ أُعيدَت ، وسُحِبت بطاقة مرّة أخرى . أوجِد احتمال كلّ حدث ممّا يلي :

أ ل (عدد فردي ثمّ عدد زوجي) ..... $\frac{٢}{٩}$

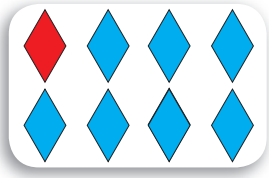
ب ل (عدد زوجي ثمّ عدد زوجي) ..... $\frac{١}{٩}$

جـ ل (عدد فردي ثمّ عدد فردي) ..... $\frac{٤}{٩}$

د ل (عدد زوجي ثمّ عدد فردي) ..... $\frac{٢}{٩}$

تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com

٥ في اللوحة الخاصّة بلعبة منى ٨ علامات ، جميعها زرقاء عدا واحدة حمراء . إذا وضعت هذه العلامات في حقيبة بحيث لا يمكنها رؤيتها ، فما احتمال التقاطها علامة زرقاء ؟ و ما احتمال التقاطها العلامة الحمراء ؟

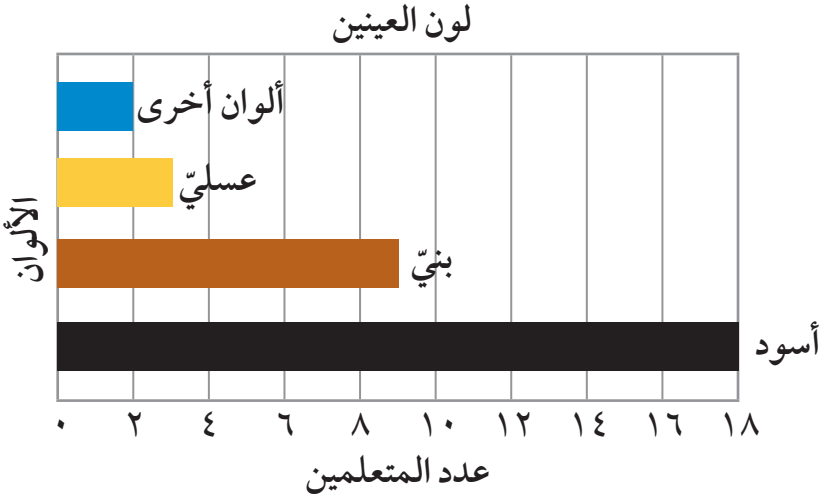


العلامة الزرقاء : $\frac{٧}{٨}$ ، العلامة الحمراء : $\frac{١}{٨}$

٦ افترض أنّ احتمال حدث ما هو $\frac{٧}{١٣}$. أيّهما أكبر : اِحتمال حدوث هذا الحدث ، أم اَحتمال عدم حدوثه ؟

احتمال حدوثه

٧ يوضّح التمثيل البياني بالأعمدة التالي ألوان عيون ٣٢ متعلمًا في أحد فصول الصفّ السابع . إذا تمّ اختيار متعلم بطريقة عشوائية ، فما احتمال كلّ ممّا يأتي ؟

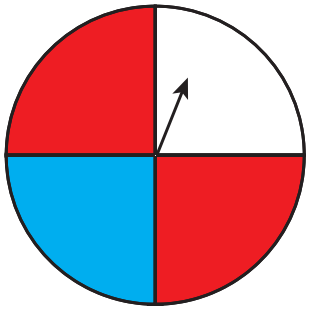


تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com

أ أن يكون لون عيني المتعلم بنّيًا ؟ $\frac{٩}{٣٢}$

ب أن يكون لون عيني المتعلم أسود أو عسليًا ؟ $\frac{٢١}{٣٢}$

٨ تمّ تدوير اللوحة الدائرية ذات المؤشِّر مرّتين :



أ أوجِد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المرّتين .

$\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{١٦}$

ب أوجِد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المرّة الأولى وعند الجزء الأحمر في المرّة الثانية .

$\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٤} = \frac{٢}{١٦} = \frac{١}{٨}$

جـ أوجِد احتمال ألّا يقف السهم عند الجزء الأحمر في المرّتين .

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$

---

٩ في صندوق أقراص (خضراء اللون ، حمراء اللون ، زرقاء اللون) ،
ل (أخضر) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أحمر) = $\frac{١}{٢}$. إذا كان عدد الأقراص خضراء اللون يساوي ٦ ، فما عدد الأقراص زرقاء اللون ؟

عدد الأقراص الزرقاء = ٣ أقراص

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٤-١٢ نماذج هندسية للاحتمال
Geometric Models of Probability

سوف تتعلّم : إيجاد الاحتمالات من خلال مساحات الأشكال الهندسية .

بعض الأحداث والنواتج ليست عناصر مفردة بحيث يمكن عدّها . في بعض المواقف ، مثل ألعاب الاحتفالات ولوحات السهام المريَّشة ، يكون احتمال وقوع حدث معتمدًا على مساحات أجزاء الشكل ، إذا استطعت إيجاد كلّ مساحة داخل الشكل ، فإنّه يمكنك إيجاد احتمال الموقف .

معلومات مفيدة :
في ألعاب المحاكاة الرقمية يستخدم مصمّمو هذه الألعاب الاحتمال من خلال الأشكال الهندسية لتحديد أماكن اللاعبين .

نشاط :

يمارس خالد هواية الهبوط بالمظلّات ، فيهبط على هدف دائري كما في الصورة المقابلة . إذا كان قطر الدائرة الصغرى ٢ م وقطر الدائرة الكبرى ٤ م ، **فما احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى ؟**

نصف قطر الدائرة الصغرى = ... ١ م

نصف قطر الدائرة الكبرى = ... ٢ م

مساحة الدائرة الصغرى = π نق^{٢} = ... π ١ م^{٢}

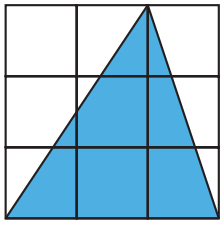
مساحة الدائرة الكبرى = π نق^{٢} = ... π ٤ م^{٢}

ل (الحدث) = $\frac{\text{مساحة الدائرة الصغرى}}{\text{مساحة الدائرة الكبرى}}$ = ... = $\frac{١}{٤}$

احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى = ... $\frac{١}{٤}$

تذكَّرْ أنّ :
مساحة المنطقة الدائرية
= π نق^{٢}
مساحة المنطقة المثلّثة
= $\frac{١}{٢}$ ق × ع
مساحة المنطقة المربّعة
= ل × ل
مساحة المنطقة المستطيلة
= ل × ض
مساحة منطقة متوازي الأضلاع = ق × ع

تدرّب (١) :



أوجِد احتمال إصابة سهم مريش في لعبة إصابة الهدف في الجزء المظلَّل على اللوحة الموضَّحة أمامك :

شكل اللوحة : ..... مربع

مساحة اللوحة = ... ٩ وحدات مربعة

شكل الجزء المظلَّل : ..... مثلث

مساحة الجزء المظلَّل = ... ٤٫٥ وحدات مربعة

ل (الحدث) = ... $\frac{٤٫٥}{٩}$ = ... $\frac{١}{٢}$

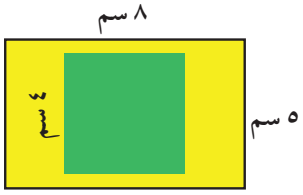
تذكَّرْ أنّ :
اِحتمال حدث هو قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج كلّها .

تم تحميل الحل من موقع مدرستي
School-kw.com

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

تدرّب (٢) :

إذا صُوِّب سهم مريَّش بطريقة عشوائية على اللوحة المستطيلة الموضَّحة في الرسم ، فما احتمال أن يصيب السهم المنطقة المربعة الخضراء ؟



ل (الحدث) = $\frac{٤ \times ٤}{٥ \times ٨} = \frac{١٦}{٤٠} = \frac{٤}{٥}$

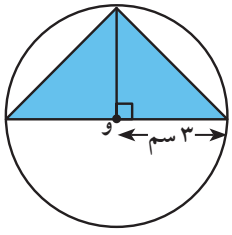
فكّر وناقِش

إحدى لوحات الأسهم المريَّشة عليها رسم لوردة واحدة مساحتها ٢٠ سم^{٢} ، ولوحة أخرى لها مساحة الأولى نفسها عليها رسم لوردتين مساحة كلّ منهما ١٠ سم^{٢} . فأيّ اللوحتين سوف تختار كي تلعب ؟ ولماذا ؟

اللوحة التي عليها وردة مساحتها ٢٠ سم^{٢} ، لأنه كلما كان الهدف أكبر كان احتمال اصابته أكبر

تمـــرَّنْ :

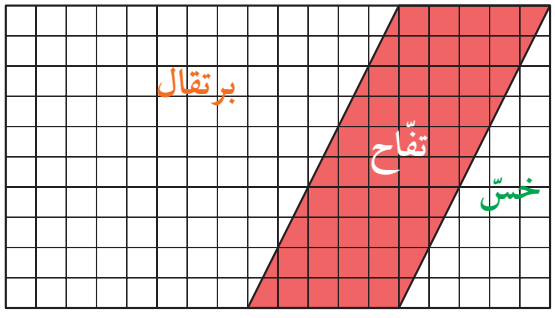
١ إذا فُرِض أنّك صوّبت سهمًا مريَّشًا على الشكل المقابل ، فما احتمال إصابة هذا السهم للمنطقة المظلَّلة (و مركز الدائرة) ؟ (مستخدمًا π = ٣,١٤)



مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٣ = ٩$

ل (الحدث) = $\frac{\text{مساحة المثلث}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{٩}{٣,١٤ \times ٩} = \frac{١}{٣,١٤}$

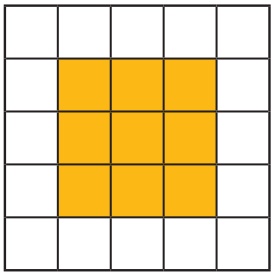
٢ مزرعة مقسَّمة إلى مناطق كما في الشكل أدناه . إذا وقف مزارع في مكان ما من المزرعة عشوائيًّا لجني المحصول ، فما احتمال أن يكون قد وقف في المنطقة المظلَّلة باللون الأحمر ؟



$\frac{٥}{١٨} = ٠,٢٧$

الإعصار القمعي

٣ للإعصار القمعي مسار غير منتظم . فعندما يلمس القمع الأرض ، قد يسير في خطّ مستقيم ، أو يرتدّ إلى الخلف ، أو يتواثب . إذا هبط الإعصار القمعي على المساحة المرسومة ، فما احتمال هبوطه على المساحة المظلَّلة ؟



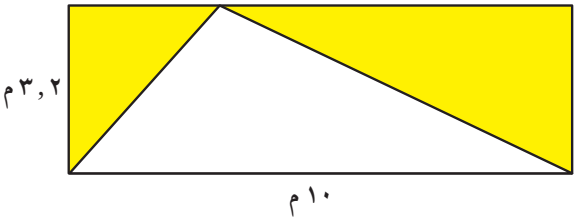
مساحة المربع = ٥ × ٥ = ٢٥

مساحة المربع المتقابل = ٣ × ٣ = ٩

احتمال هبوطه على المساحة المظللة = $\frac{٩}{٢٥}$

---

٤ في الشكل المقابِل ، قطعة أرض مستطيلة الشكل مخصَّصة لأحد الأنشطة الرياضية .



أ ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة غير المظلَّلة ؟

مساحة المستطيل = ١٠ × ٣,٢ = ٣٢ م٢

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣,٢ = ١٦ م٢

احتمال وقوع أحد اللاعبين داخل المنطقة غير مظللة = $\frac{١٦}{٣٢}$ = $\frac{١}{٢}$

ب ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة المظلَّلة ؟

احتمال وقوع أحد اللاعبين داخل المنطقة المظللة = $\frac{١}{٢}$

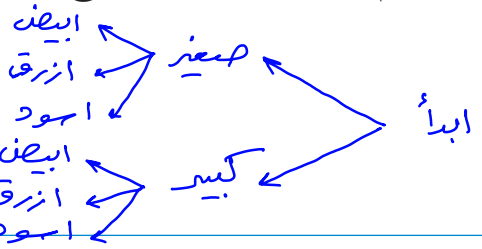
تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٥-١٢ مراجعة الوحدة الثانية عشرة
Revision Unit Twelve

١ في معرض الألعاب الإلكترونية يُباع نوع من أنواع الروبوت (صغير - كبير) الحجم بالألوان (أبيض ، أزرق ، أسود) .

أ ما عدد الروبوتات المختلفة التي يمكن اختيارها من هذا النوع ؟ ٦

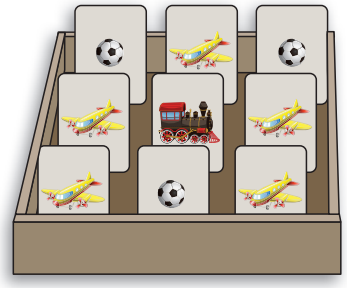
ب أُرسم مخطَّط الشجرة لتوضيح الخيارات الممكنة لشراء روبوت من هذا النوع .



تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

---

٢ في إحدى مسابقات اسحب واربح ، يقوم كلّ لاعب بسحب بطاقة عشوائيًّا من الصندوق المجاور ، فيربح اللعبة التي تمثّلها الصورة ثمّ يعيد البطاقة إلى الصندوق .



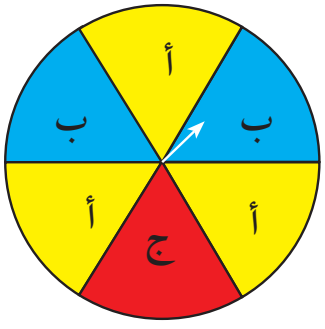
أ أوجد عدد جميع النواتج ٩

ب حدِّد نوع الأحداث التالية :

- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًّا ليربح كرة القدم . ..... مركب
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًّا ليربح سيّارة . ..... مستحيل
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًّا ليربح طيّارة أو كرة قدم أو قطار . ..... مؤكد
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًّا ليربح قطار . ..... بسيط

---

٣ اِستخدِم اللوحة الدائرية ذات المؤشِّر لإيجاد كلّ احتمال ممّا يلي :



أ ل (ظهور أ) ..... $\frac{١}{٢}$

ب ل (عدم ظهور ب) ..... $= \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

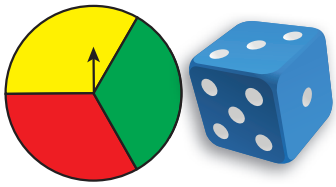
جـ ل (ظهور هـ) ..... صفر

د ل (ظهور ب و ج) ..... صفر

هـ ل (ظهور ب أو ج) ..... $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٤ عند رمي حجر نرد منتظم وتدوير الدوّارة المقابِلة ، أوجِد احتمال كلّ ممّا يلي :

أ ظهور عدد زوجي و وقوف المؤشِّر عند اللون الأخضر .



$\frac{١}{٦} = \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٦}$

ب ظهور عدد أوّلي أو وقوف المؤشِّر عند اللون الأحمر .

$\frac{٥}{٦}$

٥ تلعب منار وصديقتها لعبة بمكعّب مرقَّم ، تربح منار إذا دحرجت المكعّب وحصلت على عدد أكبر من ٤ . ما احتمال أن تفوز صديقتها باللعبة ؟

$١ - \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ احتمال فوز صديقتها

٦ في أحد الاختبارات تختار ندى إجابتها عشوائيًّا (دون التدقيق في السؤال) ، ما احتمال أن تختار الإجابة الصحيحة ؟

أ في سؤال اختيار من متعدّد من ٤ اختيارات : $\frac{١}{٤}$

ب في سؤال صحّ أو خطأ : $\frac{١}{٢}$

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

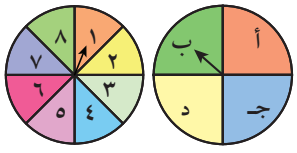
اختبار الوحدة الثانية عشرة

أوّلًا : في البنود (١ - ٤) ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ عدد الاختيارات التي يمكن للاعب أن يختار بها في إحدى المسابقات مصباحًا مضيئًا من ٣ ألوان مختلفة و ٥ أحجام مختلفة هو ٨	(أ)	
٢ في تجربة عشوائية لإلقاء حجري نرد منتظمين ومتمايزين ، فإنّ ظهور العدد نفسه على وجهي الحجرين حدث مؤكّد .	(أ)	
٣ اِحتمال سحب كرة خضراء اللون أو زرقاء اللون من صندوق يحوي ٦ كرات خضراء و ٥ كرات بيضاء و ١١ كرة زرقاء هو $\frac{١٧}{٢٢}$		(ب)
٤ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرّة واحدة ، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه ، فإنّ احتمال ظهور عدد أوّلي هو ٥٠ ٪ .		(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ اِحتمال أن يثبت المؤشِّر في اللوحة الدائرية الأولى على حرف من أحرف كلمة (باب) ، ويثبت المؤشِّر في اللوحة الدائرية الثانية على عدد زوجي هو :



(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٦ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ثمّ إلقاء قطعة نقود معدنية ثمّ سحب بطاقة واحدة من بين ٤ بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٤) بطريقة عشوائية . فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو :

(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٨ (د) ٩٦

٧ في صندوق يحوي بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٢٠) متماثلة الشكل كلّ منها ملوّن بأحد ألوان علم دولة الكويت ، فإنّ احتمال سحب بطاقة ملوّنة بلون أزرق رقمها ٢٠ هو :

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ١ (د) صفر

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com

٨ إذا كان احتمال فوزك في لعبة ما هو $\frac{٣}{٥}$ ، فإنّ احتمال عدم فوزك في صورة نسبة مئوية هو :

(أ) ٪ ٢٠ (ب) ٪ ٤٠ (جـ) ٪ ٦٠ (د) ٪ ٨٠

---

٩ ألقى أسامة حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين ، فإنّ احتمال ظهور العدد ٦ ثمّ العدد ١ هو :

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٦٤}$ (د) $\frac{١}{٣٦}$

---

١٠ في صندوق يحوي ٣ كرات خضراء ، ٦ كرات بيضاء ، إذا سُحِبت كرة واحدة عشوائيًّا ثمّ أُعيدت ، وسُحِبت كرة مرّة أخرى عشوائيًّا فإنّ احتمال سحب كرة خضراء ثم بيضاء يساوي :

(أ) $\frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٣}{٩}$ (جـ) $\frac{٦}{٩}$ (د) ١

تم تحميل الحل من
موقع مدرستي
School-kw.com