

رياضيات 12 عام

2024/2025

Term 1



$$2+2=4$$



أ/ محمد طه

y

x

ha

Mohamed Taha

Mohamed Taha

٩٧١٥٦٦١٥١٩٨٨/٩



الوحدة الأولى

الدوال من منظور حساب
التفاضل والتكامل

1.4

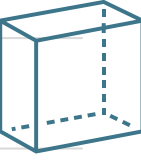
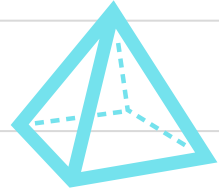
عنوان الدرس

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

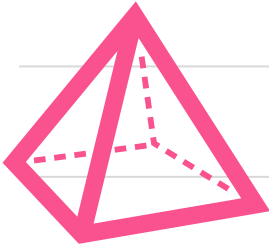




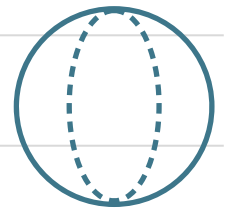
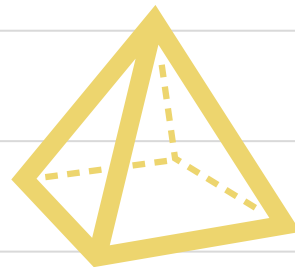
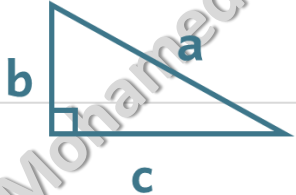
نواتج التعلم



• تحديد الفترات التي يكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة، أو متناقصة، وتحديد القيم العظمى والصغرى للدوال.



• إيجاد متوسط معدل التغيير لدالة ما.





مفردات الدرس



القيم القصوى

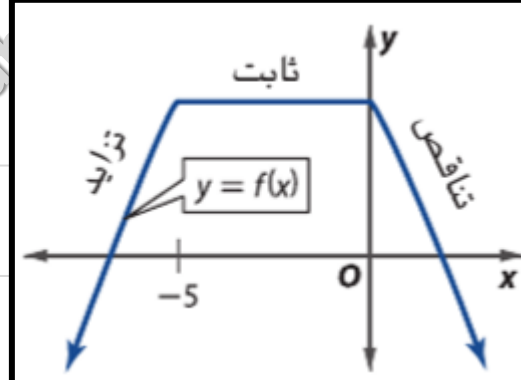
النقاط الحرجة

الميل القاطع

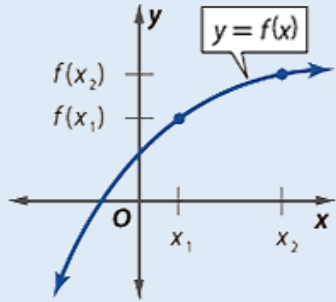




يمكن أن يتضمن تحليل الدالة وصفًا للفترة التي تزايد عندها الدالة أو تتناقص أو تبقى ثابتة.

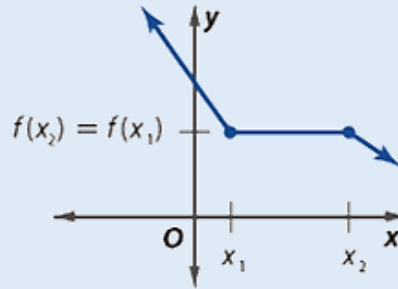


متزايدة متصاعدة عند $(-\infty, -5)$
ثابتة أو مسطحة عند $(-5, 0)$
متناقصة أو هابطة عند $(0, \infty)$



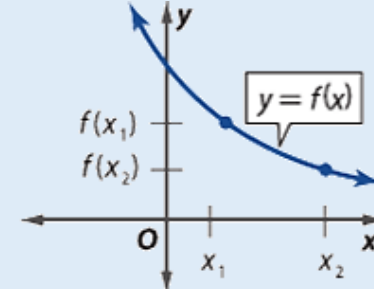
الفترة : $(-\infty, \infty)$

متزايدة



الفترة : (a, b)

ثابتة



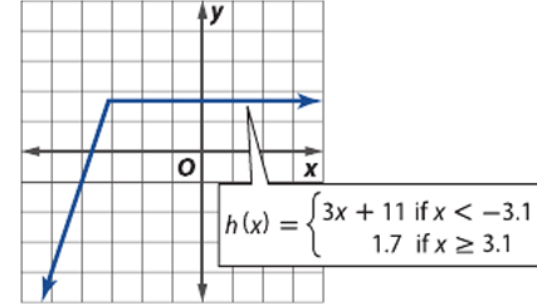
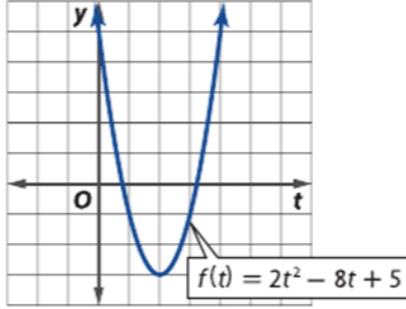
الفترة : $(-\infty, \infty)$

متناقصة





استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادم إجابتك عددياً.



التحليل البياني

متناقصة $(-\infty, 2)$
متزايدة $(2, \infty)$

عددياً

X	-4	-2	0
F(x)	69	29	5

متناقصة $(-\infty, 2)$

X	4	6	8
F(x)	5	29	69

متزايدة $(2, \infty)$

التحليل البياني

متزايدة $(-\infty, -3)$
ثابتة $(3.1, \infty)$

عددياً

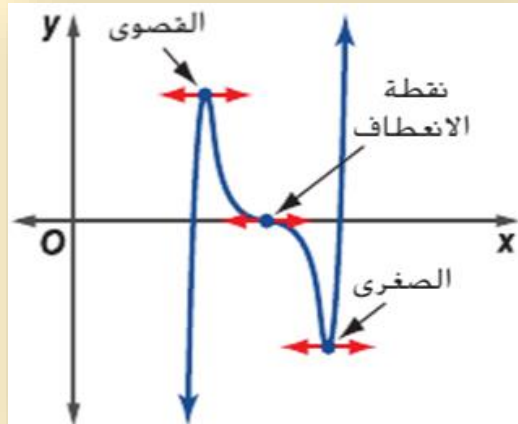
X	-12	-9	-6
F(x)	-25	-16	-7

متزايدة $(-\infty, -3)$

X	3.1	6	9
F(x)	1.7	1.7	1.7

ثابتة $(3.1, \infty)$

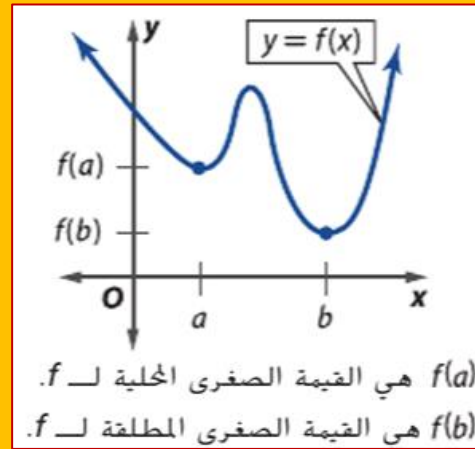
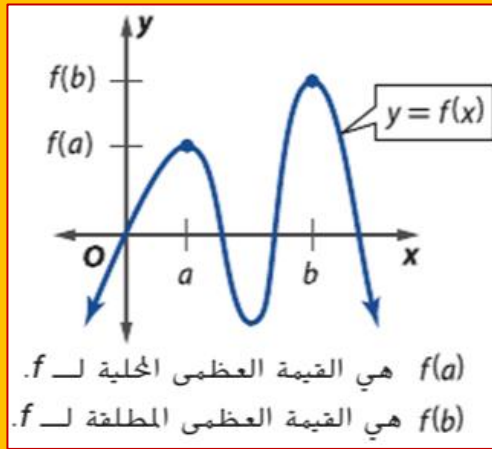




النقاط الحرجة : النقاط التي يكون عندها الخط المماس للمنحنى أفقي أو رأسي.

القيم القصوى : نقاط حرجة تغير الدالة عندها سلوكها من حيث التزايد أو التناقص، يكون عندها القيمة العظمى أو الصغرى.

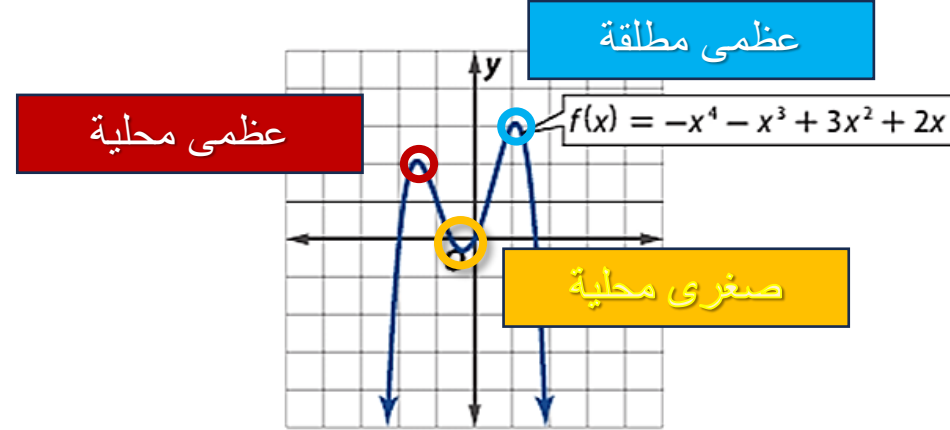
نقطة الانعطاف يمكن أن تكون نقطة حرجة.





تمرين Q2A Page: 37

قدر وصنف القيم القصوى للتمثيل البياني للدالة $f(x)$. ادم إجابتك عددياً.



الحل

عددياً

x	1	1.02	1.04	1.06	1.08	2
F(x)	3	3.01	3.03	3.037	3.0389	-8
	تزايد				تناقص	

x	-2	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0
F(x)	0	1.45	2.02	1.98	1.57	1	0.42	-0.03	-0.28	-0.27	0
	تزايد		تناقص						تزايد		

التحليل البياني

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 1.08$

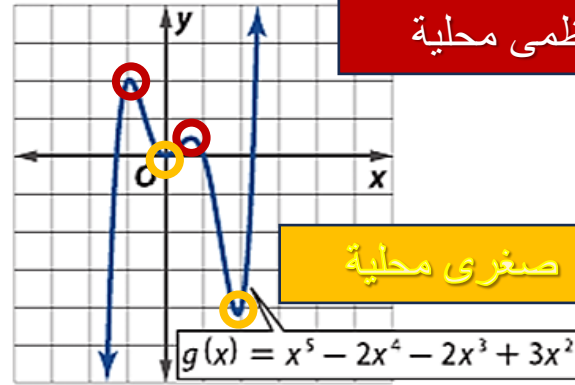
قيمة صغرى محلية عند $x = -0.4$ ، قيمة عظمى محلية عند $x = -1.6$





تمرين Q2B Page: 37

قدر وصنف القيم القصوى للتمثيل البياني للدالة $f(x)$. ادم إجابتك عدديًا.



عدديًا

X	-1.1	-1	-0.9	-0.8	-0.6	-0.5
F(x)	1.75	2	1.98	1.79	1.17	0.84
	تزايد	تناقص				

X	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8
F(x)	0.13	0	0.1	0.31	0.46	0.4
	تناقص	تزايد			تناقص	

X	1.8	1.85	1.9	1.95	2
F(x)	-4.04	-4.15	-4.19	-4.14	-4
	تزايد			تناقص	

الحل

التحليل البياني

قيم عظمى محلية عند $x \approx -1, 0.6$

قيم صغرى محلية عند $x = 0, 1.95$





حاسبة التمثيل البياني قرب إلى أقرب جزء من المئة القيم العظمى المحلية أو المطلقة لكل دالة. حدد قيم x حيث تظهر.

$$h(x) = 7 - 5x - 6x^2$$

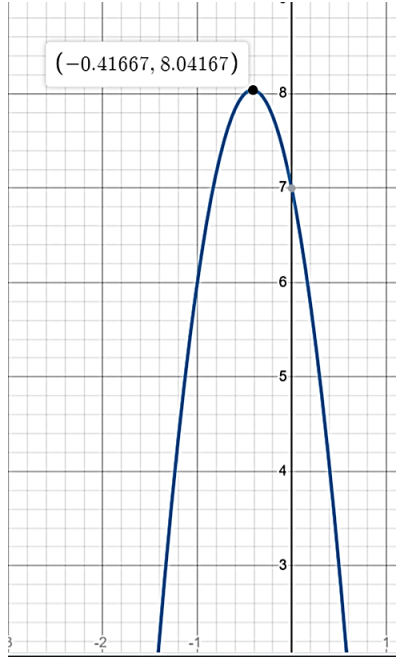
باستعمال ال Math Trick

$$2 - 1 = 1$$

إذا قيمة قصوى واحدة

قيمة عظمى محلية عند $x = -0.41$

$(-0.42, 8.04)$



$$g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$$

باستعمال ال Math Trick

$$3 - 1 = 2$$

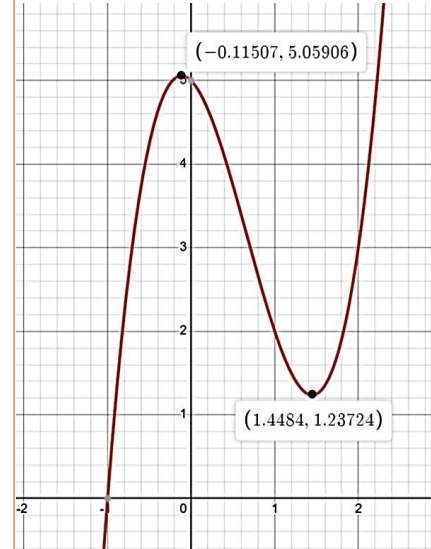
إذا قيمتين قصوى

قيمة عظمى محلية عند $x \approx -0.12$

$(-0.12, 5.06)$

قيمة صغرى محلية عند $x \approx 1.45$

$(1.45, 1.24)$



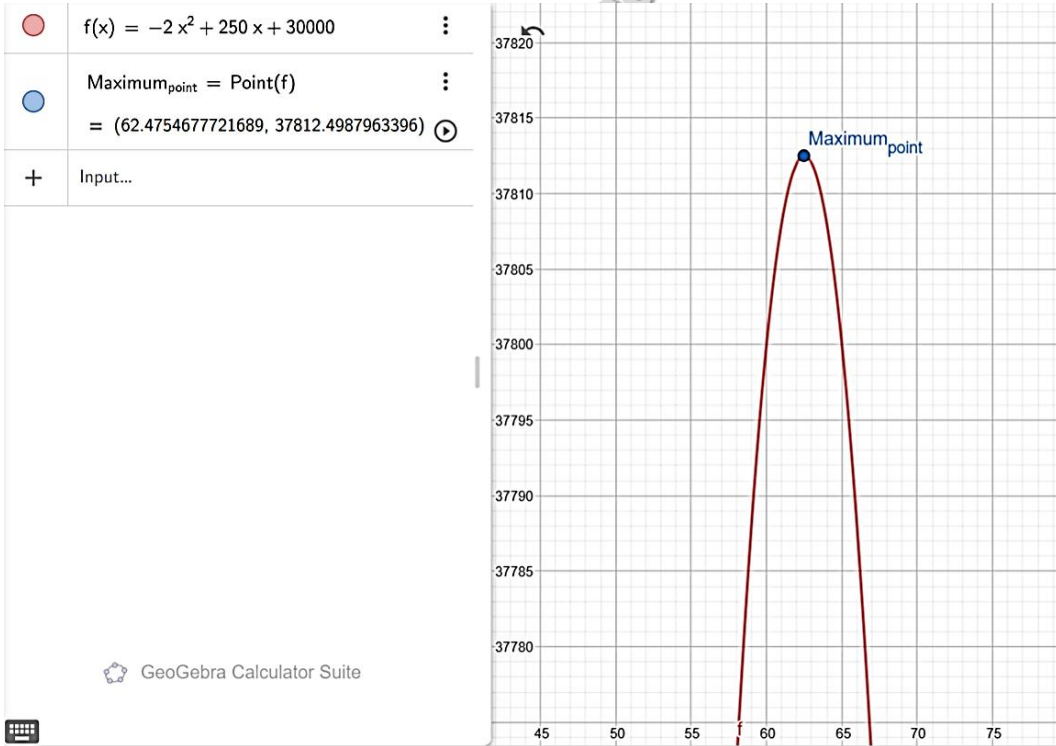
الحل





الزراعة افترض أن كل شجرة من أشجار مزرعة برتقال بولاية فلوريدا وعددها 75 شجرة تنتج 400 برتقالة في الموسم. وافترض كذلك أنه لكل شجرة إضافية يتم زراعتها في المزرعة، **يقل** المحصول بمقدار برتقتين لكل شجرة. فكم عدد الأشجار الإضافية الواجب زراعتها للحصول على أكبر محصول إجمالي؟

الحل



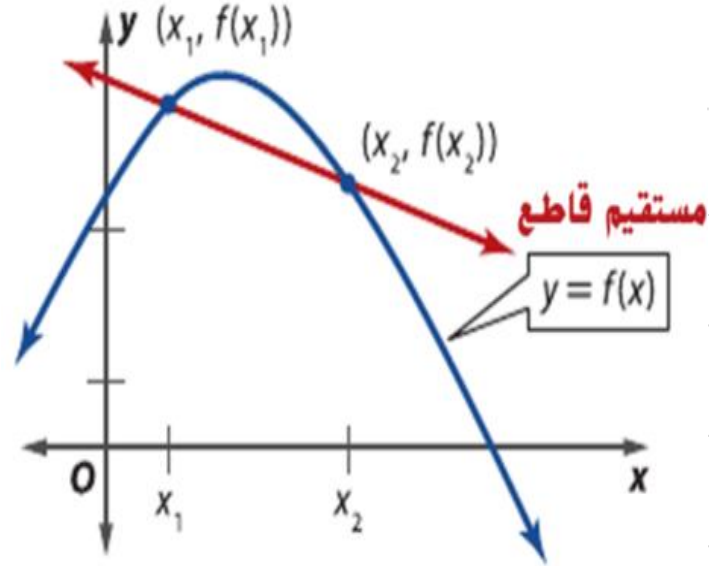
المزرعة	عدد الأشجار	عدد البرتقالات لكل شجرة في محصول المزرعة
$P(x)$	$(75+x)$	$(400-2x)$

$$(400 - 2x)(75 + x) = -2x^2 + 250x + 30,000$$

$$x=62.475, y=37,812$$

والذي يعني أن أكبر محصول يمكنها إنتاجه هو 37,812 برتقالة





متوسط معدل التغيير بين أي نقطتين في التمثيل البياني للدالة f هو ميل الخط بالنقطتين.

الميل القاطع m_{sec} : الخط المار بنقطتين على منحنى.

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$





$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

جد متوسط معدل التغير في كل دالة مما يلي في الفترة المحددة.

الحل

$$F(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2; [2, 3]$$

$$F(x) = x^4 - 6x^2 + 4x; [-5, -3]$$

$$\frac{((3)^3 - 2(3)^2 - 3(3) + 2) - ((2)^3 - 2(2)^2 - 3(2) + 2)}{3 - 2} = 6$$

موجب؛ تزداد الدالة في المتوسط عبر الفترة

$$\frac{((-3)^4 - 6(-3)^2 + 4(-3)) - ((-5)^4 - 6(-5)^2 + 4(-5))}{(-3) - (-5)} = -220$$

سالبة؛ تتناقص الدالة في المتوسط عبر الفترة

بالعلم تجذب العقول ..
وبالأخلاق تجذب القلوب.





فيزياء يتم تمثيل ارتفاع جسم تم قذفه لأعلى مباشرة من ارتفاع 4ft فوق سطح الأرض بالعلاقة $h(t) = -16t^2 + 30t + 4$ حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد قذف الجسم. جد وفسر متوسط سرعة الجسم من الثانية 1.25 إلى 1.75.

الحل

$$\frac{(-16(1.75)^2 + 30(1.75) + 4) - (-16(1.25)^2 + 30(1.25) + 4)}{1.75 - 1.25}$$
$$= -18 \text{ ft/s}$$





فيزياء إذا تم إهمال مقاومة الرياح، فيتم تمثيل المسافة $d(t)$ بالقدم والتي يقطعها جسم يتحرك بعد إسقاطه من مكان مرتفع باستخدام العلاقة $d(t) = 16t^2$ ، حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد إسقاط الجسم. جد وفسر متوسط سرعة الجسم من الثانية 2 إلى 4.

الحل

$$\frac{(16(4)^2) - (16(2)^2)}{4 - 2}$$
$$= 96 \text{ m/s}$$





Homework



Q2, Q4

Q8, Q9, Q10

Q14, Q34, Q36, Q40

Pages: 40-41



