1-2 : الأسس النسبية

إذا كان الجذر النوني لعدد x هو عدداً حقيقياً ، m عدداً صحيحاً ، $n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 2$ فإن:

❶ $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

❷ $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$ حيث $\frac{m}{n}$ في أبسط صورة

❸ $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x| & \text{إذا كان } n \text{ عدداً زوجياً} \\ x & \text{إذا كان } n \text{ عدداً فردياً} \end{cases}$

قوانين الأسس النسبية

ليكن m, n عددين نسبيين ، a, b عددين حقيقيين حيث a^n, b^n, b^m أعداداً حقيقية .

❶ $b^m . b^n = b^{m+n}$		❹ $b^{-n} = \frac{1}{b^n}, b \neq 0$	
❷ $(b^m)^n = b^{m.n}$		❺ $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}, b \neq 0$	
❸ $(a.b)^n = a^n . b^n$		❻ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	

قوانين الجذور النونية :

إذا كان $\sqrt[n]{x}, \sqrt[n]{y}$ عددين حقيقيين فإن:

❶ $\sqrt[n]{x} . \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x.y}$	
❷ $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$	
❸ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n.m]{x}, \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} \in \mathbb{R}$	

مثال(1) اكتب بالصورة الجذرية كلاً من :

1) $x^{0.4}$

2) $y^{\frac{3}{8}} \; : y \geq 0$

3) $x^{-\frac{2}{3}} \; : \; x \neq 0$

مثال(2) اكتب بالصورة الأسية كلاً من :

1) $\sqrt[3]{x^2}$

2) $\left(\sqrt{7y}\right)^3 , \forall y \geq 0$

مثال(3) بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدماً الصورة الجذرية :

a) $64^{\frac{1}{3}}$

b) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right)$

c) $\left(8^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right)$

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده

مثال(4) بسط كلاً من الأعداد التالية مستخدماً قوانين الأسس :

(a) $25^{-\frac{3}{2}}$

(b) $(-32)^{\frac{4}{5}}$

(c) $x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}} \quad , x \geq 0$

(d) $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad , x \geq 0 \, , y > 0$

تطبيق بسط كلاً من الأعداد التالية مستخدماً قوانين الأسس :

① $\left(x^{\frac{1}{2}} . x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} \quad , x > 0$

② $\frac{x^{\frac{1}{2}} . y^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{-3}{4}} . y^{-\frac{1}{2}}} \quad , x > 0, y > 0$

مثال(5) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية :

(a) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27}$

(b) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}$

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$

(d) $\left(\sqrt[4]{x}.\sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}$, $x , y \in \mathbb{Q}^+$

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده

تطبيق بسط كلاً مما يلي :

① $\dfrac{\sqrt[3]{8} \times \sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}}$

② $\sqrt{\sqrt[3]{64x^6}}$

③ $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}$, $x > 0$

④ $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-1}$, $t > 0$

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده

البنود الموضوعية 1-2

في التمارين (1 – 3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

	a	b
(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$	a	b
(2) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , x > 0$	a	b
(3) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$	a	b

في التمارين (4 – 9) ظلل الرمز الدال على الإجابة صحيحة .

(4) إذا كان $n > 0$ فإن التعبير الذي **لا يكافئ** $\sqrt[4]{4n^2}$ هو :

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

(5) ذا كان $y > 0$ فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي :

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

(6) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $: x \neq 0 \ , y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|\, y^2$ (b) $|x|\, y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

(7) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

(8) إذا كان $x + y = 2 \ , x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي :

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

(9) إن قيمة التعبير $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}} \ , x > 0$ تساوي :

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده