

Matrix multiplication has no operational counterpart in the real number system. To multiply (matrix A) by (matrix B), the number of columns in A must be equal to the number of rows in B. This can be determined by examining the dimensions of A and B. If it exists, product matrix AB has the same number of rows as A and the same number of columns as B.

$$\text{matrix } A \times \text{matrix } B = AB_{3 \times 4(\text{Dimensions})}$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 4$$



مفهوم اساسي لضرب المصفوفات: اذا كانت A مصفوفة $m \times r$ ، وكانت B مصفوفة $r \times n$ ، لكي نستطيع اتمام عملية الضرب فلا بد ان يكون عدد الاعمدة في الاولى مساويا لعدد الصفوف في الثانية وهو (r) و ابعاد المصفوفة الناتجة من الضرب تساوي $m \times n$.

Activity (1): Use the matrices A and B to find the following operations if possible :

نشاط (1): استخدم المصفوفات A و B التالية ، لإيجاد العمليات التالية إن امكن :

1) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

Teacher : Mohammed Alzen

a) $3B = \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$

b) $-3A = \begin{bmatrix} -9 & 3 \\ -12 & 0 \end{bmatrix}$

c) $AB = \begin{bmatrix} 3 \times 4 + -1 \times 1 & 3 \times 3 + -1 \times -2 \\ 4 \times 4 + 0 \times 1 & 4 \times 3 + 0 \times -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 11 \\ 16 & 12 \end{bmatrix}$

2) $Q = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 5 & -7 & 1 \end{bmatrix}$ $V = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 3 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -16 & -20 \end{bmatrix}$

a) $Q \bullet V = \begin{bmatrix} -2 \times 2 + 0 \times 5 + 3 \times 9 & -2 \times 0 + 0 \times 3 + 3 \times 1 \\ 5 \times 2 + -7 \times 5 + 1 \times 9 & 5 \times 0 + -7 \times 3 + 1 \times 1 \end{bmatrix}$

b) $V \bullet Q = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 6 \\ 5 & -21 & 18 \\ -13 & -7 & 28 \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$, $B = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 7 \\ 4 & -5 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

$A \times B$: impossible multiply

You know that the *multiplicative identity* for real numbers is 1, because for any real number a , $a \cdot 1 = a$. The multiplicative identity $n \times n$ square matrices is called the **identity matrix**.

KeyConcept Identity Matrix

Words The identity matrix of order n , denoted I_n , is an $n \times n$ matrix consisting of all 1s on its main diagonal, from upper left to lower right, and 0s for all other elements.

Symbols

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المحايدة I_n : هي مصفوفة ذات الرتبة $n \times n$ ، بحيث تكون جميع القيم على قطرها تساوي 1 من أعلى يسار إلى أدنى يمين وجميع القيم الأخرى تساوي 0.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teacher: **Mohammed Alzzen**

Note: If a matrix A has an inverse, then A is said to be invertible or nonsingular, and if A does not have an inverse, then A is said singular matrix or not invertible.

Activity (2): Find the determined of each matrix, then find the inverse of the matrix if it exists, if not write singular matrix:

نشاط (2): اوجد المحددة لكل من المصفوفات التالية $\det(A) = |A|$ ، ثم اوجد المصفوفة العكسية ان وجدت، اذا لم توجد مصفوفة عكسية اكتب مصفوفة مفردة اي اذا كان $\det(A) = 0$

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ $|A| = (2 \times -2) - (4 \times -2) = 4$
 $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b) $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$ $|B| = (2 \times -3) - (1 \times -6) = 0$
 Singular matrix

c) $D = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ $|D| = (-4 \times -2) - (8 \times 1) = 0$
 Singular

d) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ $|A| = (3 \times -3) - (5 \times -2) = 1$
 $A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

e) $C = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $|C| = -3(-1 \times 0 - 2 \times 4) - 2(1 \times 0 - 2 \times -1) + 4(1 \times 4 - -1 \times -1) = 32$

Teacher : Mohammed Alzzen

KeyConcept Inverse of a Square Matrix

Let A be an $n \times n$ matrix. If there exists a matrix B such that $AB = BA = I_n$, then B is called the **inverse** of A and is written as A^{-1} . So, $AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$.

Activity (3): Determine whether A and B are **inverse matrices** or not.

نشاط (3): حدد ما اذا كانت المصفوفتان A و B متعاكستان (قابلتان للعكس)، أم لا، (مصفوفتان منفردتان اي ان المحددة تساوي 0 فهي غير قابلة للعكس):

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
A and B are inverse matrices
متعاكستان

b) $A = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
A and B are inverse matrices

Activity (4): Find x and y ?

$A = \begin{bmatrix} 2x & -y \\ -3y & 5x \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ and $AB = \begin{bmatrix} -2 \\ 31 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 8x + 2y \\ -12y - 10x \end{bmatrix}$
 $8x + 2y = -2$
 $-10x - 12y = 31$

$x = \frac{1}{2}$
 $y = -3$

Activity (5): Evaluate $CA + CB$:

$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 9 & -6 \\ 7 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 28 & 11 & -5 \\ -16 & -6 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 73 & -42 \\ -3 & -41 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 84 & -47 \\ -19 & -47 & 28 \end{bmatrix}$
Teacher: Mohammed Alzzen