٥ - ١ العلاقة وخواصّها

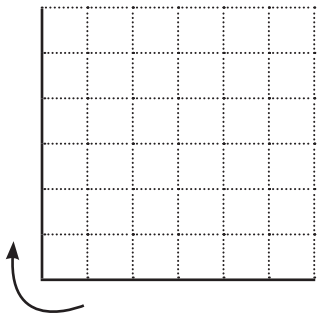
أولا : خاصية الانعكاس

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س علاقة **انعكاسية**
إذا وفقط إذا كان لكلّ ﺃ ∈ س ، يكون (ﺃ ، ﺃ) ∈ ع .

- للحكم على أنّ العلاقة انعكاسية ، يلزم التحقّق من أنّ كلّ عنصر من عناصر المجموعة يرتبط بنفسه في العلاقة .
- للحكم على أنّ العلاقة ليست انعكاسية يكفي وجود عنصر واحد من عناصر المجموعة لم يرتبط بنفسه العلاقة .

دورك الآن (١)

العلاقات الآتية معرَّفة على المجموعة س = { -١ ، ٠ ، ١ } . حدِّد أيًّا منها يمثّل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّل ع١ بمخطّط بياني وع٢ بمخطّط سهمي :



١ ع١ = { (-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١) }

∵ -١ ∈ س ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

..... ∈ س ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

.....

∴ ع١ علاقة ..... لأنّ لكلّ ﺃ ∈ س ، يكون .....

٢ ع٢ = { (٠ ، ٠) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١) }

∵ -١ ∈ س ولكن (..... ، .....) ∉ ع٢

∴ ع٢ .....

ثانيًا : خاصّية التناظر

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س علاقة **متناظرة** إذا وفقط إذا كان
لكلّ (ﺃ ، ب) ∈ ع ، فإنّ (ب ، ﺃ) ∈ ع

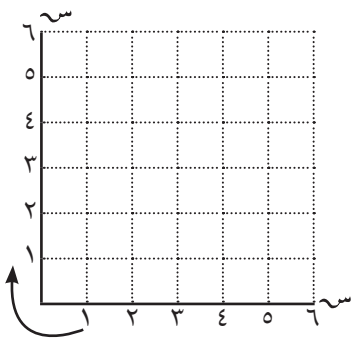
تكون العلاقة ع ليست متناظرة إذا وُجد (ﺃ ، ب) ∈ ع ولكن (ب ، ﺃ) ∉ ع (عنصر واحد على الأقلّ) .

دورك الآن (٢)

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ع١ ، ع٢ علاقات معرَّفة على سـ :

ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ + ب = ٧ } ،

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب }



(أ) أُكتب ع١ بذكر العناصر ومثِّلها بمخطّط بياني ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع١ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع١ = { (١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (..... ، .....) ،

(..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

العلاقة ع١ : (١ ، .....) ∈ ع١ ، (..... ، .....) ∈ ..... ،

(..... ، .....) ∈ ..... ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

(..... ، .....) ∈ ..... ، (..... ، .....) ∈ .....

∴ ع١ علاقة ..... لأنّ لكلّ (أ ، ب) ∈ ع١ ، فإنّ (..... ، .....) ∈ .....

(ب) أُكتب ع٢ بذكر العناصر ومثِّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع٢ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع٢ = { (١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (..... ، .....) }

ع٢ علاقة ..... لأنّ (..... ، .....) ∈ ع٢ ولكن (..... ، .....) ∉ ع٢

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

ثالثًا : خاصّية التعدّي

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة سـ علاقة متعدّية إذا وفقط إذا كان
لكلّ (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، فإنّ (أ ، جـ) ∈ ع .

- وجود العنصر (أ ، أ) في ع ، لا يؤثّر على خاصّية التعدّي .
- لبحث علاقة التعدّي ، نختبر كلّ الأزواج المرتَّبة المختلفة المساقط .
- إذا وُجد العنصر (أ ، ب) في ع ، ولم يوجد العنصر (ب ، جـ) في ع ، فلا يوجد ما ينفي شرط التعدّي .

تكون العلاقة ع ليست متعدّية إذا وُجد (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، ولكن (أ ، جـ) ∉ ع .

دورك الآن (٣)

إذا كانت س = { ٠ ، ٢ ، ٤ } ، ع علاقة معرَّفة على س حيث ع = { (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٠ ، ٤) } .

هل ع علاقة متعدّية ؟ ولماذا ؟

∵ (..... ، .....) ∈ ع و (..... ، .....) ∈ ع ، (..... ، .....) ∈ ع

∴ ع علاقة .....

لأنّ لكلّ (أ ، ب) ∈ ع و (..... ، .....) ∈ ع ، فإنّ (أ ، جـ) ∈ ع .

رابعًا : خاصّية التكافؤ

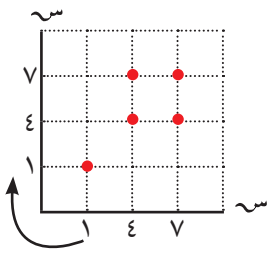
تكون العلاقة ع المعرَّفة على مجموعة س علاقة تكافؤ إذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدّية .

دورك الآن (٤)

إذا كانت س = { ١ ، ٤ ، ٧ } ، ع علاقة معرَّفة على س

كما هو موضَّح في المخطّط البياني المقابِل ،

فاختبِر ما إذا كانت ع علاقة تكافؤ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

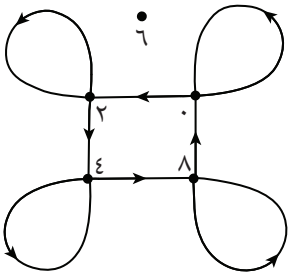
.....

تكون العلاقة ع ليست تكافؤًا إذا لم تكن ع (انعكاسية أو متناظرة أو متعدّية) .

تمارين ذاتِية :

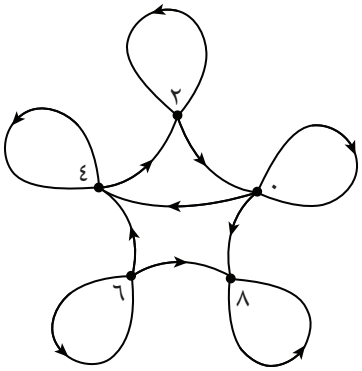
١ فيما يلي مجموعة من المخطّطات السهمية لعدّة علاقات على سـ = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } .
أُكتب كلّ علاقة بذكر العناصر ، ثمّ اختبِر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب .

(أ)



.....
.....
.....
.....
.....
.....

(ب)



.....
.....
.....
.....
.....
.....

٢ إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ } ، وكانت ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ عامل من عوامل ب } .

(أ) أُكتب ع بذكر العناصر . .....

(ب) تحقّق من أنّ العلاقة ع انعكاسية . .....

.....
.....
.....

٣ أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ومثِّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ اختبِر الخاصّية الانعكاسية .

(أ) سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ + ب = عددًا زوجيًّا }

.....
.....
.....

(ب) ل = { -٢ ، ١ ، -١ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ل ، $أ^{٢}$ = $ب^{٢}$ }

.....
.....
.....

ج) م = { -١ ، ٠ ، ٣ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ م ، أ ≤ ب }

.....

.....

.....

٤ أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ثمّ اختبِر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

أ) العلاقة ع معرَّفة على س = { ٣ ، ٤ ، ٥ }
حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨ }

.....

.....

.....

.....

ب) ع علاقة « ≥ » معرَّفة على س = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

.....

.....

.....

.....

ج) ع علاقة « ضعف » معرَّفة على س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

.....

د) العلاقة ع معرَّفة على س = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }
حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = صفرًا }

.....

.....

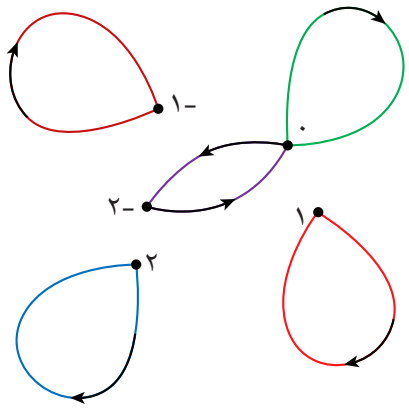
.....

.....

.....

٥ فيما يلي مخطّطات سهمية وبيانية لعلاقات معرَّفة على سـ = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } .
اِختبِر خاصّية التناظر لكلّ شكل ممّا يلي :

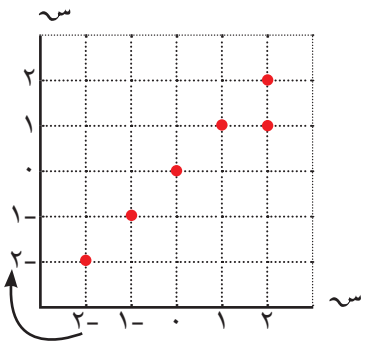
أ



.....

.....

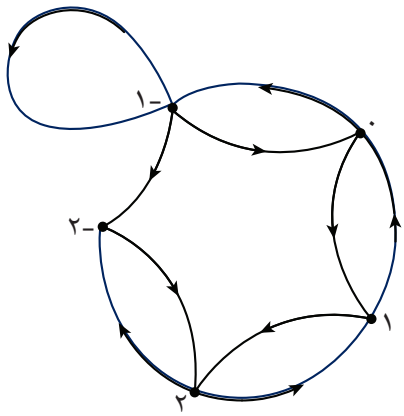
ب



.....

.....

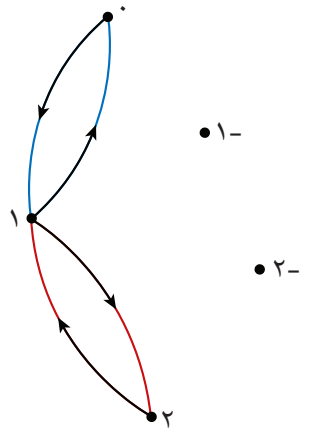
ج



.....

.....

د



.....

.....

٦ العلاقات الآتية معرَّفة على المجموعة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } . أيّ منها هو علاقة متعدّية ؟ وأيّها غير متعدّية ؟ مع ذكر السبب .

ع١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣) }

.....

.....

ع٢ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

.....

.....

ع٣ = { (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ١) }

.....

.....

٧ إعتبِر سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ < ب }

(أ) أُكتب ع بذكر العناصر ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

.....

.....

(ب) إختبِر ع من حيث كونها متعدّية أم لا مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

٨ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، وكانت ع = { (س ، ص) : س ، ص ∈ سـ ، س ≠ ص } ، أُكتب ع بذكر العناصر ، ثمّ ادرس خواصّ العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

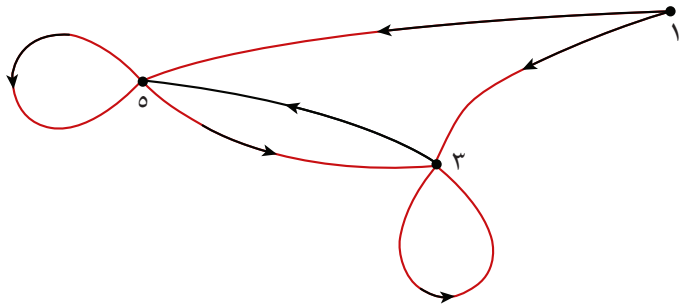
.....

.....

.....

.....

٩ في المخطّط السهمي المقابِل
ع علاقة معرَّفة على سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ } .



أُدرس خواصّ العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ - ٥ التطبيق (الدالّة)

التطبيق (الدالّة) : هو علاقة من سـ إلى صـ بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر سـ بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر صـ .

نرمز إلى التطبيق (الدالّة) بأحد الرموز : ت ، د ، هـ ، و ، ...

إذا كانت ت تطبيق من سـ إلى صـ ، نرمز إلى ذلك ت : سـ ← صـ

مكوِّنات التطبيق (الدالّة) ت : سـ ← صـ هي :

١ سـ تُسمّى مجال التطبيق (الدالّة) .

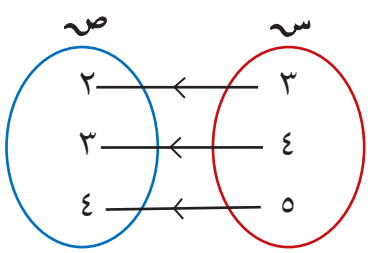
٢ صـ تُسمّى المجال المقابِل للتطبيق ت .

٣ ت هي قاعدة الاقتران .

دورك الآن (١)

تمثّل المخطّطات السهمية التالية علاقات من سـ إلى صـ ، أيّ منها يمثّل تطبيقًا وأيّها لا يمثّل تطبيقًا مع ذكر السبب ؟

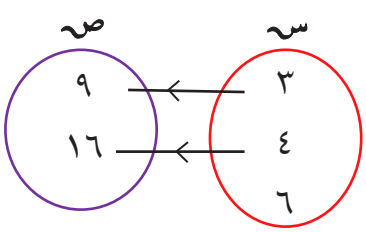
أ



العلاقة : .....

السبب : .....

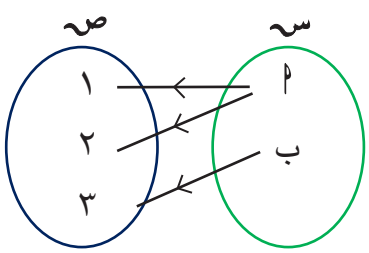
ب



العلاقة : .....

السبب : .....

ج



العلاقة : .....

السبب : .....

في المخطّط السهمي الذي يمثّل تطبيقًا : كلّ عنصر من عناصر سـ يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر صـ .

مدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر مجال التطبيق .

مدى التطبيق مجموعة جزئية من المجال المقابِل .

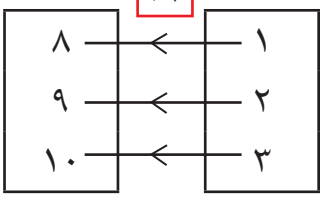
إذا كان أ ∈ سـ والعنصر الذي يرتبط به من صـ هو ب ، فإنّنا نعبّر عن ذلك بالصورة ت (أ) = ب وهي قيمة التطبيق (الدالّة) ت عند أ .

قاعدة الاقتران للتطبيق هي التعبير الرياضي الذي يربط كلّ عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابِل .

دورك الآن (٢)

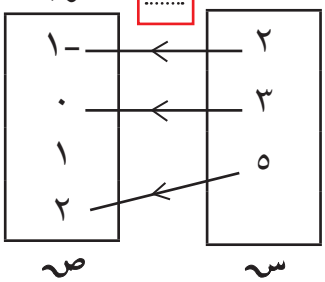
يمثّل كلّ ممّا يلي تطبيقًا من سـ إلى صـ . أُكتب قاعدة الاقتران لكلّ منها .

أ مدخَلات | مخرَجات | +٧



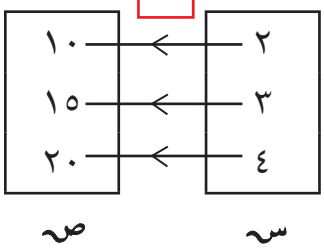
ق (س) = ...

ب مدخَلات | مخرَجات | .....



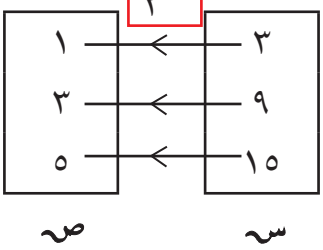
ت (س) = ...

ج مدخَلات | مخرَجات | .....



د (س) = ...

د مدخَلات | مخرَجات | $\frac{١}{٣}$ ×



هـ (س) = ...

في العلاقة التي تمثّل تطبيقًا : كلّ عنصر من عناصر المجال يظهر مرّة واحدة فقط كمسقط أوّل في أحد الأزواج المرتَّبة التي تنتمي إلى العلاقة .

دورك الآن (٣)

ليكن ع علاقة من سـ إلى صـ ، أُكتب ع بذكر العناصر ، وحدِّد ما إذا كانت تمثّل تطبيقًا أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

ع = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، أ = ٢ ب }

سـ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

.....

في المخطّط البياني الذي يمثّل تطبيقًا : كلّ خطّ رأسي يمرّ بنقطة واحدة على الأكثر من نقاط التطبيق .

دورك الآن (٤)

إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، ح هي مجموعة الأعداد الحقيقية .

ت : س ⟵ ح حيث ت (س) = $س^{٢}$ + ٢

(أ) أكمِل الجدول التالي ، ثمّ أوجِد مدى التطبيق ت :

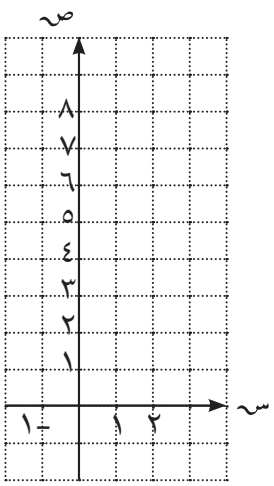
س	-١	٠	١	٢
$س^{٢}$ + ٢	$(-١)^{٢}$ + ٢			
ت (س)	٣			

مدى التطبيق = { ..... ، ..... ، ..... }

(ب) أُكتب ت كأزواج مرتَّبة .

ت = { (-١ ، ٣) ، ..... }

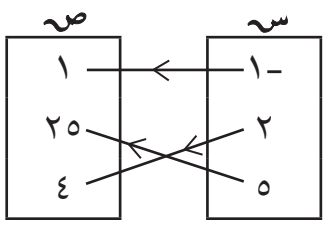
(ج) أُرسم مخطّطًا بيانيًّا في المستوى الإحداثي .



تمارين ذاتية :

١ بيِّن أيًّا من المخطّطات السهمية التالية يمثّل تطبيقًا من سـ ⟵ صـ وأيّها لا يمثّل تطبيقًا ، مع ذكر السبب . إذا كان المخطّط يمثّل تطبيقًا فاذكر المجال والمدى .

(أ)

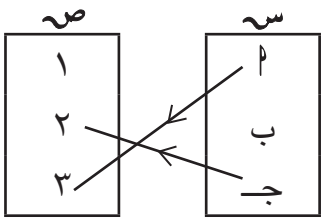


.....

.....

.....

(ب)

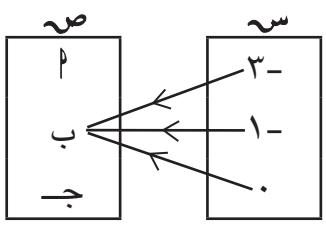


.....

.....

.....

(ج)

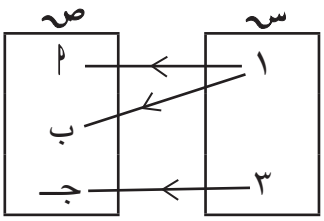


.....

.....

.....

(د)



.....

.....

.....

٢ حدِّد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثّل تطبيقًا من سـ ⟵ صـ أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

أ ع١ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ - ٣ }
حيث سـ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، صـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

ب ع٢ = { (-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣) }
حيث سـ = { -١ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { ١ ، ٣ }

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -٣ ، -١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ت تطبيقًا من سـ ⟵ صـ
حيث ت (س) = ٢س - ١

س	-١	٠	١
٢س - ١			
ت (س)			

أ أكمِل الجدول المقابِل :

ب مدى ت = ...

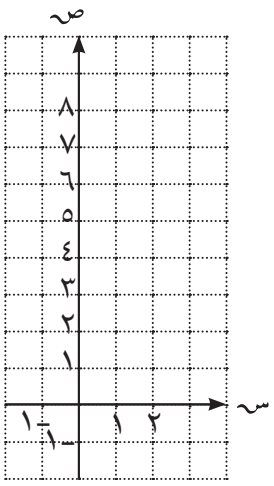
ج أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
ت = ...

د أُرسم مخطّطًا سهميًّا .

٤ إذا كانت سـ = { -١ ، ١ ، ٢ } ، حـ هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هـ هي تطبيق معرَّف كما يلي :
هـ : سـ ⟵ حـ حيث هـ (س) = س٣

أ أكمِل الجدول التالي :

س	-١	١	٢
س٣			
هـ (س)			



ب مدى هـ = ...

ج أُكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
هـ = ...

د أُرسم مخطّطًا بيانيًّا في المستوى الإحداثي .

٣ - ٥ أنواع التطبيق

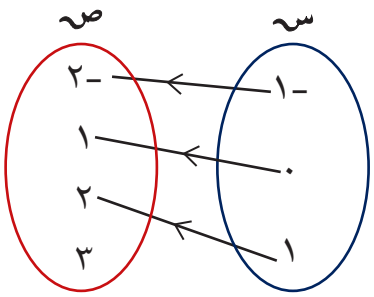
التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابِل يُسمى « تطبيق شامل » .

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابِل يُسمّى « تطبيق متباين » .

التطبيق الشامل والمتباين يُسمّى « تطبيق تقابل » .

دَوْرُكَ ٱلآنَ

من المخطّط السهمي المقابِل ، بيِّن نوع التطبيق ت : س ← ص فيما إذا كان تطبيقًا شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .



المجال = ...

المجال المقابِل = ...

المدى = ...

ت تطبيق .....

السبب : .....

ت تطبيق .....

السبب : .....

ت تطبيق .....

السبب : .....

دورك الآن (٢)

إذا كانت س = { -٢ ، ٠ ، ٢ } ، ص = { -٥ ، ١ ، ٧ }

التطبيق ت : س ← ص ، حيث ت (س) = ٣س + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ت .

ت (س) = ٣س + ١

ت (-٢) = ...

ت (٠) = ...

ت (٢) = ...

المدى = ...

(ب) أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

(ج) مثِّل التطبيق ت بمخطّط سهمي .

(د) بيِّن نوع التطبيق ن من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ن تطبيق ..... لأنّ : .....

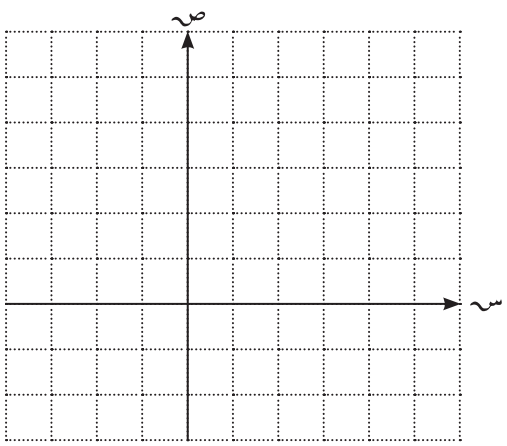
ن تطبيق ..... لأنّ : .....

ن تطبيق ..... لأنّه : .....

دورك الآن (٣)

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، التطبيق د : سـ ← سـ ،
حيث د = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١) }

(أ) مثِّل التطبيق د بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .



(ب) أُكتب مدى التطبيق .

.....

(ج) هل التطبيق د تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

١ إذا كانت سـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { -٣ ، ١ ، ٥ ، ٩ }
التطبيق ن : سـ ← صـ ، حيث ن (س) = ٤س + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ن .

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) أُكتب التطبيق ن كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

ج) مثِّل التطبيق ب بمخطّط سهمي .

د) بيِّن نوع التطبيق ب من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

٢ **إذا كانت** ل = { ١ ، ٢ ، -٢ } ، هـ = { ٢ ، ٤ ، ٥ }

التطبيق ك : ل ⟵ هـ ، **حيث** ك (س) = $س^{٢}$ + ١

أ) أوجِد مدى التطبيق ك .

.....

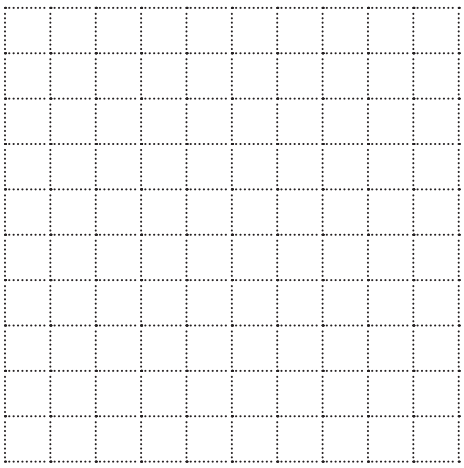
.....

ب) أُكتب التطبيق ك كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

ج) مثِّل التطبيق ك بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .



د) بيِّن نوع التطبيق ك من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { -٢ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -٩ ، -١ ، ٠ ، ١ } ،

التطبيق هـ : سـ ← صـ ، حيث هـ (س) = $س^{٣}$ - ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق هـ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

.....

(ج) مثِّل التطبيق هـ بمخطّط سهمي .

(د) بيِّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ إذا كانت ع = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

التطبيق هـ : ع ← ع ، حيث هـ = { (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥) }

(أ) أوجِد مدى التطبيق هـ .

.....

.....

(ب) مثِّل التطبيق هـ بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .

(ج) بيِّن أنّ التطبيق هـ هو تطبيق تقابل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥ إذا كان التطبيق د : سـ ← صـ ، حيث سـ = { ١ ، ٤ ، ١٦ } ،

صـ = { ٢ ، ٥ ، ١١ } ، د (س) = $٣\sqrt{س}$ − ١ ، فبيِّن أنّ د تطبيق تقابل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ ـ ٥ الدالّة الخطّية

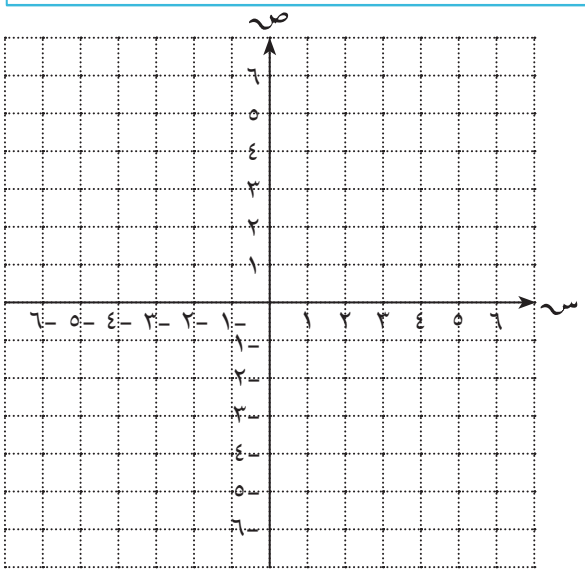
- الدالّة (التطبيق) التي مجالها ومجالها المقابِل مجموعة الأعداد الحقيقية أو مجموعة جزئية منها تُسمّى « دالّة حقيقية » .
- الدالّة الحقيقية د : ح ← ح ، د (س) = أ س + ب ،
  حيث أ ، ب ∈ ح ، أ ≠ ٠ تُسمّى « دالّة خطّية » (تطبيقًا خطّيًا) .

- د (س) = أ س + ب تُسمّى قاعدة الاقتران ويمكن كتابتها على الصورة : ص = أ س + ب ويكون بيانها خطًّا مستقيمًا يقطع محور السينات حيث أ ≠ ٠ .
- يُسمّى س المتغيّر المستقلّ ، وهو المتغيّر الذي يحدّد قِيَم مخرَجات الدالّة .
- يُسمّى ص المتغيّر التابع ، وهو المتغيّر الذي تعتمد قيمته على قِيَم المتغيّر المستقلّ .

دورك الآن

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٣س + ٢

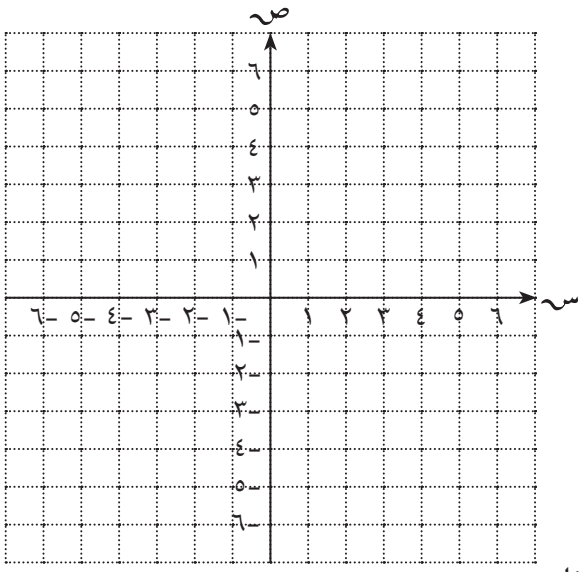
ص = ٣س + ٢				
س				
ص				



دورك الآن (٢)

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٤

ص = ٤				
س				
ص				



ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالّة ..... محور السينات .

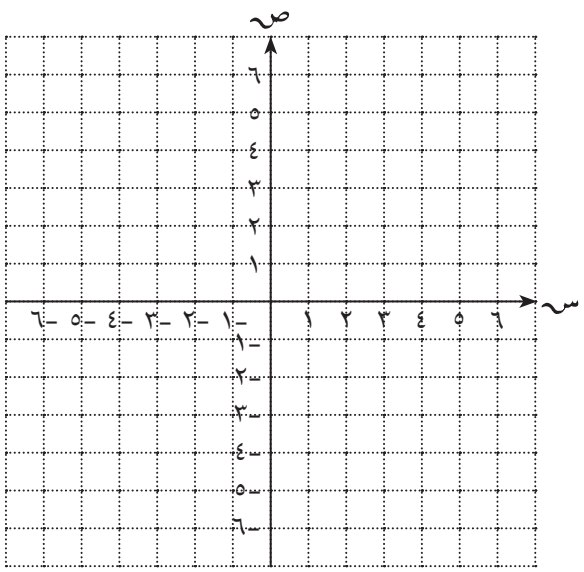
• الدالّة الثابتة د(س) = جـ ، جـ ∈ ح يكون بيانها خطًّا مستقيمًا أفقيًّا (يوازي محور السينات) .

تَمارينٌ ذاتِيَّةٌ :

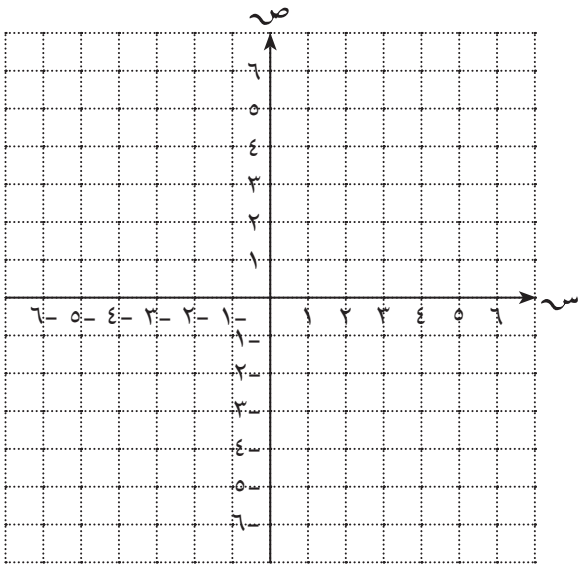
١ أُرسم بيانيًّا كلًّا من الدوالّ الخطّية التالية :

أ ص = س + ٢

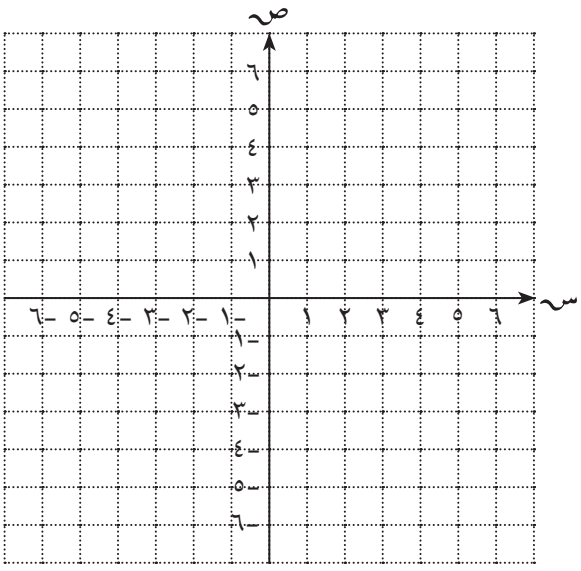
ص = س + ٢			
س			
ص			



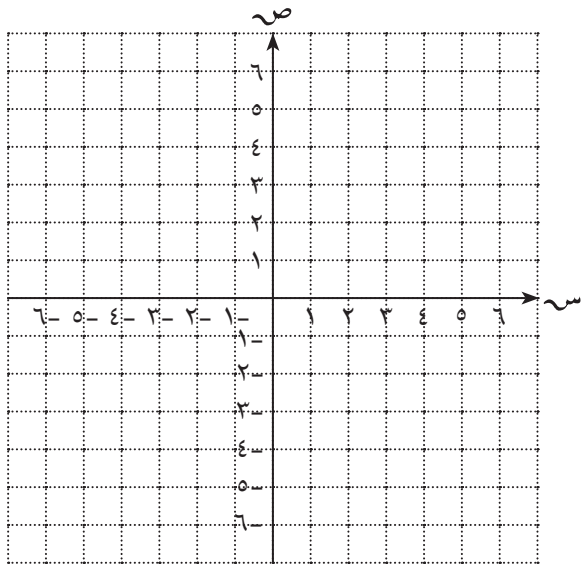
ب ص = ٢س − ٤



ج ص + س = ٣



د ص = ١ − ٢س



٥ - ٥ الدالّة التربيعية

الدالّة الحقيقية التي فيها القوّة الأعلى للمتغيّر المستقلّ تساوي ٢ تُسمّى « دالّة تربيعية » .

ويكون الرسم البياني للدالّة التربيعية منحنى على شكل ∨ أو ∧ ويُسمّى « قطع مكافِئ » .

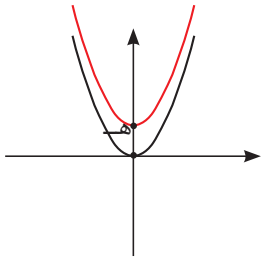
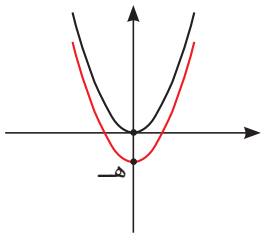
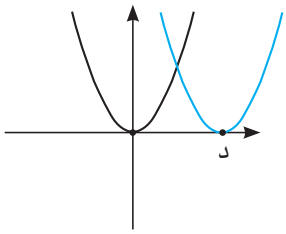
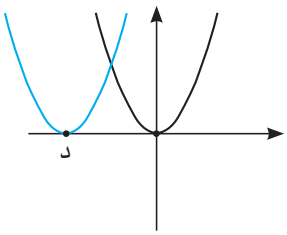
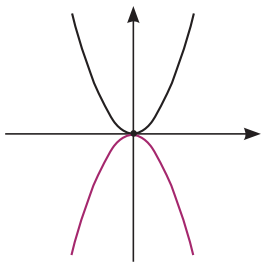
الصورة العامّة للدالّة التربيعية هي :

ص = أ س^{٢} + ب س + جـ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

حدّ من الدرجة الثانية — حدّ من الدرجة الأولى — حدّ ثابت

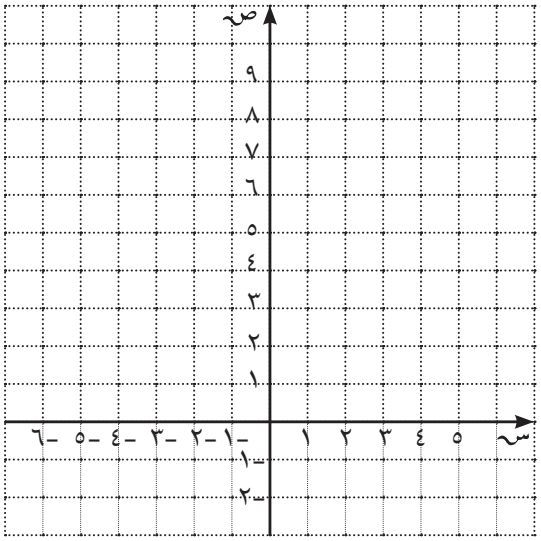
حيث أنّ كلًّا من المجال والمجال المقابِل للدالّة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية .

- **الصورة القياسية للدالّة التربيعية :**
  ص = أ (س - د)^{٢} + هـ ؛ أ ، د ، هـ ∈ ح ، أ ≠ ٠
- **تقتصر دراستنا في حالة أ = ١ أي على الصورة ص = (س - د)^{٢} + هـ**
- **رأس منحنى الدالّة ص = (س - د)^{٢} + هـ هو النقطة (د ، هـ) .**

الدالّة التربيعية	التحويلات الهندسية المطبَّقة على التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}	التمثيل البياني	مثال
ص = س^{٢} + هـ	إزاحة رأسية بمقدار | هـ | وحدة إلى الأعلى إذا كانت هـ موجَبة .		ص = س^{٢} + ١
	إزاحة رأسية بمقدار | هـ | وحدة إلى الأسفل إذا كانت هـ سالبة .		ص = س^{٢} - ١
ص = (س - د)^{٢}	إزاحة أفقية بمقدار | د | وحدة إلى اليمين إذا كانت د موجَبة .		ص = (س - ١)^{٢}
	إزاحة أفقية بمقدار | د | وحدة إلى اليسار إذا كانت د سالبة .		ص = (س - (-١))^{٢} ص = (س + ١)^{٢}
ص = - س^{٢}	اِنعكاس في محور السينات .		ص = - س^{٢}

دورك الآن (١)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س - ٣)^{٢} مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



(أ) أُرسم بيان الدالّة : ص = س^{٢}

(ب) بيان الدالّة ص = (س - ٣)^{٢}

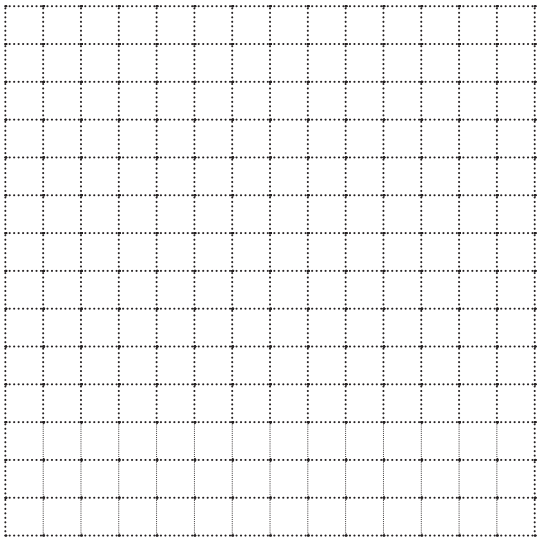
هو إزاحة ..... لبيان الدالّة : ص = س^{٢}

.....

(ج) أُرسم بيان الدالّة : ص = (س - ٣)^{٢}

دورك الآن (٢)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = - (س + ٢)^{٢} مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



.....

.....

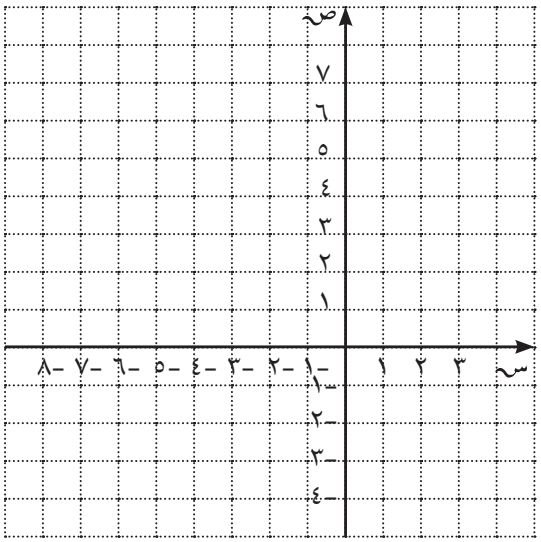
.....

.....

- خطّ تماثل بيان الدالّة ص = (س - د)^{٢} + هـ هو المستقيم الذي معادلته س = د

دورك الآن (٣)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س + ٣)^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



.....

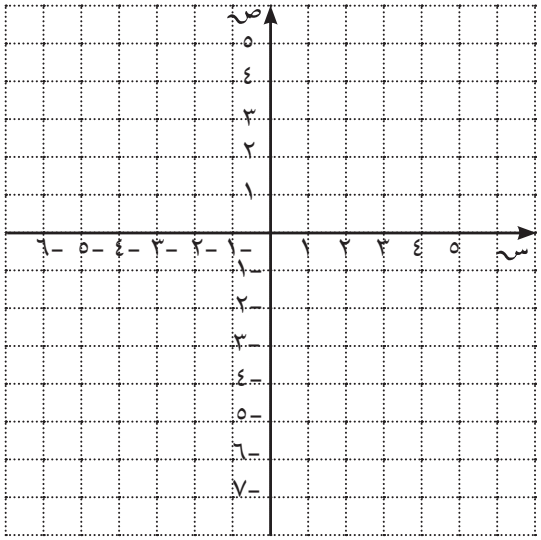
.....

.....

تَمارينٌ ذاتيَّةٌ :

مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} ، مثِّل بيانيًّا كلًّا من الدوالّ التالية :

١ ص = س^{٢} - ٤



.....

.....

.....

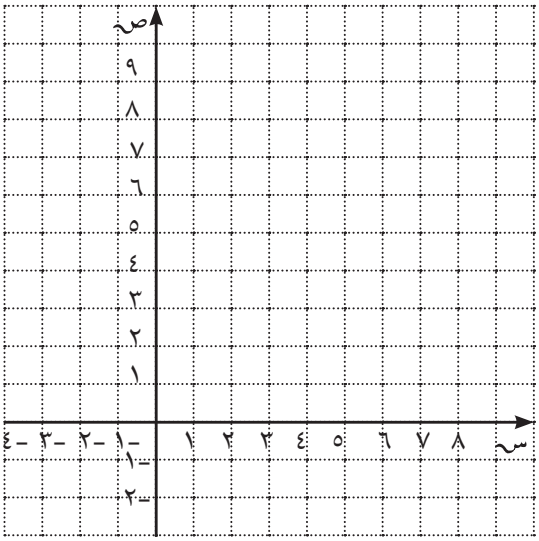
.....

.....

.....

.....

٢ ص = (س - ٥)^{٢}



.....

.....

.....

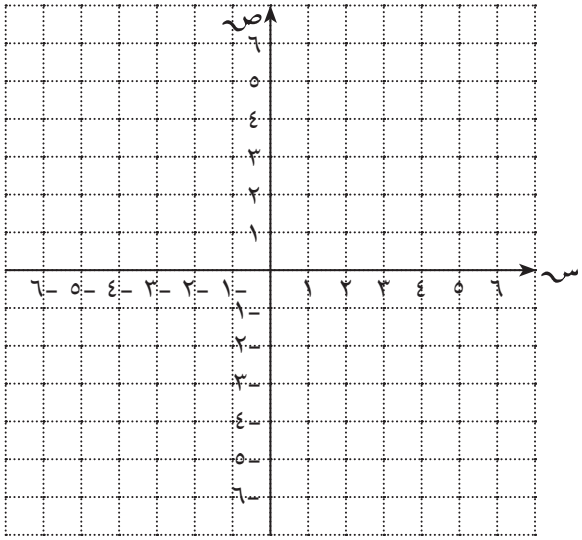
.....

.....

.....

.....

٣ ص = - س^{٢} + ٢



.....

.....

.....

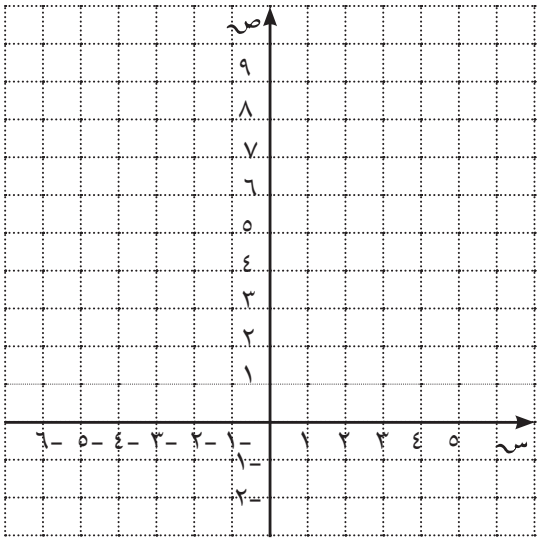
.....

.....

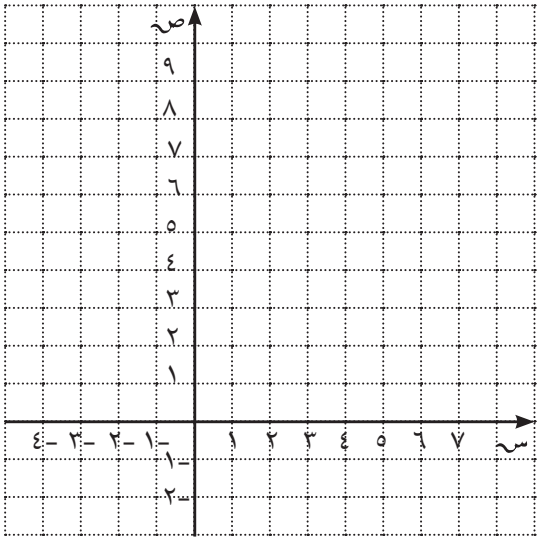
.....

.....

٤ ص = (س + ١)^{٢} + ٢



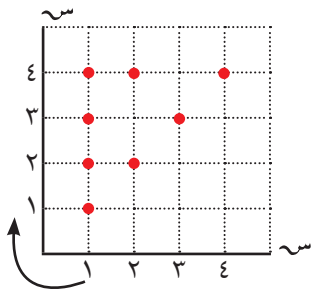
٥ ص = (س - ٣)^{٢} + ١



تقويم الوحدة التعليمية الخامسة

أولا : البنود المقالِية

١ يوضّح المخطّط البياني المقابِل العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }



أ أُكتب العلاقة ع بذكر العناصر .

.....

.....

ب اِختبِر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على س = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ،

ع = { (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٧ ، ٧) ، (٥ ، ٩) ، (٩ ، ٩) ، (٣ ، ٩) }

فاختبِر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، صـ = { ٠ ، ٣ ، ٦ }

وكانت ت تطبيق من سـ إلى صـ حيث ت (س) = ٣س ـ ٣

(أ) أكمِل الجدول المقابِل :

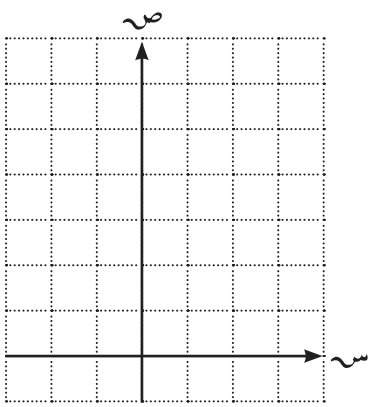
س	١	٢	٣
٣س ـ ٣			
ت (س)			

(ب) مدى ت = ...

(ج) أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة :

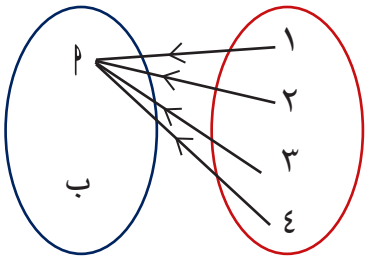
ت = ...

(د) أُرسم مخطّطًا سهميًّا ، وآخر بيانيًّا في المستوى الإحداثي .



٤ أيّ من المخطّطات السهميّة التالية يمثّل تطبيقًا ؟ ولماذا ؟

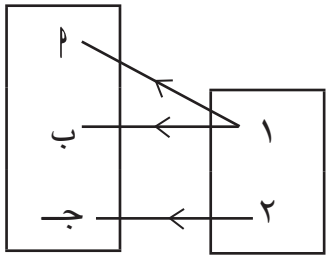
(أ)



.....

.....

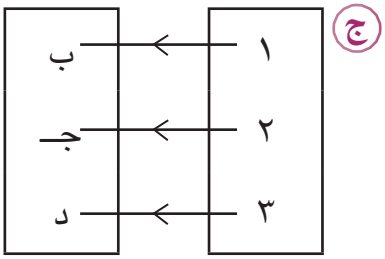
(ب)



.....

.....

(ج)



.....

.....

٥ إذا كان التطبيق د : سـ ⟵ صـ ، حيث سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { ـ٤ ، ٠ ، ٤ } ،

د (س) = ٤س ـ ٤

(أ) أوجِد مدى التطبيق د .

.....

.....

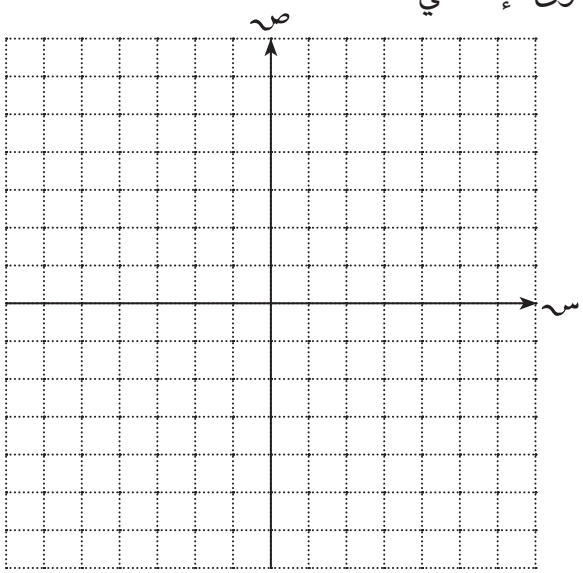
.....

.....

(ب) أُكتب د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

ج) مثِّل التطبيق د بمخطّط سهمي وآخر بياني في المستوى الإحداثي .



د) بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦ **إذا كان التطبيق ق : سـ ⟵ صـ ، حيث سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { ١ ، ٢ } ،**
ق (س) = ٢ - س^{٢} ، فبيِّن نوع التطبيق ق من حيث كونه شامل ، متباين ، تقابل مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٧ إذا كانت سـ = { ١ ، ٩ } ، صـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، والتطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، حيث

ت (س) = $\sqrt{س + ١}$

(أ) أوجِد مدى التطبيق ت .

.....

.....

.....

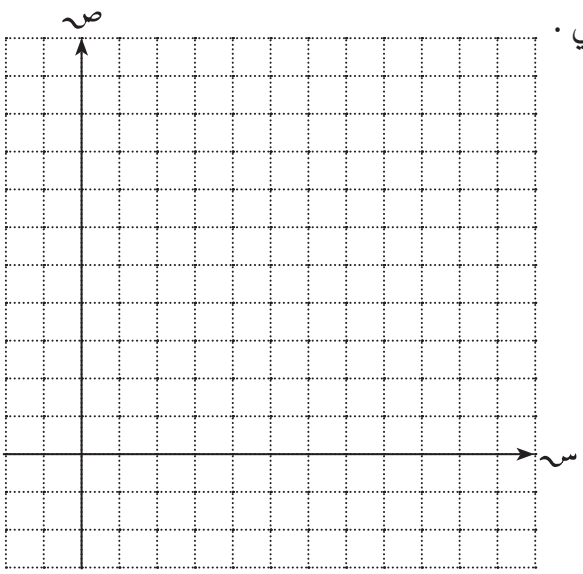
.....

(ب) أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

(ج) مثِّل التطبيق ت بمخطّط سهمي .

(د) مثِّل التطبيق ت بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .



(هـ) بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

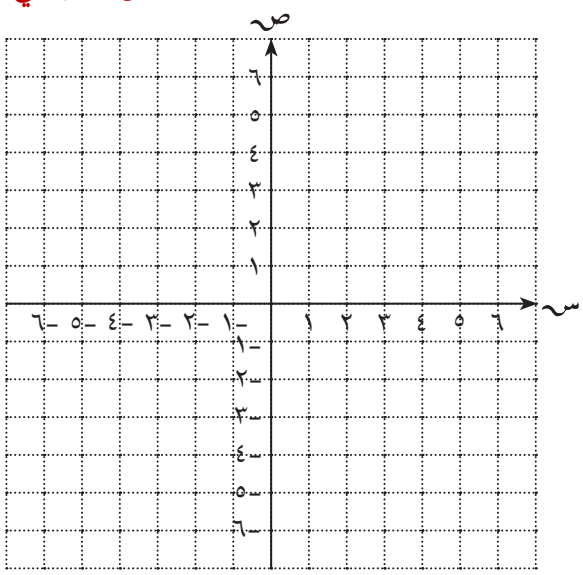
.....

.....

.....

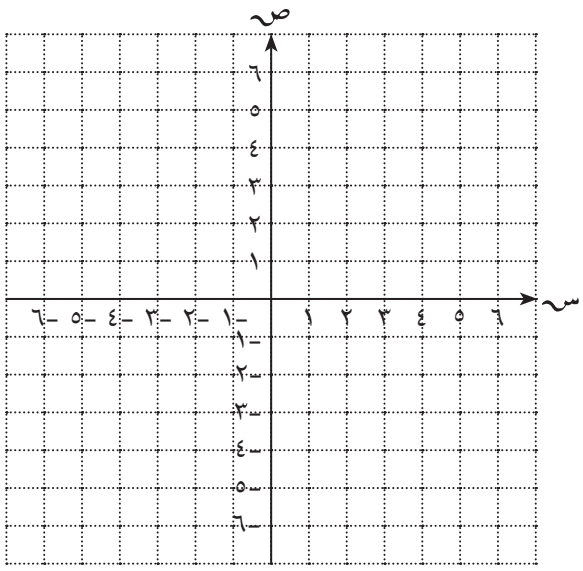
٨ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص - ٢س = ٢

س				
ص				

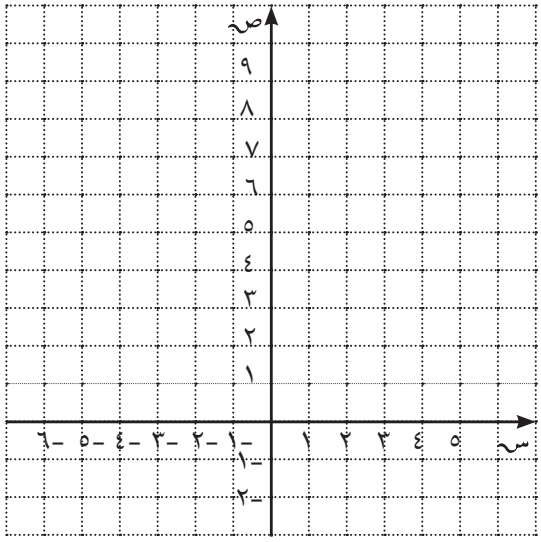


٩ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = س

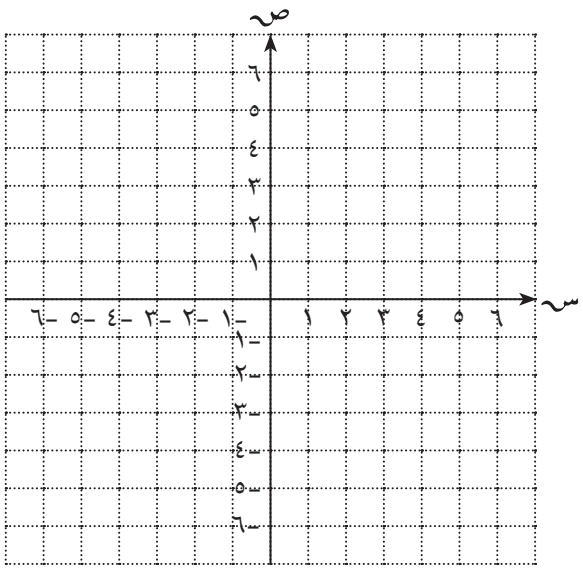
س				
ص				



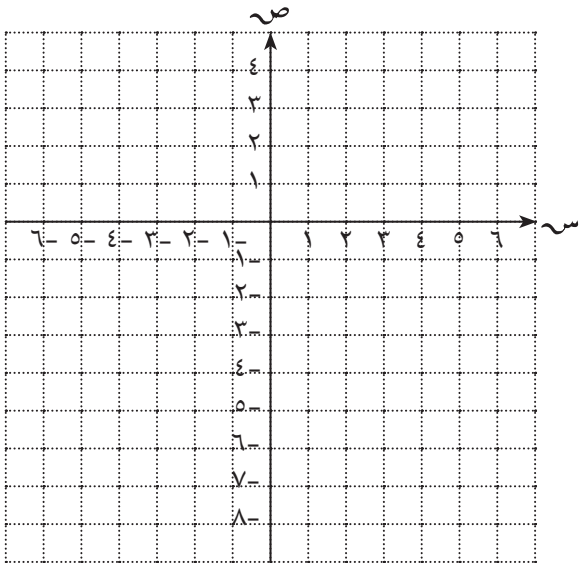
١٠ مثِّل بيانيًّا : ص = $س^{٢}$ + ١ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = $س^{٢}$



١١ مثِّل بيانيًّا : ص = - س^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



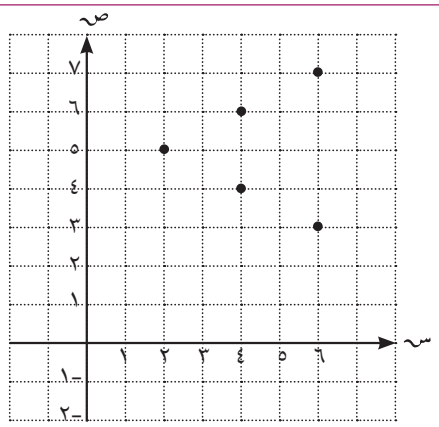
١٢ مثِّل بيانيًّا : ص =(س - ١)^{٢} - ٣ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



ثانِيا : البنود الموضوعِية

في البنود (١ - ٨) ، ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ إذا كانت ع علاقة تكافؤ على س = { ٣ ، ٥ ، ٦ } ، ع = { (٣ ، ٣) ، (س ، ص) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٦) } فإنّ (س ، ص) = (٦ ، ٥)	أ	ب
٢ علاقة أكبر من أو يساوي على مجموعة أعداد هي علاقة متناظرة .	أ	ب
٣ علاقة التطابق على مجموعة مثلّثات هي علاقة تكافؤ .	أ	ب

٤ لتكن ع : { ٢ ، ٤ ، ٦ } ← { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } فإنّ العلاقة ع الممثَّلة في المستوى الإحداثي المقابِل تمثّل تطبيقًا . 	أ	ب
٥ لتكن سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } التطبيق ت : سـ ← صـ ، حيث ت (س) = س^{٣} ، فإنّ ت تطبيق شامل وليس متباينًا .	أ	ب
٦ إذا كانت النقطة (٣ ، ٢) هي رأس منحنى الدالّة التربيعية ، فإنّ معادلة خطّ التماثل للدالّة هي س = ٣ .	أ	ب
٧ لتكن سـ = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، إذا كان التطبيق ت : سـ ← صـ ، (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = س ، فإنّ ت تطبيق ليس تقابلًا .	أ	ب
٨ النقطة (١ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالّة ص = -٢س + ٣	أ	ب

في البنود (٩ - ٢٣) ، لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

٩ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على سـ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ع = { (٤ ، ٤) } ، فإنّ ع تكون :

أ إنعكاسية
ب متناظرة وليست متعدّية
ج متناظرة ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

.....

١٠ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على سـ = { أ ، ب } ، ع = { (أ ، ب) ، (ب ، أ) } ، فإنّ :

أ ع علاقة متناظرة فقط
ب ع علاقة متناظرة ومتعدّية
ج ع علاقة انعكاسية فقط
د ع علاقة تكافؤ

.....

١١ علاقة التوازي على مجموعة مستقيمات هي :

أ علاقة انعكاسية فقط
ب علاقة متناظرة فقط
ج علاقة انعكاسية ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

١٢ لتكن سـ = { ١ ، ٤ ، ٢٥ } ، إذا كان التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ،
(صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = $\sqrt{\text{س}}$ ، فإنّ ت تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

١٣ لتكن سـ = { ١ ، ٠ ، -١ } ، التطبيق ن : سـ ⟵ سـ ، حيث ن (س) = س^{٢} - ١ ، فإنّ ن تطبيق :

أ متباين وليس شاملًا
ب شامل ومتباين
ج ليس شاملًا وليس متباينًا
د شامل وليس متباينًا

١٤ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ } ، ت : سـ ⟵ سـ ، فإنّ التطبيق التقابل فيما يلي هو :

أ { (١ ، ١) ، (٢ ، ١) }
ب { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) }
ج { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) }
د ليس أيّ ممّا سبق صحيحًا .

١٥ إذا كان التطبيق ن : صـ ⟵ { ٣ } ، حيث (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ،
ن (س) = ٣ ، فإنّ ن تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

١٦ إذا كان التطبيق ن : ط ⟵ ط ، حيث (ط هي مجموعة الأعداد الكلّية) ،
ت (س) = ٢س ، فإنّ ت تطبيق :

أ ليس شاملًا وليس متباينًا
ب متباين وليس شاملًا
ج شامل وليس متباينًا
د تقابل

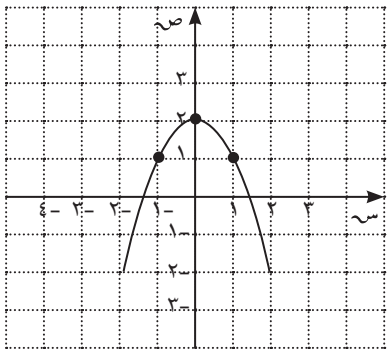
١٧ ليكن التطبيق ت : ح ⟵ ح ، حيث ت (س) = ٢ + ٥س . إذا كان ت (أ) = ٢ ، فإنّ أ تساوي :

أ ٥
ب صفر
ج ٧
د ٣

١٨ إذا كانت النقطة (-٢ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالة : ص = أ س + ٣ ، فإنّ أ تساوي :

أ ١
ب -١
ج ٢
د -٢

١٩ يمثّل الشكل المقابل بيان الدالّة :



أ ص = س^{٢} + ٢

ب ص = - س^{٢} + ٢

ج ص = - (س^{٢} + ٢)

د ص = س^{٢} - ٢

٢٠ بيان الدالّة ص = (س - ٢)^{٢} - ٤ ، يمثّل بيان الدالّة ص = س^{٢} تحت تأثير :

أ إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .

ب إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .

ج إزاحة أفقية بمقدار ٤ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٢ وحدة إلى الأعلى .

د إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأعلى .

٢١ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = س^{٢} هي .....

أ س = ١ ب س = ٠ ج ص = ١ د ص = ٠

٢٢ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = (س - ٢)^{٢} هي .....

أ س = ٠ ب س = ٢ ج س = -٢ د س = -٤

٢٣ نقطة رأس منحنى الدالّة : ص = - (س - ٣)^{٢} + ٤ هي .....

أ (-٣ ، ٤) ب (٣ ، -٤) ج (٣ ، ٤) د (-٣ ، -٤)

في البنود (٢٤ - ٢٥) ، اِختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)	القائمة (٢)
٢٤ إذا كان التطبيق ت : صـ ← صـ (مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ت (س) = س^{٢} ، فإنّ ت	أ شامل وليس متباينًا . ب متباين وليس شاملًا . ج ليس شاملًا وليس متباينًا . د تطبيق تقابل .
٢٥ إذا كان التطبيق ن : { -٢ ، ٠ ، ٢ } ← { -١ ، ٠ ، ١ } حيث ن (س) = $\frac{١}{٢}$ س ، فإنّ ن	