آخر كلام

في الرياضيات



الاسئلة المقالية التي وردت بالاختبارات السابقة

الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

● أ/ وليد دخيل
https://t.me/mathdakhil_waleed

● أ/محمد الباقوري
https://t.me/MRMohammedMaths

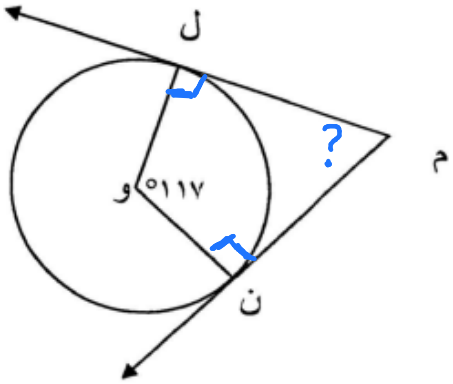
2024 - 2025

الوحدة السادسة : هندسة الدائرة

في الشكل المقابل م ل ، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و،

ق (ل و ن) = ١١٧ °

أوجد ق (ل م ن) .



دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٢

الحل

البرهان : ∵ م ل مماس ، و ل نصف قطر التماس

∴ و ل ⊥ م ل ∴ ق (م ل و) = ٩٠° بالعمل

∵ م ن مماس ، و ن نصف قطر التماس

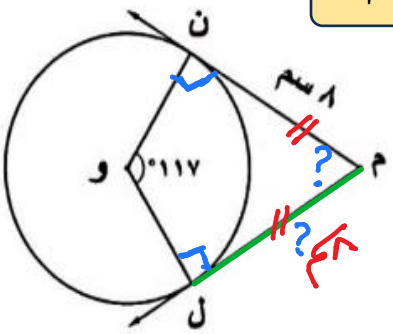
∴ و ن ⊥ م ن ∴ ق (م ن و) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق (ل م ن) = ٣٦٠° - (١١٧° + ٩٠° + ٩٠°) = ٦٣°

[تراعى الحلول الأخرى]

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢



في الشكل المقابل دائرة مركزها و،
م ل ، م ن مماسان للدائرة
إذا كان ق (ن $\hat{و}$ ل) = ١١٧° ، م ن = ٨ سم
١- أوجد ق (ل $\hat{م}$ ن)
٢- طول $\overline{م ل}$

الحل

البرهان : ∵ $\overleftarrow{م ن}$ مماس ، $\overline{و ن}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{و ن} \perp \overleftarrow{م ن}$ ∴ ق(م $\hat{ن}$ و) = ٩٠° بالعمل

∵ $\overleftarrow{م ل}$ مماس ، $\overline{و ل}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{و ل} \perp \overleftarrow{م ل}$ ∴ ق(م $\hat{ل}$ و) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(ل $\hat{م}$ ن) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١١٧°) = ٦٣°

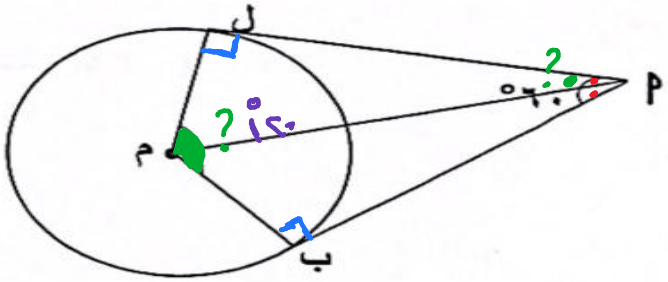
المطلوب أولاً .

∵ $\overleftarrow{م ن}$ ، $\overleftarrow{م ل}$ مماسان ⇐ م ن = م ل = ٨ سم

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{أ ل}$ مماسان للدائرة من النقطة أ ،

ق (ل $\hat{أ}$ ب) = ٦٠° ، أوجد :



١) ق (ل $\hat{م}$ ب)

٢) ق (ل $\hat{أ}$ م)

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{أ ل}$ مماس ، $\overline{م ل}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{م ل} \perp \overleftrightarrow{أ ل}$ ∴ ق ($\hat{ل أ م}$) = ٩٠° بالحل

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس ، $\overline{م ب}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{م ب} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ ∴ ق ($\hat{م ب أ}$) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق ($\hat{ل م ب}$) = ٣٦٠° − (٦٠ + ٩٠ + ٩٠) = ١٢٠° المطلوب أولاً .

∵ $\overleftarrow{أ م}$ ينصف $\hat{أ}$

∴ ق ($\hat{ل أ م}$) = ق ($\hat{م أ ب}$) = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠° المطلوب ثانياً .

[تراعي الحلول الجزئي]

دور ثان ٢٠١٩/٢٠١٨

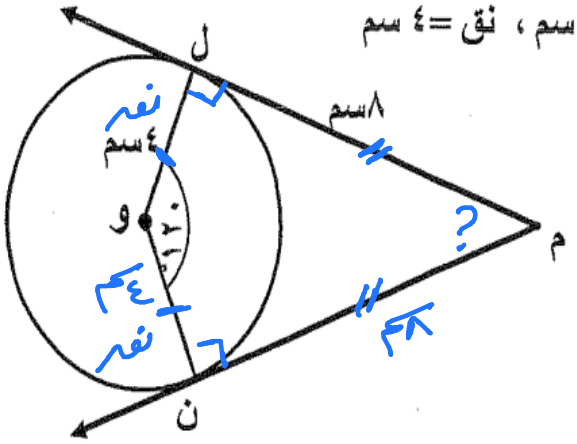
في الشكل المقابل م ل، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و

ق (ل $\hat{و}$ ن) = ١٢٠°، م ل = ٨ سم ، نق = ٤ سم

أُوجد مع ذكر السبب:

١- ق(ل $\hat{م}$ ن) .

٢- محيط الشكل ل م ن و.



الحل

البرهان : ∵ م ل مماس ، و ل نصف قطر الدائرة

∴ و ل ⊥ م ل ⇐ ق(م $\hat{ل}$ و) = ٩٠°

∵ م ن مماس ، و ن نصف قطر الدائرة

و ن ⊥ م ن ⇐ ق(م $\hat{ن}$ و) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(ن $\hat{م}$ ل) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

المطلوب أولاً

∵ م ل ، م ن مماسان ⇐ م ل = م ن = ٨ سم

∵ ل و = و ن = نق = ٤ سم

∴ محيط الشكل ل م ن و = ٨ + ٨ + ٤ + ٤ = ٢٤ سم .

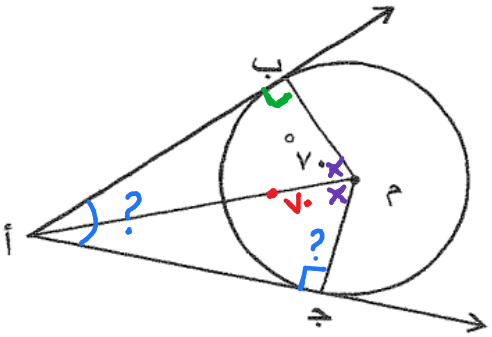
المطلوب ثانياً .

تراعى الحلول الأخرى

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أ نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب ، ق (ب $\hat{م}$ أ) = ٧٠° فأوجد :

١) ق (م $\hat{جـ}$ أ)

٢) ق (جـ $\hat{أ}$ ب)



دور ثان ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

البرهان : ∵ $\overleftarrow{أجـ}$ مماس ، $\overline{م جـ}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{م جـ} \perp \overleftarrow{أجـ}$ ⇐ ∴ ق (م $\hat{جـ}$ أ) = ٩٠°

المطلوب أولاً .

∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس ، $\overline{م ب}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{م ب} \perp \overleftarrow{أب}$ ⇐ ∴ ق (م $\hat{ب}$ أ) = ٩٠°

∵ $\overleftarrow{أم}$ ينصف م $\hat{}$

∴ ق (ب $\hat{م}$ جـ) = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق (جـ $\hat{أ}$ ب) = ٣٦٠ - (٩٠ + ٩٠ + ١٤٠) = ٤٠°

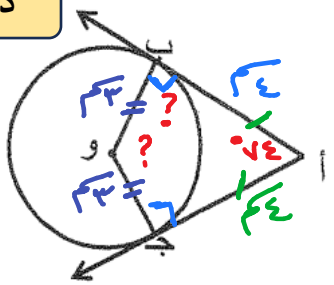
المطلوب ثانياً .

[تراعى الحلول الأخرى]

دور اول ٢٠١٥/٢٠١٦

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

أ ب = ٤ سم ، وب = ٣ سم ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٧٤°



أوجد :

(١) ق (أ $\hat{ب}$ و)

(٢) ق (ب $\hat{و}$ جـ)

(٣) محيط الشكل أ ب و جـ

الحل

البرهان : $\because \overleftarrow{أب}$ مماس ، وب نصف قطر التماس

$\therefore \overline{وب} \perp \overleftarrow{أب}$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ق (أ $\hat{ب}$ و) = ٩٠° المطلوب أولاً .

$\because \overleftarrow{أجـ}$ مماس ، وجـ نصف قطر التماس

$\therefore \overline{وجـ} \perp \overleftarrow{أجـ}$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ق (أ $\hat{جـ}$ و) = ٩٠°

$\because$ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

$\therefore$ ق (ب $\hat{و}$ جـ) = ٣٦٠° − (٧٤° + ٩٠° + ٩٠°) = ١٠٦°

المطلوب ثانياً .

$\because$ أ ب ، أجـ مماسان $\therefore$ أب = أجـ = ٤ سم

$\because$ ب و = وجـ = نق = ٣ سم

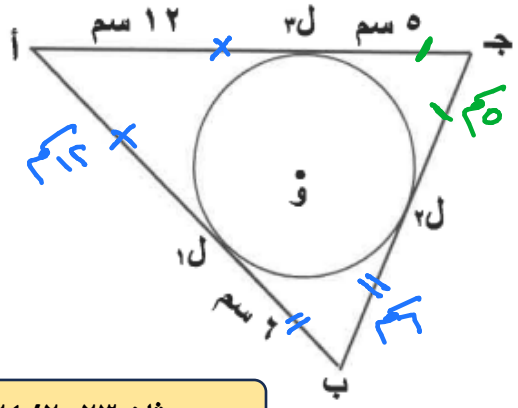
$\therefore$ محيط الشكل أ ب و جـ = ٤ + ٣ + ٤ + ٣ = ١٤ سم .

المطلوب ثالثاً .

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المرسوم : دائرة مركزها و ،

أوجد محيط المثلث أ ب جـ



دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

البرهان : ∵ جـ ل٣ = جـ ل٢ = ٥ سم

∵ ب ل٢ = ب ل١ = ٦ سم

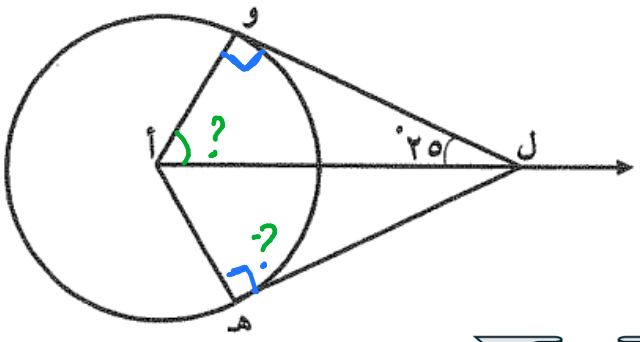
أ ل٣ = أ ل١ = ١٢ سم

∴ محيط المثلث أ ب جـ = ٥ + ٥ + ٦ + ٦ + ١٢ + ١٢ = ٤٦ سم .

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المقابل: دائرة مركزها أ ، إذا كانت $\overline{\text{ل هـ}}$ ، $\overline{\text{ل و}}$ تمسان الدائرة
فأوجد :

(١) ق(أ هـ ل) (٢) ق(ل أ و)



دور اول ٢٠١٤/٢٠١٥

الحل

البرهان : $\overline{\text{ل هـ}}$ مماس ، $\overline{\text{أ هـ}}$ نصف قطر التماس

$\therefore \overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{ل هـ}} \Leftarrow$ ق(أ هـ ل) = ٩٠°

المطلوب أولاً .

$\therefore \overline{\text{ل و}}$ مماس ، $\overline{\text{أ و}}$ نصف قطر التماس

$\therefore \overline{\text{أ و}} \perp \overline{\text{ل و}} \Leftarrow$ ق(أ و ل) = ٩٠°

في $\triangle$ ل و أ $\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

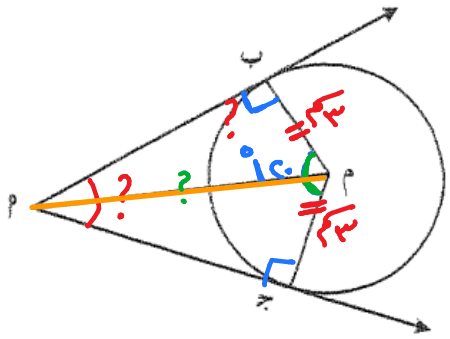
$\therefore$ ق(ل أ و) = ١٨٠° - (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥°

المطلوب ثانياً .

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المقابل دائرة مركزها م طول نصف قطرها ٣ سم ،
أ نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة عند
ب ، جـ على الترتيب وقـ(ب م جـ) = ١٢٠° فأوجد

[١] وقـ(أ ب م) [٢] وقـ(ب أ جـ) [٣] طول $\overline{أم}$



دور اول ٢٠١٣/٢٠١٤

الحل

البرهان : ∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس ، $\overline{مب}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{مب} \perp \overleftarrow{أب}$ ⇐ ∴ قـ(أ ب م) = ٩٠° المطلوب أولاً .

∵ $\overleftarrow{أجـ}$ مماس ، $\overline{مجـ}$ نصف قطر التماس

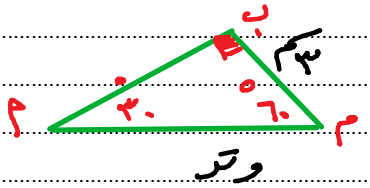
∴ $\overline{مجـ} \perp \overleftarrow{أجـ}$ ⇐ ∴ قـ(أ جـ م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ قـ(ب أ جـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°
المطلوب ثانياً .

∵ $\overleftarrow{أم}$ ينصف ∠أ ⇐ ∴ قـ(ب أ م) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

∵ $\overleftarrow{أم}$ ينصف ∠أ ⇐ قـ(ب أ م) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠°



∴ ∆ أ ب م قائم (ثلاثيني ستيني)

∴ أ م = ٢ ب م = ٢ × ٣ = ٦ سم

ملاحظة : الضلع المقابل للزاوية ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ الوتر .

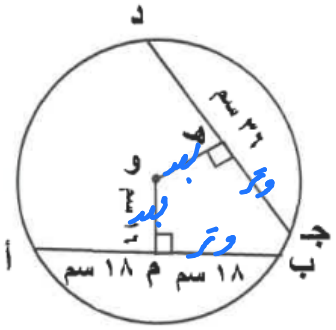
∴ الوتر = ٢ × الضلع المقابل للزاوية ٣٠°
[عكس الحالة الأخيرة]

في الشكل المرسوم : و مركز الدائرة ، $\overline{و م} \perp \overline{أ ب}$

$\overline{و هـ} \perp \overline{جـ د}$ ، و م = ١٦ سم ، أ م = م ب = ١٨ سم

جـ د = ٣٦ سم ، أوجد طول $\overline{و هـ}$.

دور اول ٢٠٢٣/٢٠٢٤



الحل

البرهان : أ ب = ١٨ + ١٨ = ٣٦ سم

∵ أ ب = جـ د = ٣٦ (الوتر = الوتر)

∴ البعد = البعد

∴ و هـ = و م = ١٦ سم

[تراعى الحلول الأخرى]

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣

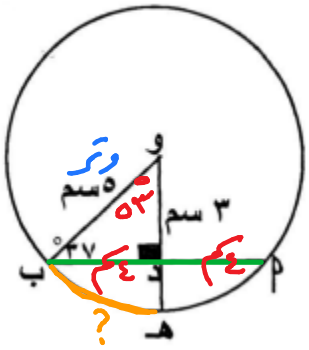
في الشكل المقابل :

دائرة مركزها و ، $\overline{\text{و هـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ،

ق (أ ب و) = ٣٧°

أوجد : (١) طول $\overline{\text{أ ب}}$

(٢) ق (ب هـ)



دور اول ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

البرهان : ∵ $\overline{\text{و د}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

∴ أ د = د ب

∵ Δ و د ب قائم ∠ د من فيثاغورث

∴ د ب = $\sqrt{٥^٢ - ٣^٢}$ = ٤ سم

∴ أ ب = ٤ + ٤ = ٨ سم المطلوب أولاً .

∵ في Δ و د ب القائم ∠ د ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق (∠ و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٧°) = ٥٣°

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ب هـ}}$) = ق (∠ و) المركزية = ٥٣°

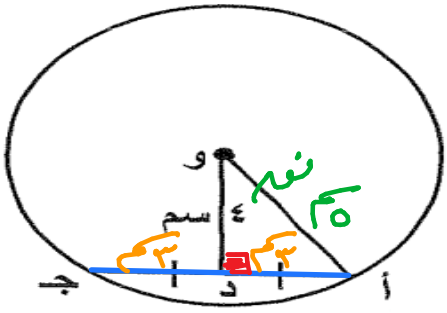
المطلوب ثانياً .

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، نق = ٥ سم

و د = ٤ سم، د منتصف $\overline{أ جـ}$

أوجد بذكر السبب طول $\overline{أ جـ}$



دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

البرهان: ∵ ه د = د جـ ⇐ ∴ $\overline{و د} \perp \overline{أ جـ}$

∴ Δ و د أ قائم الزاوية و من فيثاغورث

∴ أ د = $\sqrt{٥^٢ - ٤^٢}$ = ٣ سم

∴ أ جـ = ٣ + ٣ = ٦ سم

[تراعى الحلول الأخرى]

في الشكل المقابل :

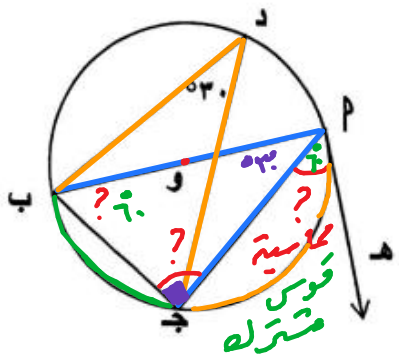
دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ قطر فيها ، $\overline{أهـ}$ مماس للدائرة عند أ ،

ق (ب $\hat{د}$ جـ) = ٣٠°

أوجد : (١) ق ($أ\hat{جـ}$ ب)

(٢) ق ($أ\hat{ب}$ جـ)

(٣) ق (جـ $\hat{أ}$ هـ)



دور اول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

البرهان : ق($أ\hat{جـ}$ ب) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

المطلوب أولاً.

∴ ق(ب $\hat{د}$ جـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٣٠°

(زاويتان محيطيتان مشتركتان في نفس القوس $\overset{\frown}{ب جـ}$)

من Δ أ ب جـ القائم : مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق($أ\hat{ب}$ جـ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°

المطلوب ثانياً.

ق(جـ $\hat{أ}$ هـ) = ق($أ\hat{ب}$ جـ) = ٦٠°

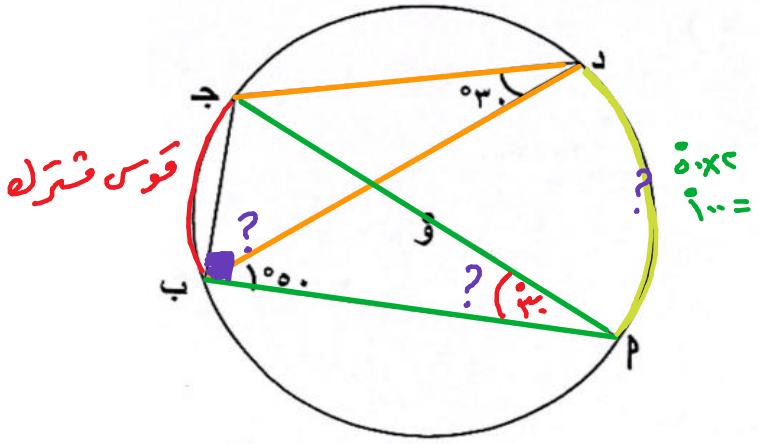
(المماسية) (المحيطية)

المطلوب ثالثاً

(الزاوية المماسية = الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس $\overset{\frown}{أ جـ}$)

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{أ جـ}$ قطر فيها ، إذا كان ق (جـ $\hat{د}$ ب) = ٣٠°

ق (أ $\hat{ب}$ د) = ٥٠° . فأوجد كلا من :



١) ق (جـ $\hat{أ}$ ب)

٢) ق (أ $\hat{ب}$ جـ)

٣) ق ($\overset{\frown}{د أ}$)

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

البرهان : $م(\hat{جـ أ ب}) = م(\hat{جـ د ب}) = ٣٠°$ المطلوب أولاً

محيطية محيطية

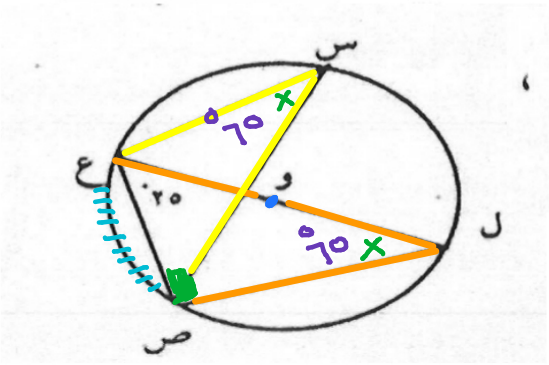
[الزاويتان المحيطيتان متطابقتان مشتركتان في القوس $\overset{\frown}{ب جـ}$]

$م(\hat{أ ب جـ}) = ٩٠°$ المطلوب ثانياً

[زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة]

$م(\overset{\frown}{أ ك}) = ٢ م(\hat{أ ب ك}) = ٢ \times ٥٠° = ١٠٠°$

المحيطية المطلوب ثالثاً .



في الشكل المقابل: دائرة مركزها و ، ق (ص ع ل) = ٢٥° ،
أوجد ق(ص س ع).

دور ثان ٢٠١٤/٢٠١٥

الحل

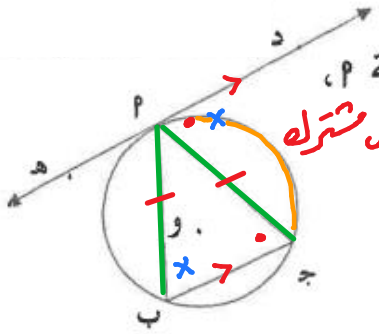
∵ ق(ع ص ل) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

في Δ ع ص ل ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق(ص ع ل) = ١٨٠ - (٩٠ + ٢٥°) = ٦٥°

∴ ق(ص س ع) = ق(ص ع ل) = ٦٥°

[زاويتان محيطيتان مشتركتان في نفس القوس ص ع]



في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماس لها عند النقطة أ ،
$\overline{ب ج}$ وتر في الدائرة موازٍ للمماس $\overleftrightarrow{د هـ}$.
أثبت أن المثلث أ ب ج متطابق الضلعين .

دور اول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{د هـ} \parallel \overline{ب ج}$

∴ $ق(\angle د أ ج) = ق(\angle أ ج ب)$ بالتبادل والتوازي ← ①

∵ $ق(\angle د أ ج) = ق(\angle أ ب ج)$ ← ②
(الحادية والمماسية)

من ①، ②

∴ $ق(\angle أ ج ب) = ق(\angle أ ب ج)$

∴ $أ ب = أ ج$

∴ Δ أ ب ج متطابق الضلعين

دور اول ٢٠١٦/٢٠١٧

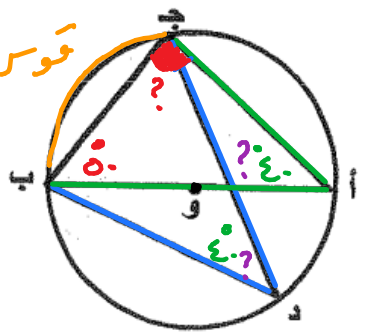
في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، إذا كان ق (جـ ب̂ أ) = ٥٠°

أوجد كلاً مما يلي مع ذكر السبب :

(١) ق (أ ج̂ ب)

(٢) ق (جـ أ̂ ب)

(٣) ق (جـ د̂ ب)



الحل

البرهان : م(∠ أ ب جـ) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

المطلوب أولاً .

في Δ أ ب جـ : مجموع قياسات زواياه الثلاث ١٨٠°

∴ م(∠ جـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠°

المطلوب ثانياً

م(∠ جـ د ب) = م(∠ جـ أ ب) = ٤٠° المطلوب ثالثاً

[الزاويتان المحيطيتان متطابقتان مشتركتان في نفس القوس ب جـ]

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{ب هـ}$ قطر فيها ، $\overleftarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة في النقطة ب ،

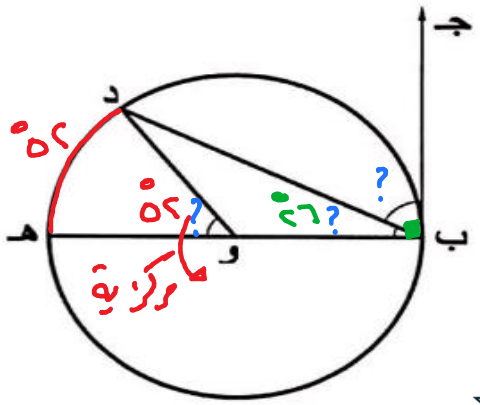
إذا علمت أن ق(د هـ) = ٥٢°

أوجد قياسات الزوايا التالية:

١- ق (د و هـ)

٢- ق (د ب هـ)

٣- ق (د ب جـ)



دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

البرهان : ق(د و هـ) = ق(د هـ) = ٥٢° المطلوب أولاً.
مركزية

ق(د ب هـ) = $\frac{1}{2}$ ق(د هـ) = $\frac{1}{2}$ × ٥٢° = ٢٦° المطلوب ثانيًا
محيطية

∵ $\overleftarrow{ب جـ}$ مماس ، $\overline{ب و}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{ب و}$ ⊥ $\overleftarrow{ب جـ}$ ∴ ق(جـ ب و) = ٩٠°

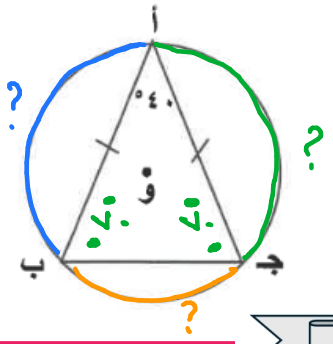
∴ ق(د ب جـ) = ٩٠° − ٢٦° = ٦٤° المطلوب ثالثًا.

دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث أ ، ب ، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٠°

أوجد قياس كل من الأقواس $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{بجـ}$ ، $\overset{\frown}{أجـ}$



الحل

البرهان :

∵ Δ أ ب جـ متطابق الضلعين

∴ ق ($\overset{\frown}{ب}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ}$) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ٢ ق ($\overset{\frown}{جـ}$) = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{بجـ}$) = ٢ ق ($\hat{أ}$) = ٢ × ٤٠° = ٨٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{أجـ}$) = ٢ ق ($\overset{\frown}{ب}$) = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

في الشكل المقابل د هـ مماسا للدائرة عند أ

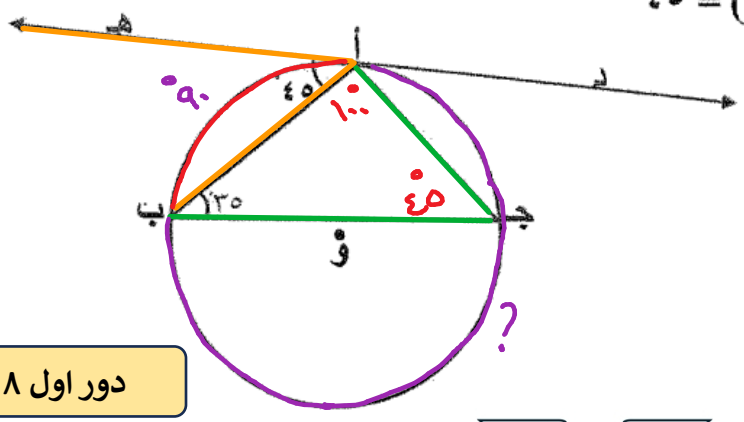
ق (أ ب̂ جـ) = ٣٥°، ق (هـ أ ب) = ٤٥°

أوجد مع ذكر السبب:

١- ق (جـ أ ب).

٢- ق (أ ب)

٣- ق (أ جـ ب).



دور اول ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

البرهان : ∵ د هـ مماس

∴ ق(ب̂ أ جـ) = ق(هـ أ ب) = ٤٥°

والمحيطية والمماسية

[قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركتان في نفس القوس ب̂ أ]

في Δ أ ب جـ ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق(ب̂ جـ أ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٣٥°) = ١٠٠°

المطلوب أولاً

ق(ب̂ أ) = ٢ ق(ب̂ جـ) = ٢ × ٤٥° = ٩٠° المطلوب ثانياً

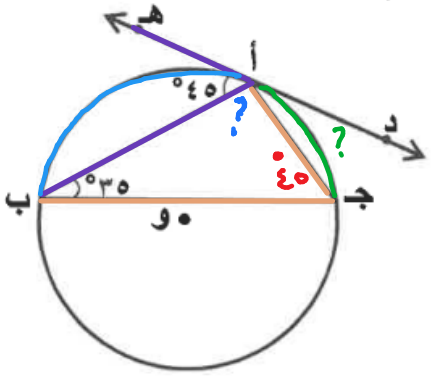
[قياس القوس ضعف قياس الزاوية المحيطية]

ق(أ ب̂ جـ) = ٣٦٠° − ق(ب̂ أ)

= ٣٦٠° − ٩٠° = ٢٧٠°

المطلوب ثالثاً .

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماساً للدائرة عند النقطة أ ،



ق (هـ $\hat{أ}$ ب) = ٤٥° ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٣٥°

أوجد مع ذكر السبب :

١) ق (جـ $\hat{أ}$ ب)

٢) ق ($\overset{\frown}{أجـ}$)

منهج كامل ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

البرهان : $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماس ∴

∴ ق($\overset{\frown}{أجـ ب}$) = ق(هـ $\hat{أ}$ ب) = ٤٥°

المحيطية — الماسية

[قياس الزاوية المحيطية = قياس الزاوية المماسية المشتركة معها في نفس القوس $\overset{\frown}{أب}$]

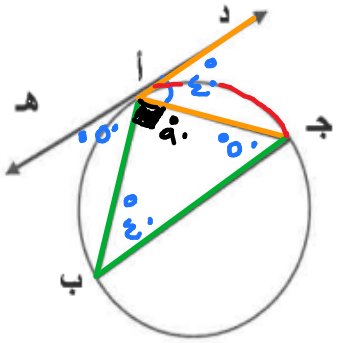
∴ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق(جـ $\hat{ب}$ أ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٣٥°) = ١٠٠°

المطلوب أولاً .

ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ٢ ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ٢ × ٣٥° = ٧٠° المطلوب ثانياً

[قياس القوس يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية]



في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماساً للدائرة عند أ ، ق ($\hat{د أ جـ}$) = ٤٠° ،

ق ($\hat{هـ أ ب}$) = ٥٠°

(١) أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ .

(٢) أثبت أن $\overline{جـ ب}$ قطراً للدائرة .

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماس

∴ ق($\hat{ب أ جـ}$) = ق($\hat{د أ جـ}$) = ٤٠°

المحيطية المماسية

ق($\hat{أ جـ ب}$) = ق($\hat{هـ أ ب}$) = ٥٠°

المحيطية المماسية

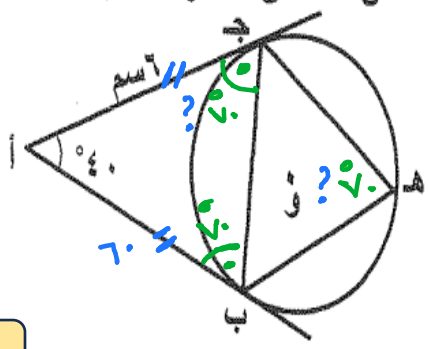
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق($\hat{أ ب جـ}$) = ١٨٠° − (٤٠° + ٥٠°) = ٩٠°

∵ ق($\hat{أ ب جـ}$) = ٩٠° (محيطية مرسومة لنصف دائرة)

∴ $\overline{جـ ب}$ قطر في الدائرة

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب



، ق(أ) = ٤٠° ، أجـ = ٦ سم

أوجد (١) أب

(٢) ق(أجـب)

(٣) ق(جـهـب)

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان

∴ أب = أجـ = ٦ سم المطلوب أولاً

∵ أب = أجـ ∴ Δ أبجـ متطابق الضلعين

∴ ق(∠أجـب) = ق(∠أبجـ) = $\frac{180° - 40°}{2}$ = ٧٠° المطلوب ثانياً

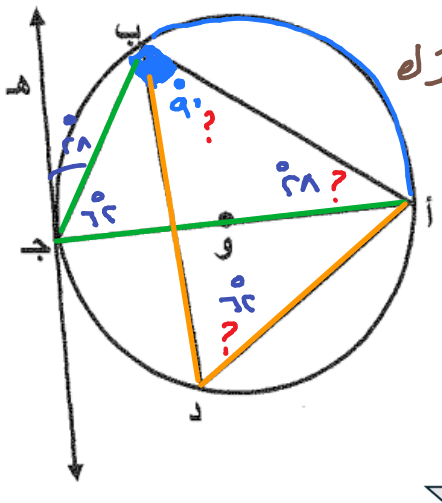
∵ $\overline{أجـ}$ مماس

∴ ق(∠جـهـب) = ق(∠أجـب) = ٧٠° المطلوب ثانياً .

الحل الحل

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{هـ جـ}$ مماس للدائرة عند جـ ،
ق (ب $\hat{جـ}$ هـ) = ٢٨° ،
أوجد كل من :

ق (أ $\hat{ب}$ جـ) ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) ، ق (أ $\hat{د}$ ب)



دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

البرهان : ∵ م(أ $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة) المطلوب أولاً

∵ $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ مماس

∴ م(ب $\hat{أ}$ جـ) = م(هـ $\hat{جـ}$ ب) = ٢٨° المطلوب ثانياً .
المحيطية الماسية

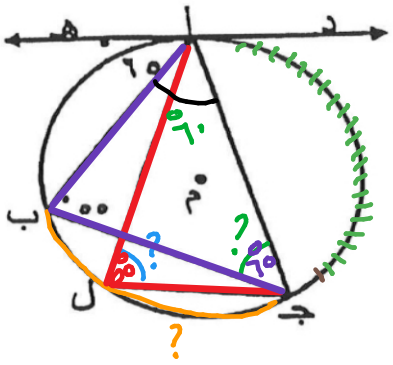
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ م(أ $\hat{ب}$ جـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٨)° = ٦٢°

∴ م(أ $\hat{د}$ ب) = م(ب $\hat{جـ}$ أ) = ٦٢° المطلوب ثالثاً .

[زاويتان محيطيتان مشتركتان في نفس القوس $\overset{\frown}{أ ب}$]

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، ق (هـ أ ب) = ٦٥° ،
ق (أ ب جـ) = ٥٥° أوجد كلاً مما يلي مع ذكر السبب :
(١) ق (أ جـ ب) (٢) ق ($\overset{\frown}{جـ ب}$) (٣) ق (أ ل جـ)



دور ثان ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

∵ هـ د ⟷ مماس

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ هـ ب أ) = ٦٥° المطلوب أولاً
الحادية المحيطية

[قياس الزاوية الحادية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس]

في Δ أ ب جـ ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق (∠ أ جـ ب) = ١٨٠ − (٦٥ + ٥٥) = ٦٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{جـ ب}$) = ٢ ق (∠ أ جـ ب) = ٢ × ٦٠ = ١٢٠° المطلوب ثانياً
المحيطية

[قياس القوس = ضعف قياس الزاوية المحيطية]

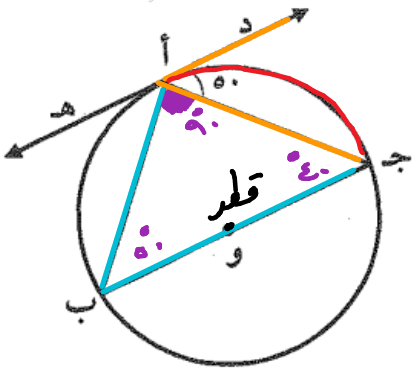
ق (∠ أ ل جـ) = ق (∠ أ ب جـ) = ٥٥° المطلوب ثالثاً.

[الزاويتان المحيطيتان المشتركتان في نفس القوس متطابقتان]

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ،

إذا كان $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماسًا للدائرة عند أ ، ق(∠جـأد) = ٥٠°

أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ



دور اول ٢٠١٤/٢٠١٥

الحل

البرهان : ∵ ق(∠أ ب جـ) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

∵ $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماس

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠د أ جـ) = ٥٠°
المحيطية الحاسية

[قياس الزاوية المحيطية = قياس الزاوية الحاسية المشتركان في نفس القوس أ جـ]

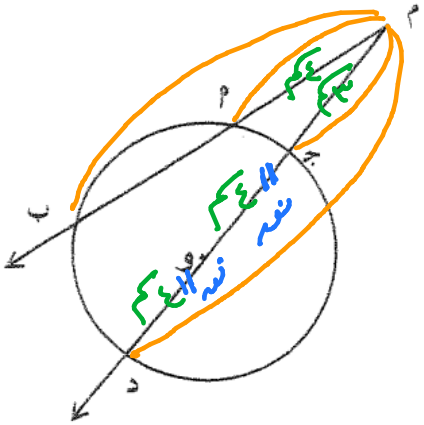
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق(∠أ جـ ب) = ١٨٠ - (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{م ب}$ ، $\overleftrightarrow{م د}$ يقطعان الدائرة التي مركزها و

وكان أ م = ٤سم ، م جـ = ٣سم ،

نوه = ٤سم أوجد طول $\overline{أ ب}$.



دور اول ٢٠١٣/٢٠١٤

الحل

البرهان : ∵ م أ × م ب = م جـ × م د

٤ × م ب = ٣ × (٤ + ٤ + ٣)

٤ × م ب = ٣ × ١١

٤ × م ب = ٣٣ ÷ ٤

$\frac{٤}{٤}$ × م ب = $\frac{٣٣}{٤}$

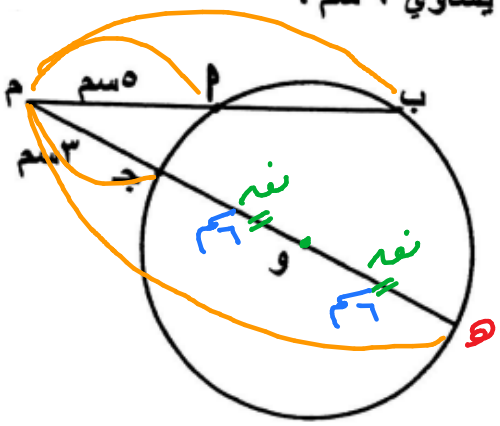
م ب = $\frac{٣٣}{٤}$ سم

∴ أ ب = م ب − م أ = $\frac{٣٣}{٤}$ − ٤ = $\frac{١٧}{٤}$ سم

في الشكل المقابل دائرة مركزها و، طول نصف قطرها يساوي ٦ سم ،

م أ = ٥ سم ، جـ م = ٣ سم .

أوجد طول $\overline{أ ب}$



دور اول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

∴ م أ × م ب = م جـ × م د

٥ × م ب = (٣ + ٦ + ٦) × ٣

٥ × م ب = ١٥ × ٣

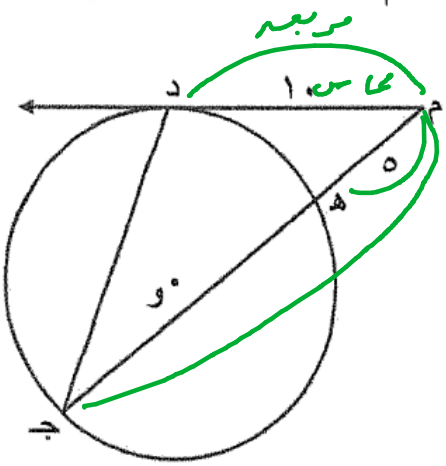
٥ م ب = ٤٥ ÷ ٥

$\frac{٥ م ب}{٥} = \frac{٤٥}{٥}$

م ب = ٩ سم

∴ أ ب = م ب − م أ = ٩ − ٥ = ٤ سم

في الشكل المقابل : $\overline{م د}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠ ، م هـ = ٥



أوجد بذكر السبب :

طول كلا من : $\overline{م جـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

البرهان : ∵ $\overline{م د}$ مماس

∴ $(م د)^2$ = م هـ × م جـ

١٠^2 = ٥ × م جـ

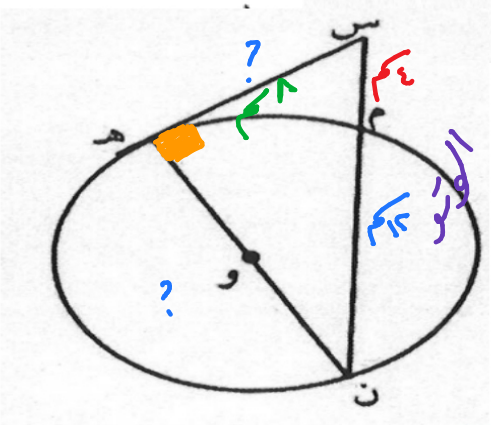
١٠٠ = ٥ × م جـ ÷ ٥

$\frac{١٠٠}{٥} = \frac{٥ \times م جـ}{٥}$

∴ م جـ = ٢٠

هـ جـ = م جـ − م هـ = ٢٠ − ٥ = ١٥

في الشكل المقابل إذا كان س هـ مماسًا للدائرة عند هـ ، س م = ٤ سم
م ن = ١٢سم أوجد كل من س هـ ، ن هـ .



دور ثان ٢٠١٤/٢٠١٥

الحل

∵ س هـ مماس

∴ (س هـ)^{2} = س م × س ن = ٤ × (١٢+٤) = ٦٤

س هـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨سم

∵ س هـ مماس ، و هـ نصف قطر المماس

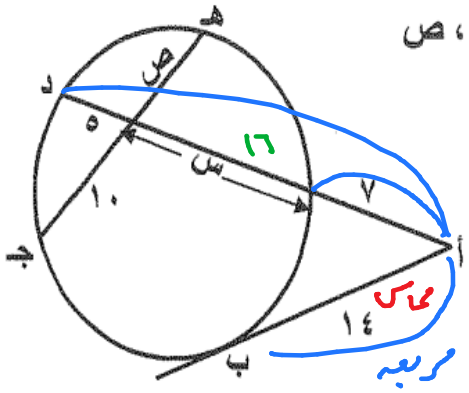
∴ ق(س هـ ن) = ٩٠°

∴ Δ س هـ ن قائم

من فيثاغورث

ن هـ = $\sqrt{(١٦)^{2} - ٨^{2}}$ = ٨$\sqrt{٣}$ سم .

من الشكل المقابل : أوجد قيمة كل من س ، ص



دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ مماس

$(أب)^2 = ٧ \times (٧ + س + ٥)$ ∴

$(١٤)^2 = ٧ \times (١٢ + س)$

$١٩٦ = ٧ \times (١٢ + س)$ ÷ ٧

$\frac{١٩٦}{٧} = \frac{٧}{٧} \times (١٢ + س)$

$٢٨ = ١٢ + س$

$س = ٢٨ - ١٢ = ١٦$

∵ س × ٥ = ص × ١٠ *

$١٠ \times ص = ٥ \times ١٦$

$١٠ \times ص = ٨٠$ ÷ ١٠

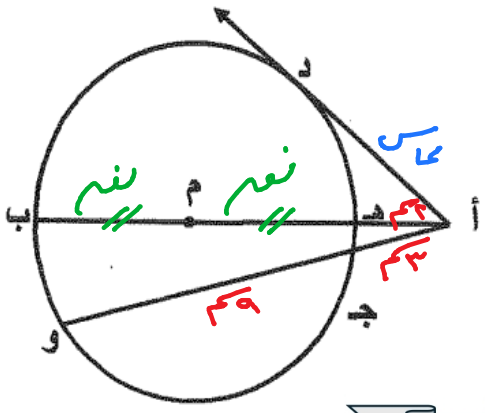
$ص \times \frac{١٠}{١٠} = \frac{٨٠}{١٠}$

$ص = ٨$

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، $\overleftarrow{أ د}$ مماس للدائرة عند النقطة د ، أ جـ = ٣ سم ،

أ هـ = ٢ سم ، جـ و = ٩ سم

أوجد كلاً من : أ د ، هـ م



دور اول ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

البرهان : ∵ $\overline{أ د}$ مماس

∴ $(أ د)^2 = أ جـ \times أ و$

$(أ د)^2 = 3 \times (3 + 9)$

$(أ د)^2 = 3 \times 12$

$(أ د)^2 = 36$ ⇐ $أ د = \sqrt{36} = 6$ سم

∵ $(أ د)^2 = أ هـ \times أ ب$

$36 = 2 \times أ ب$ ÷ 2

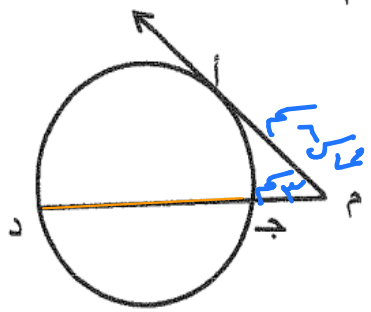
$\frac{36}{2} = \frac{2}{2} \times أ ب$

∴ $أ ب = 18$ سم

∴ $هـ ب = أ ب - أ هـ = 18 - 2 = 16$ سم

∴ هـ م = م ب = نق = $\frac{16}{2} = 8$ سم

في الشكل المقابل م أ مماس للدائرة عند أ ، م أ = ٦ سم ،
م جـ = ٣ سم أوجد جـ د .



دور اول ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

البرهان : $\overleftarrow{م أ}$ مماس ∴ م أ ⊥ ؤ د

∴ $(م أ)^2$ = م جـ × م د

٦^2 = ٣ × م د

٣٦ = ٣ × م د ÷ ٣

$\frac{٣٦}{٣} = \frac{٣}{٣}$ × م د

∴ م د = ١٢ سم

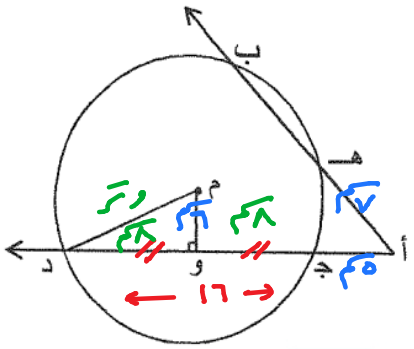
∴ جـ د = م د − م جـ = ١٢ − ٣ = ٩ سم

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أ هـ = ٧ سم ، أ جـ = ٥ سم ، م و = ٦ سم

جـ د = ١٦ سم ، $\overline{م و} \perp \overline{جـ د}$

أوجد : ١) طول $\overline{هـ ب}$

٢) طول $\overline{م د}$



دور ثان ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

البرهان : ∵ ٢ جـ × ٢ ى = ٢ هـ × ٢ ب

(٥ + ١٦) × ٥ = ٢ ب × ٧

٧ ÷ ٢ ب × ٧ = ١٠٥

$\frac{٧}{٧}$ × ٢ ب = $\frac{١٠٥}{٧}$

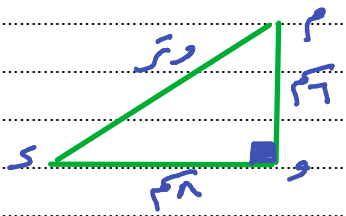
∴ ٢ ب = ١٥ سم

∴ هـ ب = ٢ ب − ٢ هـ = ١٥ − ٧ = ٨ سم

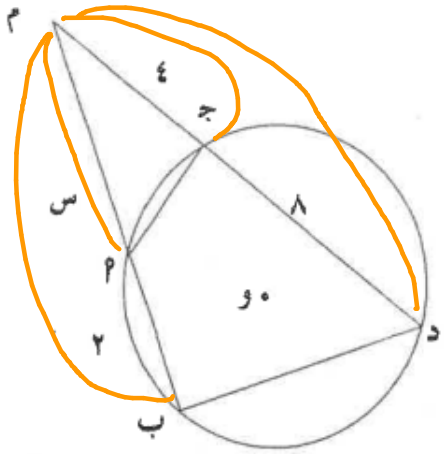
∵ $\overline{م و} \perp \overline{جـ ى}$ ∴ جـ و = و ى = $\frac{١٦}{٢}$ = ٨ سم

∴ ٨ م و ى قائم الزاوية وفيثاغورث

∴ م ى = $\sqrt{٦^٢ + ٨^٢}$ = ١٠ سم



في الشكل المقابل،أوجد قيمة س .



دور اول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

البرهان : ∴ م ج × م د = م ه × م ب

$٤ \times (٤ + ٨) = س \times (س + ٢)$

$٤٨ = س^{٢} + ٢س$

$س^{٢} + ٢س - ٤٨ = ٠$ (mode 53 ثم 1)

$a = 1 \quad b = 2 \quad c = -48$

$س = ٦$ أو $س = -٨$

مرفوض

الوحدة السابعة : المصفوفات

تساوي مصفوفتين

اذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س+٤ & ص-٥ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص-٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

أوجد س، ص

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

∵ المصفوفتان متساويتان ∴ العناصر المتناظرة متساوية

$٢س+٤ = ٤$

$٢س = ٤-٤$

$٢س = ٠$

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٠}{٢}$

$س = ٠$

$٢ص-٢ = ص-٥$

$٢ص-ص = -٥+٢$

$ص = -٣$

حل المعادلة المصفوفية

منهج كامل ٢٠٢٣/٢٠٢٤

حل المعادلة المصفوفية التالية :

$$\text{س} - \begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٤- \\ ١٠ & ٥ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ٩- & ٦ \\ ٨ & ١ & ٢- \end{bmatrix}$$

الحل

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ٧ & ٩- & ٦ \\ ٨ & ١ & ٢- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٤- \\ ١٠ & ٥ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ٠+٧ & ٣+٩- & (٤-)+٦ \\ ١٠+٨ & ٥+١ & ٦+٢- \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٧ & ٦- & ٢ \\ ١٨ & ٦ & ٤ \end{bmatrix}$$

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

حل المعادلة المصفوفية التالية :

$$٢\text{س} - \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٩ & ٨ \end{bmatrix}$$

الحل

$$٢\text{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٩ & ٨ \end{bmatrix}$$

$$٢\text{س} = \begin{bmatrix} ١+١ & (٢-)+٠ \\ ٥+٩ & ٢+٨ \end{bmatrix} \Leftarrow ٢\text{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ١٤ & ١٠ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} \times ٢\text{س} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ١٤ & ١٠ \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٧ & ٥ \end{bmatrix}$$

دور اول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

حل المعادلة : ٤ س + ٢ $\begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

الحل

$\begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix} + ٤س$

$٤س = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}$ ⇐ $٤س = \begin{bmatrix} ٠-٨ & ١٠-٦ \\ ٢-٢ & ٤-(-٤) \end{bmatrix}$

$٤س = \begin{bmatrix} -٨ & ٤ \\ ٠ & ٨ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٤}$

$٤س \times \frac{١}{٤} = \begin{bmatrix} -٨ & ٤ \\ ٠ & ٨ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٤}$ ⇐ $س = \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

حل المعادلة المصفوفية التالية:

$\begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١٠ \\ ١٠ & -١٨ & -١٩ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ & ٧ \\ ٤ & -٣ & ٢ \end{bmatrix} + -٣س$

الحل

$-٣س = \begin{bmatrix} -١ & ٠ & ٧ \\ ٤ & -٣ & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١٠ \\ ١٠ & -١٨ & -١٩ \end{bmatrix}$

$-٣س = \begin{bmatrix} (-١)-٨ & ٠-٠ & ٧-١٠ \\ ٤-١٠ & (-٣)-(-١٨) & ٢-(-١٩) \end{bmatrix}$

$-٣س = \begin{bmatrix} ٩ & ٠ & ٣ \\ ٦ & -١٥ & ٢١ \end{bmatrix} \times -\frac{١}{٣}$

$-٣س \times -\frac{١}{٣} = \begin{bmatrix} ٩ & ٠ & ٣ \\ ٦ & -١٥ & ٢١ \end{bmatrix} \times -\frac{١}{٣}$

$س = \begin{bmatrix} -٣ & ٠ & ١ \\ -٢ & ٥ & ٧ \end{bmatrix}$

حل المعادلة المصفوفية التالية :

$$٢س - \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$$

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$$٢س = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$٢س = \begin{bmatrix} ١+١ & ٠+٠ \\ ٦+١ & ٨+٤ \end{bmatrix} \Leftarrow س = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٧ & ١٢ \end{bmatrix}$$

$$س = \frac{١}{٢} \times ٢س \Leftarrow س = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٧ & ١٢ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٣.٥ & ٦ \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

اوجد أ × ب

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

$$أ \times ب = \begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠\times٣ + (-١)\times٠ & ٠\times(-٣) + (-١)\times٥ \\ -٤\times٣ + ٣\times٠ & -٤\times(-٣) + ٣\times٥ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٠ & -٥ \\ -١٢ & ٢٧ \end{bmatrix}$$

إذا كان : $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$

أوجد $\underline{أ} \times \underline{ب}$

دور اول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١\times٤+٢\times٦ & ١\times٢+٢\times١ \\ ٠\times٤+٣\times٦ & ٠\times٢+٣\times١ \\ ٤\times٤+٧\times٦ & ٤\times٢+٧\times١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦\times١+٤\times٢ & \\ ٦\times٠+٤\times٣ & \\ ٦\times٤+٤\times٧ & \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ١٤ & ٥ \\ ١٢ & ٦ \\ ٥٢ & ١٨ \end{bmatrix}$

إذا كانت : $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٣- \\ ٥- & ٢ \end{bmatrix}$

(١) أوجد $\underline{أ} \times \underline{ب}$.

(٢) أوجد قيمة محدد المصفوفة $\underline{أ}$.

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

(١) $\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٣ & ٢- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ٣- \\ ٥- & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣\times٤+٢\times٣- & ٣\times٣-٢\times٢ \\ ٣\times٥-٢\times٢ & ٣\times٣+٢\times٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣-\times٤+٣-\times٣- & \\ ٢-\times٥-٣\times٢ & \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٦ & ١ \\ ١١- & ٤ \end{bmatrix}$

(٢) $|\underline{أ}| = ٣\times٥- - ٢\times٤ = ١٥- - ٨ = ٧ \neq ٠$

طرح المصفوفات - المعكوس الضربي (النظير الضربي)

إذا كانت: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٩

أوجد:

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ (٢) $\underline{ب}^{-١}$

الحل

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب} = ٢\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤ & ٦- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢- & ٠ \\ ١- & ٢- \end{bmatrix}$

(٢) $|\underline{ب}| = ٤- \times ٢- - ٢ \times ٥ = ٨ - ١٠ = ٢- \neq ٠$

$\underline{ب}^{-١} = \frac{١}{٢-} \times \begin{bmatrix} ٤- & ٢- \\ ٥- & ٢- \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ \frac{٥}{٢} & ١ \end{bmatrix}$

أوجد النظير الضربي للمصفوفة $\underline{م} = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

$|\underline{م}| = ٢ \times ٣ - ١ \times ٥ = ١ \neq ٠$

$\underline{م}^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٢ & ٥- \\ ٣- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- \\ ٣ & ١- \end{bmatrix}$

إذا كانت $س = \begin{bmatrix} ٣ \\ -٢ \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٤ \end{bmatrix}$

أوجد : (١) $٢س - ص$ (٢) $س \times ص$

دور ثان ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

(١) $٢س - ص = ٢\begin{bmatrix} ٣ \\ -٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ \\ ٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٦ \\ -٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٥ \\ -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \\ -٨ \end{bmatrix}$

(٢) $س \times ص = \begin{bmatrix} ٣ \\ -٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٣ \times ٥ + ٤ \times ٤ \\ -٢ \times ٥ + ١ \times ٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٣١ \\ -٦ \end{bmatrix}$

المصفوفة المنفردة

اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س.

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

∵ المصفوفة منفردة

∴ | أ | = صفر

س × ٦ − ٤ × ١٢ = ٠

٦ س − ٤٨ = ٠

٦ س = ٤٨

$\frac{٦س}{٦} = \frac{٤٨}{٦}$

س = ٨

حل المعادلة المصفوفية باستخدام النظير الضربي (المعكوس الضربي)

أوجد س بحيث : $\begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix} = \text{س} \times \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$

دور اول ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

بفرض $\text{أ} = \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$

المحدد $|\text{أ}| = ٥ \times -٢ - ٤ \times -٣ = ٢ \neq ٠$

$\text{أ}^{-١}$ المعكوس الضربي $= \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & \frac{٣}{٢} \\ -٢ & \frac{٥}{٢} \end{bmatrix}$

× يضرب طرفي المعادلة × $\text{أ}^{-١}$ من جهة اليمين

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ & \frac{٣}{٢} \\ -٢ & \frac{٥}{٢} \end{bmatrix} = \text{س} \times \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ & \frac{٣}{٢} \\ -٢ & \frac{٥}{٢} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ \times -١ + ١٠ \times \frac{٣}{٢} \\ ٥ \times -٢ + ١٠ \times \frac{٥}{٢} \end{bmatrix} = \text{س}$$

$$\begin{bmatrix} ١٠ \\ ١٥ \end{bmatrix} = \text{س}$$

حل النظام باستخدام النظير الضربي (المعكوس الضربي)

حل النظام $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

نفرض: $أ = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$

المعادلة المصفوفية:

$$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

المحدد $|أ| = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١ \neq ٠$

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

* نضرب طرفي المعادلة المصفوفية $\times أ^{-١}$ من جهة اليمين

$$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٧ \times ٢ - ٥ \times ٣ \\ ٧ \times -٣ + ٥ \times ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$س = -١$ ، $ص = ٤$

حل النظام : $\begin{cases} س + ص = ٣ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

نفرض : $أ = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٧ \end{bmatrix}$

المعادلة المصفوفية .

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

محدد $|أ| = ١ \times ١ - ١- \times ١ = ٢ \neq ٠$

$$أ^{-١} = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{١}{٢} \\ \frac{١-}{٢} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$$

* نضرب طرفي المعادلة المصفوفية × $أ^{-١}$ من جهة اليمين

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٧ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{١}{٢} \\ \frac{١-}{٢} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٧ \times \frac{١}{٢} + ٣ \times \frac{١}{٢} \\ ٧ \times \frac{١}{٢} - ٣ \times \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$س = ٥$ ، $ص = -٢$

أستخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل النظام :

دور اول ٢٠١٤/٢٠١٥

$$\begin{cases} س + ٣ص = ٥ \\ س + ٤ص = ٦ \end{cases}$$

الحل

بفرض : $\underline{م} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $\underline{ع} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$

المعادلة المصفوفية :

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$$

محدد $|\underline{م}| = ١ \times ٤ - ١ \times ٣ = ١ \neq ٠$

$$\underline{م}^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$$

× بضرب طرفي المعادلة المصفوفية × $\underline{م}^{-١}$ من جهة اليمين

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ \times ٤ - ٦ \times ٣ \\ -٥ \times ١ + ٦ \times ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

س = ٢ ، ص = ١

حل النظام باستخدام طريقة كرامر

أوجد حل النظام باستخدام قاعدة كرامر

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٩

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$$

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٣ \times -٣) - (٢ \times -٤) = -٩ + ٨ = -١$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (-٦ \times -٣) - (٢ \times ٧) = ١٨ - ١٤ = ٤$$

$$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = (٣ \times ٧) - (-٦ \times -٤) = ٢١ - ٢٤ = -٣$$

$$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤$$

$$ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ -٦س + ٣ص = -٣ \\ ٣ص - ٦س = -٣ \end{cases}$$

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٦

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ -٦ & ٣ \end{vmatrix} = ٤ \times ٣ - (-٥) \times -٦ = -١٨$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٧ & -٥ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = -٧ \times ٣ - (-٥) \times -٣ = -٣٦$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٤ & -٧ \\ -٦ & -٣ \end{vmatrix} = ٤ \times -٣ - -٦ \times (-٧) = -٥٤$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{-٣٦}{-١٨} = ٢$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٥٤}{-١٨} = ٣$$

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$$

دور اول ٢٠١٦/٢٠١٥

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = ٣ \times -٣ - ٢ \times -٤ = -١$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = -٦ \times -٣ - ٢ \times ٧ = ٤$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = ٣ \times ٧ - -٤ \times (-٦) = -٣$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤ \qquad * \qquad ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ ٤س - ٥ص + ٧ = ٠ \\ -٦س + ٢ص = -٣ \\ ٣ص - ٦س + ٣ = ٠ \end{cases}$$

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$$د = \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ -٦ & ٣ \end{vmatrix} = ٤ \times ٣ - (-٥) \times -٦ = -١٨$$

$$د_س = \begin{vmatrix} -٧ & -٥ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = -٧ \times ٣ - (-٥) \times -٣ = -٣٦$$

$$د_ص = \begin{vmatrix} ٤ & -٧ \\ -٦ & -٣ \end{vmatrix} = ٤ \times -٣ - (-٧) \times -٦ = -٥٤$$

$$س = \frac{د_س}{د} = \frac{-٣٦}{-١٨} = ٢ \qquad ص = \frac{د_ص}{د} = \frac{-٥٤}{-١٨} = ٣$$

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ ٣س + ٢ص + ٦ = ٠ \\ ٤س - ٢ص = ٧ \\ -٤س - ٣ص - ٧ = ٠ \end{cases}$$

دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$$د = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = ٣ \times -٣ - ٢ \times -٤ = -١$$

$$د_س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = -٦ \times -٣ - ٢ \times ٧ = ٤$$

$$د_ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = ٣ \times ٧ - (-٤) \times -٦ = -٣$$

$$س = \frac{د_س}{د} = \frac{٤}{-١} = -٤ \qquad ص = \frac{د_ص}{د} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

دور اول ٢٠١٣/٢٠١٤

اكتب نظام المعادلات $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$

على صورة المعادلة المصفوفية $\underline{أ} \times \underline{ع} = \underline{ب}$ حيث $\underline{أ}$ هي مصفوفة المعاملات ، $\underline{ع}$ هي مصفوفة المتغيرات ، $\underline{ب}$ هي مصفوفة الثوابت . ثم حل نظام المعادلات

(باستخدام النظير الضربي للمصفوفة أو باستخدام المحددات (قاعدة كرامر))

الحل

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} ٧ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = ٧ \times ٢ - ٥ \times ٣ = -١$$

$$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٥ & ٧ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = ٥ \times ٥ - ٣ \times ٧ = ٤$$

$$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{-١}{١} = -١$$

$$ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{٤}{١} = ٤$$

حل النظام ولم يحدد طريقة للحل متروكة للطالب

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣

حل النظام :
$$\begin{cases} ٥س + ٣ ص = ٧ \\ ٣ س + ٢ص = ٥ \end{cases}$$

الحل

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} ٧ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = ٧ \times ٢ - ٥ \times ٣ = -١$$

$$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٥ & ٧ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = ٥ \times ٥ - ٣ \times ٧ = ٤$$

$$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{-١}{١} = -١$$

$$ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{٤}{١} = ٤$$

الوحدة الثامنة: حساب المثلثات

تبسيط التعبيرات المثلثية

بسط التعبير التالي لأبسط صورة : :

$$\text{جتا}(-\theta) + \text{جتا}(\pi - \theta) - \text{جا}(\theta + \pi)$$

(ربع ٤) (ربع ٢) (ربع ٣)

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

$= \text{جتا}\theta - \text{جتا}\theta - (-\text{جا}\theta) = \text{جا}\theta$

أثبت أن

$$\text{جا}(٩٠^\circ + س) + \text{جتا}(١٨٠^\circ - س) + \text{جا}(٢٧٠^\circ) + \text{جتا}(١٨٠^\circ) = -٢$$

(ربع ١) (ربع ٢) (ربعية) (ربعية)

(تقلب)

دور اول ٢٠١٣/٢٠١٤

الحل

الطرف الأيمن $= \text{جتا}س - \text{جتا}س - ١ - ١ = -٢ =$ الطرف الأيسر

∴ الطرفان متساويان

أثبت صحة المتطابقة التالية : $(\text{ظا}^٢س + ١)\,\text{جتا}^٢س = ١$

دور ثان ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

الطرف الأيمن $= (\text{ظا}^٢س + ١)\,\text{جتا}^٢س = \text{قا}^٢س \times \text{جتا}^٢س = \frac{١}{\text{جتا}^٢س} \times \text{جتا}^٢س = ١ =$ الطرف الأيسر

∴ الطرفان متساويان

بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

جا س + جا (٩٠° − س) + جا (١٨٠° + س) + جا (٩٠° − س)

ربع ١ / قلب ربع ٣/ ربع ٢ / قلب

الحل

= جا س + جتا س − جا س + جتا س = ٢ جتا س

حل المعادلات المثلثية (الجيب)

حل المعادلة : ٢ جا س − ١ = ٠

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣* دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

٢ جا س = ١ ÷ ٢

جا س = $\frac{١}{٢}$ موجبة

∴ جا س = $\frac{\pi}{٦}$ θ

تحديد الربع : ∵ جا س ؟ ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

الربع الأول	الربع الثاني
س = θ + ٢ ط ن	س = (π − θ) + ٢ ط ن
س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ ط ن	س = ($\frac{\pi}{٦}$ − π) + ٢ ط ن
	س = $\frac{٥\pi}{٦}$ + ٢ ط ن

حيث ط ∈ ص

حل المعادلة : جا س = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

دور اول ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

جا س = جا $\frac{\pi}{٤}$

تحديد الربع : ∵ جا س > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

الربع الأول	الربع الثاني
س = ٢كπ + $\frac{\pi}{٤}$	س = ٢كπ + (π − $\frac{\pi}{٤}$)
	س = ٢كπ + $\frac{٣\pi}{٤}$

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة : ٢ جا س − $\sqrt{٣}$ = ٠

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

٢ جا س = $\sqrt{٣}$ ← ÷ ٢ ← $\frac{٢ جا س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ← جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جا س = جا $\frac{\pi}{٣}$

تحديد الربع : ∵ جا س > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

الربع الأول	الربع الثاني
س = ٢كπ + $\frac{\pi}{٣}$	س = ٢كπ + (π − $\frac{\pi}{٣}$)
	س = ٢كπ + $\frac{٢\pi}{٣}$

ك ∈ ص

حل المعادلات المثلثية (جيب التمام)

حل المعادلة : ٢ جتا س − ١ = ٠

دور اول ٢٠١٧/٢٠١٨* دور اول ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

٢ جتا س = ١ ÷ ٢

جتا س = $\frac{١}{٢}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٣}$

* تحديد الربع : جتا س > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

الربع الأول	الربع الرابع
س = θ + ٢ك π	س = − θ + ٢ك π
س = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π	س = − $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة : جتا س = $\frac{١}{٢}$

دور أول ٢٠٢٢/ ٢٠٢٣* دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٣}$

تحديد الربع : جتا س > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

الربع الأول	الربع الرابع
س = θ + ٢ك π	س = − θ + ٢ك π
س = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π	س = − $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة : $\sqrt{٣}$ = ٢ جتاس

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٦

الحل

جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ← جتاس = جتا $\frac{\pi}{٦}$

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

* تحديد الربع : جتاس > ٠ موجبة

الربع الأول	الربع الرابع
س = ٢كπ + $\frac{\pi}{٦}$	س = ٢كπ + $\frac{-\pi}{٦}$

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة : ٢ جتا س = ١

دور اول ٢٠١٥/٢٠١٤ *منهج كامل ٢٠٢٤/٢٠٢٣

الحل

جتا س = $\frac{١}{٢}$ ← جتاس = جتا $\frac{\pi}{٣}$

تحديد الربع : جتاس > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

الربع الأول	الربع الرابع
س = ٢كπ + $\frac{\pi}{٣}$	س = ٢كπ + $\frac{-\pi}{٣}$

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة جتا س = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

دور اول ٢٠١٣/٢٠١٤

الحل

$\frac{\pi}{٤}$ = ظتا س

تحديد الربع : ظتا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

الربع الأول	الربع الرابع
س = θ + ٢ط	س = - θ + ٢ط
س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ط	س = $\frac{-\pi}{٤}$ + ٢ط

حيث ك ∈ ص

حل المعادلة : ٢ جتا س - $\sqrt{٣}$ = ٠

دور اول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

٢ جتا س = $\sqrt{٣}$ ← جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ← ظتا س = ظتا $\frac{\pi}{٦}$

تحديد الربع : جتا س > ٠ موجبة

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

الربع الأول	الربع الرابع
س = θ + ٢ط	س = - θ + ٢ط
س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ط	س = $\frac{-\pi}{٦}$ + ٢ط

حيث ك ∈ ص

متطابقات فيثاغورث

بدون استخدام الالة الحاسبة :

اذا كان جتا$\theta = \frac{٣}{٥}$ ، جا $\theta > ٠$ موجبة

فاوجد جا θ ، ظا θ

دور اول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

∵ جا$\theta > ٠$ موجبة

∴ جا$\theta = +\sqrt{١ - \text{جتا}^٢\theta} = \sqrt{١ - (\frac{٣}{٥})^٢} = \frac{٤}{٥}$

ظا$\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٣}{٥}} = \frac{٤}{٣}$

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣

بدون استخدام الالة الحاسبة :

اذا كان جتا $\theta = \frac{٤}{٥}$ ، جا $\theta > ٠$

فاوجد جا θ ، ظا θ

الحل

∵ جا $\theta > ٠$ موجبة

∴ جا $\theta = +\sqrt{١ - \text{جتا}^٢\theta} = \sqrt{١ - (\frac{٤}{٥})^٢} = \frac{٣}{٥}$

∴ ظا $\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٤}$

إذا كان جا $\theta = \frac{1}{2}$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

أوجد جتا θ ، ظا θ

دور اول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

$\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول

$\therefore$ جتا $\theta = +\sqrt{1 - \text{جا}^2\theta} = \sqrt{1 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ ظا $\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة :

إذا كان جـا $\theta = \frac{١}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

أوجد (١) جتا θ

(٢) ظتا θ

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$\because ٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول

$\therefore$ جتا $\theta = + \sqrt{١ - \text{جا}^٢ \theta} = \sqrt{١ - (\frac{١}{٥})^٢} = \frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$

ظتا $\theta = \frac{\text{جتا } \theta}{\text{جا } \theta} = \frac{\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}}{\frac{١}{٥}} = \sqrt{٢٤}$

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٥}$

وكان $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

أوجد كلاً من جتا θ ، ظا θ .

الحل

$\because ٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول

$\therefore$ جتا $\theta = +\sqrt{١ - \text{جا}^٢\theta} = \sqrt{١ - (\frac{٣}{٥})^٢} = \frac{٤}{٥}$

ظا $\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٤}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جا$\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

فأوجد كلا من : جتاθ ، ظاθ ، قاθ ، ظتاθ ، قتاθ

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

$\because ٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول

جتا $\theta = + \sqrt{١ - جا^٢\theta} = \sqrt{١ - (\frac{٣}{٥})^٢} = \frac{٤}{٥}$

ظا $\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٤}$

قا $\theta = \frac{١}{جتا\theta} = \frac{١}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٥}{٤}$

ظتا $\theta = \frac{١}{ظا\theta} = \frac{١}{\frac{٣}{٤}} = \frac{٤}{٣}$

قتا $\theta = \frac{١}{جا\theta} = \frac{١}{\frac{٣}{٥}} = \frac{٥}{٣}$

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨

بدون استخدام الآلة الحاسبة :

إذا كان جا $\theta = -\frac{٣}{٧}$ ، جتا $\theta > ٠$ ، فأوجد جتا θ ، ظا θ ، ظتا θ

الحل

∵ جتا θ > ٠ سالبة

∴ جتا $\theta = -\sqrt{١ - جا^٢\theta} = -\sqrt{١ - (-\frac{٣}{٧})^٢} = -\frac{\sqrt{٤٠}}{٧} = -\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

ظا $\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{-\frac{٣}{٧}}{-\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}} = \frac{٣}{٢\sqrt{١٠}} = \frac{٣\sqrt{١٠}}{٢٠}$

ظتا $\theta = \frac{١}{ظا\theta} = \frac{١}{\frac{٣\sqrt{١٠}}{٢٠}} = \frac{٢٠}{٣\sqrt{١٠}} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٣}$

دور اول ٢٠١٧/٢٠١٦

بدون استخدام الآلة الحاسبة :

إذا كان جا $\theta = \frac{١٢}{١٣}$ ، جتا $\theta > ٠$ ، أوجد: جتا θ ، ظتا θ

الحل

∵ جتا θ < ٠ ، ∴ θ زاوية

∴ جتا $\theta = -\sqrt{١ - جا^{٢}\theta} = -\sqrt{١ - (\frac{١٢}{١٣})^{٢}} = \frac{-٥}{١٣}$

ظتا $\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta} = \frac{\frac{-٥}{١٣}}{\frac{١٢}{١٣}} = \frac{-٥}{١٢}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان جتا θ = $\frac{١}{٣}$ ، جا θ < ٠

فأوجد جا θ ، ظتا θ.

دور اول ٢٠١٤/٢٠١٥ * دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

∵ جا θ سالبة

∴ جا θ = − $\sqrt{١ - جتا^{٢}\theta}$ = − $\sqrt{١ - (\frac{١}{٣})^{٢}}$ = $\frac{-\sqrt{٨}}{٣}$

ظتا θ = $\frac{جتا\theta}{جا\theta}$ = $\frac{\frac{١}{٣}}{\frac{-\sqrt{٨}}{٣}}$ = $\frac{-١}{\sqrt{٨}}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظا$\theta = 2\sqrt{2}$ جتا$\theta < 0$

فأوجد جتا θ ، جاθ ، قتاθ

دور اول ٢٠١٨/٢٠١٩

الحل

قا$\theta = \pm \sqrt{1 + ظا^2\theta}$ فيثاغورث

قا$\theta = \pm \sqrt{1 + (2\sqrt{2})^2} = 3$

قا$\theta = \pm 3$

أو

قا$\theta = 3$ | قا$\theta = -3$

$\frac{1}{جتا\theta} = 3$ | $\frac{1}{جتا\theta} = -3$

جتا$\theta = \frac{1}{3}$ | جتا$\theta = -\frac{1}{3}$

مرفوضة | مقبولة

جتاθ سالبة | جتاθ سالبة

$\therefore ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta}$

$\frac{جا\theta}{-\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \times$

جا$\theta = 2\sqrt{2} \times -\frac{1}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

قتا$\theta = \frac{1}{جا\theta} = \frac{1}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان ظا $\theta = \sqrt{٣}$ ، جتا $\theta < ٠$

فأوجد جا θ ، جتا θ .

دور ثان ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

$\because$ قا $\theta = \pm \sqrt{١ + ظا^{٢}\theta} = \pm \sqrt{١ + (\sqrt{٣})^{٢}} = \pm ٢$

قا $\theta = \pm ٢$

قا $\theta = ٢$ ، $٢ = \frac{١}{جتا \theta}$ ، $\because$ جتا $\theta = \frac{١}{٢}$

مرفوضة

لأنه جتا $\theta > ٠$ سالبة

أو

قا $\theta = -٢$ ، $-٢ = \frac{١}{جتا \theta}$ ، جتا $\theta = -\frac{١}{٢}$

مقبولة

لأنه جتا $\theta < ٠$ سالبة

$\because$ ظا $\theta = \frac{جا \theta}{جتا \theta} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{١} = \frac{جا \theta}{-\frac{١}{٢}}$

جا $\theta = -\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣} = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٥}$ ، جتا $\theta < ٠$

أوجد جتا θ ، ظتا θ

دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

∵ جتا $\theta < ٠$ سالبة

∴ جتا $\theta = -\sqrt{١ - جا^{٢}\theta} = -\sqrt{١ - (\frac{٣}{٥})^{٢}} = -\frac{٤}{٥}$

ظتا $\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta} = \frac{-\frac{٤}{٥}}{\frac{٣}{٥}} = -\frac{٤}{٣}$

إثبات صحة المتطابقات المثلثية

اثبت صحة المتطابقة : $\frac{(\text{قا}\theta + 1)(\text{قا}\theta - 1)}{\text{جا}^2\theta} = \text{قا}^2\theta$

دور أول ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

الطرف الأيمن $= \frac{(\text{قا}\theta + 1)(\text{قا}\theta - 1)}{\text{جا}^2\theta} = \frac{\text{قا}^2\theta - 1}{\text{جا}^2\theta}$

$= \frac{1}{\text{جتا}^2\theta} \div \frac{\text{جا}^2\theta}{\text{جتا}^2\theta} = \frac{1}{\text{جتا}^2\theta} \times \frac{\text{جتا}^2\theta}{\text{جا}^2\theta} = \frac{1}{\text{جا}^2\theta}$

$= \text{قا}^2\theta =$ الطرف الأيسر

∴ الطرفان متساويان

اثبت صحة المتطابقة : $\text{جتا}^2\text{س} + \text{جتاس} \times \text{جا}^2\text{س} = \text{جتاس}$

دور أول ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

الطرف الأيمن $= \text{جتاس}(\text{جتا}^2\text{س} + \text{جا}^2\text{س}) = \text{جتاس} \times 1$

$= \text{جتاس} =$ الطرف الأيسر

لـه عامل مشترك

∴ الطرفان متساويان

الوحدة التاسعة : الهندسة التحليلية

تقسيم قطعة مستقيمة من الداخل

أوجد احداثي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ اذا علم أن

أ(-٧ ، ٥) ، ب(٨ ، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

أ (-٧ ، ٥) : $س_١$ ، $ص_١$

ب (٨ ، -٥) : $س_٢$ ، $ص_٢$

ب	أ
٢	١
ن	م

$$س = \frac{م س_٢ + ن س_١}{م + ن} = \frac{١ \times ٨ + ٢ \times -٧}{١ + ٢} = -٦$$

$$ص = \frac{م ص_٢ + ن ص_١}{م + ن} = \frac{١ \times -٥ + ٢ \times ٥}{١ + ٢} = \frac{٥}{٣}$$

احداثي النقطة ن $(-٦ ، \frac{٥}{٣})$

دور اول ٢٠١٤/٢٠١٥

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

أوجد إحداثي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٣

حيث أ (-٥ ، ٣) ، ب (٧ ، -٤) .

الحل

أ ($س_1$ ، $ص_1$) (-٥، ٣)

ب ($س_2$ ، $ص_2$) (٧، -٤)

١ : ٣

م : ن

$س = \frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} = \frac{١ \times ٧ + ٣ \times -٥}{١ + ٣} = -٢$

$ص = \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} = \frac{١ \times -٤ + ٣ \times ٣}{١ + ٣} = \frac{٥}{٤}$

إحداثي النقطة ن $(-٢ ، \frac{٥}{٤})$

إذا كان أ (٤ ، ١٢) ، ب (٢٨ ، ٤) ويراد تقسيم $\overline{أ ب}$ من الداخل

من جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢ : ٥ أوجد احداثيات النقطة جـ

دور أول ٢٠١٧/٢٠١٦

الحل

أ (س١ ، ص١) = (٤ ، ١٢)

ب (س٢ ، ص٢) = (٢٨ ، ٤)

٢ : ٥

م : ن

$س = \frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} = \frac{٢ \times ٢٨ + ٥ \times ٤}{٢ + ٥} = \frac{٧٦}{٧}$

$ص = \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} = \frac{٢ \times ٤ + ٥ \times ١٢}{٢ + ٥} = \frac{٦٨}{٧}$

احداثيات النقطة ($\frac{٧٦}{٧}$ ، $\frac{٦٨}{٧}$)

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٦

إذا كان أ (١ ، ٤) ، ب (-٢ ، ١) و يراد تقسيم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢ : ٣ ، أوجد احداثيات النقطة جـ

الحل

أ (س١ ، ص١) (١ ، ٤)

ب (س٢ ، ص٢) (-٢ ، ١)

٣	+	٢
ن		م

$س = \frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} = \frac{٢ \times -٢ + ٣ \times ١}{٢ + ٣} = \frac{-١}{٥}$

$ص = \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} = \frac{٢ \times ١ + ٣ \times ٤}{٢ + ٣} = \frac{١٤}{٥}$

احداثيات النقطة جـ $(\frac{-١}{٥} ، \frac{١٤}{٥})$

إذا كان أ (٥ ، ٩) ، ب (٢ ، ٤) ويراد تقسيم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٣ : ٥ أوجد إحداثيات النقطة جـ

دور أول ٢٠١٥/٢٠١٦

الحل

أ ($س_1$ ، $ص_1$) (٩،٥)

ب ($س_2$ ، $ص_2$) (٤،٢)

٥ ن + ٣ م

$س = \frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} = \frac{٣ \times ٢ + ٥ \times ٥}{٣ + ٥} = \frac{٣١}{٨}$

$ص = \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} = \frac{٣ \times ٤ + ٥ \times ٩}{٣ + ٥} = \frac{٥٧}{٨}$

احداثيات النقطة جـ ($\frac{٣١}{٨}$ ، $\frac{٥٧}{٨}$)

معادلة الخط المستقيم المار بنقطتين

إذا كانت م $(1، 2)$ ، ب $(4، 8)$

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{م ب}$.

دور أول ٢٠١٣/٢٠١٤

الحل

ميل $\overleftrightarrow{م ب}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{8-2}{4-1}$ = ٢

* معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{م ب}$ الذي م = ٢ ويمر بالنقطة م$(س_1، ص_1)$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 2 = 2(س - 1)$

$ص - 2 = 2س - 2$

$ص = 2س - 2 + 2$

$ص = 2س$

اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ $(1، 3)$ ، ب $(-2، 0)$

دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

م = ميل $\overleftrightarrow{م ب}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{0-3}{-2-1}$ = ١

* معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{م ب}$ الذي م = ١ ويمر بالنقطة م$(س_1، ص_1)$ $(1، 3)$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 3 = 1(س - 1)$

$ص - 3 = س - 1$

$ص = س - 1 + 3$

$ص = س + 2$

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٧)

دور أول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

م = الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٧ - ٣}{٤ - ٥} = -٤$

* معادلة المستقيم الذي م = -٤ ويمر بالنقطة (٥ ، ٣)

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٣ = -٤ (س - ٥)$

$ص - ٣ = -٤ س + ٢٠$

$ص = -٤ س + ٢٠ + ٣$

$ص = -٤ س + ٢٣$

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين :

جـ (٣ ، -١) ، د (٢ ، -٢)

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

م = الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٢ - (-١)}{٢ - ٣} = ١$

معادلة المستقيم جـ د الذي م = ١ ويمر بالنقطة جـ (٣ ، -١)

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - (-١) = ١ (س - ٣)$

$ص + ١ = س - ٣$

$ص = س - ٣ - ١$

$ص = س - ٤$

إيجاد معادلة مستقيم مجهول موازي لمستقيم

أوجد معادلة المستقيم هـ الموازي للمستقيم ل و الذي يمر بالنقطة (٢ ، -٣) (س١ ، ص١)

حيث ل: ص = ٢س + ١

دور ثان ٢٠١٩/٢٠١٨

الحل

ميل ل = ٢

∵ المستقيم ل // المستقيم هـ

∴ ميل هـ = ميل ل = ٢

معادلة المستقيم هـ : ص - ص١ = م (س - س١)

ص - (-٣) = ٢ (س - ٢)

ص + ٣ = ٢س - ٤

ص = ٢س - ٤ - ٣

ص = ٢س - ٧

إذا كان المستقيم ك : ص = ٥ س + ٣

أوجد معادلة المستقيم ل الموازي للمستقيم ك و الذي يمر بالنقطة (-٣ ، ٢)

دور أول ٢٠١٧/٢٠١٦

الحل

ميل ك = ٥

∴ المستقيم ك // المستقيم ل

∴ ميل ل = ميل ك = ٥

معادلة المستقيم ل : ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٢ = ٥ (س - (-٣))

ص - ٢ = ٥ (س + ٣)

ص - ٢ = ٥ س + ١٥

ص = ٥ س + ١٥ + ٢

ص = ٥ س + ١٧

دور ثان ٢٠٢١/٢٠٢٢

إذا كان المستقيم ك : ٣ ص + س + ٣ = ٠ فأوجد:

معادلة المستقيم ل الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣ ، ٢)

الحل

ميل ك = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ - = $\frac{-١}{٣}$

∴ المستقيم ك // المستقيم ل

∴ ميل ل = ميل ك = $\frac{-١}{٣}$

معادلة المستقيم ل : ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٢ = $\frac{-١}{٣}$ (س - (-٣))

ص - ٢ = $\frac{-١}{٣}$ (س + ٣)

٣ ص - ٦ = - س - ٣

٣ ص = - س - ٣ + ٦

٣ ص = - س + ٣

ص = $\frac{-١}{٣}$ س + ١

إيجاد معادلة مستقيم مجهول عمودي على مستقيم معلوم

إذا كان المستقيم ل : ص = ٢س + ١
أوجد معادلة المستقيم ك العمودي على المستقيم ل ويمر بالنقطة (٤ ، -٣)

دور أول ٢٠٢٢/٢٠٢١

الحل

ميل ل = ٢

∵ المستقيم ك ⊥ المستقيم ل

∴ ميل ل × ميل ك = ١

∴ ميل ك = $-\frac{١}{٢}$

معادلة المستقيم ك : ص - ص١ = م (س - س١)

ص - (-٣) = $-\frac{١}{٢}$ (س - ٤)

ص + ٣ = $-\frac{١}{٢}$ س + ٢

ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٢ - ٣

ص = $-\frac{١}{٢}$ س - ١

دور أول ٢٠١٨/٢٠١٩

اذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠

فأوجد معادلة المستقيم ب العمودي على المستقيم ك

والذي يمر بالنقطة (١ ، ٤).

الحل

ميل ك = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ - = $\frac{-١}{٣}$

∴ المستقيم ب ⊥ المستقيم ك

∴ ميل ب × ميل ك = -١

∴ ميل ب = ٣

معادلة المستقيم ب: ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٤ = ٣ (س - ١)

ص - ٤ = ٣ - ٣س

ص = ٣ - ٣س + ٤

ص = ٧ + ٣س

البعد بين نقطة ومستقيم (معادلة المستقيم في الصورة العامة)

أوجد البعد من النقطة م(٣ ، -١) إلى المستقيم ل : ٢س - ص + ٣ = ٠

منهج كامل ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

$أ = ٢$ $ب = -١$ $ج = ٣$

$س_١ = ٣$ $ص_١ = -١$

$$\text{البعد (ف)} = \left| \frac{أ س_١ + ب ص_١ + ج}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} \right| = \left| \frac{٢ \times ٣ + (-١) \times (-١) + ٣}{\sqrt{٢^٢ + (-١)^٢}} \right|$$

$$= \left| \frac{١٠}{\sqrt{٥}} \right| = \frac{١٠}{\sqrt{٥}} = ٢\sqrt{٥} \text{ وحدة طول}$$

أوجد بعد النقطة د (٢ ، ١) عن المستقيم ل : ٣س + ٤ص + ٥ = ٠

دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

$أ = ٣$ $ب = ٤$ $ج = ٥$

$س_١ = ٢$ $ص_١ = ١$

$$\text{البعد (ف)} = \left| \frac{أ س_١ + ب ص_١ + ج}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} \right| = \left| \frac{٣ \times ٢ + ٤ \times ١ + ٥}{\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}} \right|$$

$$= \left| \frac{١٥}{٥} \right| = |٣| = ٣ \text{ وحدة طول}$$

أوجد البعد من النقطة د (-٤ ، -٣) إلى المستقيم ل : ٣س - ٢ص - ٧ = ٠

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٦

الحل

أ = ٣ ، ب = -٢ ، جـ = -٧

س١ = -٤ ، ص١ = -٣

$$\text{البعد (ف)} = \left| \frac{أ س_1 + ب ص_1 + جـ}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right| = \left| \frac{٣ \times -٤ + (-٢) \times -٣ - ٧}{\sqrt{٣^2 + (-٢)^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{-١٣}{\sqrt{١٣}} \right| = \frac{١٣}{\sqrt{١٣}}$$

$= \sqrt{١٣}$ وحدة طول

أوجد بعد النقطة د (٣ ، -٢) عن المستقيم ل : ٣س - ٤ص + ٣ = ٠

دور أول ٢٠١٤/٢٠١٣

الحل

أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ٣

س١ = ٣ ، ص١ = -٢

$$\text{البعد (ف)} = \left| \frac{أ س_1 + ب ص_1 + جـ}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right| = \left| \frac{٣ \times ٣ + (-٤) \times -٢ + ٣}{\sqrt{٣^2 + (-٤)^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{٢٠}{٥} \right| = |٤|$$

= ٤ وحدة طول

البعد بين نقطة ومستقيم (معادلة المستقيم ليست في الصورة العامة)

أوجد البعد بين النقطة أ $(-٤ ، -٣)$ و المستقيم ل : $٢ص = ٣س - ٧$

دور أول ٢٠١٧/ ٢٠١٨* دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

معادلة المستقيم في الصورة العامة: $٣س - ٢ص - ٧ = ٠$

$أ = ٣$ $ب = -٢$ $جـ = -٧$

$س_١ = -٤$ $ص_١ = -٣$

$$\text{البعد (ف)} = \frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} = \frac{|٣ \times -٤ + (-٢) \times -٣ - ٧|}{\sqrt{٣^٢ + (-٢)^٢}}$$

$$= \frac{|-١٣|}{\sqrt{١٣}} = \frac{١٣}{\sqrt{١٣}} = \sqrt{١٣} \text{ وحدة طول}$$

أوجد بعد النقطة د $(٢ ، ٥)$ عن المستقيم ل: $ص = -س + ٣$

دور ثان ٢٠٢١/ ٢٠٢٢

دور أول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

معادلة المستقيم في الصورة العامة: $-س - ص + ٣ = ٠$

$أ = -١$ $ب = -١$ $جـ = ٣$

$س_١ = ٢$ $ص_١ = ٥$

$$\text{البعد (ف)} = \frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} = \frac{|-١ \times ٢ + (-١) \times ٥ + ٣|}{\sqrt{(-١)^٢ + ١^٢}}$$

$$= \frac{|-٤|}{\sqrt{٢}} = \frac{٤}{\sqrt{٢}} = ٢\sqrt{٢} \text{ وحدة طول}$$

أوجد بعد النقطة أ (٢، ـ ٢) إلى المستقيم ل : ٢ ص = ٣ س ـ ٧

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

معادلة المستقيم في الصورة العامة : ٣ س ـ ٢ ص ـ ٧ = ٠

أ = ٣ ب = ـ ٢ جـ = ـ ٧

س١ = ٢ ص١ = ـ ٢

$$\text{البعد} = \left| \frac{أ س_1 + ب ص_1 + جـ}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right| = \left| \frac{٣ \times ٢ + (-٢) \times (-٢) - ٧}{\sqrt{٣^2 + (-٢)^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{٣}{\sqrt{١٣}} \right| = \frac{٣}{\sqrt{١٣}}$$

وحدة طول $= \frac{\sqrt{١٣} \times ٣}{١٣}$

إيجاد معادلة دائرة بمعلومية قطرها (نقطتين)

أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ$(٤، -٢)$ ، ب$(٢، ٤)$

دور أول ٢٠٢١/٢٠٢٢

الحل

مركز الدائرة $(د، هـ) = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right) = \left(\frac{٤+٢}{٢}، \frac{-٢+٤}{٢}\right) = (٣، ١)$

القطر = $ع$ نصف = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$ع$ نصف $= \sqrt{(٢-٤)^٢ + (٤-(-٢))^٢}$

$ع$ نصف $= \sqrt{١٠}$

$نصف = \sqrt{١٠} \Leftarrow$ نصف$^٢ = (\sqrt{١٠})^٢ = ١٠$

معادلة الدائرة : $(س - د)^٢ + (ص - هـ)^٢ =$ نصف^٢

$(س - ٣)^٢ + (ص - ١)^٢ = ١٠$

إيجاد مركز الدائرة وطول نصف قطرها بمعلومية معادلة الدائرة في الصورة القياسية

أوجد مركز و طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$

دور أول ٢٠١٩/٢٠١٨

الحل

معادلة الدائرة : $(س - ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$

بالمقارنة

$ى = -٢$ $هـ = ٣$ $نق^{٢} = ٩$

$نق = \sqrt{٩} = ٣$

مركز الدائرة $(ى ، هـ) = (-٢ ، ٣)$

نصف قطر الدائرة = ٣ وحدة طول .

عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة :

٣ س^{٢} + ٣ ص^{٢} − ٦ س + ٩ ص − ١٢ = ٠

دور ثان ٢٠٢٢/٢٠٢٣

الحل

$\frac{٣}{٣}$ س^{٢} + $\frac{٣}{٣}$ ص^{٢} − $\frac{٦}{٣}$ س + $\frac{٩}{٣}$ ص − $\frac{١٢}{٣}$ = ٠

س^{٢} + ص^{٢} − ٢ س + ٣ ص − ٤ = ٠

ل = −٢ ك = ٣ ب = −٤

مركز الدائرة = $(-\frac{ل}{٢}, -\frac{ك}{٢})$ = $(\frac{-(-٢)}{٢}, -\frac{٣}{٢})$ = $(١, -\frac{٣}{٢})$

نصف = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب}$

= $\frac{١}{٢}\sqrt{(-٢)^{٢} + ٣^{٢} - ٤ \times -٤}$ = $\frac{١}{٢}\sqrt{٢٩}$ وحدة طول

إيجاد معادلة مماس الدائرة

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها : $(س - ٢)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٨$ عند النقطة أ$(٠، -٢)$

دور أول ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

١) مركز الدائرة : $(٢، -٤)$

٢) ميل نصف القطر $= \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{-٢ - (-٤)}{٠ - ٢} = -١$

٣) $\because$ ميل المماس × ميل نصف القطر $= -١$

$\therefore$ ميل المماس $= م = ١$ (اقلب العكس وغير الإشارة)

٤) معادلة المماس : $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ عند النقطة أ$(٠، -٢)$

$ص - (-٢) = ١(س - ٠)$

$ص + ٢ = س$

$ص = س - ٢$

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها : دور أول ٢٠١٥/ ٢٠١٦* دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨ * دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

$(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٥$ عند نقطة التماس أ $(٣ ، ١)$

الحل

١) مركز الدائرة = $(١ ، ٢)$

٢) ميل المعمود = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{٢ - ١}{٣ - ١} = \frac{١}{٢}$

٣) ميل المعمود × ميل المماس = -١

ميل المماس = م = $-\frac{١}{٢}$ (اقلب واعكس الإشارة)

٤) معادلة المماس : $ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$ عند النقطة $P(٣ ، ١)$

$ص - ١ = -\frac{١}{٢}(س - ٣)$

$٢ص - ٢ = -س + ٣$

$٢ص = -س + ٥$

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها:

$(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٥$ عند نقطة التماس أ $(١ ، ٣)$

دور أول ٢٠١٤/٢٠١٥

الحل

(١) مركز الدائرة = $(٢ ، ١)$

(٢) ميل المعمود = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{٣ - ١}{١ - ٢} = -٢$

(٣) ميل المعمود × ميل المماس $= -١$

ميل المماس $= م = \frac{١}{٢}$ (قلب واعكس الإشارة)

(٤) معادلة المماس: $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ عند النقطة $(١ ، ٣)$

$ص - ٣ = \frac{١}{٢}(س - ١)$

$ص - ٣ = \frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}$

$ص = \frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢} + ٣$

$ص = \frac{١}{٢}س + \frac{٥}{٢}$

الوحدة العاشرة: الإحصاء والاحتمال

الانحراف المعياري والتباين

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من البيانات هو ع = ٦

وكان $\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2 = ٥٤٠$ فأوجد عدد القيم.

دور أول ٢٠١٩/٢٠١٨

الحل

التباين $ع^2 = \frac{\sum (س - \overline{س})^2}{ن}$

$٦^2 = \frac{٥٤٠}{ن}$

$\frac{١}{٣٦} \times ٥٤٠ = ن$

$ن = \frac{٥٤٠}{٣٦} = ١٥$

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات التالية :

٥ ، ٦ ، ٤ ، ٨ ، ٧

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٢

الحل

المتوسط الحسابي $\bar{س}$ = مجموع القيم / عددهم = $\frac{٥+٦+٤+٨+٧}{٥}$ = ٦

س	س − $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^{٢}$
٥	٥ − ٦ = −١	$(-١)^{٢}$ = ١
٦	٦ − ٦ = ٠	$(٠)^{٢}$ = ٠
٤	٤ − ٦ = −٢	$(-٢)^{٢}$ = ٤
٨	٨ − ٦ = ٢	$(٢)^{٢}$ = ٤
٧	٧ − ٦ = ١	$(١)^{٢}$ = ١
	المجموع	١٠

ن = ٥

التباين $ع^{٢}$ = $\frac{مج(س - \bar{س})^{٢}}{ن}$ = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢

الانحراف المعياري ع = $\sqrt{التباين}$ = $\sqrt{٢}$

أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٣

دور أول ٢٠١٨/٢٠١٧

الحل

المتوسط الحسابي $\bar{س}$ = مجموع القيم / عددهم = $\frac{٢+٥+٦+٤+٨+٧+٣}{٧}$ = ٥

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
٢	٢ − ٥ = −٣	(−٣)^{٢} = ٩
٥	٥ − ٥ = ٠	(٠)^{٢} = ٠
٦	٦ − ٥ = ١	(١)^{٢} = ١
٤	٤ − ٥ = −١	(−١)^{٢} = ١
٨	٨ − ٥ = ٣	(٣)^{٢} = ٩
٧	٧ − ٥ = ٢	(٢)^{٢} = ٤
٣	٣ − ٥ = −٢	(−٢)^{٢} = ٤
	المجموع	٢٨

ن = ٧

التباين ع^{٢} = $\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^{٢}}{ن}$ = $\frac{٢٨}{٧}$ = ٤

الانحراف المعياري ع = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

دور أول ٢٠١٤/٢٠١٣

الحل

المتوسط الحسابي س̄ = مجموع القيم / عددهم = (٩ + ٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٢) / ٦ = ٦

ن = ٦

س	س − س̄	(س − س̄)²
٩	٩ − ٦ = ٣	(٣)² = ٩
٧	٧ − ٦ = ١	(١)² = ١
٨	٨ − ٦ = ٢	(٢)² = ٤
٦	٦ − ٦ = ٠	(٠)² = ٠
٤	٤ − ٦ = −٢	(−٢)² = ٤
٢	٢ − ٦ = −٤	(−٤)² = ١٦
	المجموع	٣٤

التباين ع² = مج(س − س̄)² / ن = ٣٤ / ٦ = ١٧ / ٣

الانحراف المعياري ع = √(التباين) = √(١٧/٣) ≈ ٢,٤

أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ٧ ، ٢ دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

الحل

المتوسط الحسابي س̄ = مجموع القيم / عددهم = (٤ + ٦ + ٨ + ٥ + ٣ + ٧ + ٢) / ٧ = ٥

س	س − س̄	(س − س̄)²
٤	٤ − ٥ = −١	(−١)² = ١
٦	٦ − ٥ = ١	(١)² = ١
٨	٨ − ٥ = ٣	(٣)² = ٩
٥	٥ − ٥ = ٠	(٠)² = ٠
٣	٣ − ٥ = −٢	(−٢)² = ٤
٧	٧ − ٥ = ٢	(٢)² = ٤
٢	٢ − ٥ = −٣	(−٣)² = ٩
	المجموع	٢٨

ن = ٧

التباين ع² = Σ(س − س̄)² / ن = ٢٨ / ٧ = ٤

الانحراف المعياري ع = √التباين = √٤ = ٢

التباديل و التوافيق

دور أول ٢٠١٨/٢٠١٩

أوجد قيمة مايلي بدون استخدام الآلة الحاسبة : $ل_{٣}^{١٠}$ ، $\binom{٧}{٢}$

الحل

$ل_{٣}^{١٠} = ١٠ \times ٩ \times ٨ = ٧٢٠$

$\binom{٧}{٢} = ق_{٢}^{٧} = \frac{ل_{٢}^{٧}}{٢!} = \frac{٧ \times ٦}{١ \times ٢} = ٢١$

إذا كان أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء العينة ف وكان :

ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٧ ، فأوجد كلا من:

دور أول ٢٠٢٢/٢٠٢٣

(١) ل (أ ∪ ب)

(٢) ل (أ | ب)

الحل

∵ أ ، ب حدثان مستقلان

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب) = ٠,٢ × ٠,٧ = ٠,١٤

(١) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٢ + ٠,٧ − ٠,١٤ = ٠,٧٦

(٢) ل (أ / ب) = ل (أ ∩ ب) / ل (ب) = ٠,١٤ / ٠,٧ = ٠,٢

إذا كان أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء العينة ف وكان

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٤

أوجد :

دور ثان ٢٠٢٣/٢٠٢٤

(١) ل (أ ∩ ب)

(٢) ل (ب | أ)

(٣) ل (أ ∪ ب)

الحل

(١) ∵ أ ، ب حدثان مستقلان

∴ ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب) = ٠,٣ × ٠,٤ = ٠,١٢

(٢) ل (ب / أ) = ل (أ ∩ ب) / ل (أ) = ٠,١٢ / ٠,٣ = ٠,٤

(٣) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٤ − ٠,١٢ = ٠,٥٨

١

من تجربة عشوائية أ ، ب حدثان حيث ل ($\overline{أ}$) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦

ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ أوجد كلا من :

(١) ل(أ)

(٢) ل (أ ∪ ب)

(٣) ل (أ | ب)

دور ثان ٢٠١٨/٢٠١٩

دور ثان ٢٠١٧/٢٠١٨

الحل

(١) ل(أ) = ١ - ل($\overline{أ}$) = ١ - ٠,٧ = ٠,٣

(٢) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٦ - ٠,٢ = ٠,٧

(٣) ل(أ / ب) = $\frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)} = \frac{٠,٢}{٠,٦} = \frac{١}{٣}$

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : (١) ل (أ ∪ ب) (٢) ل ($\overline{أ \cup ب}$)

دور أول ٢٠٢٣/٢٠٢٤

الحل

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٩

ل ($\overline{أ \cup ب}$) = ١ − ل (أ ∪ ب) = ١ − ٠,٩ = ٠,١

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف ، و كان ل (أ) = ٠,٥ ،

ل ($\overline{ب}$) = ٠,٢ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ١) ل (ب) ٢) ل (أ ∪ ب) ٣) ل (أ | ب)

دور ثان ٢٠١٦/٢٠١٧

الحل

١) ل (ب) = ١ − ل ($\overline{ب}$) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

٢) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٨ − ٠,٤ = ٠,٩

٣) ل (أ | ب) = $\frac{ل (أ \cap ب)}{ل (ب)}$ = $\frac{٠,٤}{٠,٨}$ = ٠,٥

دور أول ٢٠١٥/٢٠١٦

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٤ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد كلا من

١) ل(أ ∪ ب) ٢) ل($\overline{أ}$)

الحل

١) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٧ + ٠,٤ − ٠,٣ = ٠,٨

٢) ل($\overline{أ}$) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

دور أول ٢٠١٤/٢٠١٥

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف و كان :

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢

فأوجد :

(١) ل(أ ∪ ب) (٢) ل($\overline{ب}$) (٣) ل(أ | ب)

الحل

١) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٧

٢) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

٣) ل(أ / ب) = $\frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(ب)} = \frac{٠,٢}{٠,٦} = \frac{١}{٣}$

دور أول ٢٠١٣/٢٠١٤

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل ($\overline{أ}$) = ٠,٢ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥

أوجد : ١ ل (أ) ٢ ل (ب / أ) ٣ ل (أ ∪ ب)

الحل

١) ل(أ) = ١ − ل($\overline{أ}$) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

٢) ل(ب/أ) = $\frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(أ)}$ = $\frac{٠,٤}{٠,٨}$ = ٠,٥

٣) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٨ + ٠,٥ − ٠,٤ = ٠,٩

دور أول ٢٠١٢/٢٠١٣

إذا كان أ ، ب حدثين في فضاء العينة ف وكان : ل (أ) = ٠,٣

ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد ل (أ / ب) ، ل ($\overline{ب}$)

الحل

ل(أ/ب) = $\frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(ب)}$ = $\frac{٠,٢}{٠,٦}$ = $\frac{١}{٣}$

ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان :

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ ، أوجد:

منهج كامل ٢٠٢٣/٢٠٢٤

١) ل (أ ∪ ب)

٢) ل ($\overline{ب}$)

الحل

ل (أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٥ − ٠,٦ = ٠,٢

ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٥ = ٠,٥

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان :

دور ثان ٢٠١٥/٢٠١٦

ل ($\overline{أ}$) = ٠,٢ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤ أوجد : ل (ب) ، ل($\overline{أ \cap ب}$)

الحل

ل(أ) = ١ − ل($\overline{أ}$) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

٠,٩ = ٠,٨ + ل(ب) − ٠,٤

ل(ب) + ٠,٤ = ٠,٩

∴ ل(ب) = ٠,٩ − ٠,٤ = ٠,٥

ل($\overline{أ \cap ب}$) = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠,٤ = ٠,٦