التفاضل

للصف الثاني عشر متقدم

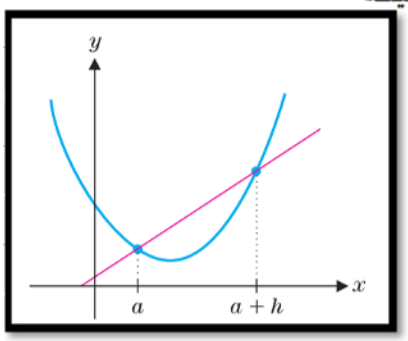
WWW.MAGDYMATH.COM



TEL /0562721972

الدرس الأول - المماسات والسرعة المتجهة
الدرس الثاني -المشتقات

ميل القاطع المار بالنقطتين $(a, f(a))$ و $(a+h, f(a+h))$ يُعطى بالصيغة



$$m_{\sec} = \frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$$m_{sec} = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

- ميل القاطع
- متوسط معدل التغير
- السرعة المتجهة المتوسطة

$$v_{avg} = \frac{\text{المسافة الموجهة}}{\text{الزمن}} = \frac{s(b)-s(a)}{b-a}$$

❑ تمثل الدالة $s(t) = 16t^2 + 10$ موقع جسم ما بالقدم عند الزمن t بالثانية
أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 0, t = 2$

MAGDY MATH
0557581232

❑ أوجد ميل القاطع للدالة $f(x) = \sqrt{x^2+8}$ عند $x = 2, x = 1$

موقع السيارة بعد t دقائق من القيادة في خط مستقيم تحدده $s(t) = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{12}t^3, \quad 0 \le t \le 4$ أوجد السرعة المتجهة المتوسطة

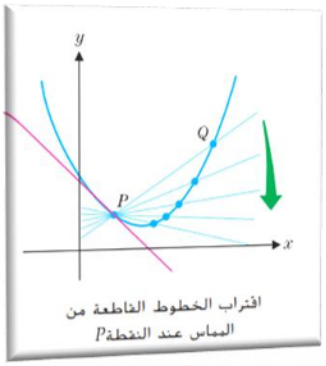
❑ تمثل الدالة $s(t) = 16t^2 + 10$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 2, t = 0$

❑ تمثل الدالة $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 1, t = 0$



❑ تمثل الدالة $s(t) = 3\ sin\ (t - 2)$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 2, t = 0$

احسب ميل القاطع بين النقاط عند $x=1$ و $x=2$ $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$



اقتراب الخطوط القاطعة من المماس عند النقطة P

ميل المماس $m_{\tan}$ على المنحنى $y=f(x)$ عند $x=a$ يُعطى بالصيغة

$$m_{\tan}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$ بشرط وجود النهاية.

يمثّل المماس المار بالنقطة $(a,f(a))$ بميل $m_{\tan}$. والذي يُعطى بالصيغ $m_{\tan}=\dfrac{y-f(a)}{x-a}$ أو

معادلة المماس $\boxed{y=m_{\tan}(x-a)+f(a)}$

$$m_{tan}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

ميل المماس

معدل التغير

السرعة اللحظية

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y=x^2+1$ عند $x=1$.

MAGDY MATH
0557581232

اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=x^2-2$ عند $x=0$

اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\frac{2}{x+1}$ عند $x=1$

اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\sqrt{x+3}$ عند $x=1$



السرعة اللحظية

إذا كان $s(t)$ يمثل موقع جسيم ما بالنسبة إلى مكان ثابت في الزمن t عندما تحرك الجسيم في خط مستقيم

فإن السرعة اللحظية في الزمن $t=a$ تحددها الصيغة

$$v(a)=\lim_{h\to 0}\frac{s(a+h)-s(a)}{(a+h)-a}=\lim_{h\to 0}\frac{s(a+h)-s(a)}{h}$$

بشرط وجود النهاية

السرعة هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة

MAGDY MATH
0557581232

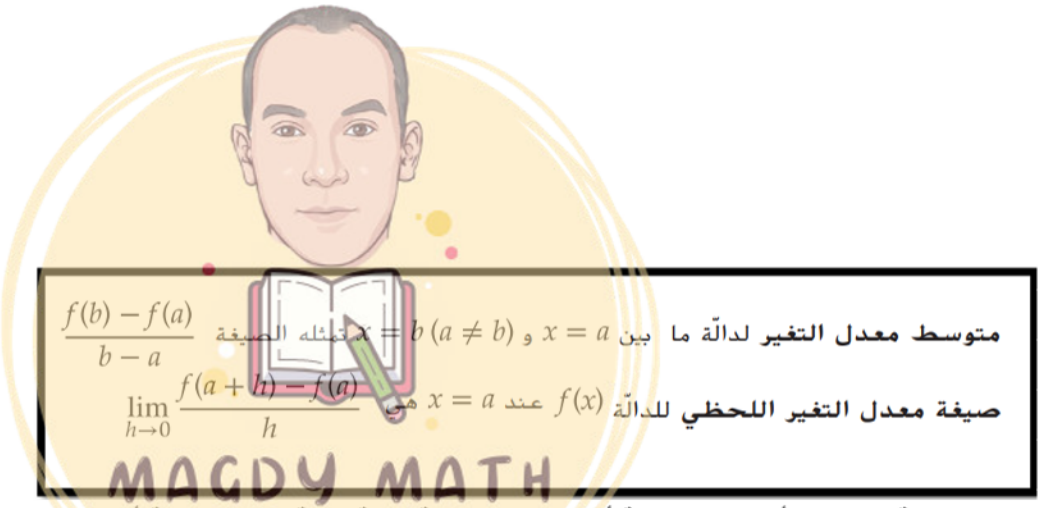
إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة واللحظية

- على فرض أن ارتفاع جسم يسقط بعد t ثانية من سقوطه من ارتفاع 64 قدمًا تمثله المعادلة $S(t)=64-16t^2$ بالقدم

أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين الزمنين $t=1.9$,$t=2$ والسرعة المتجهة اللحظية عند الزمن $t=2$

تمثل الدالة $s(t)=16t^2+10$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0$ و $t=2$

تمثل الدالة $s(t)=16t^2+10$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=2$



0557581232

وجدت شركة لتصنيع الأقراص المدمجة أنه بالإمكان نمذجة تكلفة إنتاج x علبة أقراص مدمجة، باستعمال الدالة

$$C(x)=100+15x-x^2 \quad \text{حيث } 0\le x\le 7$$

1) أوجد متوسط معدل التغير للتكلفة إذا ارتفع عدد علب الأقراص المدمجة المتجهة من 1 إلى 5

2) أوجد معدل التغير اللحظي للتكلفة عند إنتاج علبة أقراص مدمجة واحدة

يسمى ميل المنحنى عند النقطة $x = a$ بمشتقة الدالة عند تلك النقطة ويرمز لها بالرموز $f'(a)$

مشتقة الدالة f عند النقطة $x = a$ تعرف كما يلي:

التعريف الأساسي للمشتقة عند نقطة $f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

التعريف الأساسي للمشتقة كدالة $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

التعريف البديل للمشتقة عند نقطة $f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

➢ بشرط وجود النهاية وإذا اكنت النهاية موجودة فإننا نقول f قابلة للاشتقاق عند $x = a$

- مشتقة الدالة f هي الدالة f' التي تعطي بالمعادلة

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ • ميل القاطع

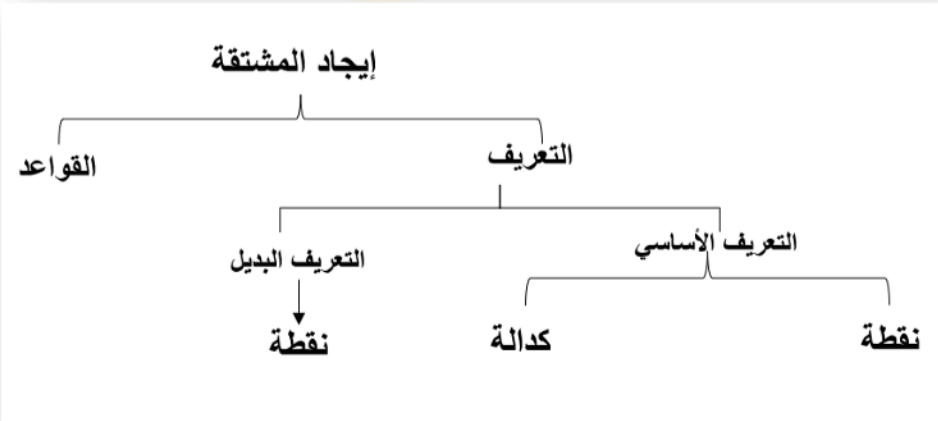
$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ • المشتقة

• متوسط معدل التغير • ميل المماس

• السرعة المتوسطة • معدل التغير اللحظي

• السرعة اللحظية (المتجهة)

• متوسط معدل تغيرالتكلفة أو الإيرادات أو الأرباح • التكلفة الحدية أو الإيرادات الحدية أو الأرباح الحدية



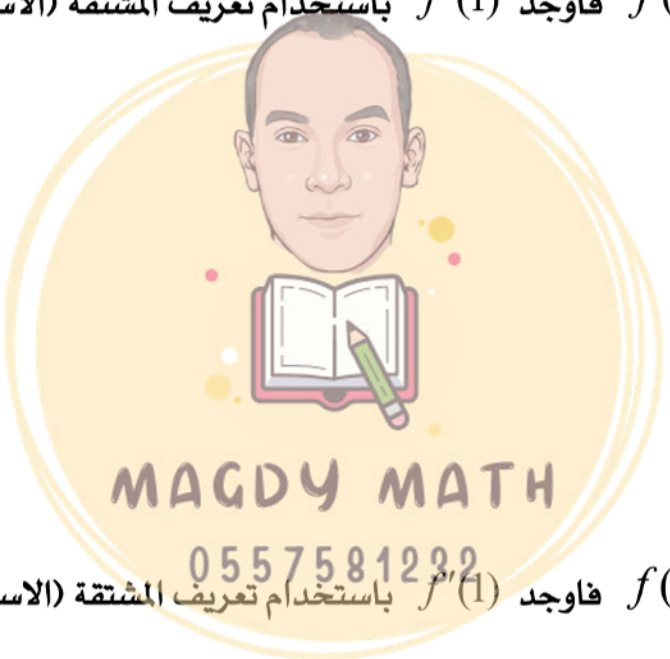
ويرمز للمشتقة $f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$

MAGDY MATH 0557581232

إذا كانت $f(x)=3x^3+2x-1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

ثم اوجد $f'(3), f'(2), f'(1)$

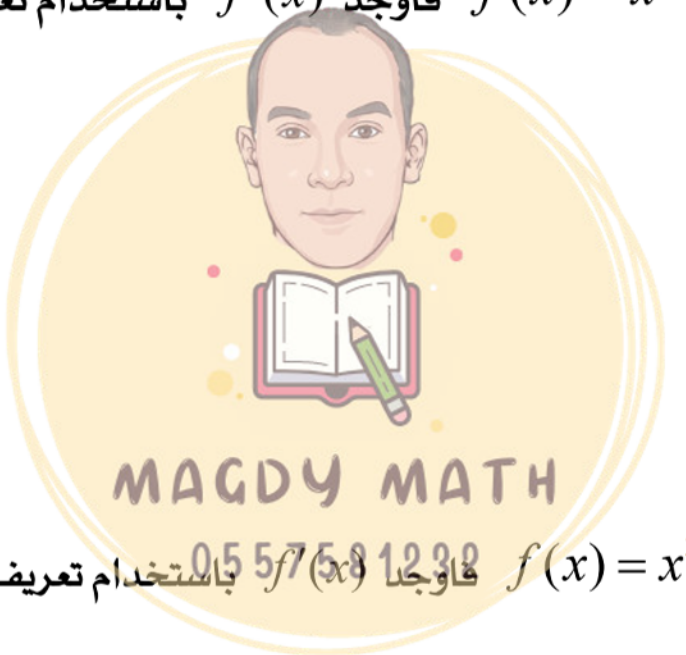
إذا كانت $f(x)=3x+1$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)



إذا كانت $f(x)=3x^2+1$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

إذا كانت $f(x)=3x^2+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

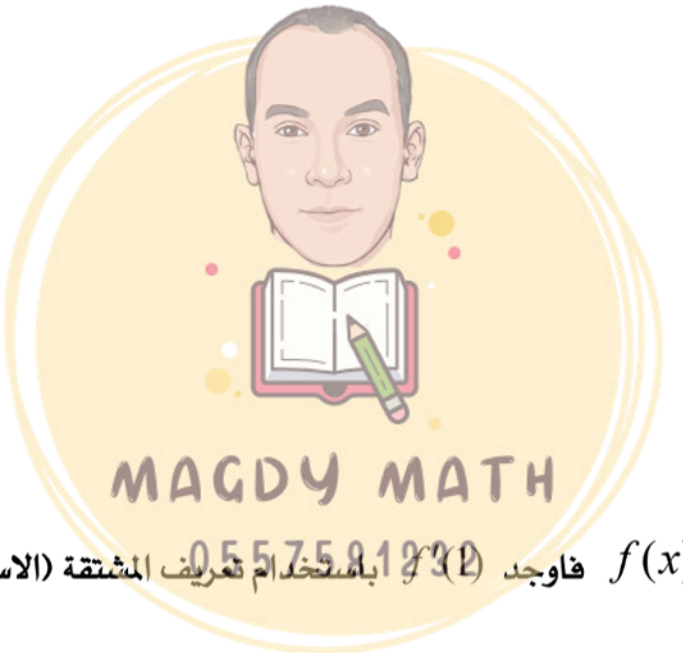
إذا كانت $f(x)=x^2-2x+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة



إذا كانت $f(x)=x^3+2x-1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

إذا كانت $f(x)=\frac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

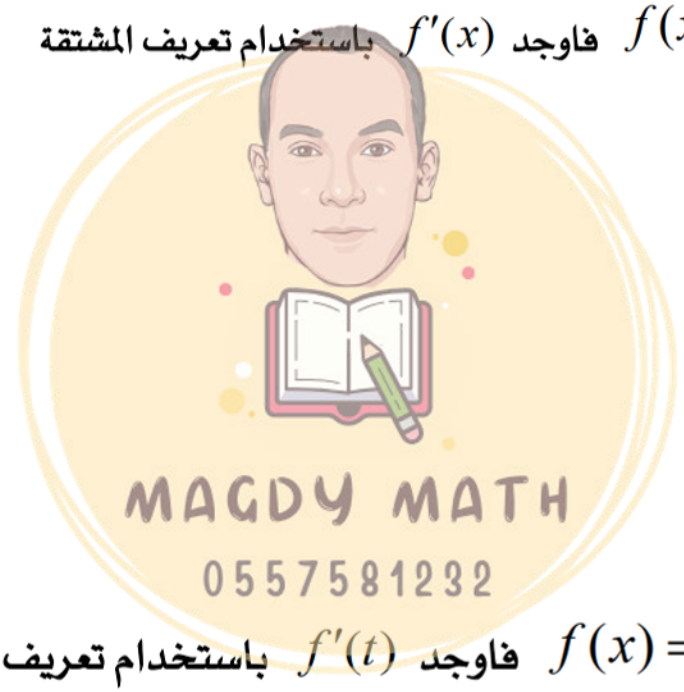
إذا كانت $f(x)=\frac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة



إذا كانت $f(x)=\sqrt{3x+1}$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

إذا كانت $f(x)=x^4-2x^2+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

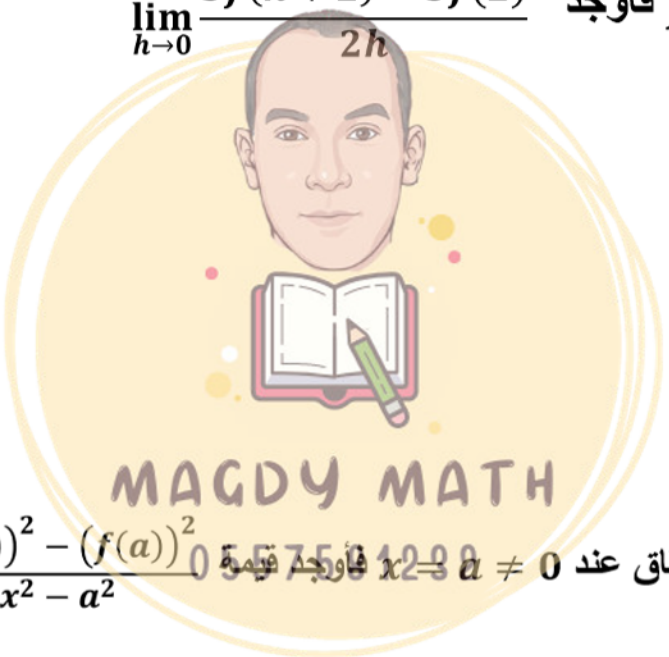
إذا كانت $f(x)=\dfrac{2}{2x-1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة



إذا كانت $f(x)=\sqrt{3t+1}$ فاوجد $f'(t)$ باستخدام تعريف المشتقة

إذا كانت $f(t)=\sqrt{3t+4}$ فاوجد $f'(t)$ باستخدام تعريف المشتقة

- إذا كان $f'(2)=5$ فأوجد $\lim_{h\to 0}\frac{3f(h+2)-3f(2)}{2h}$



- إذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $a\neq 0$ فاوجد قيمة $\lim_{x\to a}\frac{(f(x))^2-(f(a))^2}{x^2-a^2}$

اثبت أنه إذا كانت f قابلة للإشتقاق عند $x=a$، فإذًا $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+ch)-f(a)}{h}=cf'(a)$.

❑ إذا كانت $f'(2)=\frac{1}{4}$ فإن قيمة $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

- $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+ch)-f(a)}{h}=cf'(a)$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(a-h)-f(a)}{h}=-f'(a)$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}=2f'(a)$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(a)-f(a+h)}{h}=-f'(a)$
- $\lim_{x\to a}\frac{(f(x))^2-(f(a))^2}{x^2-a^2}=\frac{1}{a}f(a)f'(a)$
- $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=2\sqrt{a}f'(a)$

❑ اذا كان $f(2)=5\ ,f'(3)=-3\ ,f'(4)=2\ ,f(3)=-2$

- $\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+5h)-f(3)}{h}$
- $\lim_{h\to 0}\frac{3f(2+h)-3f(2)}{2h}$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(3)-f(3+h)}{h}$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(3-h)-f(3)}{h}$
- $\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4-h)}{h}$

MAGDY MATH
0557581232

استخدم المسافات $f(t)$ لتقدير السرعة المتجهة عند $t = 2$.

t	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3
$f(t)$	3.1	3.9	4.8	5.8	6.8	7.7	8.5

t	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3
$f(t)$	4.6	5.3	6.1	7.0	7.8	8.6	9.3



MAGDY MATH
05575841000

تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = a$

1- أن تكون الدالة متصلة عند تلك النقطة.

2- أن تكون $f'(a)^+ = f'(a)^-$

حيث

$$f'(a)^+ = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x\to a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$f'(a)^- = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x\to a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

نظرية

إذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فإن f تكون متصلة عند $x = a$
والعكس غير صحيح (بمعنى انه ليس شرط الدالة متصلة فهى قابلة للاشتقاق)

اوجد $f'(0)$ اذا كانت موجودة لكل من الدوال التالية بإستخدام تعريف المشتقة:



$$f(x)=\begin{cases}0 & , \quad x<0\\ 2x & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

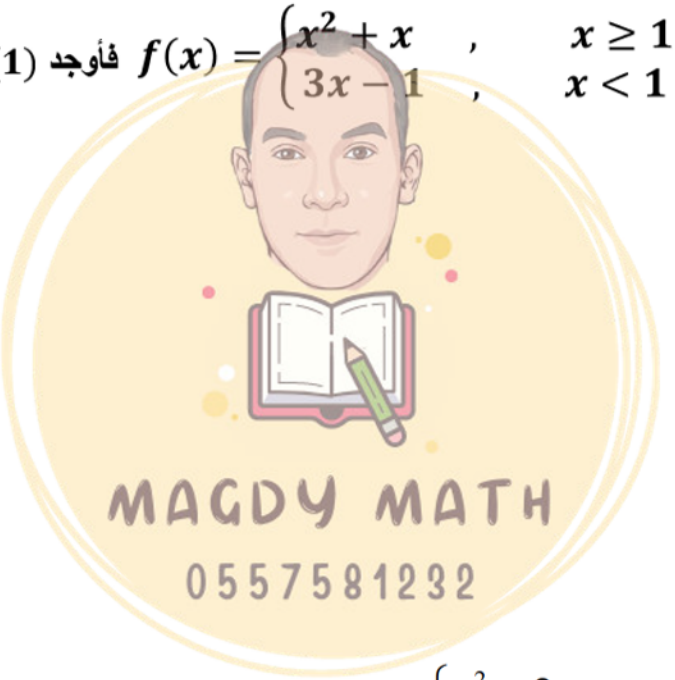
$$f(x)=\begin{cases}2x+1 & , \quad x<0\\ 3x+1 & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

MAGDY MATH
0557581232

$$f(x)=\begin{cases}x^2 & , \quad x<0\\ x^3 & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}2x & , \quad x<0\\ x^2+2x & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

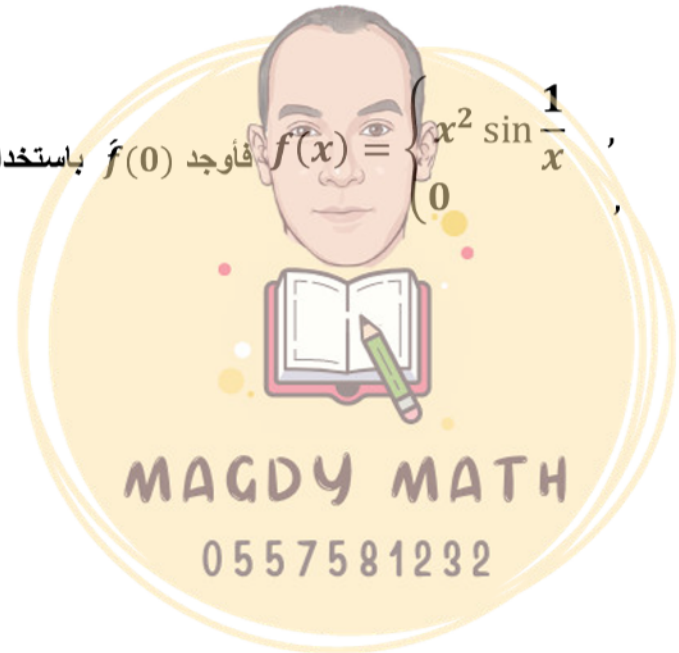
❑ إذا كانت $f(x)=\begin{cases}x^2+x & , \quad x\geq 1\\ 3x-1 & , \quad x<1\end{cases}$ فأوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة



لتكن $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & , \quad x<0\\ ax+b & , \quad x\geq 0\end{cases}$ فاوجد الثوابت a,b التي تجعل $f'(0)$ موجودة

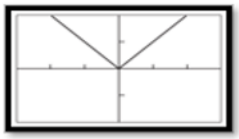
❑ إذا كانت $f(x) = |x-2|$ فأثبت باستخدام تعريف المشتقة أن $f'(2)$ غير موجودة

❑ إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$ فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة



الحالات التي تكون مشتقة الدالة f غير موجودة عند $x = a$ في ما يلي:

(1) عندما يكون للمنحنى زاوية عند النقطة $(a, f(a))$ أي عندما تكون



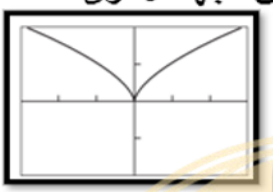
المشتقة من الجهتين مختلفة ويسمى **ركن**

مثال: دالة القيمة المطلقة $f(x) = |x|$

حيث للمنحنى زاوية عند نقطة الأصل لا يوجد مشتقة لدالة القيمة المطلقة عند $x = 0$

(2) عندما يكون للمنحنى **ناب** (نتوء) عند النقطة $(a, f(a))$ أي عندما

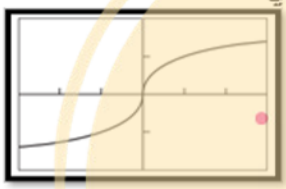
يقترب ميل القاطع من إحدى الجهتين من ∞ ويقترب من $-\infty$ من الجهة الأخرى



مثال:

$$f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$$

(3) عندما يكون للمنحنى مماس رأسي عند النقطة $(a, f(a))$ أي عندما

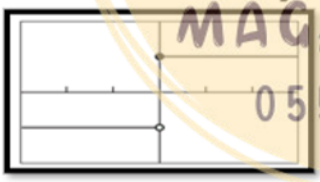


يساوي ميل المماس ∞ أو $-\infty$ من كلتا الجهتين

مثال:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

(4) عندما تكون الدالة غير متصلة عند $x = a$ ويكون ذلك سببًا في أن



أن تكون المشتقة من إحدى الجهتين (أو من كليهما) غير موجودة

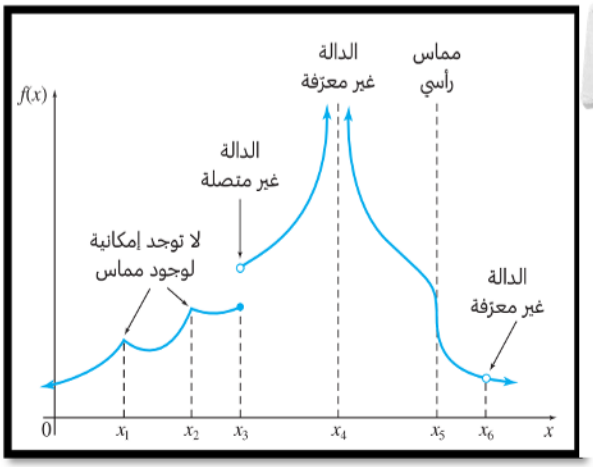
مثال:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , \quad x < 1 \\ 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

$f'(0)$ غير موجودة

MAGDY MATH
0557581222

وجود المشتقة عند نقطة معينة إذا كانت الدالة تحقق الشروط الثلاثة التالية:



(1) متصلة عند هذه النقطة

(2) انسيابية (أي يمكن رسم مماس وحيد لها عند هذه النقطة)

(3) أن لا يكون مماس منحنى الدالة عند هذه النقطة خطاً رأسياً

بين عدم وجود مماس للتمثيل البياني لكل دالة عند النقاط المعطاة (المشتقة غير موجودة) :

$$f(x)=|x-1| \qquad , x=1$$

$$f(x)=\frac{4x}{x-1} \qquad , x=1$$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \quad x<0 \\ x+1 & , \quad x\geq 0 \end{cases} \qquad , x=0$$

$$f(x)=\begin{cases} -2x & , \quad x<0 \\ x^2-4x & , \quad x>0 \end{cases} \qquad , x=0$$

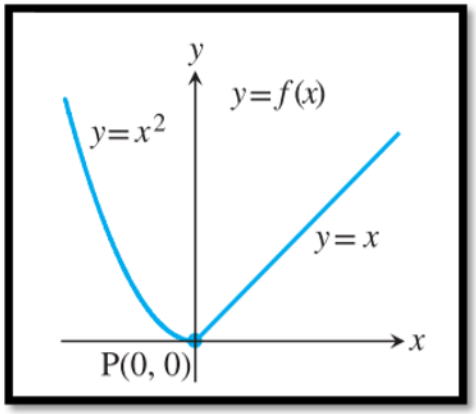
MAGDY MATH
0557581232

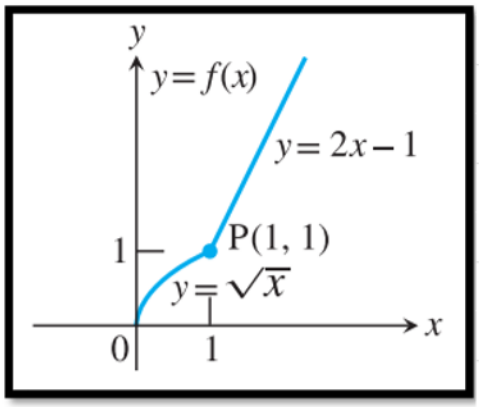
ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند النقط المعطاة

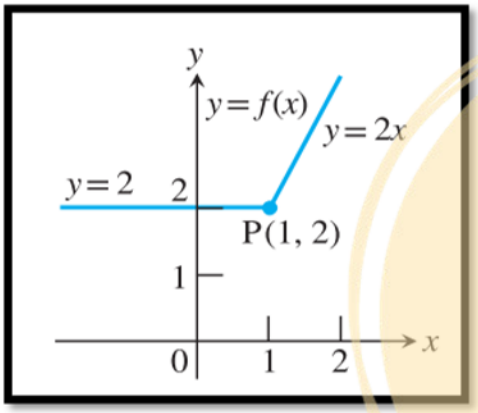
إذا كانت الدالة f حيث $f(x)=\begin{cases} x+5 & , \quad x<2 \\ 2x^2+a & , \quad x\geq 2 \end{cases}$

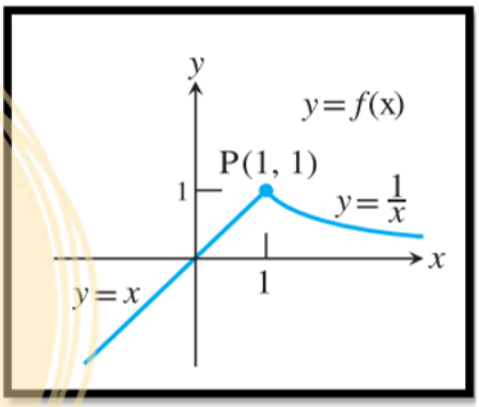
متصلة عند $x=2$ فأوجد قيمة a ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند $x=2$

❑ قارن بين المشتقة من جهة اليمين والمشتقة من جهة اليسار لتبين أن الدالة غير قابلة للإشتقاق عند النقطة P



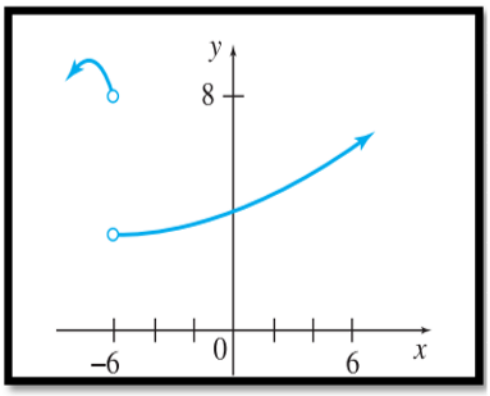


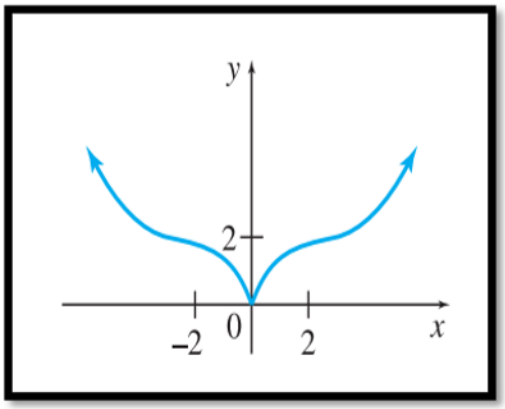


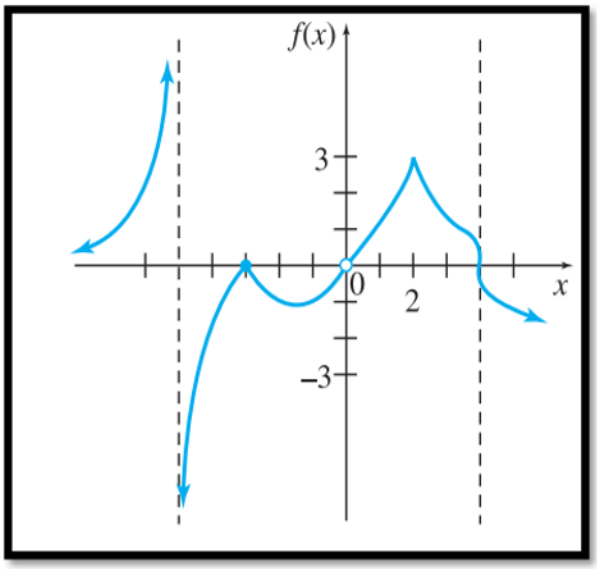


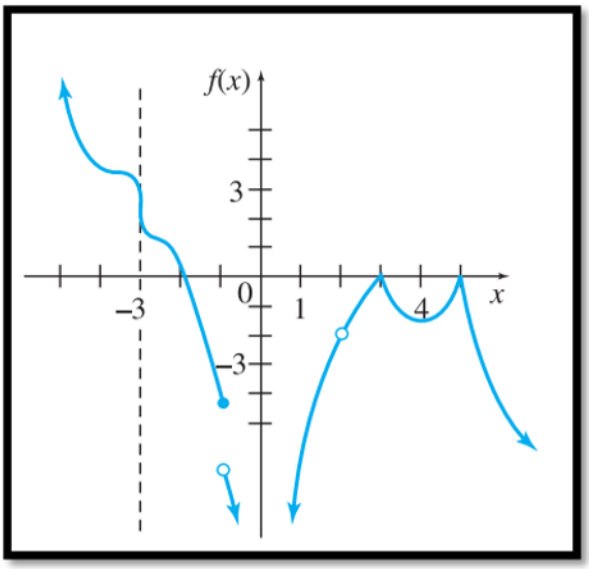
MAGDY MATH
0557581232

❑ أوجد قيم x حيث تكون الدالة غير قابلة للإشتقاق

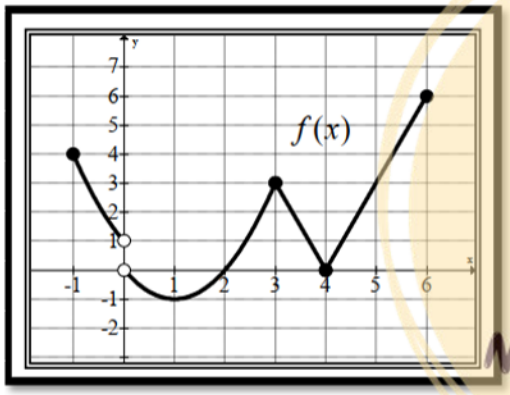






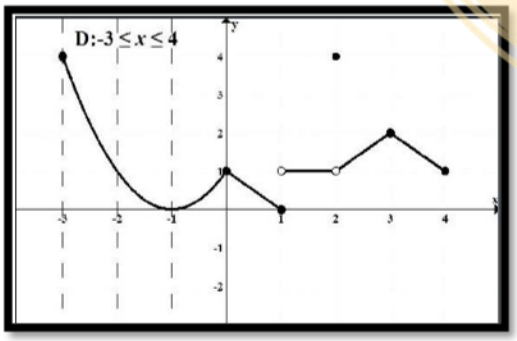


➢ من خلال التمثيل البياني التالي حدد اي من نقاط مجال الدالة :

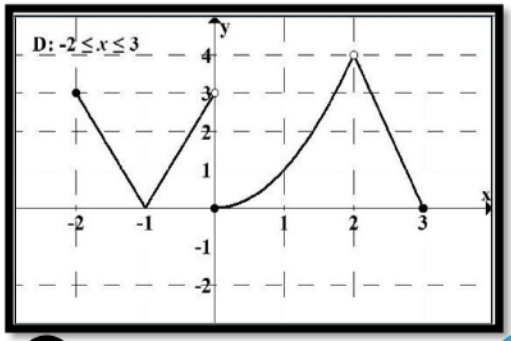


- الدالة متصلة ولكن غير قابلة للاشتقاق
- الدالة غيرمتصلة و غير قابلة للاشتقاق
- قابلة للاشتقاق

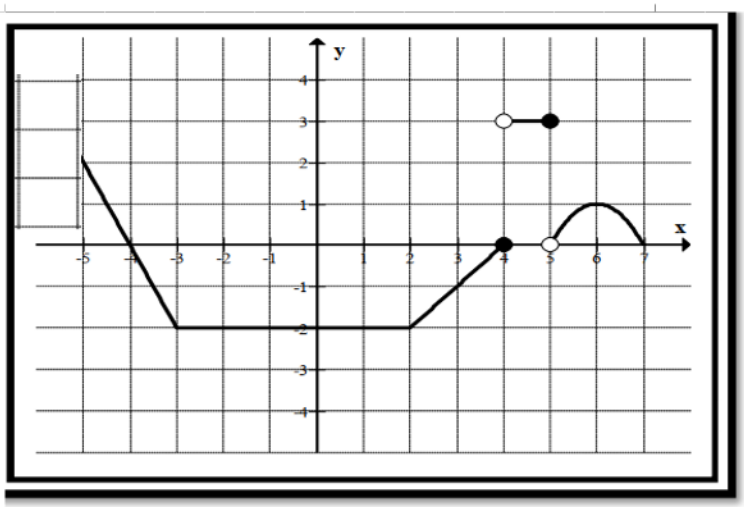
MAGDY MATH
0557581232



- الدالة متصلة ولكن غير قابلة للاشتقاق
- الدالة غيرمتصلة و غير قابلة للاشتقاق
- قابلة للاشتقاق



- الدالة متصلة ولكن غير قابلة للاشتقاق
- الدالة غيرمتصلة و غير قابلة للاشتقاق
- قابلة للاشتقاق

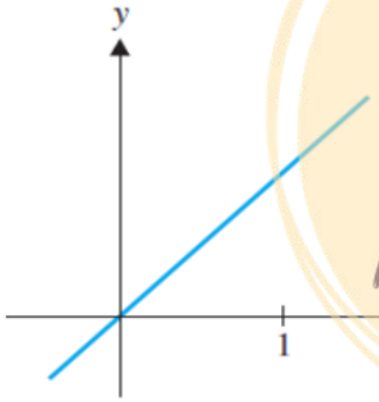


الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة .

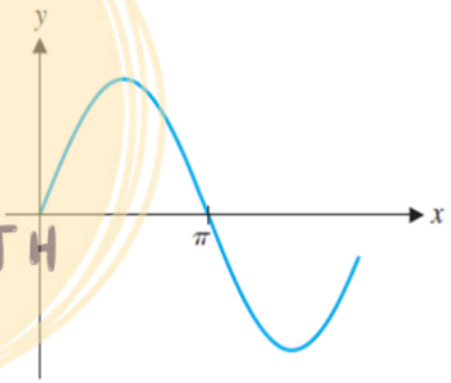
الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

اي من التمثيلات البيانية التالية يمكن رسم لها مماس عن النقطة المشار اليها

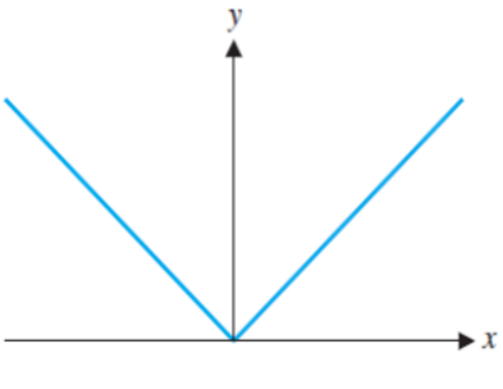
$y = x$ عند $x = 0$



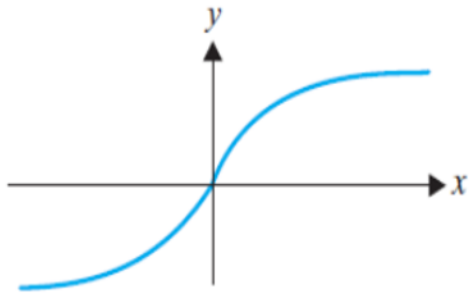
$y = \sin x$ عند $x = \frac{\pi}{2}$



$y = |x|$ عند $x = 0$

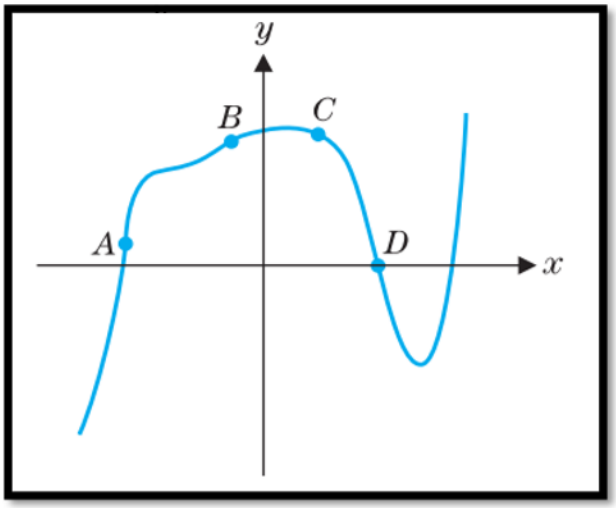


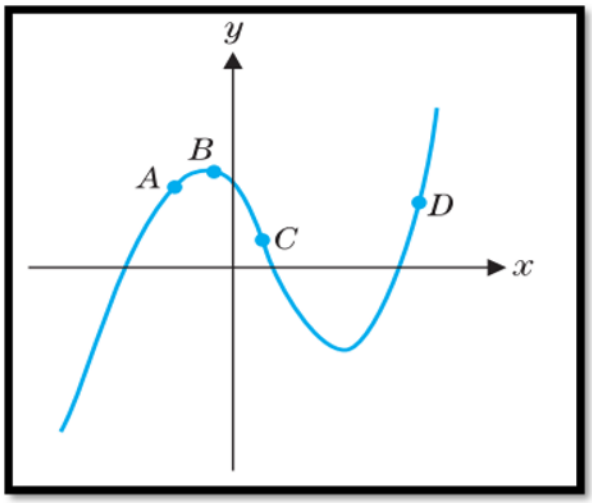
$y = \tan^{-1} x$ عند $x = 0$



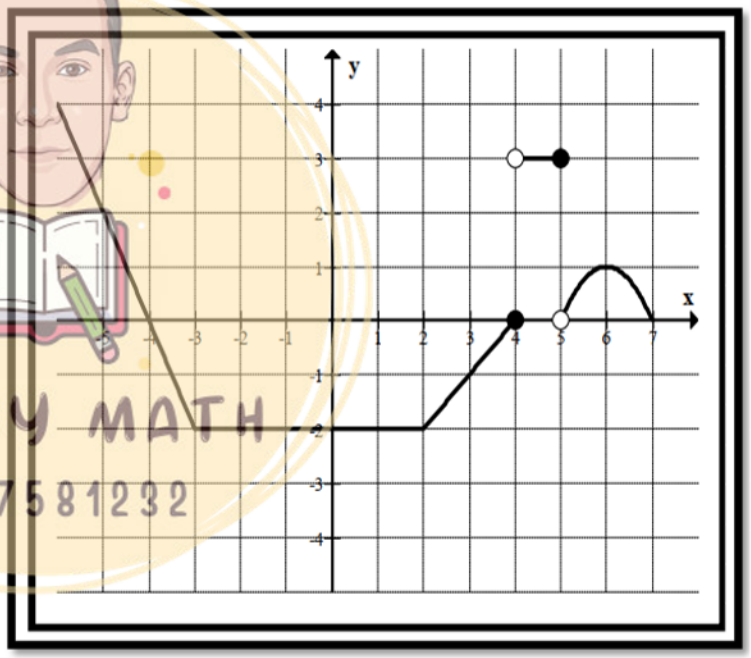
MAGDY MATH
0557581232

نظّم لائحة للنقاط A، و B، و C، و D تمثل اشارات قيم الميل اشارات قيم للمماسات.





❑ اعتمد على التمثيل البياني الذي يمثل $f'(x)$



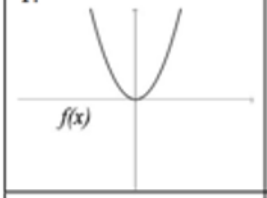
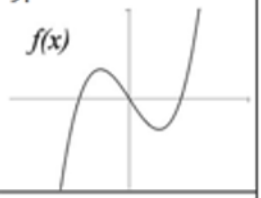
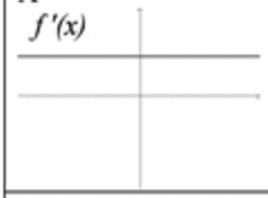
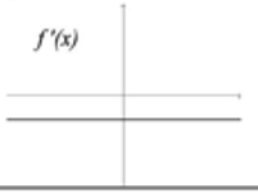
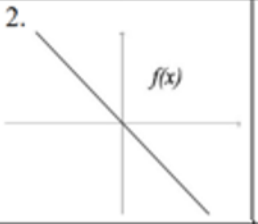
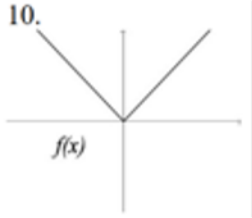
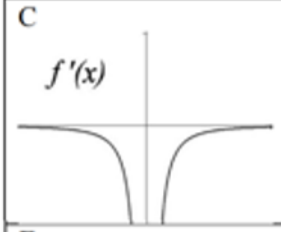
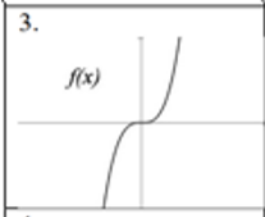
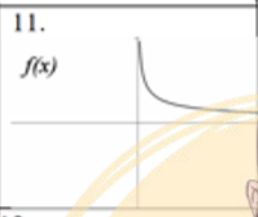
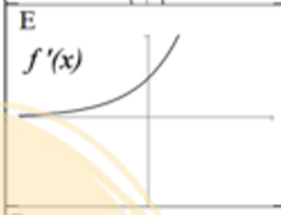
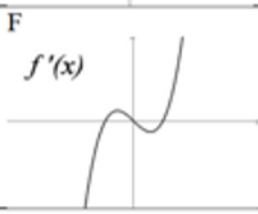
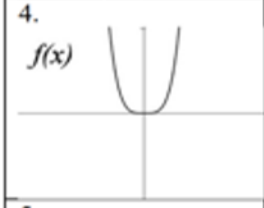
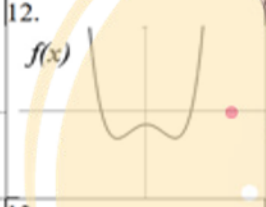
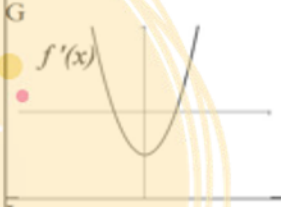
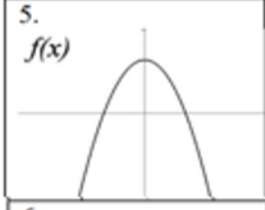
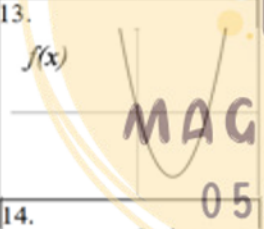
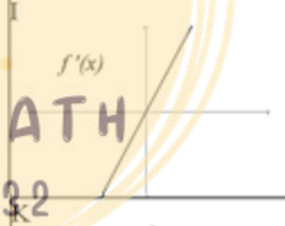
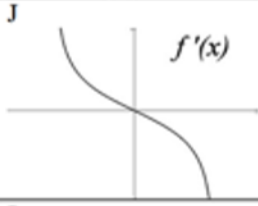
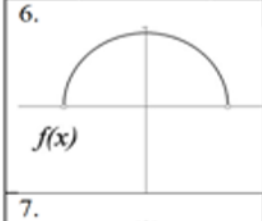
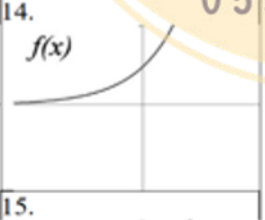
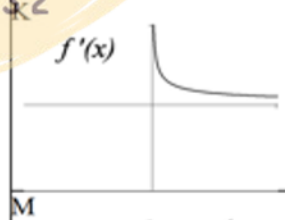
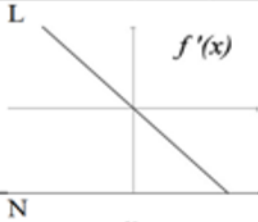
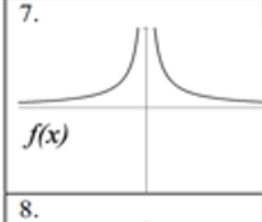
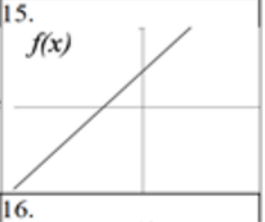
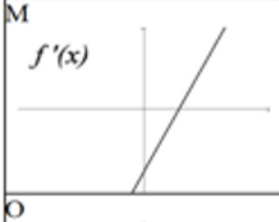
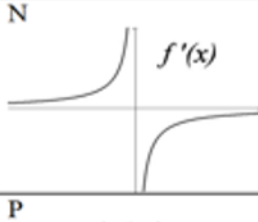
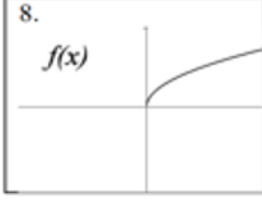
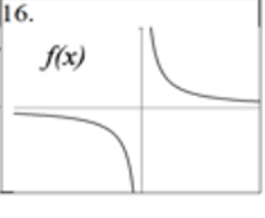
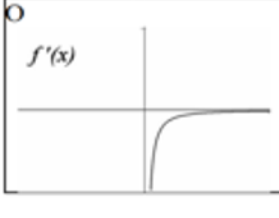
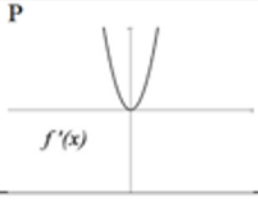
- $f'(6) =$
- $f'(3) =$
- $f'(-4) =$
- $f'(5^-) =$
- $f'(-3^-) =$
- $f'(-3^+) =$
- $f'(-3) =$
- $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} =$
- $\lim_{h\to 0} \frac{f(1+2h)-f(1)}{h} =$
- $\lim_{x\to 1} \frac{[f(x)]^2-[f(1)]^2}{x-1} =$

MAGDY MATH
0557581232

الدالة $f(x)$	المشتقة $f'(x)$
كثيرة حدود من الدرجة n	كثيرة حدود من الدرجة $n-1$
زوجية	فردية
فردية	زوجية
تزايدية	الاشارة +
تناقصية	الاشارة -
مماس افقي	تقاطع مع محور x عند نفس النقطة
خط تقارب افقي	خط تقارب افقي
ركن او ناب	انفصال قفزة او لانهائي
خط تقارب رأسي(غير متصلة)	خط تقارب رأسي
ناب (متصلة)	خط تقارب رأسي (اتجاهين مختلفين)
خط تقارب رأسي(متصلة)	خط تقارب رأسي (نفس الاتجاه)

MAGDY MATH
0557581232

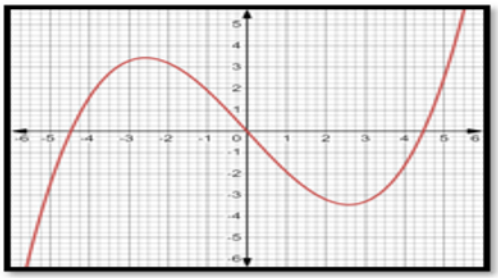
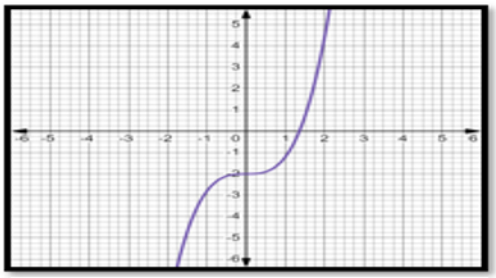
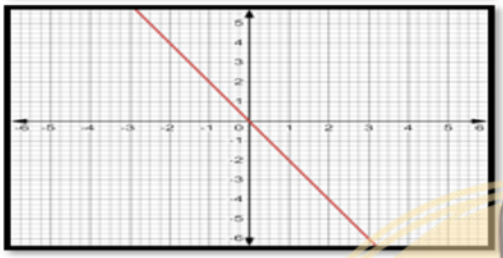
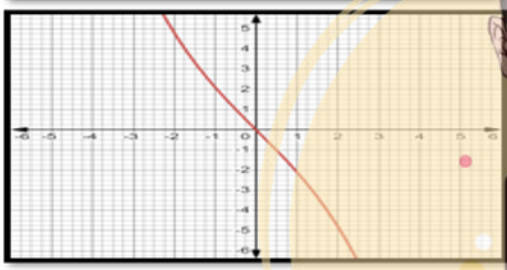
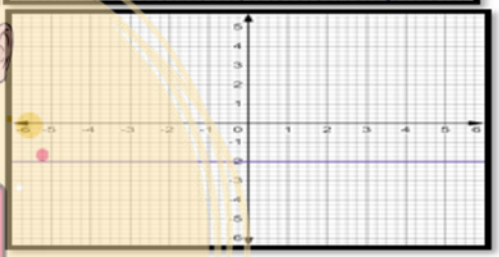
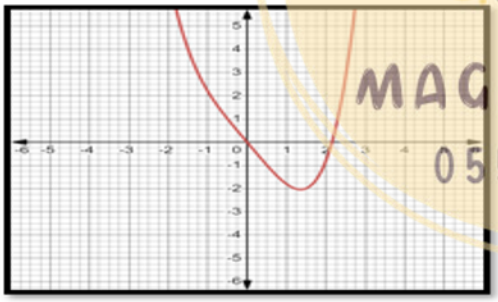
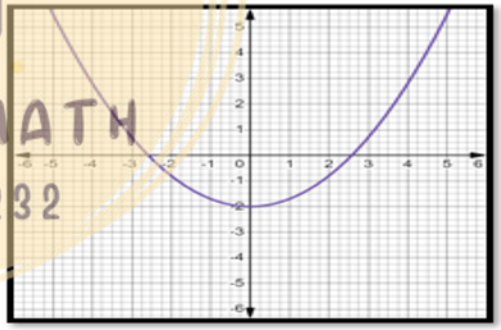
صل كل تمثيل بياني للدالة بالتمثيل البياني لمشتقتها

الدالة		المشتقة	
1. 	9. 	A 	B 
2. 	10. 	C 	D 
3. 	11. 	E 	F 
4. 	12. 	G 	H 
5. 	13. 	I 	J 
6. 	14. 	K 	L 
7. 	15. 	M 	N 
8. 	16. 	O 	P 

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____
11. _____
12. _____
13. _____
14. _____
15. _____
16. _____

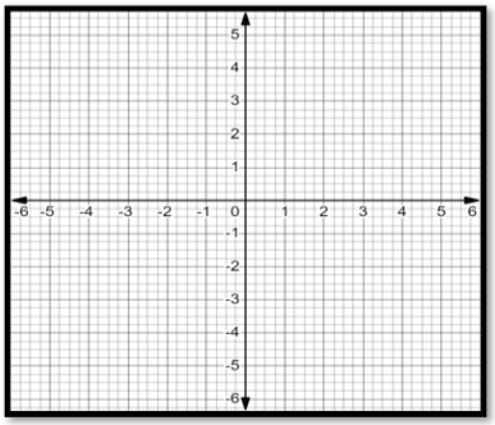
MAGDY MATH
0557581232

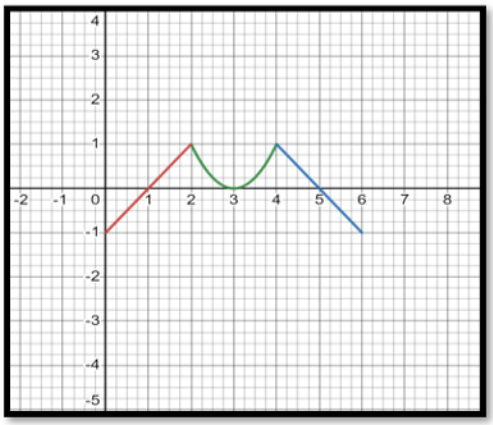
❑ صل كل رسم بياني للداله بالرسم البياني المناظر الذي يمثل مشتقه الداله:

الدالة	المشتقة
	
	
	
	

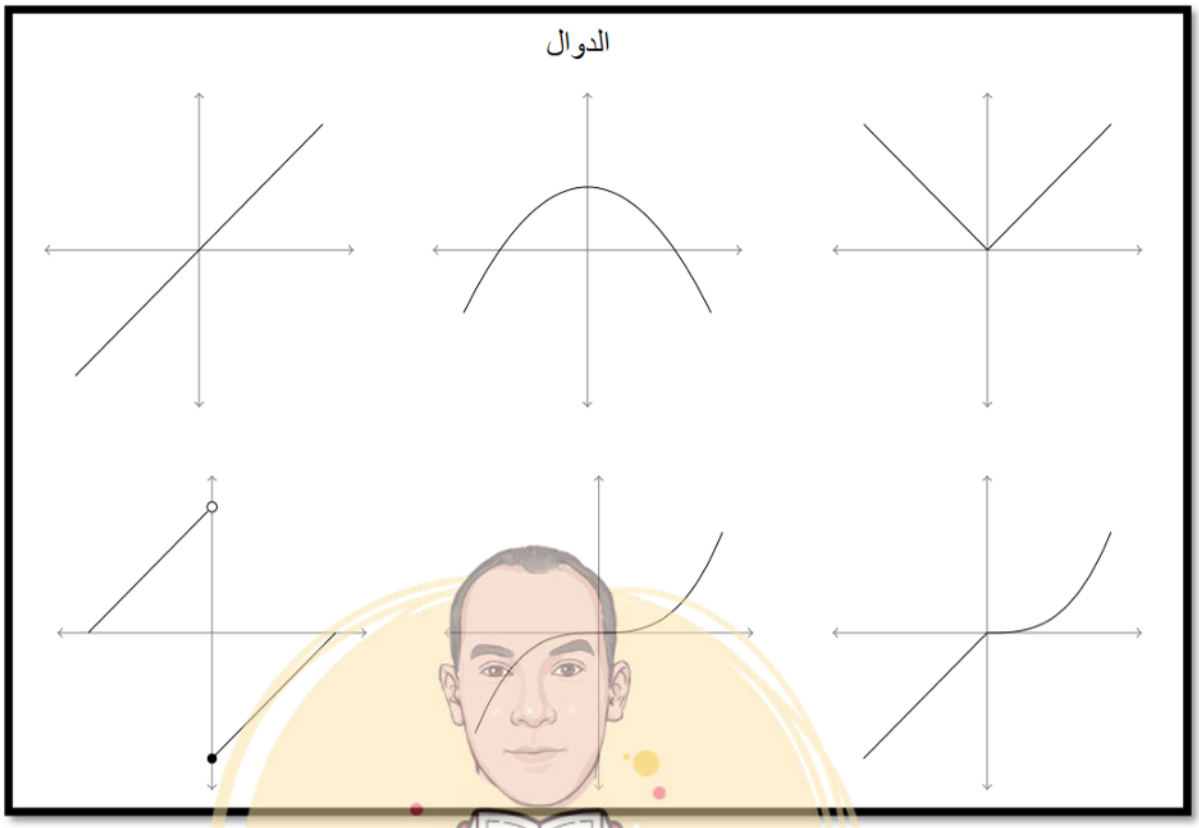
MAGDY MATH
0557581232

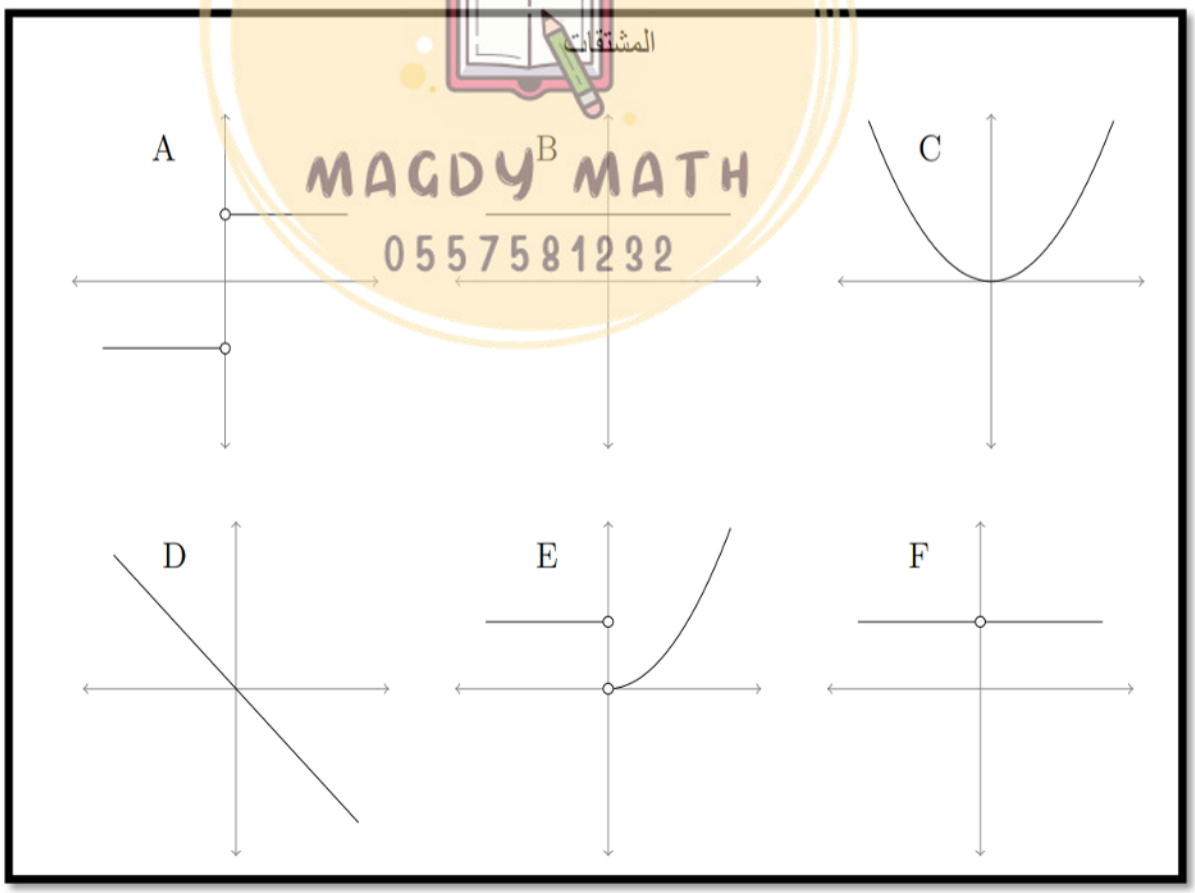
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.





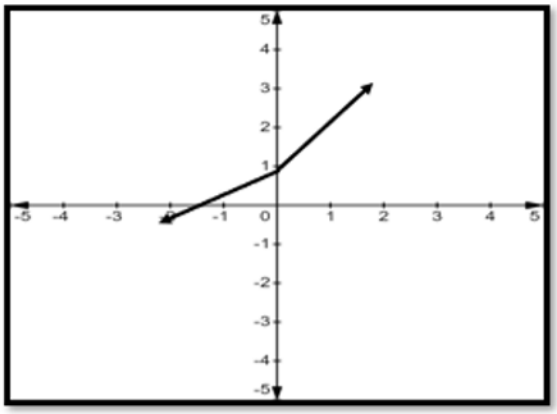
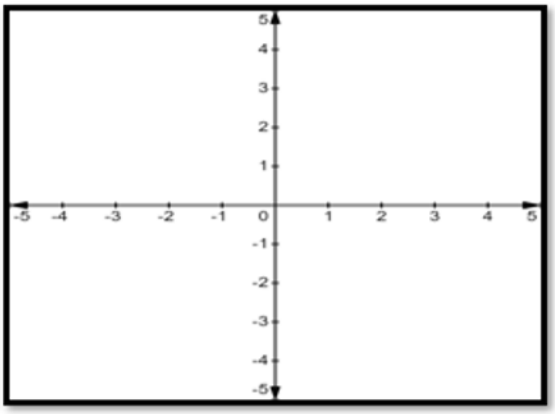
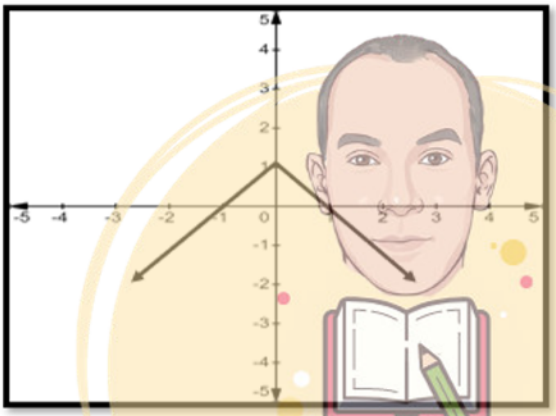
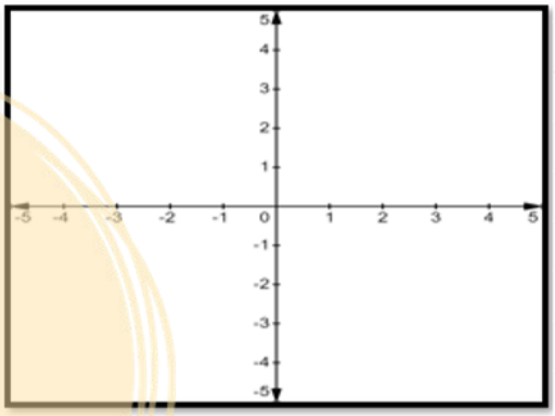
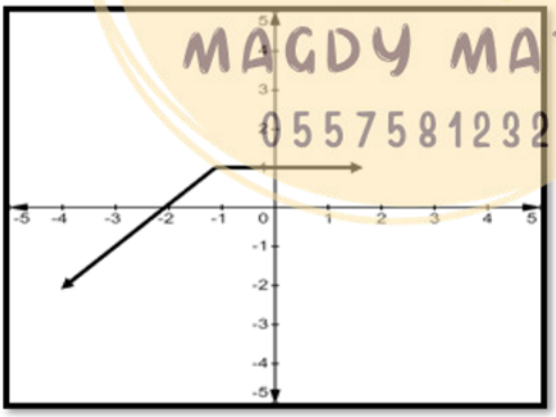
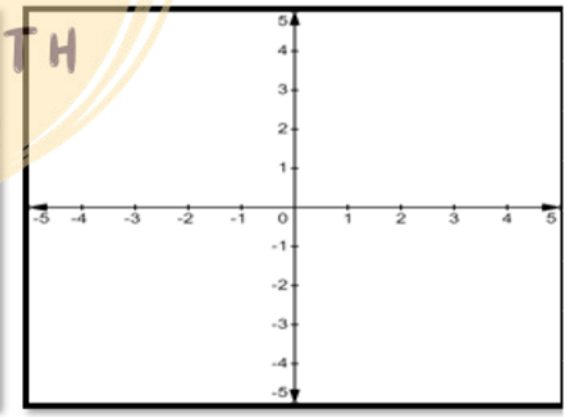
❑ صل كل تمثيل بياني للدالة بمشتقتها





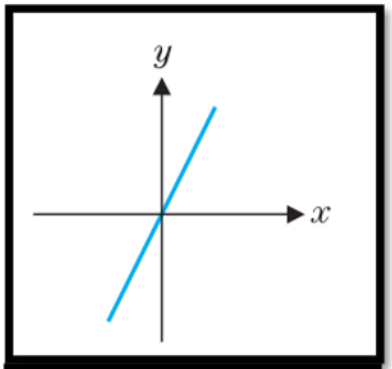
MAGDY B MATH
0557581232

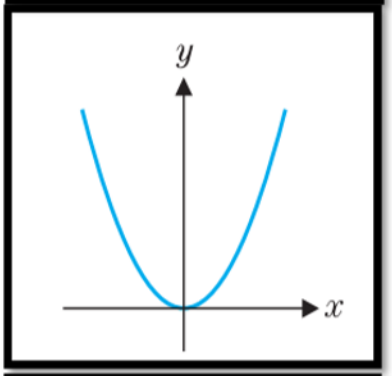
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

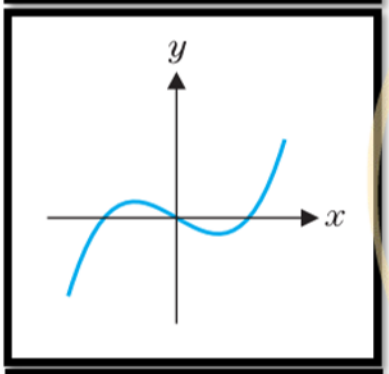







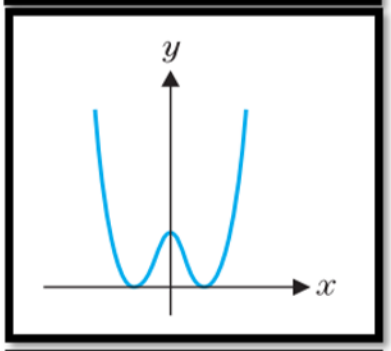
MAGDY MATH
0557581232

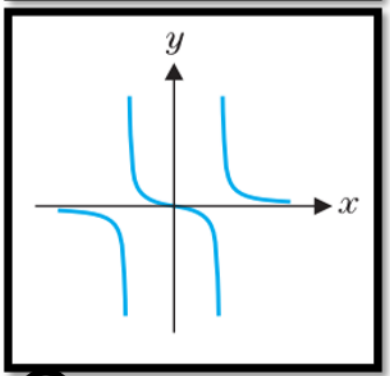
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

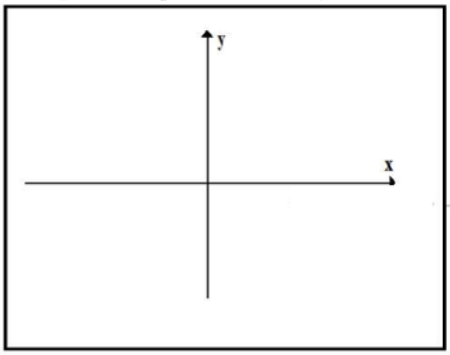


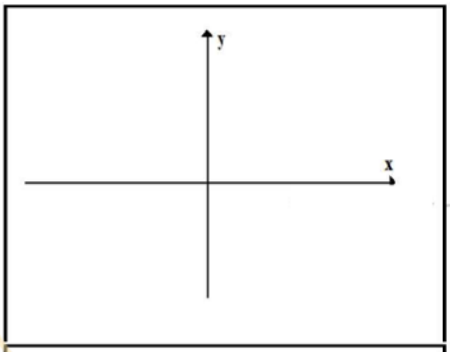


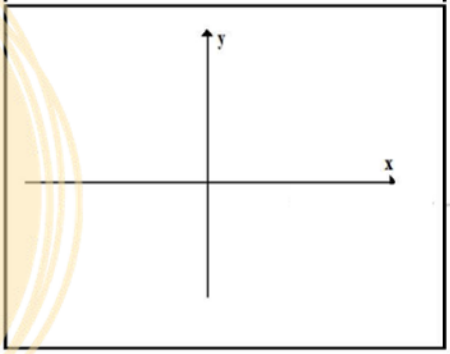


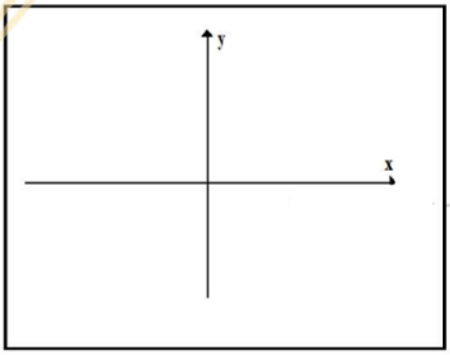


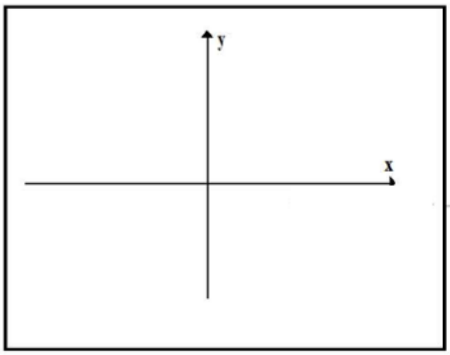






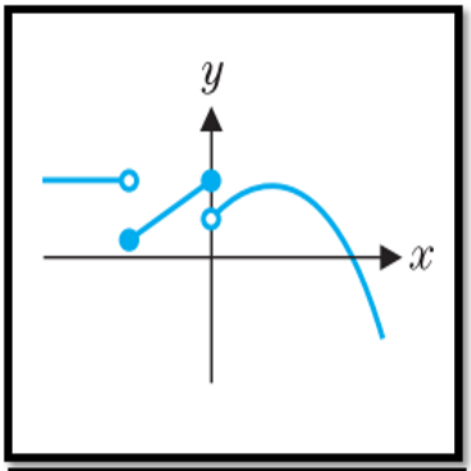


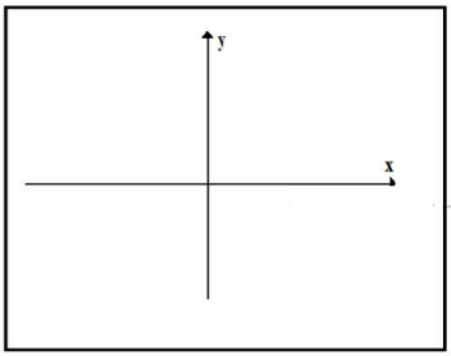


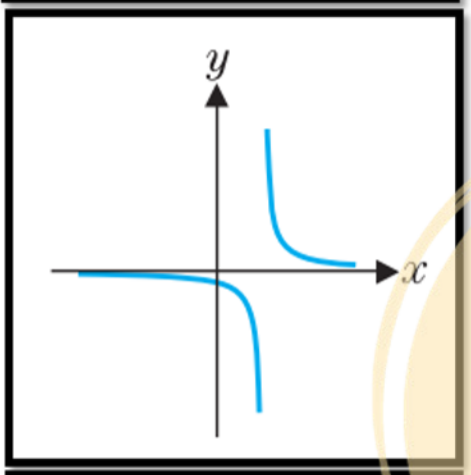


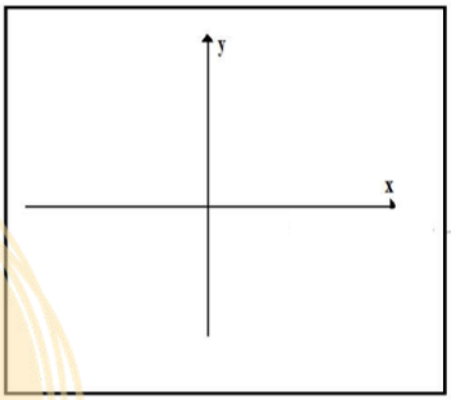
MAGDY MATH
0557581232

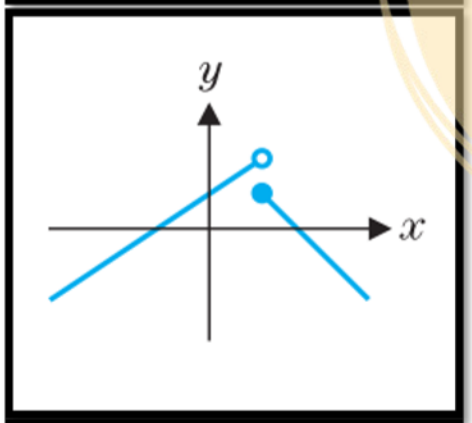
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

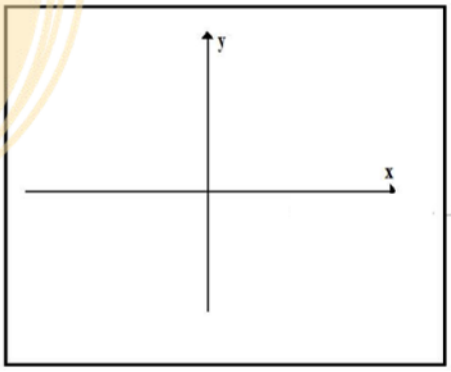


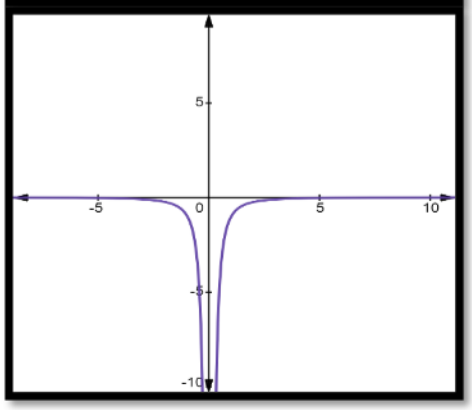


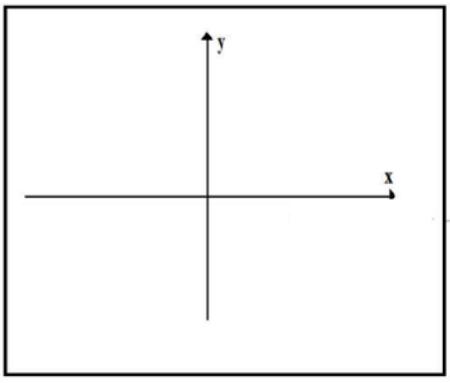


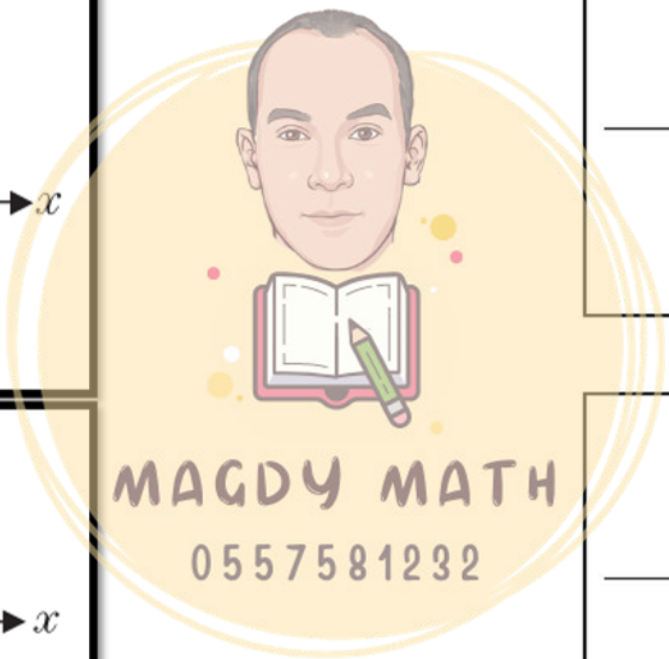




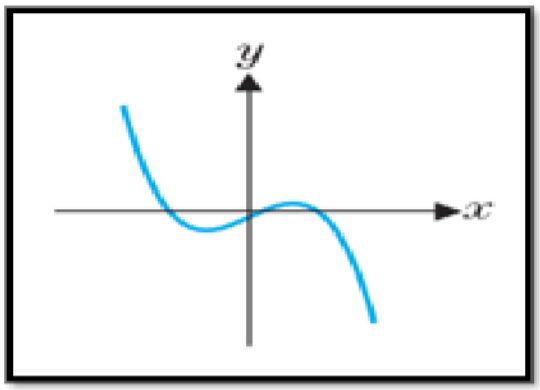


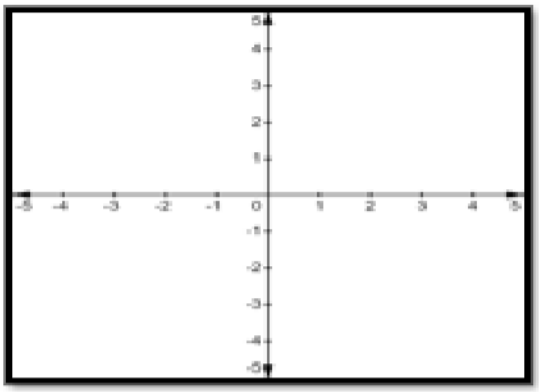


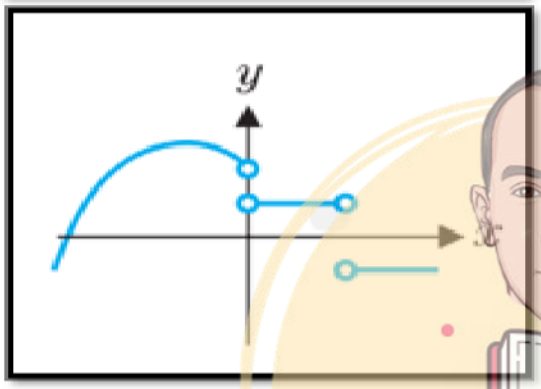


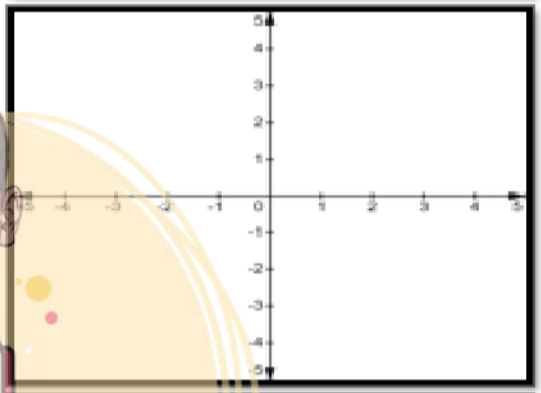


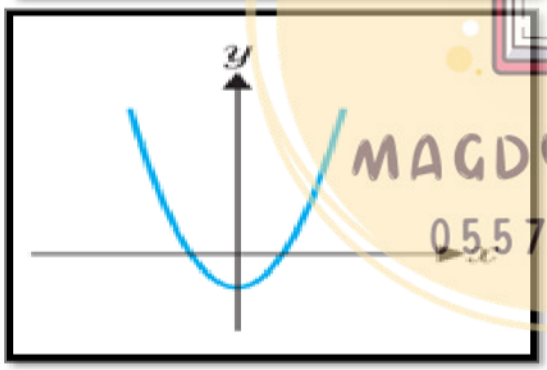
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f' لرسم تمثيل بياني معقول لدالة متصلة f .

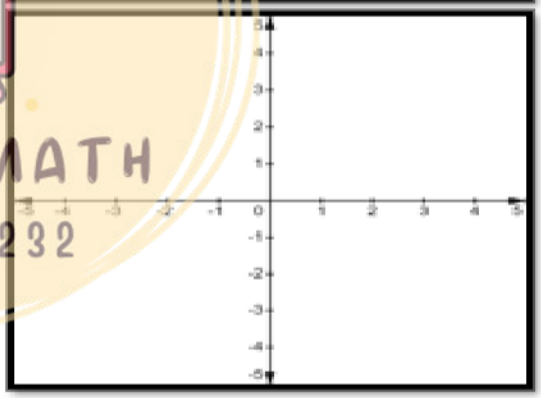


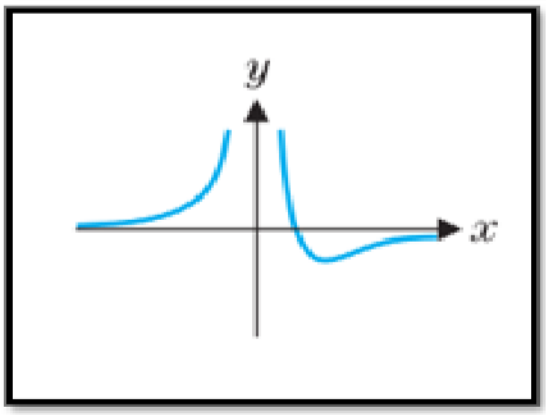


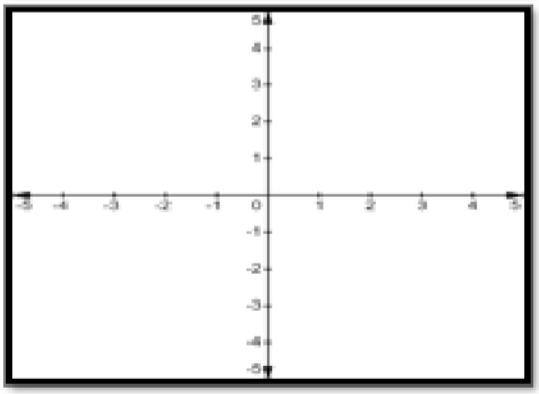






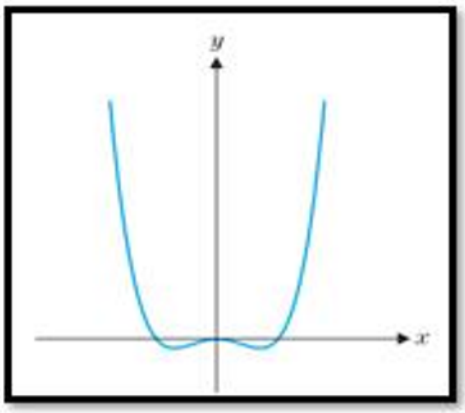


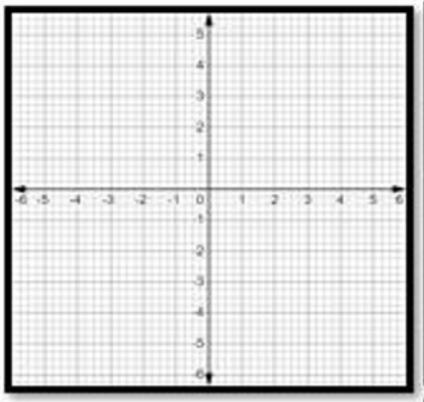


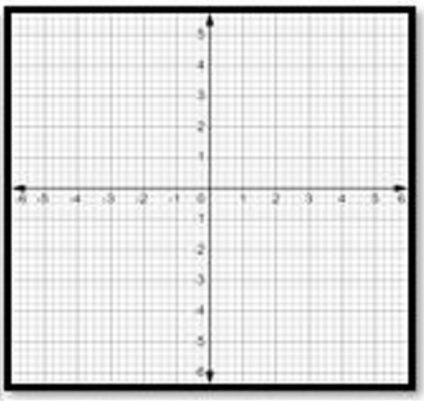


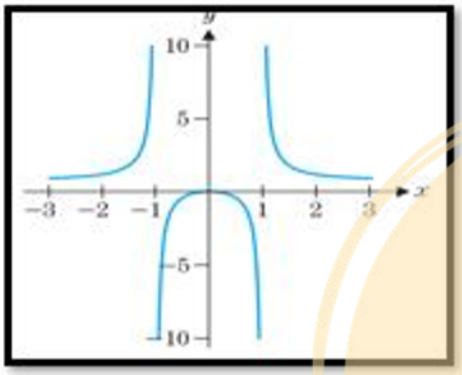
MAGDY MATH
0557581232

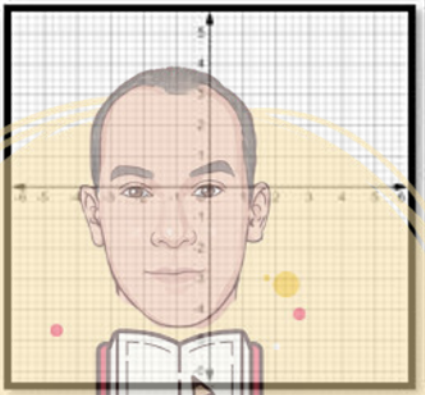
❑ استخدم التمثيل البياني الموضح ل f لرسم التمثيل البيانيَ f ,f'' الدالة.

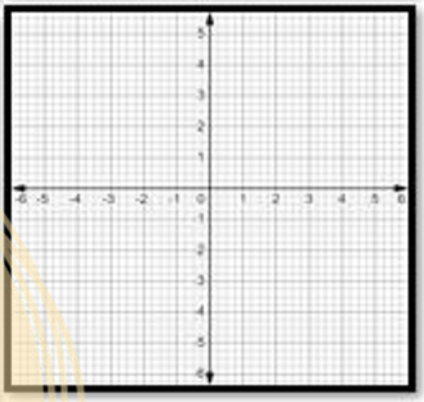


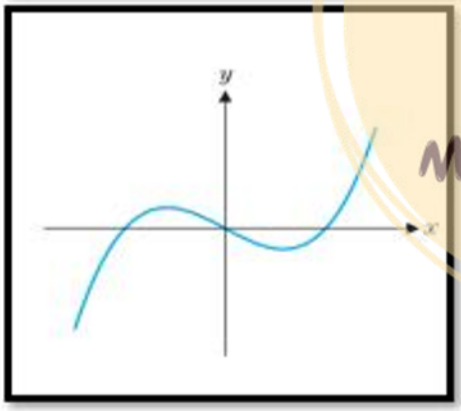


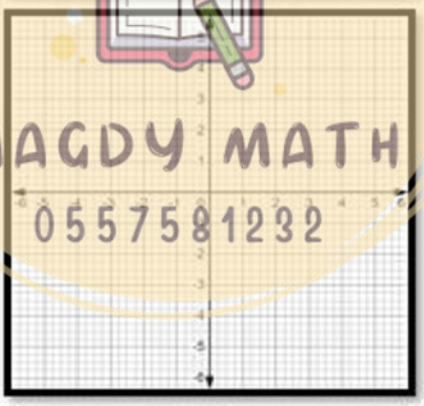


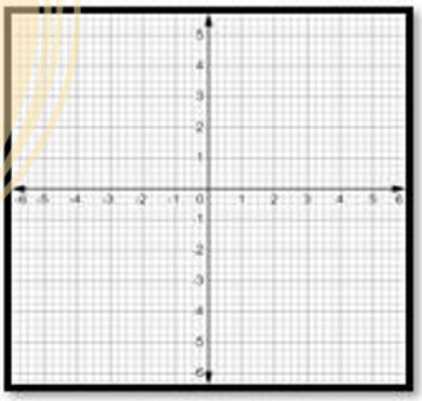


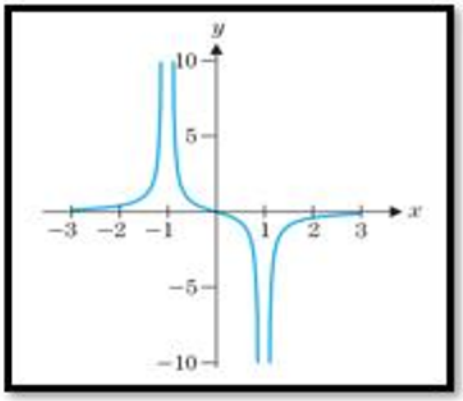


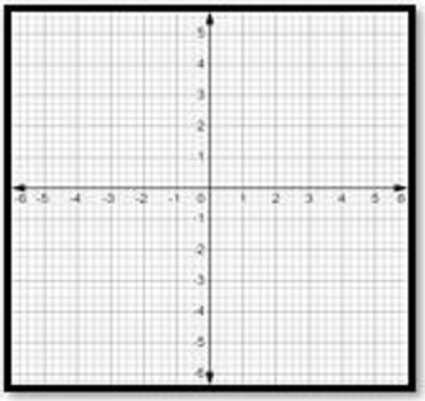


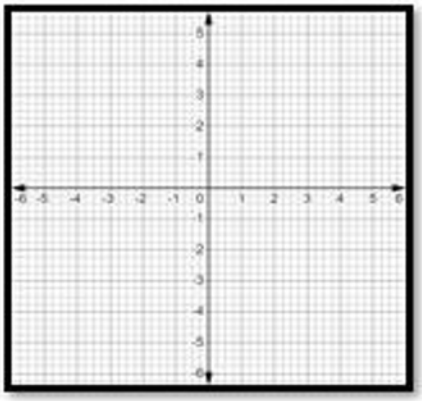






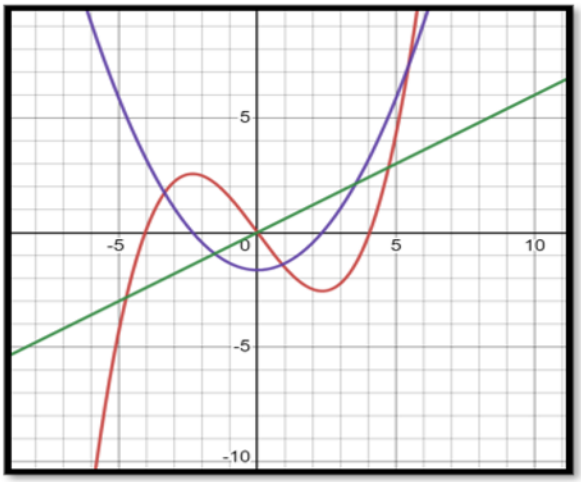


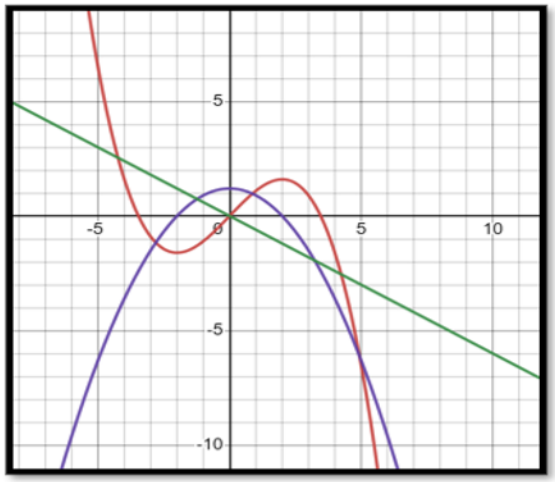


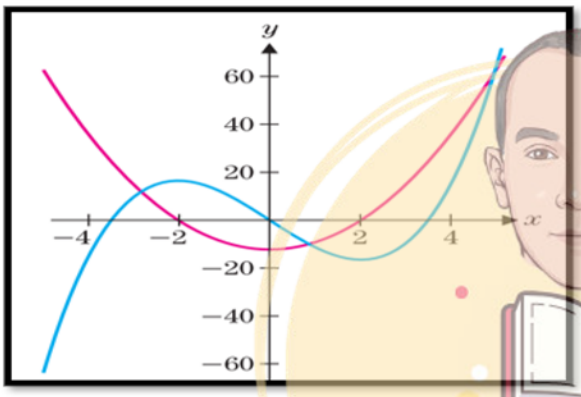


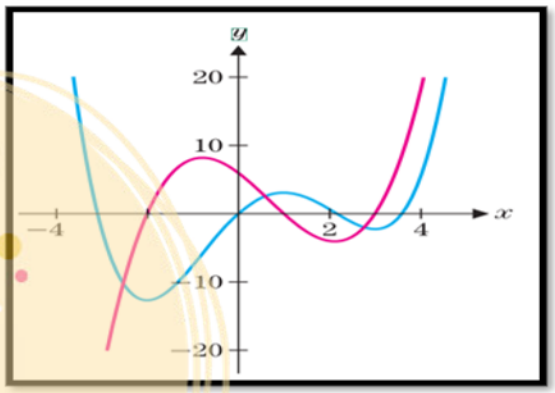
MAGDY MATH
0557581232

❑ عين الدالة f ، f' ، f''





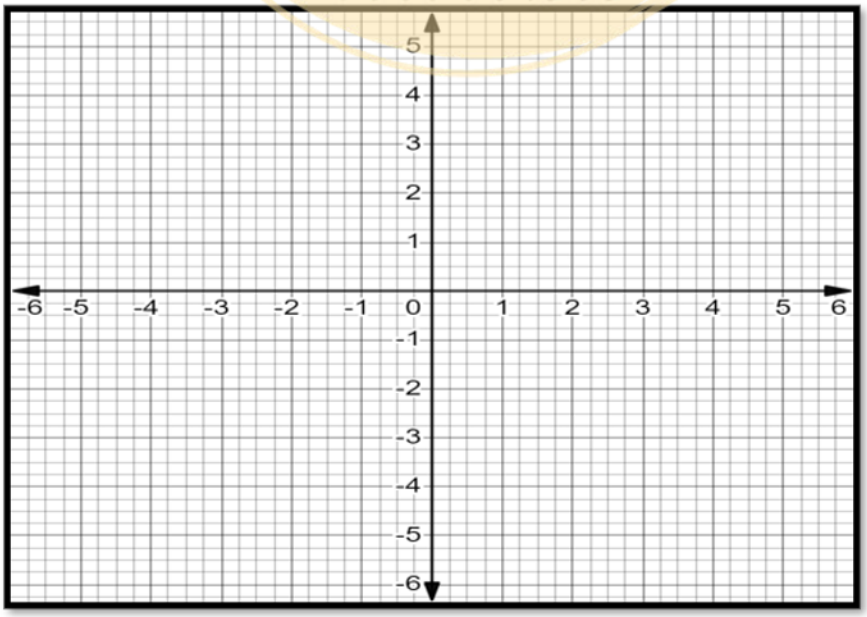




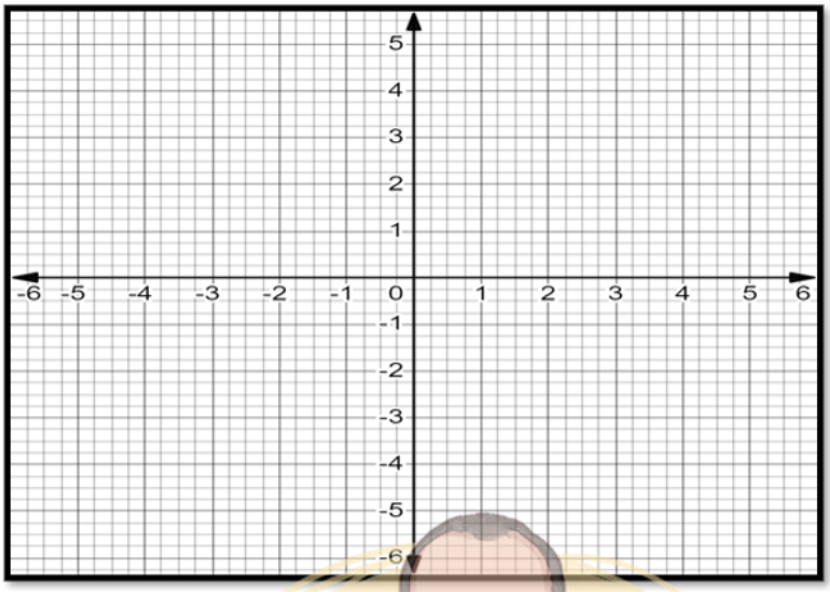
❑ ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص التالية:

$$f'(3) = 4 \ , f(0) = 1 \ , f(1) = 0 \ , f(3) = 6 \ , f'(0) = 0 \ , f'(1) = -1$$

MAGDY MATH
0557581232

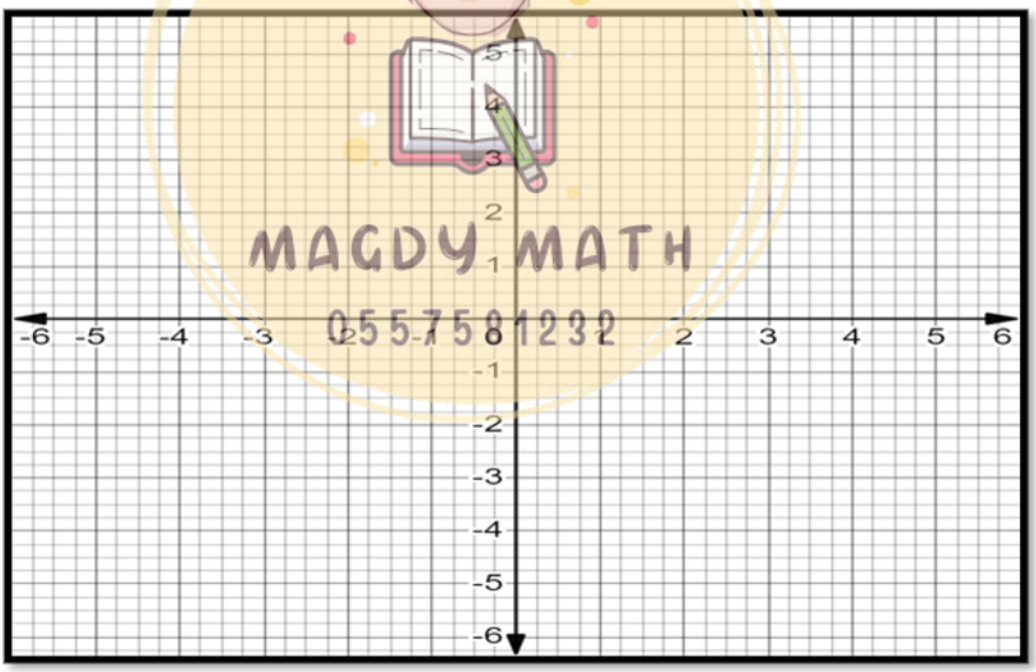


$$f'(0)=2\ ,f(2)=1\ \ ,f(0)=-2\ \ ,f(-2)=4\ \ ,f'(-2)=-2\ ,f'(2)=1$$



❑ ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص التالية:

$$f'(x)=2x\ ,f(0)=1\ \ ,f(1)=0\ \ ,f(-1)=0$$



MAGDY MATH
0557581232

Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of 64 ft is given by $s(t)=64-16t^2$ ft. Find the average velocity between times $t=1$ and $t=2$.

على فرض أن ارتفاع جسم يسقط بعد t ثانية من سقوطه من ارتفاع 64 ft، تمثله المعادلة $s(t)=64-16t^2$ ft. أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين الزمنين $t=1$ و $t=2$

2023-2024

$a)\ -24\ ft/s \quad b)\ -6\ ft/s \quad c)\ -36\ ft/s \quad d)\ -48\ ft/s$

تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

❑ اوجد جميع الاعداد الحقيقة a,b بحيث يكون $f'(0)$ موجوداً

$$f(x)=\begin{cases} ax+b, & x<0 \\ x^2-3x, & x\geq 0 \end{cases}$$

2023-2024

❑ تمثل الدالة $s(t)=3t^3+t$ دالة موقع جسم ما بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0\ ,t=2$

2023-2024

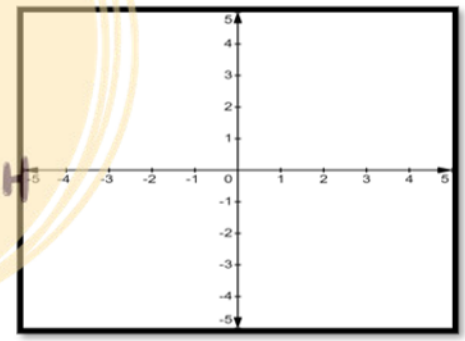
❑ اوجد مشتقة الدالة $f(x)=\frac{3}{x+1}$ عند القيمة غير المحددة لـ x بإستخدام

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

❑ استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f' لرسم تمثيل بياني معقول لدالة متصلة f .

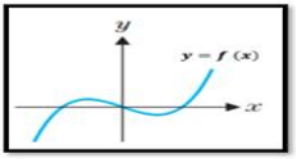
2023-2024

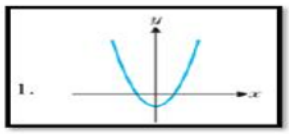


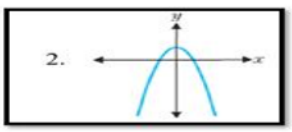


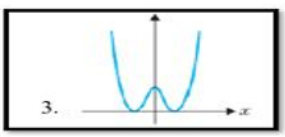
استخدم التمثيل البياني لـ $y=f(x)$
لرسم التمثيل البياني $y=f'(x)$.

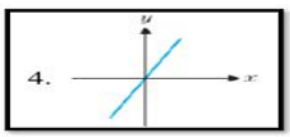
2023-2022











MAGDY MATH
0557581232

2021-2020

❑ إذا كانت $f(x) = x^4 - 5x$ فإن $\lim_{x \to 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2}$ تساوي

$a)\ 6$ $b)\ 27$ $c)\ 38$ $d)\ 48$

2022-2021

لـ $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & , x < 0 \\ ax + b & , x \geq 0 \end{cases}$

أوجد جميع الأعداد الحقيقية a,b بحيث يكون $f'(0)$ موجوداً

$1)\ a = -2\ , b = 0$ $2)\ a = 0\ , b = -2$

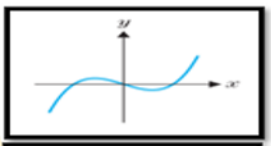
$2)\ a = 0\ , b = 2$ $4)\ a = 2\ , b = 0$

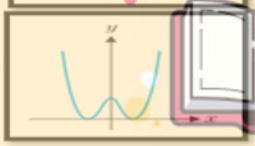
2022-2021

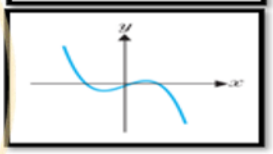
❑ استخدم التمثيل البياني لـ $y = f'(x)$ لرسم التمثيل البياني $y = f(x)$



$a)$ 

$b)$ 

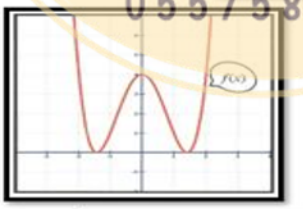
$c)$ 

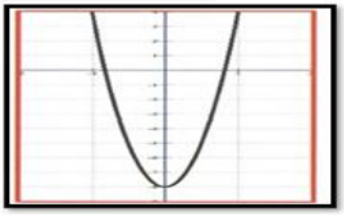
$d)$ 

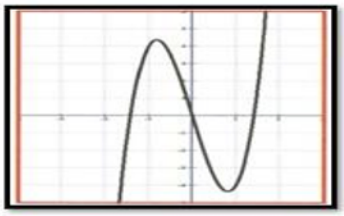
MAGDY MATH
01557581232

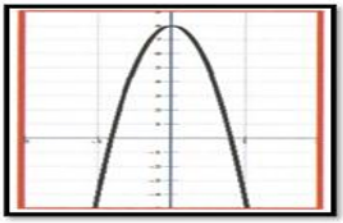
2020-2019

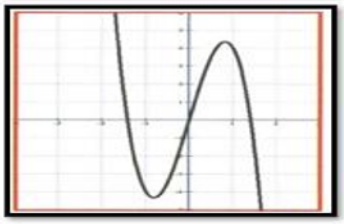
استخدم التمثيل البياني للدالة f لتحديد التمثيل البياني لـ f'



$a)$ 

$b)$ 

$c)$ 

$d)$ 

❑ حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$:

2020-2019

$$a)\ f(x) = \begin{cases} 4 & ,x < 2 \\ 2x & ,x \geq 2 \end{cases}$$

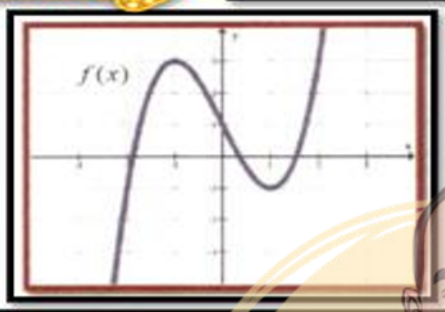
$$d)\ g(x) = \frac{2}{x+2}$$

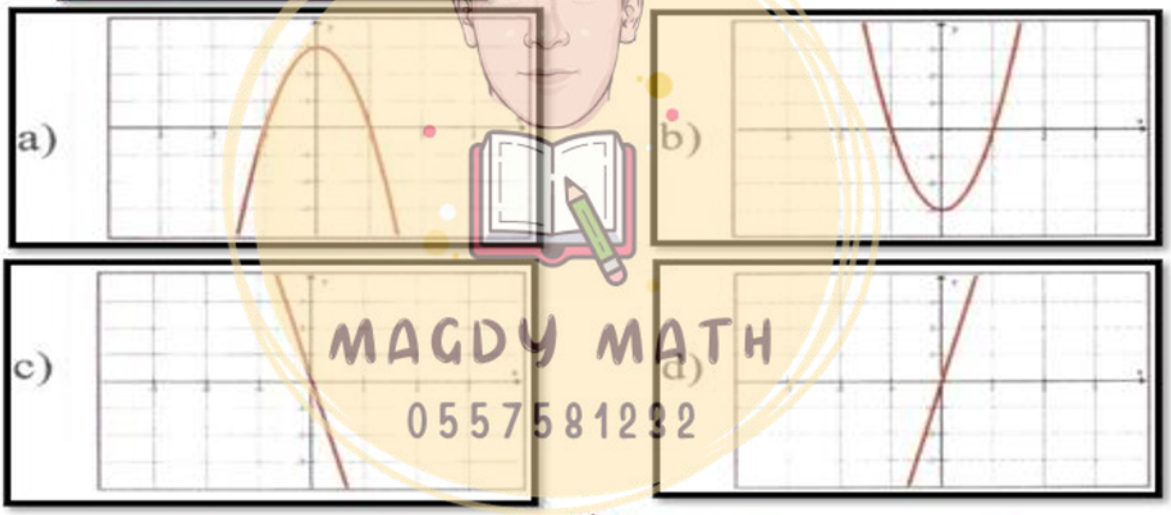
$$c)\ h(x) = |x-2|^2$$

$$d)\ q(x) = x^2 - 4$$

2019-2018

استخدم التمثيل البياني للدالة f وحدد التمثيل البياني لـ " f .



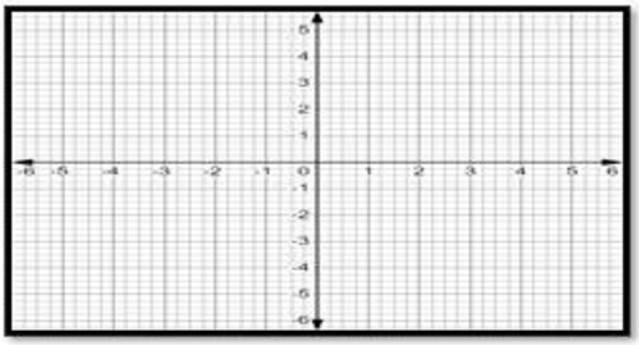


MAGDY MATH
0557581232

2019-2018

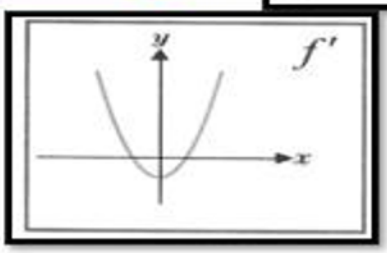
❑ ارسم تمثيلاً بيانياً للدالة f بالخواص التالية :

$$f'(4) = -3\ ,f'(2) = 0\ \ ,f'(0) = 1\ \ ,f(4) = -2\ ,f(0) = 0$$

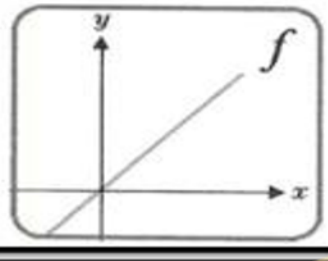


2018-2017

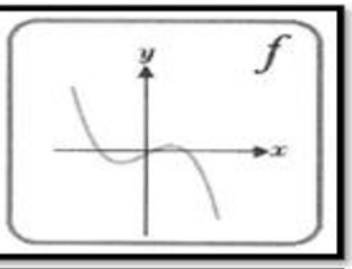
استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة f.



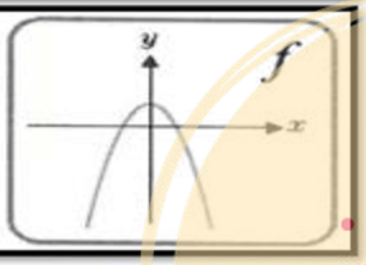
a)



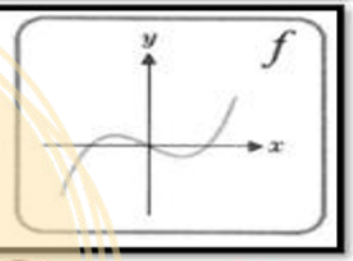
b)

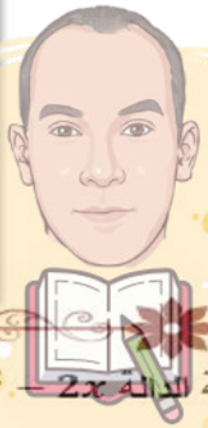


c)



d)





❑ استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ عند $x = 3$

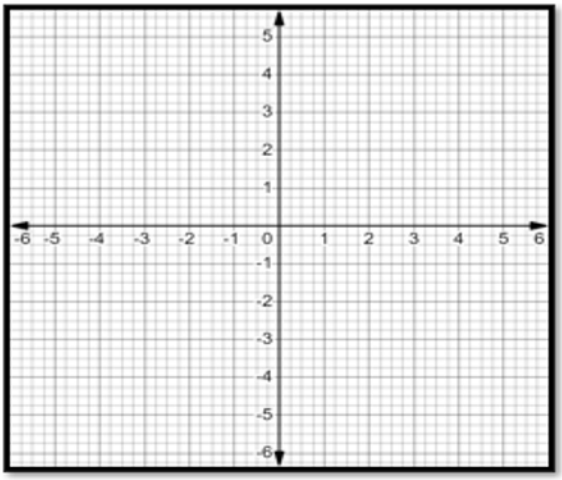
2018-2017

MAGDY MATH
0557591022

❑ ارسم تمثيلاً بيانياً للدالة f بالخواص التالية:

$f(0) = -1$, $f(-1) = 0$, $f(1) = 0$, $f'(x) = 2x$

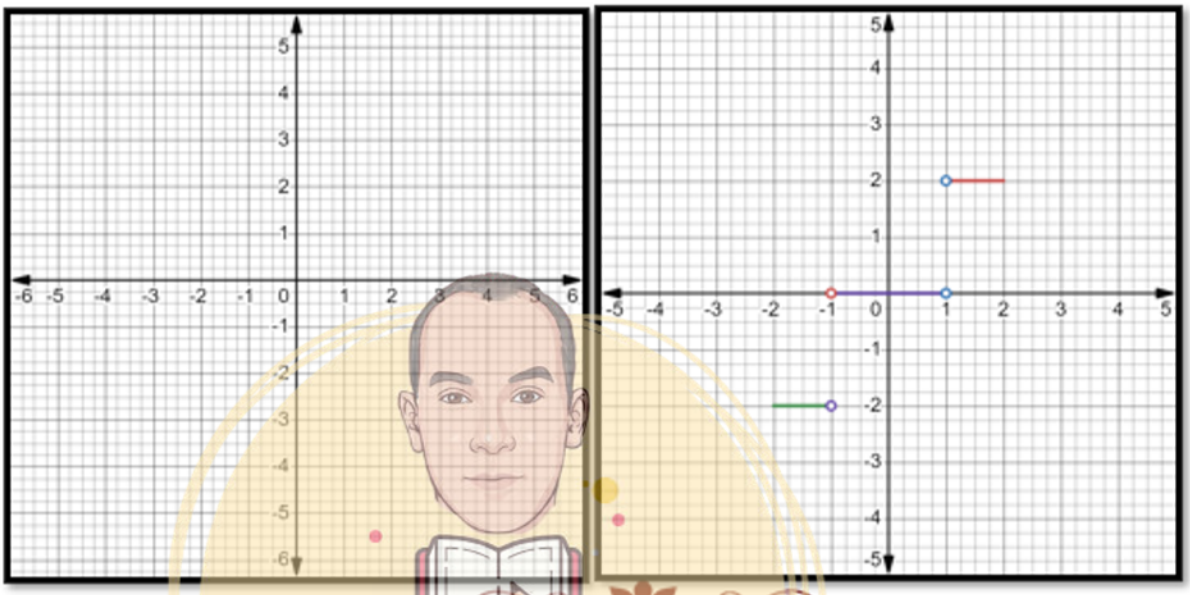
2017-2016



❑ من خلال التمثيل البياني ل f' ارسم بيان الدالة f التي لها الخواص التالية :

- $f(-1) = f(0) = 1$
- رسم بيان $f(x)$متماثل حول محور الصادات .
- f دالة متصلة لكل x في الفترة $[-2,2]$

2009-2008



2017-2016

❑ أي من الدوال الآ تية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

$a)\ f(x) = |x-2|$ $\quad b)\ g(x) = x^2 - 4$

$c)\ p(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ,x \geq 2 \\ 4x - 1 & ,x < 2 \end{cases}$ $\quad d)\ h(x) = \dfrac{1}{x+2}$

MAGDY MATH
0557581232

2017-2016

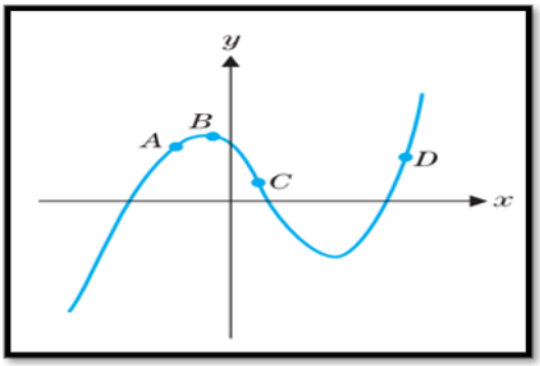
❑ حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$:

$a)\ f(x) = \begin{cases} 4x & ,x < 2 \\ x^2 + 4 & ,x \geq 2 \end{cases}$ $\quad b)\ g(x) = \begin{cases} 4 & ,x < 2 \\ 2x & ,x \geq 2 \end{cases}$

$c)\ p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & ,x < 2 \\ 2x & ,x \geq 2 \end{cases}$ $\quad c)\ p(x) = \begin{cases} 3x & ,x < 2 \\ x + 4 & ,x \geq 2 \end{cases}$

نظم لائحة النقاط D, C, B, A بترتيب الميل المتزايد للماس على المنحنى .

2022-2021



$a) B, C, D, A$

$b)\ C, B, A, D$

$c)\ D, C, B, A$

$d)\ A, B, C, D$

2023-2022

على فرض أن ارتفاع جسم يسقط بعد t ثانية من سقوطه من ارتفاع $64\ ft$ تمثل المعادلة $s(t) = 64 - 16t^2$

أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين الزمنين $t = 2\ ,\ t = 1$

$a)\ -24\ ft/s$

$b)\ -6\ ft/s$

$c)\ -48\ ft/s$

$d)\ -36\ ft/s$

MAGDY MATH
0557581232

2018-2017

أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ بين $t = 1\ ,\ t = 0$

$a)\ \frac{5}{3}\ m/s$

$b)\ 3\ m/s$

$c)\ 0\ m/s$

$d)\ -3\ m/s$

2020-2019

إذا كانت $f(x) = 2x^4 + bx + 3$ وكانت $\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 10$ ،
أوجد قيمة b.

الدرس الثالث والرابع
حساب المشتقات وقواعد الضرب والقسمة

إيجاد مشتقة الدالة من خلال التعريف يستغرق وقت وعمليات جبرية مطولة لذلك سنتعرف على مجموعة من القواعد لتسهل عملية إيجاد المشتقات وكما سبق وذكرنا

رموز المشتقة

يمكن التعبير عن مشتقة الدالة $y = f(x)$ بالطرق التالية: $y', f'(x), \frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx}[f(x)], D_x[f(x)]$

*** قاعدة مشتقة الدالة الثابتة**

إذا كانت $f(x) = C$ حيث C هو عدد حقيقي ثابت فإن

- $f(x) = \frac{d}{dx}[c] = 0$ أي أن مشتقة العدد الثابت يساوي صفر

*** قاعدة مشتقة دالة القوة**

إذا كانت $f(x) = x^n$ حيث n عدد حقيقي فإن:

- $f'(x) = \frac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$ أي أنه للحصول على مشتقة الدالة $f(x) = x^n$ نضرب في الأس n ونطرح من الأس واحدًا.

*** قاعدة الضرب في عدد ثابت**

إذا كانت $g'(x)$ هي مشتقة $g(x)$ فإن مشتقة الدالة $f(x) = Kg(x)$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}[Kg(x)] = kg'(x)$$

حيث k هو عدد حقيقي ثابت هي

أي أن مشتقة ضرب عدد ثابت في دالة تساوي ناتج ضرب العدد الثابت في مشتقة الدالة

MAGDY MATH
0557581232

*** مشتقة مجموع الدوال ومشتقة الفرق بينها**

إذا كانت $f(x)$, $g(x)$ قابلتين للاشتقاق عند x وكان c أي ثابت فإن $\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$

*** قاعدةالضرب**

إذا كانت f, g قابلتان للاشتقاق فإن $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

*** قاعدة القسمة**

إذا كانت f, g قابلتان للاشتقاق فإن $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) + f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$ بشرط أن $g(x) \neq 0$

*** مشتقة الجذر التربيعي**

$$\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

*** مشتقة ثابت على دالة**

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{a}{f(x)}\right] = \frac{-a \times \acute{f}(x)}{[f(x)]^2}$$

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية

لاحظ أن :

إذا كانت $y = x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1$

إذا كانت $y = \sqrt{x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

إذا كانت $y = \frac{1}{x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{x^2}$

1. $f(x) = x^3 - 2x + 1$
2. $f(x) = x^9 - 3x^5 + 4x^2 - 4x$
3. $f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$
4. $f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$
5. $f(w) = \frac{3}{w} - 8w + 1$
6. $f(y) = \frac{2}{y^4} - y^3 + 2$
7. $h(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$
8. $h(x) = 12x - x^2 - \frac{3}{\sqrt{x^2}}$
9. $f(s) = 2s^{3/2} - 3s^{-1/3}$
10. $f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$
11. $f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{2x}$
12. $f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$
13. $f(x) = x\left(3x^2 - \sqrt{x}\right)$
14. $f(x) = (x + 1)(3x^2 - 4)$
15. $y = x^4 - 3x^2 + 5 - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4}$

MAGDY MATH
0557581232

16. $y = x(3x^2 - 2x) + 12x$

17. $y = \dfrac{5x^5 - 2x^2 + 10x^3 - 20}{10x^2}$

18. $y = \dfrac{2}{x^2}(x^4 - 4x^2 + x - 3)$

19. $y = \dfrac{(x-2)(x+2)(x^2+4)}{x^2}$

20. $y = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$

21. $y = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

22. $y = x(3x^2 - \sqrt{x})$

23. $y = \dfrac{5}{x} + x\sqrt{x} + \sqrt{3}x - 4$

24. $y = \sqrt{x}\left(x\sqrt{x} - \dfrac{x}{\sqrt{x}} - 3\right)$

25. $y = -3x^2 + 2x^{-3} + \sin\dfrac{\pi}{2} + 2x^{\frac{3}{2}}$

26. $f(x) = (x^2+3)(x^3 - 3x + 1)$

27. $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)(5x^2 - \dfrac{3}{x})$

MAGDY MATH
0557581232

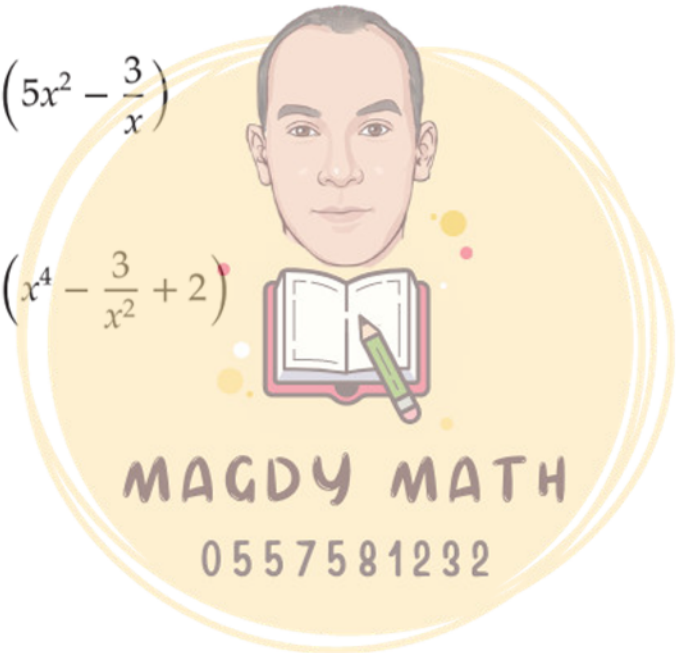
28. $f(x)=\dfrac{(3x-2)}{(x+5)}$

29. $f(x)=(x^2+3)(x^3-3x+1)$

30. $f(x)=(x^3-2x^2+5)(x^4-3x^2+2)$

31. $f(x)=(\sqrt{x}+3x)\left(5x^2-\dfrac{3}{x}\right)$

32. $f(x)=(x^{3/2}-4x)\left(x^4-\dfrac{3}{x^2}+2\right)$



33. $g(t)=\dfrac{3t-2}{5t+1}$

34. $g(t)=\dfrac{t^2+2t+5}{t^2-5t+1}$

35. $f(x)=\dfrac{3x-6\sqrt{x}}{5x^2-2}$

36. $f(x) = \dfrac{6x - 2\sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$

37. $f(u) = \dfrac{(u+1)(u-2)}{u^2 - 5u + 1}$

38. $f(u) = \dfrac{2u}{u^2 + 1}(u + 3)$

39. $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}}$



40. $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x^2 + 5x}$

41. $h(t) = t(\sqrt[3]{t} + 3)$

42. $f(x) = (x^2 - 1)\dfrac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 2}$

43. $f(x) = (x + 2)\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + x}$

اوجد $f'(1)$ لكل من الدوال التالية:



1. $f(x) = (x-3)(x+3)^{-1}$

2. $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$

3. $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 7}{\sqrt{x}}$

4. $f(x) = \dfrac{x}{x+2} - \dfrac{x-1}{x-2}$

العلاقة بين الاشتقاق والاتصال

نظرية

إذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فإن f تكون متصلة عند $x=a$
والعكس غير صحيح (بمعنى انه ليس شرط الدالة متصلة فهى قابلة للاشتقاق)

سبق وذكرنا

تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=a$

1- أن تكون الدالة متصلة عند تلك النقطة

2- أن تكون $f'(a)^+ = f'(a)^-$

اوجد النقاط التي تكون عندها الدالة $f(x)$ غير قابلة للاشتقاق (لا يمكن رسم مماس عندها)

نبحث اتصال الدالة اولاً :
1- غير متصلة فهى غير قابلة للاشتقاق
2- متصلة نبحث اشتقاق الدالة



$$f(x)=x^{1/3}$$

البحث عن النقاط الغير قابلة للاشتقاق

الدالة المتفرعة (نقاط التفرع)

دالة نسبية (اصفار المقام)

دالة المطلق (صفر المطلق)

دالة الجذر التكعيبي (دليل الجذر فردي) (اصفار مقام المشتقة)



MAGDY MATH
0557581232

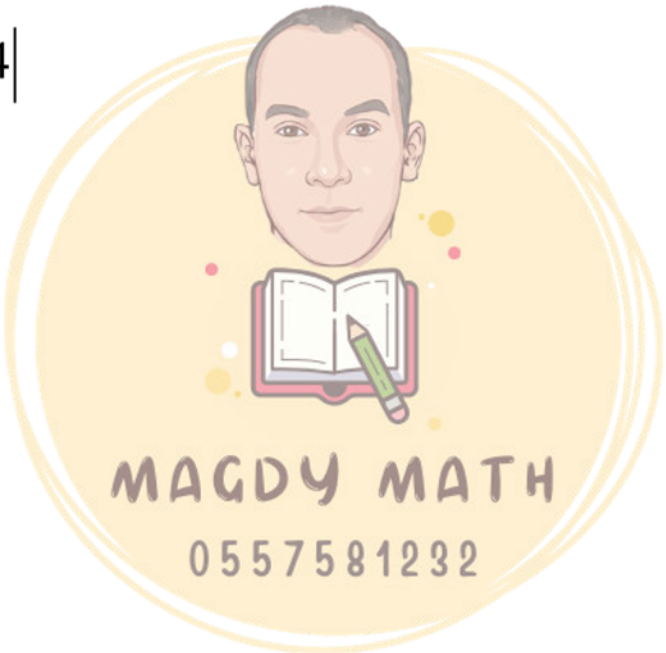
$$f(x)=x^{2/3}$$

$$f(x)=|x-5|$$

$$f(x)=|x+2|$$

$$f(x)=|x^2+5x+4|$$

$$f(x)=|x^2-3x-4|$$



$$\boldsymbol{f(x)=|x-3|^2}$$

$$\boldsymbol{f(x)=|x^2-9|}$$

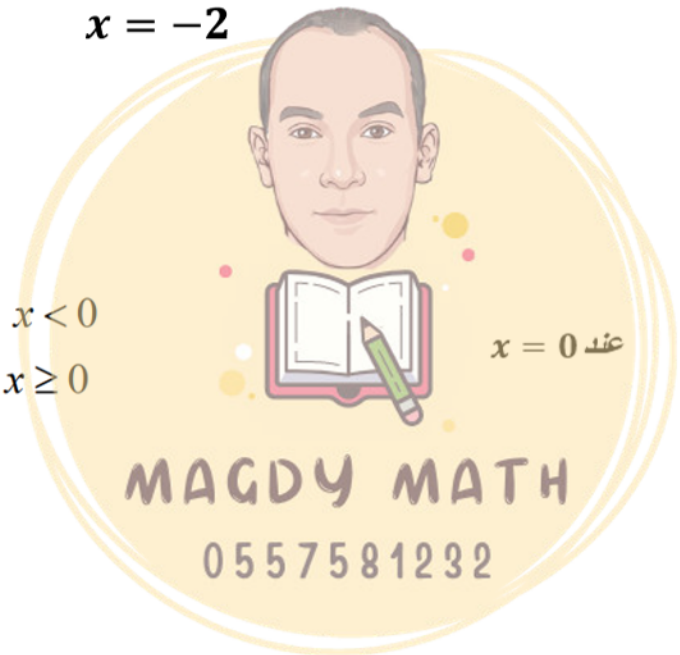
$$\boldsymbol{f(x)=\sqrt{|x|}}$$

ابحث قابلية اشتقاق كل من الدوال الآتية عند النقط المبينة

$$f(x)=\begin{cases}2x & , \quad x<0\\ x^2+2x & , \quad x\geq 0\end{cases}$$ عند $x=0$

$f(x)=\sqrt[3]{(x+2)^2}$ $x=-2$

$$f(x)=\begin{cases}0 & , \quad x<0\\ 2x & , \quad x\geq 0\end{cases}$$ عند $x=0$

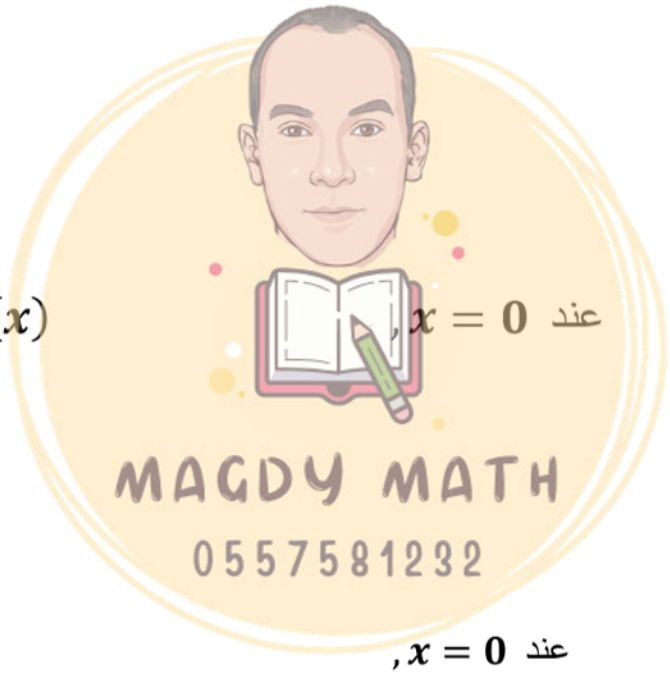


❑ يبين الجدول التالي قيم كل من الدالتين f , g ومشتقتيهما عند $x = 1$ ، $x = 0$

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
-1	0	-1	2	1
0	-1	-3	-2	4

❑ أوجد قيمة $h'(x)$ لكل مما يلي عند قيمة x المعطاة حيث

$a)\ h(x) = 3f(x) - g(x)$ عند $x = -1$,



$b)\ h(x) = f(x)g(x)$ عند $x = 0$,

$c)h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ عند $x = 0$,

$d)h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x) + 2}$ عند $x = 0$,

❑ لنفترض أن u, V دالتان بدلالة x وهما قابلتان للاشتقاق عند $x = 2$

وأن $u(2) = 3, \ u'(2) = -4, V(2) = 1, v'(2) = 1$

وجد قيم المشتقات التالية عند $x = 2$

$a) \frac{d}{dx}(UV)$

$b) \frac{d}{dx}(\frac{U}{V})$

$c) \frac{d}{dx}(\frac{V}{U})$

$d) \frac{d}{dx}(3u - 2V + 2UV)$



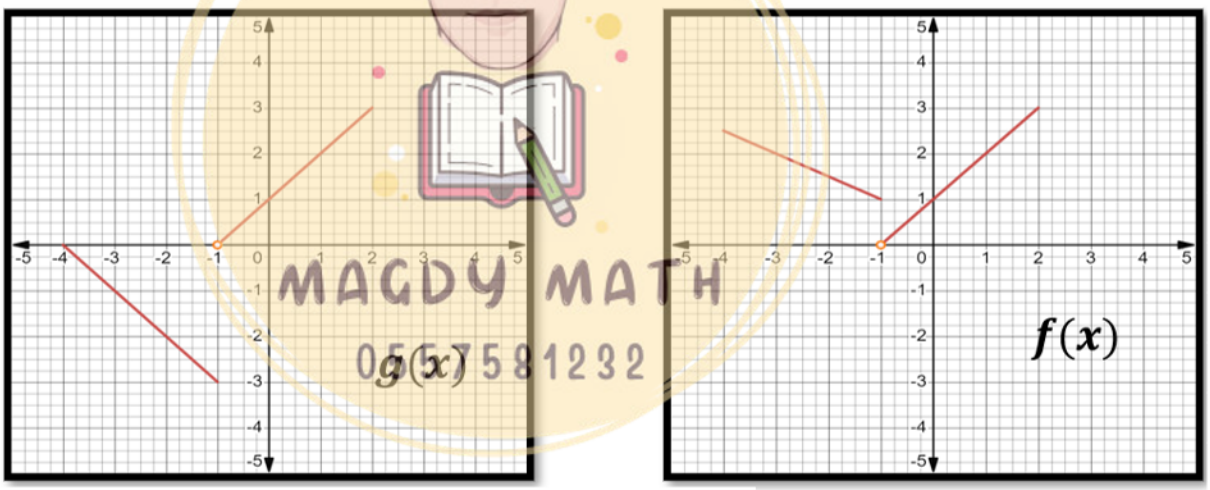
❑ إذا كانت $h(x) = f(x).g(x)$ أوجد $h'(3)$ حيث

$f(3) = 9 \ , f'(3) = 8 \ , g(3) = 4 \quad , g'(3) = 5$

❑ إذا كانت $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ أوجد $h'(3)$ حيث

$f(3) = 9 \ , f'(3) = 8 \ , g(3) = 4 \quad , g'(3) = 5$

❑ من خلال التمثيل البياني الموضح أوجد كل مما يأتي



MAGDY MATH
0562721232

(1) $\frac{d}{dx}[f(x).\ g(x)]$ عند $x = 1$

(2) $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$ عند $x = -2$

المشتقات من الرتب العليا

استعملنا فيما سبق مفهوم المشتقة لتحديد معدل التغير اللحظي لمقادير معينة في بعض الحالات يصبح هذا المعدل موضوع دراسة ويصبح من المهم معرفة معدل التغير لهذا المعدل اي كيف يتغير هذا المعدل الأمر الذي يقودنا الى ايجاد مشتقة المشتقة الذي يشكل بداية الاشتقاق المتدرج من الرتب العليا

الرُّتبة	المشتقة	تفاضل لايبنتز
1	$y' = f'(x)$	$\frac{df}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2f}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3f}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4f}{dx^4}$
5	$y^{(5)} = f^{(5)}(x)$	$\frac{d^5f}{dx^5}$

➢ إذا كانت $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2$ فأوجد

- $f''(x)$
- $f^{(4)}$
- $f^{(10)}$

❑ إذا كانت $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ استعن بالجدول لايجاد a, b, c, d

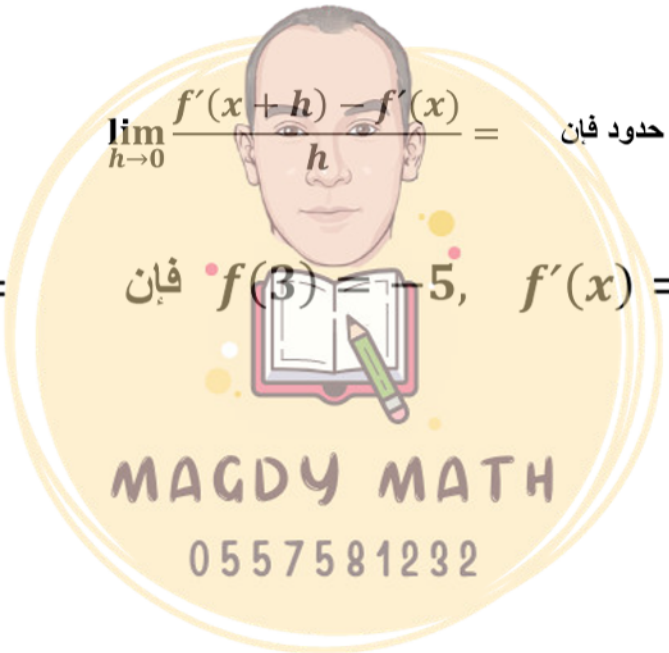
MAGDY MATH
0557581232

❑ إذا كان $f(x) = (x-3)(x-4)(x-a)$ وكان $f''(3) = 2$

فإن $a =$

❑ إذا كان $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & ,x<0 \\ 2x+5 & ,x\geq 0 \end{cases}$

قابلة للإشتقاق مرتين عند $x=0$ فأوجد قيمة $2a+b-c$



❑ إذا كان $f(x)$ هى دالة كثيرة حدود فإن $\lim_{h\to 0}\frac{f'(x+h)-f'(x)}{h}=$

❑ إذا كان $f'(x)=xf(x)$ فإن $f(3)=-5,$ $f''(3)=$

❑ إذا كانت $f(x),g(x)$ دالتين قابلتين للاشتقاق عند $x=2$ وكان $h(x)=f(x).g(x)$

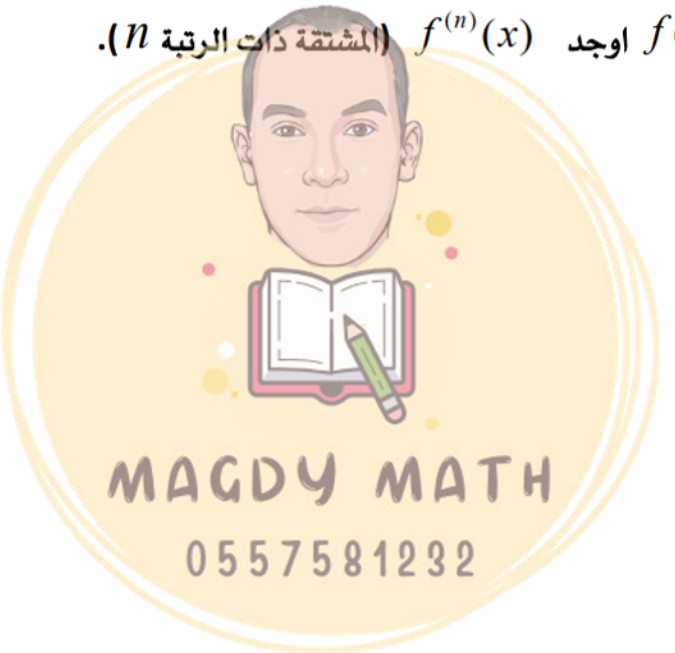
حيث $f(2)=2f'(2)=3f''(2)=12$ $g(2)=g'(2)=4g''(2)=6$

فإن $h''(2)=$

أوجد صيغةً عامةً لإيجاد المشتقة من الرتبة $f^{(n)}(x)$ لـ $f(x)=\frac{2}{x}$

أوجد صيغةً عامةً لإيجاد المشتقة من الرتبة $f^{(n)}(x)$ لـ $f(x)=\sqrt{x}$

إذا كانت: $f(x)=x\,g(x)$ **اوجد** $f^{(n)}(x)$ **(المشتقة ذات الرتبة** n**).**

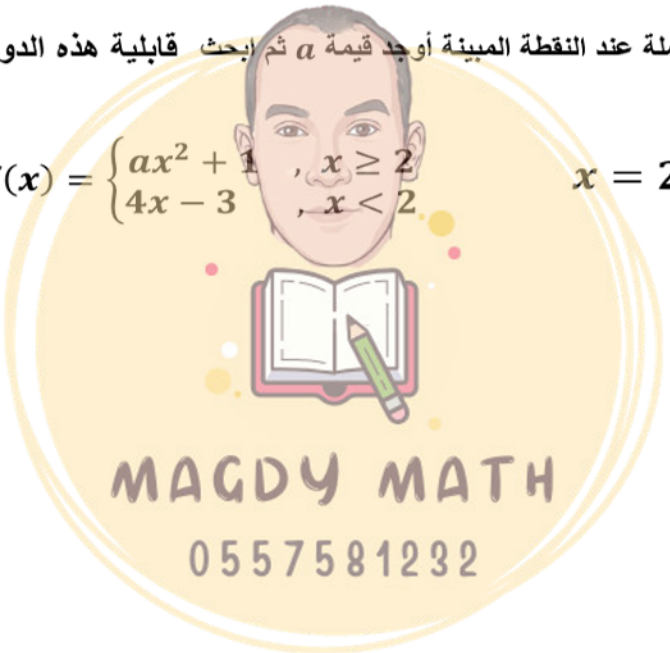


اذا كانت الدالة $f(x)$ **قابلة لاشتقاق عند** $x=a$ **فأثبت ان الدالة** $f(x)$ **متصلة عند** $x=a$

لتكن $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & , \quad x<0\\ ax+b & , \quad x\geq 0\end{cases}$ فاوجد الثوابت a,b التي تجعل $f'(0)$ موجودة

إذا كانت كل من الدوال الآتية متصلة عند النقطة المبينة أوجد قيمة a ثم ابحث قابلية هذه الدوال للاشتقاق عند نفس النقطة

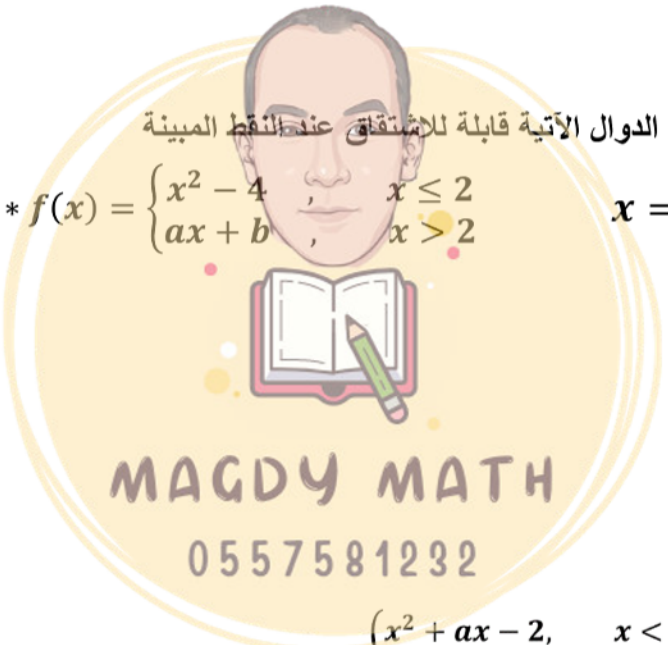
- $f(x)=\begin{cases}ax^2+1 & , \quad x\geq 2\\ 4x-3 & , \quad x<2\end{cases}$ $\qquad x=2$



- $f(x)=\begin{cases}3x+2, & x<2\\ ax^3 & , \quad x\geq 2\end{cases}$ $\qquad x=2$

- أوجد a,b إذا كانت كل من الدوال الآتية قابلة للاشتقاق عند النقط المبينة

$$* f(x) = \begin{cases} 4 - ax^2, & x \le 2 \\ x + b \ , & x > 2 \end{cases} \qquad x = 2$$



❑ أوجد a,b إذا كانت كل من الدوال الآتية قابلة للاشتقاق عند النقط المبينة

$$* f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 \ , & x \le 2 \\ ax + b \ , & x > 2 \end{cases} \qquad x = 2$$

❑ إذا كانت

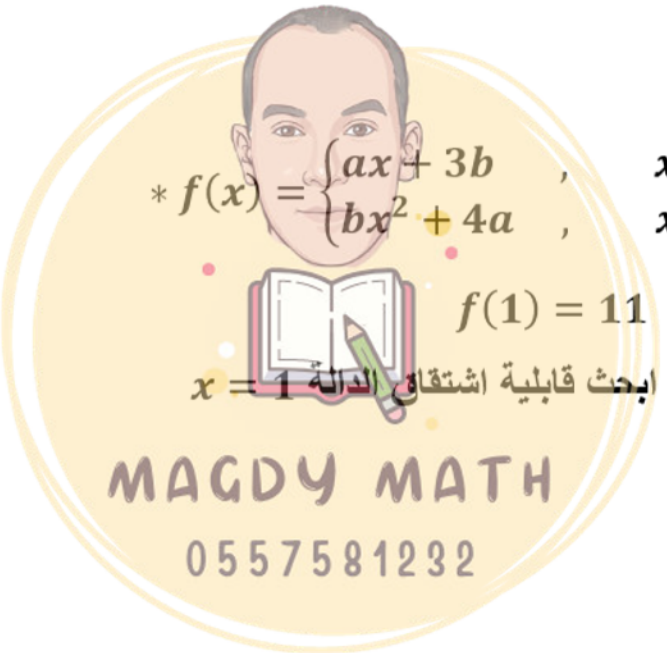
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2, & x < 2 \\ 4 \ , & x = 2 \\ ax + b \ , & x > 2 \end{cases}$$

متصلة عند $x = 2$ فأوجد قيم a,b ثم ابحث قابلية اشتقاق f عند $x = 2$

❑ إذا كانت $f'(1)$ موجودة

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-3 & , \quad x<1 \\ b\sqrt{x} & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

أوجد قيم الثابتين a,b $x=1$ حيث



❑ إذا كانت

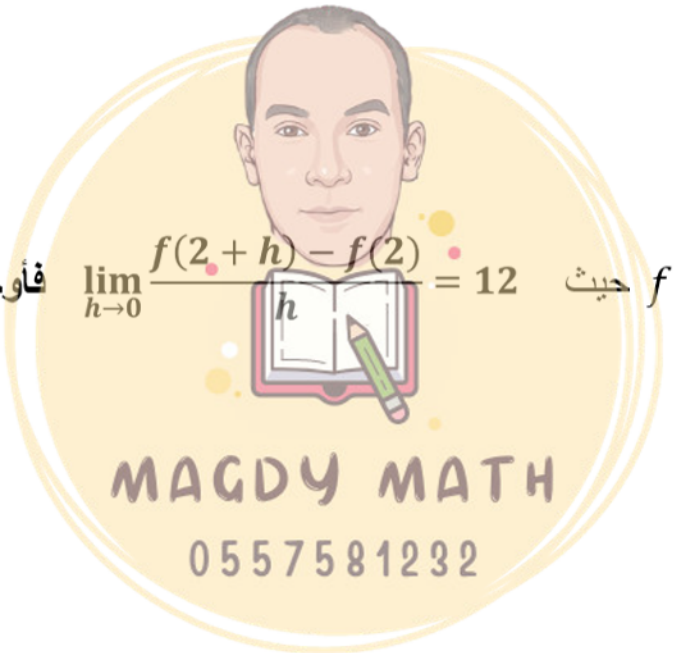
$$* f(x)=\begin{cases} ax+3b & , \quad x<1 \\ bx^2+4a & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

متصلة عند $x=1$ ، $f(1)=11$

أوجد قيم الثابتين a,b ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة $x=1$

❑ إذا كانت $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ استعن بالجدول لايجاد a, b, c, d

x	y	y'	y''
1	8	.....	12
2	.....	70	24



إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ حيث $\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 12$ فأوجد a

إذا كانت $f(x) = x^3 + ax^2 + 2$ حيث $\lim_{x\to 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{x - 3} = 12$ فأوجد a



أولًا: التصنيفات الهندسية

تذكر أن:

1- ميل الخط المستقيم الذي معادلته $ax + by + c = 0$ هو $\frac{-a}{b}$

فمثلاً: ميل المستقيم الذي معادلته $5x + 2y + 7 = 0$ هو $\frac{-5}{2}$

2- ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ يساوي $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

فمثلاً: ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, -3)(4, 1)$ هو $\frac{1+3}{4-2} = 2$

3- ميل المستقيم $m = \tan\theta$

حيث θ قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

فمثلًا: ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها $135°$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هو $\tan 135° = 1$

4- ميل المستقيم يكون موجبًا إذا كان يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

5- ميل المستقيم يكون سالبًا إذا كان يصنع زاوية منفرجة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

6- ميل محور السينات = ميل أي مستقيم أفقي (موازي لمحور السينات) =صفر

7- ميل محور الصادات = ميل أي مستقيم رأسي (موازي لمحور الصادات) $= \frac{1}{\text{صفر}}$ = غير معرف

MAGDY MATH
055/581232

معادلة الخط المستقيم

1- بدلالة نقطة عليه (x_1 ,y_1) والميل m هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

2- بدلالة الميل (m) وطول الجزء المقطوع من محور الصادات $y = mx + b$

العلاقة بين المستقيمين المتوازيين والمستقيمين المتعامدين

إذا كان L_1,L_2 مستقيمين ميليهما m_1,m_2 فإن

$$(1)\ L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$(2)\ L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$$

فمثلاً: إذا كان ميل المستقيم $\frac{3}{2}$ فإن ميل المستقيم الذي يوازيه $\frac{3}{2}$

وميل المستقيم العمودي عليه $-\frac{2}{3}$

كما سبق وتعلمنا أن المشتقة الأولى للدالة تعني ميل المماس لمنحنى هذه الدالة

معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(x_1,f(x_1))$ هي

$$y - f(x_1) = f'(x)(x - x_1)$$

وذلك إذا كان $f'(x_1)$ موجودة

معادلة العمودي للمنحنى هي

$$y - f(x_1) = \frac{1}{f'(x)}(x - x_1)$$

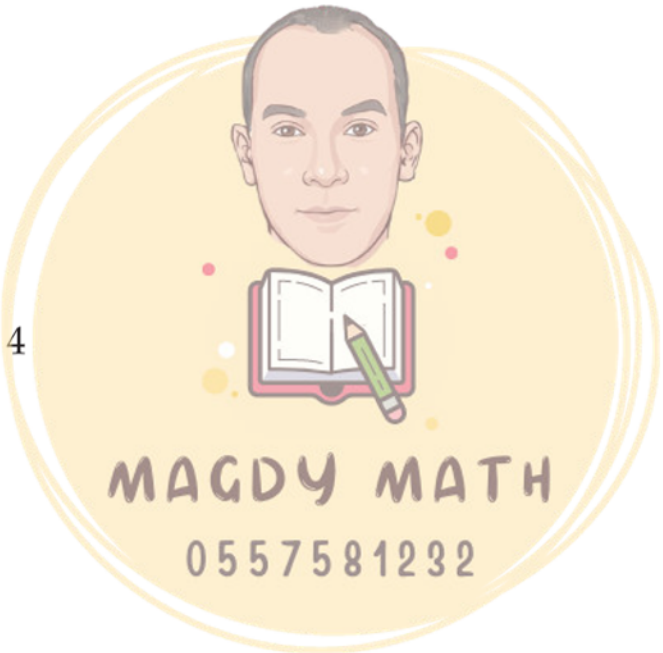
MAGDY MATH
0557581232

أوجد معادلةً المماس عند $x=a$ على منحنى $y=f(x)$

$f(x)=x^2-2, a=2$

$f(x)=x^2-2x+1, a=2$

$f(x)=4\sqrt{x}-2x, a=4$



$f(x)=3\sqrt{x}+4, a=2$

$f(x) = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1), a = 0$

$f(x) = (x^3 + x + 1)(3x^2 + 2x - 1), a = 1$

$f(x) = \frac{x+1}{x+2}, a = 0$



$f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}, a = 1$

على فرض أن f و g قابلتان للإشتقاق
بحيث $f(0) = -1$ و $f(1) = -2$ و $f'(0) = -1$ و $f'(1) = 3$ و
$g(0) = 3$ و $g(1) = 1$ و $g'(0) = -1$ و $g'(1) = -2$. أوجد معادلة
المماس لمنحنى $y = h(x)$ عند $x = a$.

$h(x) = f(x)g(x)$; (a) $a = 0$

$h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$; (a) $a = 1$

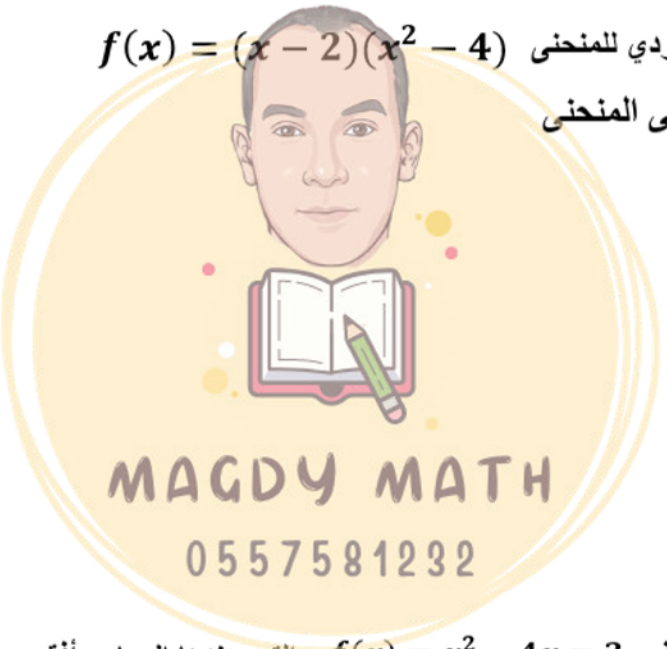
$h(x) = x^2 f(x)$; (a) $a = 1$

$h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)}$; (a) $a = 1$

MAGDY MATH
0557581232

❑ أوجد معادلة المماس والعمودي لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{4}{x}$ عند $x = 2$

❑ أوجد معادلتي المماس والعمودي للمنحنى $f(x) = (x-2)(x^2-4)$ عند النقطة $(2, 0)$الواقعة على المنحنى

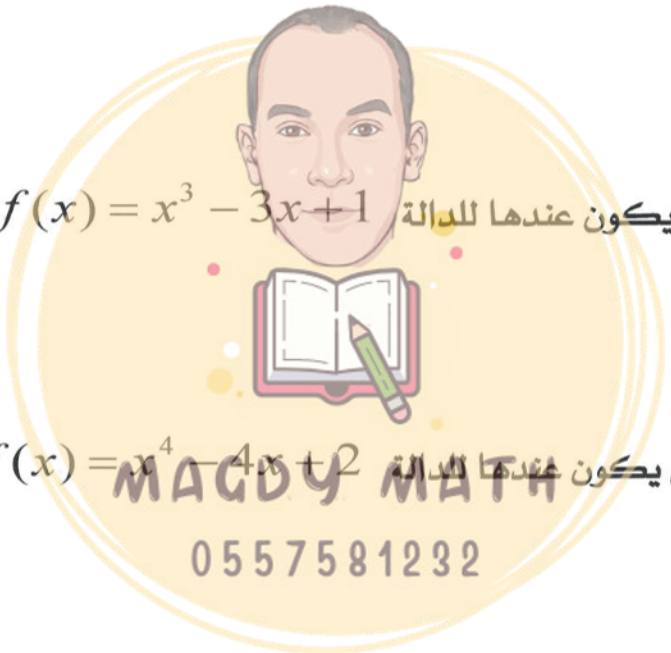


❑ أوجد النقط الواقعة على المنحنى $f(x) = x^2 - 4x = 3$ والتي عندها المماس أفقي

❑ أوجد النقط الواقعة على المنحنى $f(x) = 3x^2 - 11x + 5$ والتي عندها يكون المماس للمنحنى

(1) موازيًا للمستقيم $2x + y - 5 = 0$

(2) عموديًا على المستقيم $25y + x = 6$



اوجد قيمة (قيم) x التي يكون عندها للدالة $f(x) = x^3 - 3x + 1$ مماس افقي

اوجد قيمة (قيم) x التي يكون عندها للدالة $f(x) = x^4 - 4x + 2$ مماس افقي

MAGDY MATH
0557581232

اوجد قيمة (قيم) x التي يكون عندها للدالة $f(x) = x^4 - 4x + 2$ مماس يصنع زاوية قياسها 45° مع محور x

أوجد جميع قيم x والتي يصنع عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 3x + 1$ زاوية قياسها 30° مع الاتجاه الموجب لمحور x.

أوجد جميع قيم x والتي يصنع عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 11x + 1$ زاوية قياسها 45° مع الاتجاه الموجب لمحور x

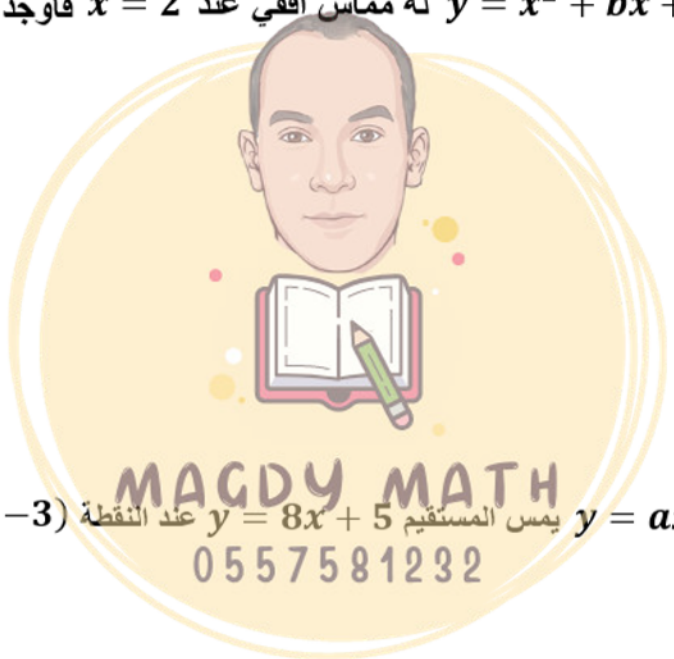


أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماسان للمنحنيين $y = x^3 + 1$ ، $y = x^4 + x^3 + 3$ متوازيان

❑ اذا كان المماس لمنحنى الدالة $f(x) = ax^2 + bx + 5$ عند النقطة $(-1, 3)$

الواقعة عليه يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها $45°$ فأوجد a,b

❑ اذا كان المنحنى الدالة $y = x^2 + bx + 3$ له مماس افقي عند $x = 2$ فأوجد a



❑ اذا كان المنحنى $y = ax^3 + bx^2$ يمس المستقيم $y = 8x + 5$ عند النقطة $(-1, -3)$

فأوجد a,b

❑ إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} x^2+a & ,x\le 3 \\ bx & ,x>3 \end{cases}$$

وكان ميل المماس يساوي 6 عند $x=3$ فما قيمة a,b

أوجد مساحة المثلث المحدود بالمستقيمين $y=0$, $x=0$ والمماس للمنحنى $y=\frac{1}{x}$ عند $x=2$



❑ أثبت أن مساحة المثلث المحصورة بين المماس للمنحنى $y=\frac{2}{x}$ حيث $x>0$

عند أي نقطة عليه ومحوري الإحداثيات تساوي 4 وحدة مربعة

التطبيقات الفيزيائية

إذا كانت سيارة تسير في طريق مستقيم، فإن موقعها بالنسبة لنقطة الأصل يمكن تحديده باستعمال دالة زمنية $s(t)$

رأينا فيما سبق أن السرعة اللحظية موجبة أو سالبة. إذا كانت السرعة موجبة فإن السيارة تسير في اتجاه القيم الإيجابية للمحور وإذا كانت السرعة سالبة فبالعكس وهنا يبحث التمييز بين السرعة والسرعة المتجهة فالسرعة قيمة موجبة بينما اتجاه السرعة (المتجهة) قد يكون سالبًا (رجوعًا إلى الخلف) وقد يكون موجبًا (تقدمًا إلى الأمام)

معدل التغير اللحظي للسرعة (المتجهة) يسمى التسارع الذي هو مشتقة السرعة

وبالتالي المشتقة الثانية للدالة $s(t)$ هي

$$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) = s'(t)$$

إذا كانت إشارتا التسارع والسرعة (المتجهة) في نقطة معينة متماثلتين (كلاهما موجب أو كلاهما سالب) فهذه يعني أن السيارة تزيد من سرعتها عن هذه النقطة وإذا كانت إشارتاهما متعاكستين كأن يكون التسارع سالبًا والسرعة موجبة أو العكس فهذا يعني أن السيارة تخفف من سرعتها

يدخل التسارع في قانون نيوتن الثاني للحركة في علم الديناميكا لحساب القوة.

a(t)	−	+	+	−
v(t)	−	−	+	+
	يزيد الجسم من سرعته في الاتجاه السالب	يخفف الجسم من سرعته في الاتجاه الموجب	يزيد الجسم من سرعته في الاتجاه الموجب	يخفف الجسم من سرعته في الاتجاه السالب

تمثل كل دالة من الدوال التالية دالة الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم اوجد دالة السرعة المتجهة ودالة التسارع

$$s(t) = -16t^2 + 40t + 10$$

$$s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$$

$$s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$$

$$s(t) = 10 - \frac{10}{t}$$

MAGDY MATH
0557581232

تحرك جسم على خط مستقيم وفق المعادلة التالية $s(t) = t^3 - 6t^2 - 9t$ حيث t بالثواني و s بالأمتار

a) موقع الجسم خلال أول 5 ثواني

b) السرعة المتجهة عند $t = 4$

c) متى تنعدم سرعة الجسم

d) تسارع هذا الجسم عندما تكون سرعته تساوي صفر

e) السرعة المتجهة المتوسطة للجسم في الفترة $[1, 4]$



تمثل الدالة $h(t)=-16t^2+40t+5$ ارتفاع جسم ما ، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t=1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

(ب) عند $t=2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل



تمثل الدالة $h(t)=10t^2-24t$ ارتفاع جسم ما ، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t=2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

(ب) عند $t=1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

- اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عندما تنعدم السرعة $v(t) = 0$
- اصطدام (هبوط) الجسم بالأرض $s(t) = 0$

تمثل الدالة $s(t) = 12t - t^2$ ارتفاع جسم قذف راسيا للأعلى من الأرض حيث t بالثواني و s بالمتر

- **اوجد اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم**

- **اوجد سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع $20m$**

- **اوجد سرعة الجسم عندما يرتطم بالأرض**

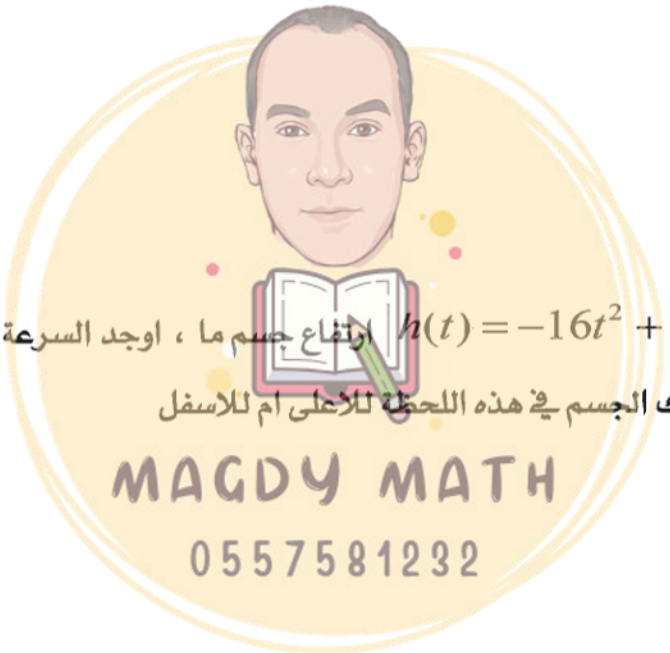
- **هل الجسم كان صاعداً ام هابطاً عند $t = 5$**

MAGDY MATH
0557581232

تمثل الدالة $h(t) = -10t^2 - 24t$ ارتفاع جسم ما، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t = 2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

(ب) عند $t = 2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل



تمثل الدالة $h(t) = -16t^2 + 40t + 5$ ارتفاع جسم ما ، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t = 1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

(ب) عند $t = 1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

تمثل كل دالة من الدوال التالية دالة الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم اوجد دالة السرعة المتجهة ودالة التسارع

$$s(t) = -16t^2 + 40t + 10$$

$$s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$$



$$s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$$

$$s(t) = 10 - \frac{10}{t}$$

تُضرب كرة بيسبول كتلتها $0.15\ \text{kg}$ وسرعتها $45\ \text{m/s}$ بمضرب بيسبول كتلته $m\ \text{kg}$ وبسرعة $40\ \text{m/s}$ (بعكس اتجاه حركة الكرة). بعد الاصطدام، بلغت السرعة الابتدائية للكرة $u(m) = \dfrac{82.5m - 6.75}{m + 0.15}\ \text{m/s}$. برهن أنّ $u'(m) > 0$ وفسّر ذلك وفق مصطلحات رياضة البيسبول. قارن $u'(1)$ و $u'(1.2)$.



ضربت كرة جولف كتلتها $0.05Kg$ بعصا كتلتها $m\ Kg$ وسرعتها $50m/s$

فكانت سرعتها الابتدائية $u(m) = \frac{83m}{m+0.05}$ برهن أن $u'(m) > 0$

وفسر هذه النتيجة قارن $u'(0.15)$, $u'(0.02)$



التطبيقات الحياتية

- لنفترض أن أرباح شركة ما بالآف الدراهم من بيع x قطعة تمثل بالدالة $p(x) = 2x^2 - 5x + 6$

a) أوجد متوسط معدل التغير للربح، عند التغير في الكمية x من 2إلى 4

b) أوجد وفسر معدل التغير اللحظي للربح بالنسبة لعدد القطع المنتجة عندما $x = 2$ (يسمى هذا العدد "الربح الحدي " عند $x = 2$)

c) أوجد الربح الحدي عند $x = 4$



MAGDY MATH
0557581232

إذا كان سعر سلعة ما 20 درهم وقد بيعت 20,000 قطعة. إذا كان السعر يتزايد بمعدل 1.25 درهم في السنة والكمية المباعة تتزايد بمعدل 2000 قطعة في السنة.فبأي معدل سيتزايد الدخل سنوياً؟

يبيع مصنع دمى 120000 قطعة سنوياً بسعر القطعة 25 درهم ،اذا اراد صاحب المصنع زيادة لمبيعات بمعدل 2000 قطعة سنويا وتخفيض سعر القطعة بمعدل 50 فلس للقطعة ،اوجد معدل التغير التقريبي في دخل المصنع السنوي ،هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

يبيع مصنع دمى $Q(t)$ قطعة سنوياً وبنسبة نقصان في معدل التغير هو 4% سنوياً ،اذا كان سعر القطعة $P(t)$ ويتزايد بنسبة في معدل التغير هو 3% سنوياً ، ،والدخل السنوي للمصنع هو $R(t)$ ،اوجد النسبة المئوية لمعدل التغير في دخل المصنع السنوي ،هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

قسم أعضاء أحد النوادي إيجار الخيمة بالتساوي على عدد الأعضاء. فإذا كان عدد الأعضاء 100 عضواً وكان إيجار الخيمة 1500 درهماً و إذا كانت قيمة الإيجار تتزايد بمعدل 200 دراهم كل سنة و عدد أعضاء النادي يتزايد بمعدل 5 أعضاء كل سنة، ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل عضو الذي يدفعه لإيجار الخيمة؟

MAGDY MATH
0557581232

تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

تمثل الدالة $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$ دالة الموقع لجسم أوجد دالة التسارع.

2023-2024

على فرض ان الدالة $h(x) = \frac{x^2}{f(x)}$ و $f'(2) = 1, f(2) = 2$ احسب $h'(2)$

2023-2024

أوجد جميع الأعداد الحقيقية a و b بحيث يكون $f'(0)$ موجودًا.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x < 0 \\ x^2 - 3x, & x \geq 0 \end{cases}$$

2023-2024

أوجد جميع قيم x التي عندها يكون المماس على $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ أفقيًا.

أوجد مشتقة الدالة $f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$.

Find the derivative of the function $f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$.

1. $f'(t) = 3\pi - 2.6t$
2. $f'(t) = 3\pi t - 2.6t$
3. $f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$
4. $f'(t) = 3\pi t^{\pi^2} - 2.6t^{0.3}$

أوجد جميع قيم x التي يكون عندها المماس على المنحنى $y = x^4 - 2x^2 + 3$ أفقيًا.

Find all values of x for which the tangent line to $y = x^4 - 2x^2 + 3$ is horizontal.

1. $x = -1, x = 2$
2. $x = 1, x = \sqrt{3}$
3. $x = -1, x = 0, x = 1$
4. $x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$

أوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \frac{2}{x+1}$ عند $x = 1$.

Find the equation of the tangent line to the function $f(x) = \frac{2}{x+1}$ at $x = 1$.

1. $y = -\frac{1}{2}(x+1) - 1$
2. $y = -2(x-1) + 1$
3. $y = -\frac{1}{2}(x-1) + 1$
4. $y = \frac{1}{2}(x-1) - 1$

2022-2023

MAGDY MATH
0557581280

2021-2022

اوجد جميع قيم x والتي يشكل عندها المماس على منحنى $y = x^3 - 2x + 1$ زاوية قياسها 45^0 مع المحور x على فرض ان الزاوية تقاس باتجاه معاكس لعقارب الساعة

$a)\ x = -\sqrt{2}\ , x = -1$ $b)\ x = \sqrt{2}\ , x = 1$

$c)\ x = -\sqrt{2}\ , x = \sqrt{2}$ $d)\ x = -1\ , x = 1$

اوجد مشتقة الدالة $f(x) = \dfrac{6x}{\sqrt{x}+1}$ تمثل الدالة $h(t) = 10t^2 - 24t$

رتفاع جسم ما احسب السرعة المتجهة والتسارع عند الزمن $t = 1$

$a)\ v(1) = -4\ , a(1) = -20$
$b)\ v(1) = 4\ , a(1) = -20$
$c)\ v(1) = -4\ , a(1) = 20$
$a)\ v(1) = 4\ , a(1) = 20$

$a)\ f'(x) = \dfrac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+1)^2}$ $b)\ f'(x) = \dfrac{6\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

$c)\ f'(x) = \dfrac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$ $d)\ f'(x) = \dfrac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$

2021-2022

لـ $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & , x < 0 \\ ax + b & , x \geq 0 \end{cases}$

اوجد جميع الأعداد الحقيقية a,b بحيث يكون $f'(0)$ موجودا

$a)\ a = -2\ , b = 0$ $b)\ a = 0, b = -2$

$c)\ a = 0, b = 2$ $d)\ a = 2\ , b = 0$

MAGDY MATH
0557581232

اوجد معادلة المستقيم العمودي على $y = 3(x-2) + 1$ ويقطع المستقيم عند النقطة $(0,3)$

2020-2021

$a)\ y = -3x + 3$ $b)\ y = -3x + 3$

$c)\ y = -\dfrac{1}{3}x - 3$ $d)\ y = -\dfrac{1}{3}x + 3$

اذا كانت $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث, $n > 0$ $h''(x) = 18,$ عند نقطة معطاة x

اوجد قيمة n

$a)\ 3$ $b)\ 3\sqrt{2}$ $c)6$ $d)36$

2020-2021

اوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى

$x^2 + y^2 - 2y = 0$ افقيا

2020-2021

تم قذف كرة لأعلى فتحركت حسب العلاقة $s(t) = 56t - 4t^2$

حيث t بالثواني و s بالأمتار ما اقصى ارتفاع يمكن ان تصل اليه الكرة ؟

$a)\ 7m$ $b)\ 178\ m$ $c)\ 196\ m$ $d)\ 392\ m$

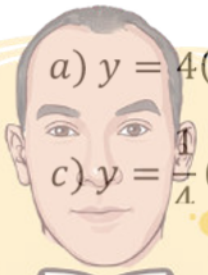
2020-2021

اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \sqrt{x+3}$

عند $x = -2$

$a)\ y = 4(x+2) + 2$ $b)\ y = \frac{1}{2}(x+2) + 1$

$c)\ y = \frac{1}{4}(x-1) + 2$ $d)\ y = \frac{1}{2}(x-2) + 1$



على فرض أن السعر الحالي لقطعة واحدة هو AED 2.4 وتم بيع 12,000 قطعة بهذا السعر.
إذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام الواحد وتقل الكمية المبيعة بمعدل 1,500 قطعة في العام الواحد فبأي معدل تزداد الإيرادات؟ *إرشاد: الإيرادات تساوي الثمن مضروباً في الكمية.*

2019-2020

MAGDY MATH
0557581232

13) أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقياً.

a) $x = 0, x = 4$ b) $x = -4, x = 0, x = 4$

c) $x = -4, x = 0$ d) $x = -1, x = 0, x = 1$

2018-2019

إذا كانت $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f'''\left(\frac{1}{6}\right)$.

a) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$ b) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

c) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 4$ d) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

إذا كانت f و g دالتين متصلتين في الفترة $[a,b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة (a,b)

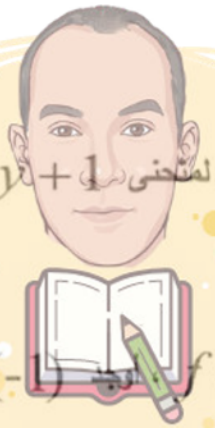
حيث $f(a)=g(a)$ و $f(b)=g(b)$.

2018-2019

هل f و g لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a,b) ؟

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2y^2=3y+1$ مماسًا أفقيًا .

$a)\ (3,0)$ $b)\ \left(0,\frac{-1}{3}\right)$ $c)\ (0,3)$ $d)\ \left(0,\frac{1}{3}\right)$



MAGDY MATH
0557581232

26) أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2y^2=3y+1$ مماسًا أفقيًا .

2018-2019

14) إذا كانت $f(x)=2x-x^5+1$ أوجد $f''(-1)$.

a) $f''(-1)=-20$ b) $f''(-1)=0$

c) $f''(-1)=20$ d) $f''(-1)=-3$

إذا كانت $f(x)=\frac{3}{2x+1}$ ، أوجد $f'(x)$.

2018-2019

a) $f'(x)=\frac{-3}{(2x+1)^2}$ b) $f'(x)=\frac{3}{(2x+1)^2}$

c) $f'(x)=\frac{-6}{(2x+1)^2}$ d) $f'(x)=\frac{6}{(2x+1)^2}$

2018-2019

أوجد معادلة مستقيم عمودي على $y=\frac{1}{3}x-5$ ويمر بالنقطة $(0,2)$.

a) $y=\frac{-1}{3}x-2$

b) $y=\frac{1}{3}x+2$

c) $y=-3x+2$

d) $y=-3x-2$

27) سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما AED 12 وقد بيعت 10,000 قطعة منها.

تريد الشركة زيادة الكمية المبيعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار AED 15,000

في نفس العام . فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

2018-2019

MAGDY MATH
0557581232

2017-2018

17) اذا كان مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(1,2)$ أفقيا ، أوجد معادلة المماس عند نفس النقطة .

a) $y=x$

b) $x=2$

c) $y=2$

d) $y=2x$

2017-2018

21) افترض أن سعر إحدى السلع 18 درهما للقطعة الواحدة وقد بيعت 2000 قطعة .

فإذا كان السعر يزداد بمعدل 1.25 درهما في العام الواحد وتزداد الكمية بمعدل 200 قطعة في العام الواحد .

فبأي معدل سيزداد الإيراد ؟

a) 1200درهم سنويا

b) 6100درهم سنويا

c) 2300درهم سنويا

d) 1500درهم سنويا

الدرس الخامس قاعدة السلسلة

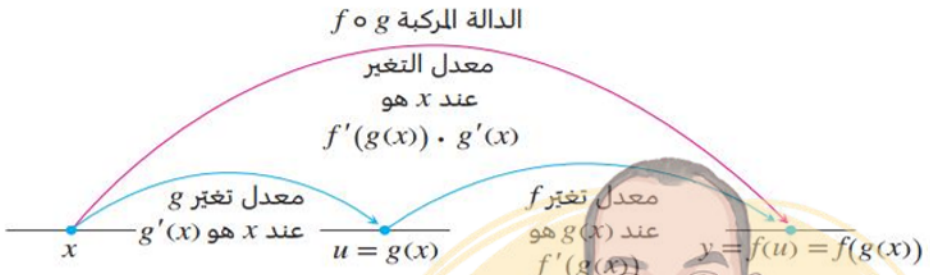
نظرية

إذا كانت g قابلة للاشتقاق عند x وكانت f قابلة للاشتقاق عند $g(x)$ فإن

$$\frac{d}{dx}[f(g(x)] = f'(g(x))g'(x)$$

مشتقات الدوال المركبة

مشتقة الدالة المركبة $f(g(x))$ عند x هي مشتقة الدالة f عند $g(x)$ مضروبة بمشتقة الدالة g عند x.



مشتقات الدوال المركّبة

إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $u = g(x)$ و g دالة قابلة للاشتقاق عند x، تكون مشتقة الدالة المركبة $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ كما يلي:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

MAGDY MATH
0557581232

إذا كانت y دالة للمتغير u، و u دالة للمتغير x, $u = g(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

قاعدة السلسلة للقوة

عندما تكون الدالة $y = [g(x)]^n$ حيث n عدد حقيقي $g(x)$ قابلة للاشتقاق، يمكننا كتابة قاعدة السلسلة كما يلي:

$$\frac{dy}{dx}\ n[g(x)]^{n-1}$$

ويمكن تعميم قاعدة الجذور التربيعية من خلال قاعدة السلسلة للقوة:

$$\frac{d}{dx} = (\sqrt{g(x)}) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$$

أوجد المشتقة الدالة التالية:

$f(x) = (x^3 - 1)^2$

$f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

$f(x) = (x^3 + x - 1)^3$

$f(x) = \sqrt{4x - 1/x}$

$f(t) = t^5\sqrt{t^3 + 2}$



$f(t) = (t^3 + 2)\sqrt{t}$

$f(t) = (t^4 + 2)\sqrt{t^2 + 1}$

$f(u) = \dfrac{u^2 + 1}{u + 4}$

$$y = \left(\frac{x^2 - 3}{2x + 3}\right)^5$$

$$f(u) = \frac{u^3}{(u^2 + 4)^2}$$

$$f(v) = \frac{v^2 - 1}{v^2 + 1}$$

$$f(v) = \frac{v^2 + 4}{(v^3)^2}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}}$$



$$g(x) = x^2\sqrt{x + 1}$$

$$h(w) = \frac{6}{\sqrt{w^2 + 4}}$$

$$h(w) = \frac{\sqrt{w^2 + 4}}{6}$$

$$ı(w) = \frac{(w^3+4)^5}{8}$$

$$h(w) = \frac{8}{(w^3+4)^5}$$

$$f(x) = (\sqrt{x^3+2}+2x)^{-2}$$

$$f(x) = \sqrt{x^3+2+2x^{-2}}$$

$$f(x) = \sqrt{4x^2+(8-x^2)^2}$$

$$f(x) = (\sqrt{4x^2+8}-x^2)^2$$

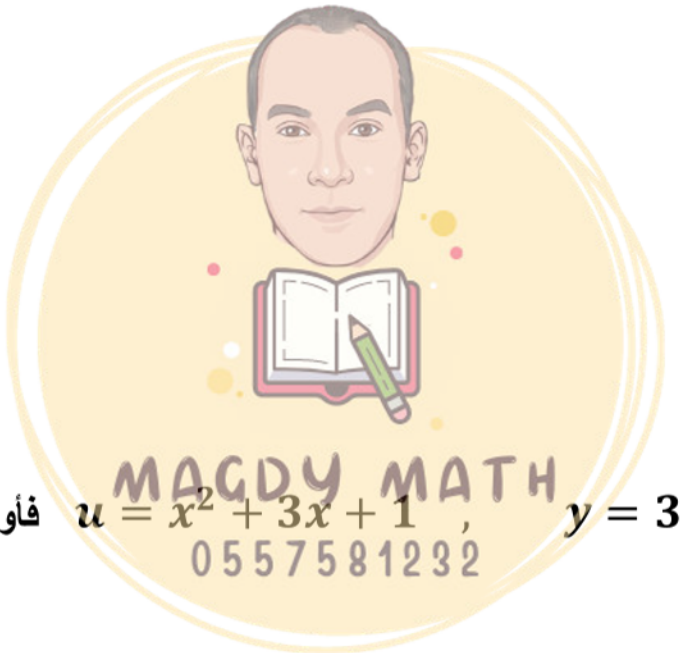
$$y = \sqrt{x+\sqrt{x}}$$

MAGDY MATH
0557581232

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$$

$$y = (2x-1)^3(1-2x)^{-3}$$

$$y = x^3\sqrt{4x+1}$$



❑ إذا كانت $y = 3u^2 + 4u$, $u = x^2 + 3x + 1$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 1$

❑ $y = \frac{3V}{1+v^2}$, $v = x^2 + 1$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = -1$

إذا كان $u = 2x^3 + 7x$, $y = 3u^4 - 5u^2 + 1$ أوجد $\frac{dy}{dx}$

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

- $f(x^2)$
- $(f(x))^2$
- $f(f(x))$
- $f(\sqrt{x})$
- $\sqrt{f(x)}$
- $f(xf(x))$
- $f\left(\frac{1}{x}\right)$
- $\frac{1}{f(x)}$



- $1+f(x^2)$
- $[1+f(x)]^2$
- $f(1+f(x))$
- $x\,f(x^3)$
- $f(\frac{x}{f(x)})$

❑ إذا كانت قيم كل من الدالة f ومشتقاتها الأولى عند $x = 0$ و $x = 1$ على التوالي موضحًا في الجدول أدناه

x	$f(x)$	$f'(x)$
0	9	-2
1	-3	$\frac{1}{5}$

أوجد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

$a)\ \sqrt{(x)}\ f(x)$

$b)\ \sqrt{f(x)}$

$c)\ f\sqrt{x}$



❑ لنفترض أن قيم الدالتان f , g وقيم مشتقتيهما عند $x = 2$ و $x = 3$ معطاه في الجدول التالي

x	$f(x)$	$g(x)$	$g'(x)$	$f'(x)$
2	8	2	$\frac{1}{3}$	-3
3	3	-4	-2	5

أوجد قيمة المشتقة في كل مما يلي عند قيمة x

❑ $2xf(x)$ عند $x = 2$

❑ $f(x) + g(x)$ عند $x = 2$

❑ $f(x).\ g(x)$ عند $x = 3$

❑ $\frac{f(x)}{g(x)}$ عند $x = 2$

MAGDY MATH
05 62721972 81232

❑ $\sqrt{f(x)}$ عند $x = 3$

❑ $\frac{1}{g^2(x)}$ عند $x = 2$

❑ $\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}$ عند $x = 3$

$f^3(x^2)$ عند $x = 2$

➢ يحتوي الجدول أدناه على قيم الدالتين f , g ومشتقتيهما عن بعض النقاط

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	4	1	3
$f'(x)$	-6	-7	−8	−7
$g(x)$	2	3	4	1
$g'(x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$

MAGDY MATH
0557581232

استعمل هذا الجدول لإيجاد كل مما يلي

❑ $\frac{d}{dx}[f(g(x))]$ عند $x = 1$

❑ $\frac{d}{dx}[f(g(x))]$ عند $x = 2$

❑ $\frac{d}{dx}[g(f(x))]$ عند $x = 1$

❑ $\frac{d}{dx}[g(f(x))]$ عند $x = 2$

* أوجد جميع قيم x التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة أفقيًا

1) $f(x) = \sqrt{x^3 - 6x^2 + 9x + 1}$

2) $f(x) = \dfrac{x}{(x^2+4)^4}$

* أثبت أن ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \dfrac{1}{(2x+1)^3}$ عند أي نقطة من المنحنى عدد سالب



* يمكن نمذجة أعداد البكتريا عند إجراء اختبار بالعلاقة $N(t) = 2t(5t+9)^{\frac{1}{2}} + 12$

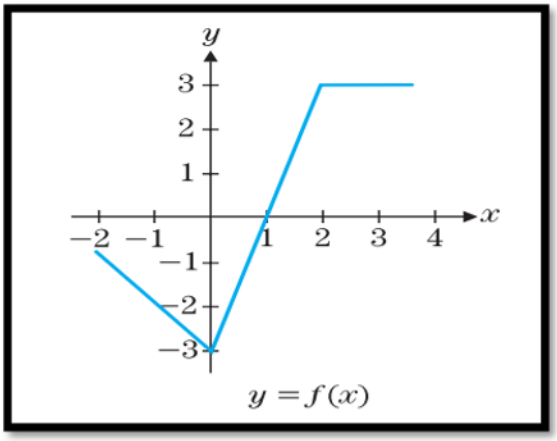
حيث t الزمن بالساعات منذ بدء الاختبار أوجد معدل تغير أعداد البكتريا بالنسبة للزمن عند $t = 0$

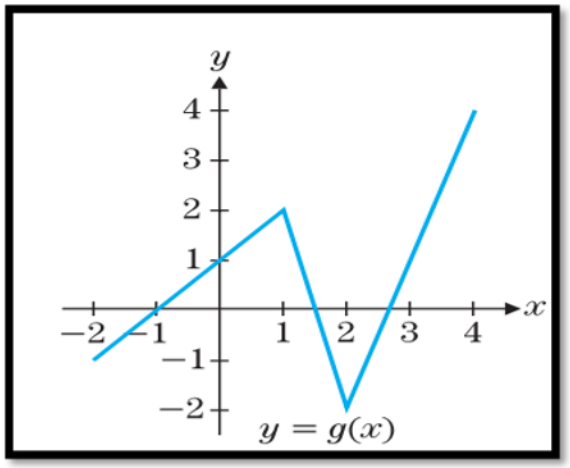
MAGDY MATH
0557581232

* بحسب موقع جسيم يتحرك على خط إحداثي من خلال الدالة $S = \sqrt{1+4t}$ حيث s بالأمتار وt بالثواني

أوجد السرعة اللحظية للجسيم عند $t = 6$ sec

استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد مشتقة الدالّة المركبة عند النقطة إذا كانت موجودة.





- ❑ $f(g(x))$ عند $x = 0$
- ❑ $f(g(x))$ عند $x = 3$
- ❑ $g(f(x))$ عند $x = 0$
- ❑ $g(f(x))$ عند $x = 1$

MAGDY MATH
0557581232

أوجد المشتقة من الرتبة الثانية لكل دالة.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$f(t) = \frac{2}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

$$h(t) = (t^3 + 3)^2$$

$$g(s) = \frac{3}{(s^2 + 1)^2}$$

استخدم المعلومات ذات الصلة لحساب المشتقة

أوجد $h'(1)$ ، حيث: $h(x) = f(g(x))$

$f'(2)=3, f'(1)=4, g(1)=2, f(1)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$

$h'(2)$ ، حيث:

$f'(3)=-3, f'(2)=-1, g(2)=3, f(2)=1, g'(1)=2, g'(2)=4$

MAGDY MATH
0557581232

الدالّة f تكون **دالّة زوجية** إذا كان $f(-x) = f(x)$ لكل x وتكون **دالّة فردية** إذا كان $f(-x) = -f(x)$ لكل x. اثبت أن مشتقة دالّة الزوجية هي دالة فردية، وأن مشتقة دالّة الفردية هي دالة زوجية.

* إذا كانت $y = (ax + b)^2$ وعندما $x = 2$ فإن $y = 1$ ، $\frac{dy}{dx} = 4$

أوجد قيمتي a,b

اوجد قيمة x التي تجعل الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2+2x}$ غير قابلة للاشتقاق

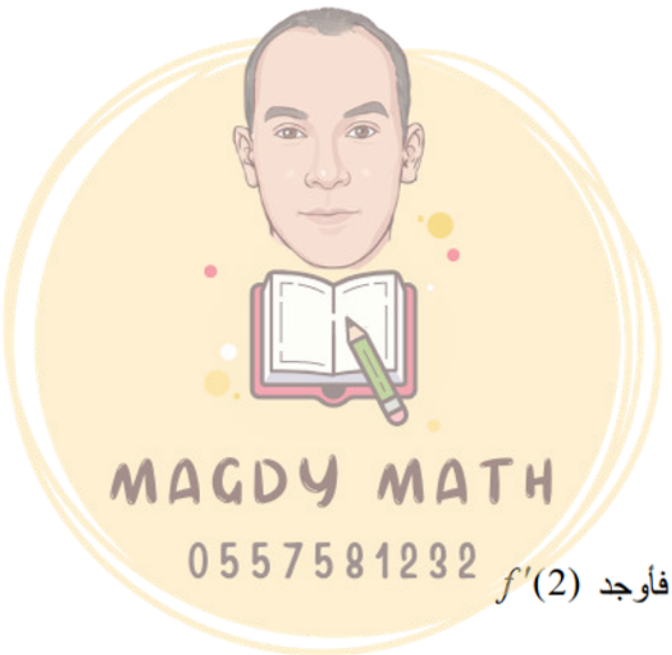
أوجد الدالّة g التى تجعل $g'(x)=f(x)$.

$f(x)=(x^2+3)^2\,(2x)$

$f(x)=\dfrac{x}{(x^2+1)^2}$

$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$f(x)=\dfrac{x}{(x^2+1)^2}$



إذا كانت $f(\frac{1}{x})=x^3-5$ فأوجد $f'(2)$

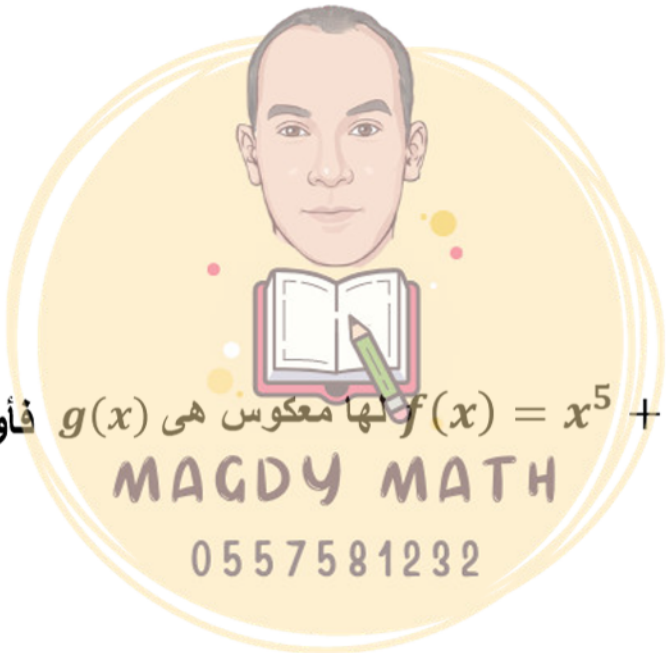
إذا علمت أن $h(x)=f(x^2+g(x))$ وكان $g(-2)=-1$ ، $f'(3)=-4$ ،
$g'(-2)=2$ فأوجد $h'(-2)$

مشتقات الدوال العكسية

نظرية إذا كانت f قابلة للاشتقاق في أي مكان ولها دالة عكسية $g = f^{-1}$

فإن $g'(x) = \dfrac{1}{f'(g(x))}$ لكل x في مجال g شرط أن يكون $f'(g(x)) \neq 0$

اذا كانت الدالة $f(x) = x^3 + 4x - 1$ لها معكوس هي $g(x)$ ،فاوجد $g'(-1)$

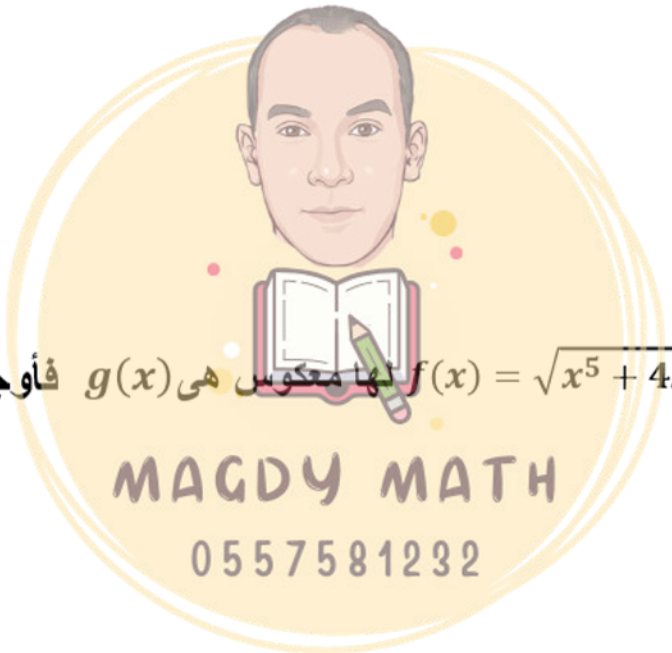


إذا كانت $f(x) = x^5 + 4x - 2$ لها معكوس هى $g(x)$ فأوجد $g'(-2)$

إذا كانت $f(x) = x^5 + 3x^3 + x$ لها معكوس هى $g(x)$ فأوجد $g'(5)$

إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x + 1$ لها معكوس هى $g(x)$ فأوجد $g'(-2)$

إذا كانت $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$ لها معكوس هى $g(x)$ فأوجد $g'(2)$



إذا كانت $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}$ لها معكوس هى $g(x)$ فأوجد $g'(3)$

إذا كانت $f(x) = 3x^2 + 4x$ حيث $f(1) = 5$ فأوجد $\left[f^{-1}(x)\right]'$ عند $x = 5$

أوجد معادلة المماس للدالة $g(x) = f^{-1}(x)$ عند $x = 3$

x	$f(x)$	$f'(x)$
3	4	5
4	3	6

أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = f(x)$ عند $x = a$

$f(x) = \sqrt{x^2 + 16}, a = 3$

$f(x) = \dfrac{6}{x^2 + 4}, a = -2$



ستخدم دالة الموقع لإيجادالسرعة المتجهة عند الزمن $t = 2$. (على فرض أن الوحدات بالأمتار والثواني.)

$s(t) = \sqrt{t^2 + 8}$

$s(t) = \dfrac{60t}{\sqrt{t^2 + 1}}$

تدريبات من الإختبارات السابقة

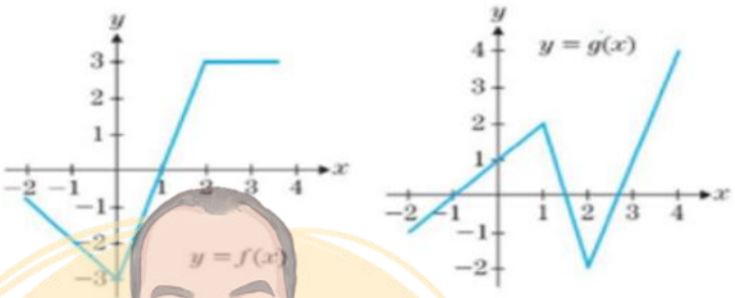
2023-2024

إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x + 1$ لها الدالة العكسية g فأوجد $g'(2)$

2022-2023

Use the graphs to find the derivative of the composite function $f(g(x))$ at $x = 3$.

استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد مشتقة الدالة المركبة $f(g(x))$ عند $x = 3$.



$a)\ 0$ $b)3$ $c)\ 9$ $d)$ غير موجودة

على فرض ان الدالة $h(x) = f(g(x))$ استخدم المعلومات ذات الصلة

$f'(2) = 3, f'(1) = 4, f(1) = 3, g'(3) = 5\ , g'(1) = -2, g(1) = 2$

2021-2022

لحساب $h'(1)$

$a)\ h'(1) = 3$ $b)\ h'(1) = 5$

$c)\ h'(1) = -6$ $d)\ h'(1) = 20$

2020-2021

اذا كانت $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث, $n > 0$, $h''(x) = 18$ عند نقطة معطاة x

اوجد قيمة n

$a)\ 3$ $b)\ 3\sqrt{2}$ $c)6$ $d)36$

MAGDY MATH
0557581232

2020-2021

اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \sqrt{x+3}$

عند $x = -2$

$a)\ y = 4(x+2)+2$ $\quad b)\ y = \frac{1}{2}(x+2)+1$

$c)\ y = \frac{1}{4}(x-1)+2$ $\quad d)\ y = \frac{1}{2}(x-2)+1$

2020-2021

إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x^2-1}, \quad g(x) = x^2 - 2$

اوجد $(g \circ f)(x)$ حيث $x \neq \pm 1$

$a)\ (g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2-1} - 2$

$b)\ (g \circ f)(x) = \left(\frac{1}{x^2-1}\right)^2 - 2$

$c)\ (g \circ f)(x) = (x^2-1)^2 - 2$

$d)\ (g \circ f)(x) = \frac{1}{(x^2-2)^2-1}$

2019-2020

على فرض أن $f(x) = x^5 + 4x - 2$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(-2)$

A $g'(-2) = \frac{1}{84}$

B $g'(-2) = \frac{1}{4}$

C $g'(-2) = -\frac{1}{2}$

D $g'(-2) = -\frac{1}{42}$

2018-2019

على فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(x)$

a) $g'(x) = \frac{1}{[g(x)]^2 + 5}$ $\quad$ b) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

c) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$ $\quad$ d) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

2017-2018

إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ، أوجد $g'(-2)$

2016-2017

إذا كان $f(1) = 4, \ f'(1) = -2$ ، أوجد $\left(\sqrt{f(x)}\right)'$ عند $x = 1$.

a) 1 $\quad$ b) $\frac{-1}{2}$ $\quad$ c) -1 $\quad$ d) $\frac{1}{2}$

2016-2017

إذا كانت الدالة $f(x) = x^3 + 4x - 1$ لها دالة عكسية g ، أوجد $g'(-1)$.

a) $\frac{1}{7}$ $\quad$ b) 4 $\quad$ c) 7 $\quad$ d) $\frac{1}{4}$

MAGDY MATH 0557581232

الدرس السادس
مشتقات الدوال المثلثية

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x \qquad \frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x \qquad \frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x$$

$$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \tan x \qquad \frac{d}{dx}\csc x = -\csc x \cot x$$

إذا كان $g(x)$ اقترانًا قابلًا للاشتقاق، فإنّ:

$$\frac{d}{dx}\left(\sin g(x)\right) = \cos\left(g(x)\right) \times g'(x) \qquad \frac{d}{dx}\left(\csc g(x)\right) = -\csc\left(g(x)\right)\cot\left(g(x)\right) \times g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cos g(x)\right) = -\sin\left(g(x)\right) \times g'(x) \qquad \frac{d}{dx}\left(\sec g(x)\right) = \sec\left(g(x)\right)\tan\left(g(x)\right) \times g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tan g(x)\right) = \sec^2\left(g(x)\right) \times g'(x) \qquad \frac{d}{dx}\left(\cot g(x)\right) = -\csc^2\left(g(x)\right) \times g'(x)$$

- $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta} = 0$
- $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta} = 1$

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

$f(x) = 4\sin 3x - x$

$f(x) = 4x^2 - 3\tan 2x$

$f(t) = \tan^3 2t - \csc^4 3t$

$f(t) = t^2 + 2\cos^2 4t$

$f(x) = x\cos 5x^2$

$f(x) = x^2 \sec 4x$

$f(x) = \dfrac{\sin x^2}{x^2}$

$f(x) = \dfrac{x^2}{\csc^4 2x}$

MAGDY MATH
0557581232

$f(t) = \sin 3t \sec 3t$

$f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$

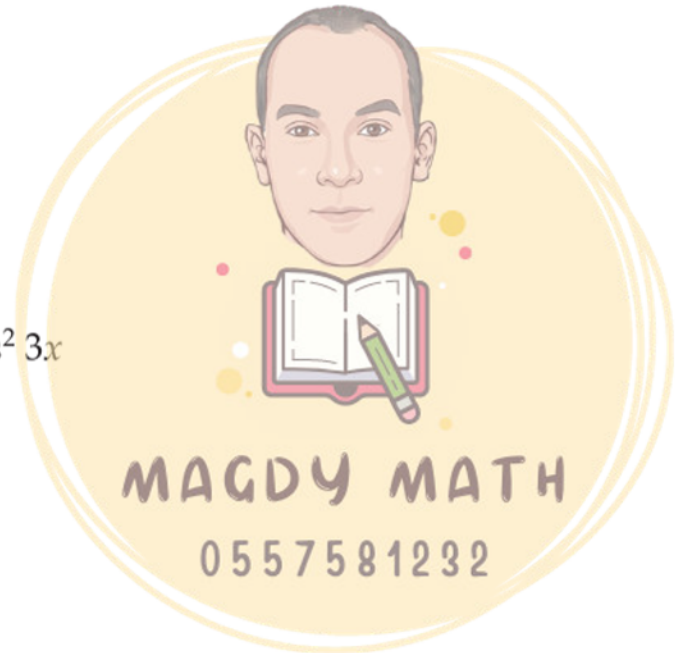
$f(w) = \dfrac{1}{\sin 4w}$

$f(w) = w^2 \sec^2 3w$

$f(x) = 2 \sin 2x \cos 2x$

$f(x) = 4 \sin^2 3x + 4 \cos^2 3x$

$f(x) = \tan \sqrt{x^2 + 1}$



$f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$

$f(x) = \sin^3 \left(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2} \right)$

$f(x) = \tan^4(\sin^2(x^3 + 2x))$

$f(x) = \sin x^2$

$f(x) = \cos \sqrt{x}$

$f(x) = \sin^2 x$

$f(x) = \sqrt{\cos x}$

$f(x) = \sin 2x$

$f(x) = \cos \frac{1}{2}x$

$f(x) = \sin x^2 \tan x$

$f(x) = \sec x^2 \tan x^2$

$f(x) = \sin^2(\tan x)$

$f(x) = \sec^2(\tan x)$

$\boldsymbol{f(x) = \sin(\tan \sqrt{x})}$



$f(x) = \sin(\tan^2 x)$

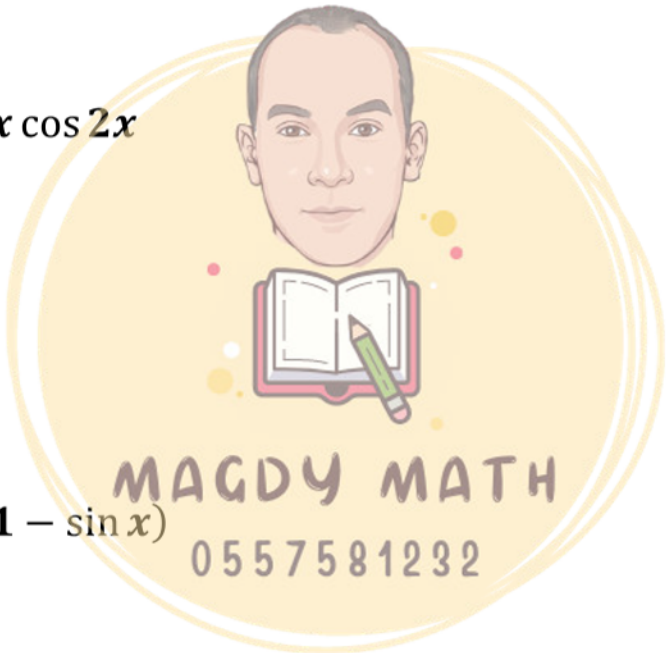
$f(x) = \sec(\tan^2 x)$

$\boldsymbol{f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x}$

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}}$$

$\boldsymbol{f(x) = 4x \sin x \cos x \cos 2x}$

$$\boldsymbol{f(x) = \cos^2\left(\frac{x}{x+1}\right)}$$



$\boldsymbol{f(x) = (1 + \sin x)(1 - \sin x)}$

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2\cos 3x}{x+3}}$$

$$f(x) = \frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{\sec x}$$

$$f(x) = \frac{\sec x - \csc x}{\sin x + \cos x}$$

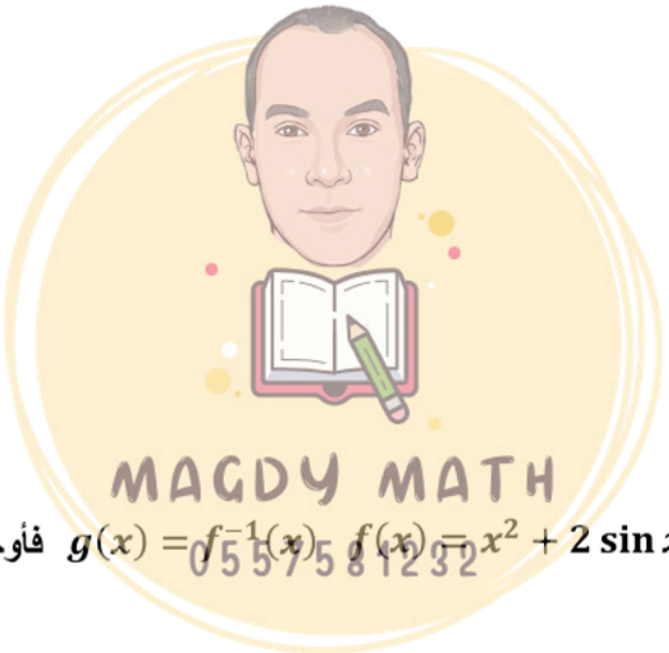
$$f(x) = (\sin 2x - \cos 4x)^4$$

$$f(x) = \frac{1}{\sin 3x}$$

$$f(x) = \cos\left(\frac{1}{\cos x}\right)$$

$$f(x) = x\sqrt{\sin x}$$

$$f(x) = \cot^2 x^3$$



*إذا كانت $f(x) = x^2 + 2\sin x + 3\cos x$ و $g(x) = f^{-1}(x)$ فأوجد $g'(3)$

*إذا كانت $f(x) = \sqrt[3]{x}\sin x$ فأوجد $f'(0)$

المشتقات المتكرره

لإيجاد المشتقة $\frac{d^n}{dx^n}$ للدوال $\cos x$, $\sin x$ نقسم $\frac{n}{4}$

فإذا كان باقي القسمة

- 0.25 المشتقة الأولى
- 0.5 المشتقة الثانية
- 0.5 المشتقة الثالثة
- لا يوجد الدالة الأصلية



إذا كان $f(x)=\cos x+x^4$ أوجد

$\frac{d^2}{dx^2}f(x)$

$\frac{d^{20}}{dx^{20}}f(x)$

$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}+\frac{d^{303}y}{dx^{303}}$

$\frac{d^{1000}}{dx^{1000}}(\frac{d^{303}y}{dx^{303}})$

MAGDY MATH
0557581232

إذا كانت $f(x)=\sin x+\cos x$ أوجد

$f^{13}(x)$

$f^{66}(x)$

$f^{(21)}(\pi)$

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$

إذا كان $f(x) = \sin 2x$، أوجد

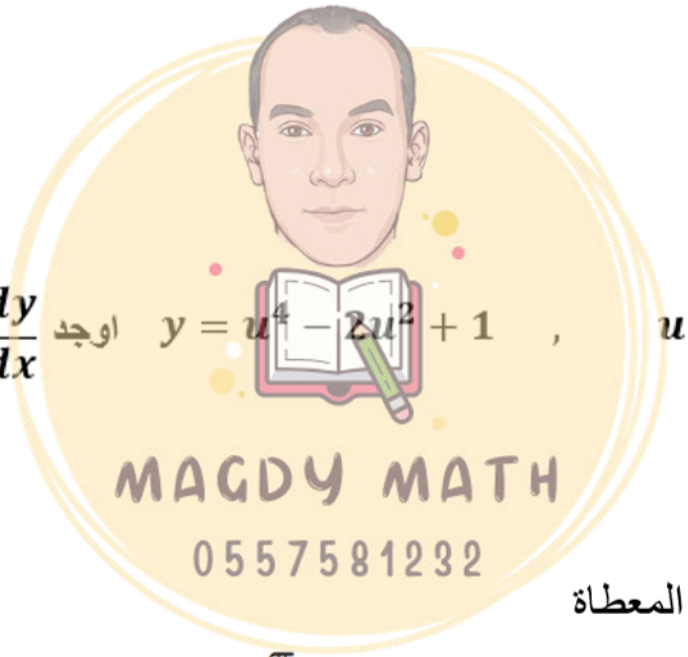
$f^{(75)}(x)$

$f^{(150)}(x)$

إذا كان $f(x) = \cos 3x$، أوجد

$f^{(77)}(x)$

$f^{(120)}(x)$



*إذا كانت $u = \sin 4x$, $y = u^4 - 2u^2 + 1$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقاط المعطاة

$x = t - \sin t, y = 1 - \cos t\ , t = \frac{\pi}{3}$

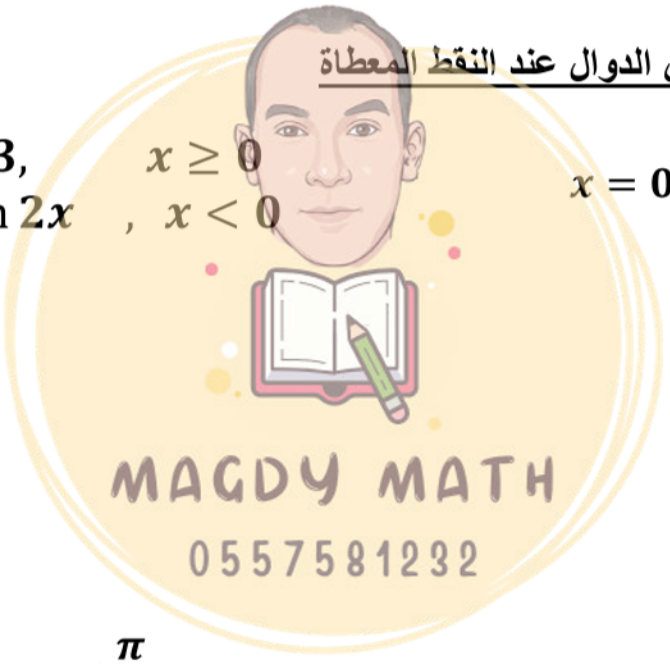
$x = \sec^2 t - 1, y = \tan t\ , t = -\frac{\pi}{4}$

اذا كانت $f(x)=\begin{cases}1-\sin 2x & ,x\geq \frac{\pi}{2}\\ a-bx & ,x<\frac{\pi}{2}\end{cases}$

دالة قابلة للاشتقاق عند $x=\frac{\pi}{2}$ فأوجد قيمة a,b

ابحث قابلية اشتقاق كل من الدوال عند النقط المعطاة

$f(x)=\begin{cases}2x+3, & x\geq 0\\ 3+\tan 2x & ,\ x<0\end{cases}$ عند $x=0$

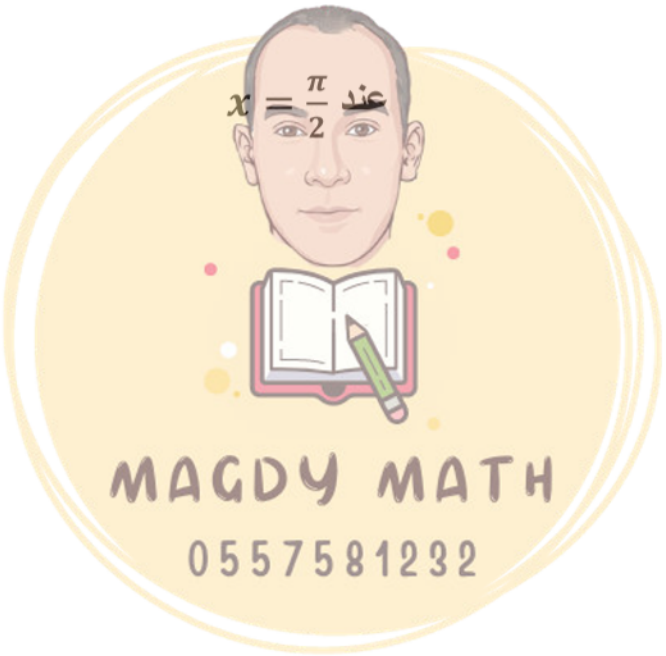


$f(x)=\begin{cases}\sin 2x, & x\leq \frac{\pi}{2}\\ -\sin x & ,\ x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$ عند $x=\frac{\pi}{2}$

➢ أوجد معادلة المماس لكل منحنى عند النقاط المعطاة

- $f(x) = 2\sin x + \cos x$ عند $x = 0$

- $f(x) = x^2 \cos x$ عند $x = \frac{\pi}{2}$



$f(x) = \sin 4x,\ x = \frac{\pi}{8}$

$f(x) = \tan 3x,\ x = 0$

$$f(x) = x^2 \cos x,\ x = \frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = x \sin x,\ x = \frac{\pi}{2}$$



استخدام دالة الموقع لإيجاد السرعة المتجهة في الزمن $t = t_0$ على فرض أن الوحدات بالأقدام والثواني حيث

$$s(t) = t^2 - \sin 2t,\ t_0 = 0$$

$$s(t) = 4 + 3 \sin t,\ t_0 = \pi$$

$$s(t) = \frac{\cos t}{t},\ t_0 = \pi$$

$$s(t) = t \cos(t^2 + \pi),\ t_0 = 0$$

يهتز زنبرك معلق في السقف إلى أعلى وإلى أسفل وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن t باستخدام $f(t) = 4\sin 3t$



a) أوجد السرعة المتجهة للزنبرك في الزمن t

b) ما أقصى سرعة للزنبرك

c) ما موقع الزنبرك عندما تكون سرعته المتجهة تساوي 0

MAGDY MATH
0557581232

أوجد قيم x التي يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \sin 2x - \cos x$

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية مقدارها $135°$

تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

اوجد مشتقة الدالة $f(x) = sin(tan^2 x)$

2022-2023

Find the derivative of the function
$f(x) = \sin^2(\tan x)$

أوجد مشتقة الدالة
$f(x) = \sin^2(\tan x)$.

1. $f'(x) = 2\sin(\tan x).\cos(\tan x).\sec^2 x$
2. $f'(x) = 2\sin x.(\tan x).\cos x + \sec^2 x.\sin^2 x$
3. $f'(x) = 2\sin(\tan x)\sec^2 x$
4. $f'(x) = 2\sin(\tan x).\cos x.\sec^2 x$

2021-2022

اوجد مشتقة الدالة

$$f(x) = \tan 3x - \csc^2 x$$

a) $f'(x) = 3\sec^2 3x + 2\csc^2 x \cot x$

b) $f'(x) = 3\sec^2 3x + 2\csc^2 x \cot x$

c) $f'(x) = 3\sec^2 3x - 2\csc^2 x \cot x$

d) $f'(x) = 3\sec^2 3x \tan 3x - 2\csc x \cot x$

MAGDY MATH
0557581232

2018-2019

يهتز زنبرك معلق من السقف إلى أعلى وإلى أسفل. وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن $0 \le t \le \pi$ باستخدام $f(t) = 4\cos(2t)$. أوجد موقع الزنبرك عندما يكون لديه سرعة متجهة قيمتها صفر.

2017-2018

25) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$.

الخيار رقم 1: $f'(x) = \frac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

خيار 2: $f'(x) = \frac{(3x^2+2)\sec^2(x^3-2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

خيار 3: $f'(x) = \frac{(3x^2-2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

خيار 4: $f'(x) = \frac{(3x^2+2)\sec^2(x^3-2x)}{2\sqrt{\tan(x^3-2x)}}$

2016-2017

19) اذا كانت $y = \sec^2 3x - \tan^2 3x$ ، أوجد y'.

a) $6\sec 3x.\tan 3x - 6\cot 3x$

b) 0

c) $6\sec 3x - 6\tan 3x$

d) $2\csc 3x - 2\cot 3x$

الدرس السابع
(الدوال الأسية واللوغاريتمية)

مشتقة الدالة الأسية

-1 $\frac{d}{dx}a^x = a^x ln\, a$ بالنسبة إلى أي ثابت $a > 0$

ومنها $\frac{d}{dx}a^{f(x)} = a^{f(x)} \times f'(x) \times ln\, a$

$\frac{d}{dx}3^x = 3^x ln\, 3$

فمثلا

$\frac{d}{dx}3^{x^2} = 3^{x^2}.\ 2x\ .\ ln\, 3$

-2 $\frac{d}{dx}e^x = e^x$ ومنها $\frac{d}{dx}e^{f(x)} = e^{f(x)} \times f'(x)$

$\frac{d}{dx}e^{x^2} = e^{x^2}.\ 2x$

فمثلا

مشتقة الدالة اللوغاريتمية

-1 $\frac{d}{dx} ln\, x = \frac{1}{x}$ ومنها $\frac{d}{dx} ln\, f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$

-2 $\frac{d}{dx} log_a\, x = \frac{1}{x\, ln\, a}$ ومنها $\frac{d}{dx} log_a\, f(x) = \frac{f'(x)}{x\, ln\, a}$

MAGDY MATH
0557581232

متطلبات قبلية على الدوال الأسية واللوغاريتمية

الشكل اللوغاريتمي	الشكل الأسي
$log_b x = y$	$b^y = x$
$* ln\, 1 = 0$	$* log_b 1 = 0$
$* ln\, e = 1$	$* log_b b = 1$
$* ln\, e^x = x \quad , x > 0$	$* log_b b^x = x$
	$* b^{log_b^x} = x \quad , x > 0$
	$* log_b xy = \log_b x + \log_b y$
	$* log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
	$* log_b x^p = P \log_b x$
	$* log_b x = \frac{\log x}{\log b}$

أوجد مشتقة كل مما يأتي:

$f(x) = x^3 e^x$

$f(x) = e^{2x} \cos 4x$

$f(t) = t + 2^t$

$f(t) = t4^{3t}$

$f(x) = 2e^{4x+1}$

$f(x) = (1/e)^x$

$h(x) = (1/3)^{x^2}$

$h(x) = 4^{-x^2}$

$f(u) = e^{u^2+4u}$

$f(u) = 3e^{\tan u}$

$f(w) = \dfrac{e^{4w}}{w}$



$$f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$$

$$f(x) = \ln 2x$$

$$f(x) = \ln \sqrt{8x}$$

$$f(t) = \ln (t^3 + 3t)$$

$$f(t) = t^3 \ln t$$

$$g(x) = \ln (\cos x)$$

$$g(x) = \cos x \ln(x^2 + 1)$$



$$f(x) = \sin (\ln x^2)$$

$$g(t) = \ln (\sin t^2)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$$

$$g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$$

$h(x) = e^x \ln x$

$f(x) = e^{\ln x}$

$h(x) = 2^{e^x}$

$f(x) = \dfrac{e^x}{2^x}$

$f(x) = \ln(\sin x)$

$f(t) = \ln(\sec t + \tan t)$

$f(x) = \sqrt[3]{e^{2x}x^3}$

$f(w) = \sqrt[3]{e^{2w} + w^3}$



$\boldsymbol{f(x) = e^{\sqrt{x}} + ln\,|3 - sin\,x|}$

$\boldsymbol{f(x) = \log_2\left(\frac{x^2}{x-1}\right)}$

$f(x) = \log_8(x^2 + 3x)$

$f(x) = \log \sec x$

$$f(x) = e^{\sin 2x} + \sin\left(e^{2x}\right)$$

$$f(x) = \frac{10 \log_4 x}{x}$$

$$f(x) = \tan^4\left(\sec\left(\cos x\right)\right)$$

$$f(x) = \log_3\left(1 + x \ln x\right)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1 + e^x}{1 - e^x}\right)$$



$$f(x) = 2^{-x} \cos \pi x$$

$$\boldsymbol{f(x) = |sec\, x + tan\, x|}$$

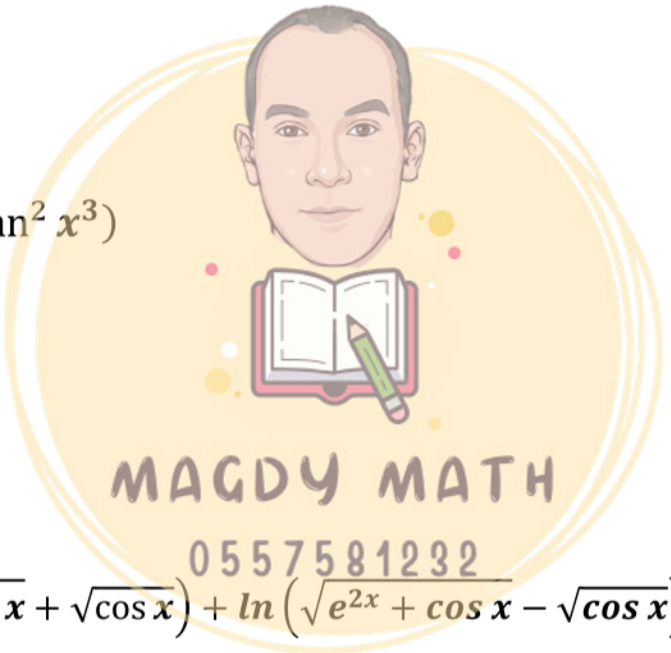
$$\boldsymbol{f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^2+2}}}{3x}}$$

$$f(x) = e^x \ln(x^2 + 1)$$

$$f(x) = ln(sin\ 2x)\ + 2^{sin\ x^2}$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{3x + \cos x}{2 - \sin x}\right)$$

$$f(x) = \ln(x^2 e^{cos\ x} \tan^2 x^3)$$



$$f(x) = \ln\left(\sqrt{e^{2x} + \cos x} + \sqrt{\cos x}\right) + ln\left(\sqrt{e^{2x} + cos\ x} - \sqrt{cos\ x}\right)$$

$$f(x) = \ln(x^2 - 1) + \ ln\ e^{\tan x} + e^{3 \ln x}$$

* إذا كان $f(x) = e^{5x} + x^2$ فأوجد

$f'(x)$

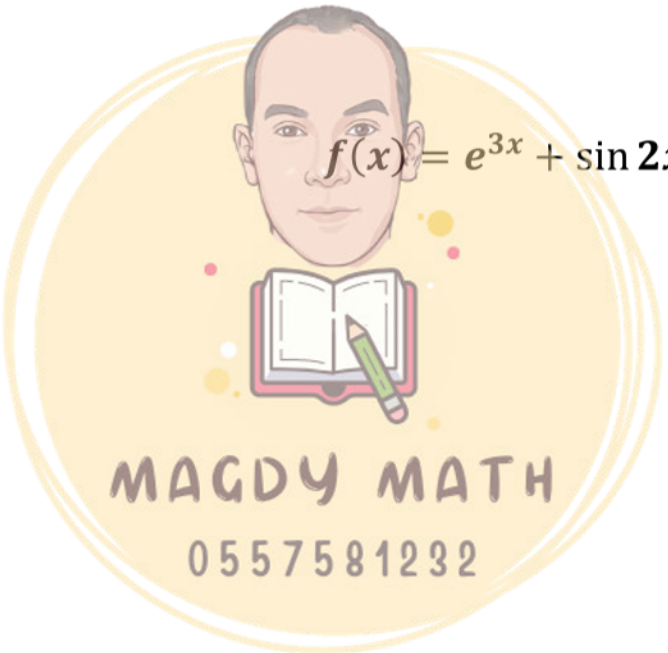
$f^{(12)}(x)$

$f^{(101)}(x)$

* إذا كان $f(x) = e^{3x} + \sin 2x + x$

$f^{(13)}(x)$

$f^{(11)}(0)$



$f^{(26)}(x)$

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

التفاضل اللوغاريتمي

يمكن التعبير عن العلاقة بين المتغيرات (في حالة وجود دالة أس دالة) بصورة لوغاريتمية بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفيها واستخدامها خواص اللوغاريتمات في تبسيط العلاقة قبل إجراء عملية الاشتقاق

اشتقاق دالة على صورة
$y = (f(x))^{g(x)}$

أوجد مشتقة كل مما يأتي:

$f(x) = x^{\sin x}$

$f(x) = (\sin x)^x$



$f(x) = x^{\ln x}$

$f(x) = (x^2)^{4x}$

$f(x) = x^{4-x^2}$



$f(x) = x^{\sqrt{x}}$

أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = f(x)$ عند $x = 1$.

$f(x) = 3e^{x^2}$

$f(x) = 3^{x^e}$



$f(x) = x^2 \ln x$

$f(x) = 2\ln x^3$

أوجد كل قيم x التي يكون المماس لمنحنى $y = f(x)$ أفقيًا.

$f(x) = xe^{-2x}$



$f(x) = x^2e^{-3x}$

* إذا كانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فأوجد $g'(1)$ حيث $f(x) = x^2 + 3x + e^x$

* إذا كانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فأوجد $g'(3)$ حيث $f(x) = ln\, x^2 + 3x$

قيمة الاستثمار في الزمن t تُحدد باستخدام $v(t)$. أوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظيللتغيّر.

$v(t) = 100\ 3^t$

$v(t) = 100\ 4^t$



$v(t) = 40\ e^{0.4t}$

$v(t) = 60\ e^{-0.2t}$

يبدأ تكاثر البكتيريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاثة مرّات كل يوم.
أوجد قانونًا للتكاثر بعد t يومًا وأوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر.

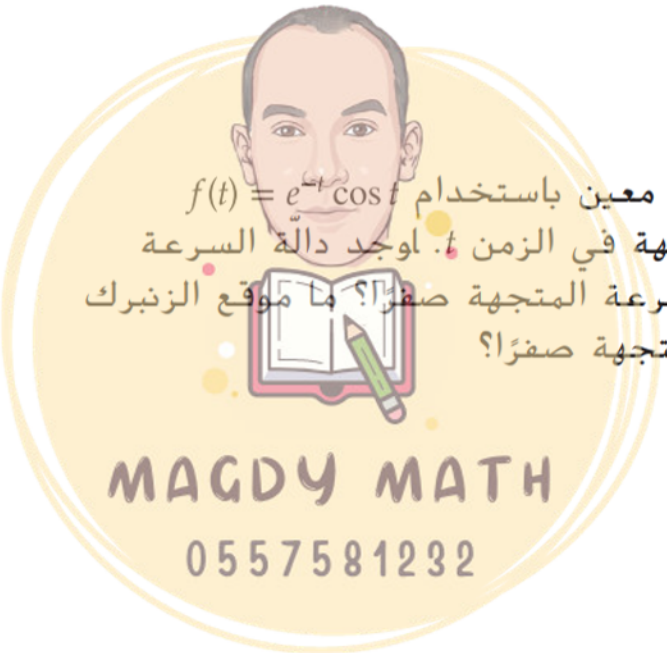
يبدأ تكاثر البكتيريا بالعدد 500 ويتضاعف كل أربعة أيام.
أوجد قانونًا للتكاثر بعد t يومًا وأوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر.



يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t} + 1}$. بيّن أنّ $c'(t) > 0$ واستخدم هذه المعلومات للتأكيد على أنّ تركيز المركّب الكيميائي لا يتخطّى 6 أبدًا.

يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}$. بيّن أنّ $c'(t) > 0$ واستخدم هذه المعلومات للتأكيد على أنّ تركيز المركّب الكيميائي لا يتخطّى 5.

يتم وصف حركة زنبرك معين باستخدام $f(t) = e^{-t}\cos t$. اوجد دالّة السرعة في الزمن t. احسب السرعة المتجهة المتجهة. متى تكون السرعة المتجهة صفرًا؟ ما موقع الزنبرك عندما تكون سرعته المتجهة صفرًا؟



يتم وصف حركة زنبرك معين باستخدام $f(t) = e^{-2t}\sin 3t$.
احسب السرعة المتجهة في الزمن t. اوجد دالّة السرعة المتجهة. متى تكون السرعة المتجهة صفرًا؟ ما موقع الزنبرك عندما تكون سرعته المتجهة صفرًا؟



MAGDY MATH
0557581232

* **تقريب تايلور للدرجة الثانية للدالة** e^x **هي دالة كثيرة الحدود بالصيغة** $f(x) = a + bx + Cx^2$

تكون فيها قيم $f(0), f'(0), f''(0)$ **مطابقة للقيم المقابلة الخاصة بـ** e^x **أوجد قيم كل من** a,b,c

تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة $f(x) = x^{(4-x^2)}$

2023-2024

يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t}+1}$. بيّن أنّ $c'(t) > 0$ واستخدم هذه المعلومات للتأكيد على أنّ تركيز المركّب الكيميائي لا يتخطّى 6 أبدًا.

2022-2023

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $f(x) = (\sin x)^x$.

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = (\sin x)^x$.

1. $f'(x) = (\sin x)^x.(x\cot x + \ln(\sin x))$
2. $f'(x) = (x\cot x + \ln(\sin x))$
3. $f'(x) = (\sin x)^x.(x + \ln(\sin x))$
4. $f'(x) = (\sin x)^x.(x\cot x)$

Find the derivative of the function $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$.

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$.

1. $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{\sqrt{\ln x}}$
2. $f'(x) = \frac{1}{2x^2\sqrt{\ln x}}$
3. $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$
4. $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{2x^2}$

2021-2022

استخدم تفاضل اللوغاريتم لايجاد مشتقة الدالة $f(x) = (x^2)^{4x}$

a) $f'(x) = (x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$
b) $f'(x) = (x^2)^{2x}(4\ln x + 4)$
c) $f'(x) = 4(x^2)^{3x}(8\ln x + 8)$
d) $f'(x) = 2(x^2)^{x}(4\ln x + 4)$

قيمة الاستثمار في الزمن t تحدد باستخدام $v(t) = 60e^{-0.2t}$

اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

a) $+60\%$ b) -20% c) 20% d) 60%

2020-2021

اوجد مشتقة $f(x) = e^x \ln x$

a) $f'(x) = \frac{e^x}{x}$ b) $f'(x) = \frac{1}{x} + e^x$

c) $f'(x) = e^x\left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$ d) $f'(x) = e^x + \ln x$

MAGDY MATH 0557581232

2019-2020

أوجد مشتقة $f(t)=\ln\left(t^3+3t\right)$.

A	$f'(t)=\left(3t^2+3\right)\cdot\ln\left(t^3+3t\right)$
B	$f'(t)=\dfrac{1}{t^3+3t}$
C	$f'(t)=\dfrac{3t^2+3}{t^3+3t}$
D	$f'(t)=\dfrac{3t^2+3}{\left(t^3+3t\right)^2}$

2019-2020

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $g(x)=\left(x^2\right)^{3x}$ ، حيث $x>0$.

2019-2020

يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t)=\dfrac{6}{2e^{-8t}+1}$.

2018-2019

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $h(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2}$

2017-2018

16) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=e^x\ln x$.

a) $f'(x)=xe^{x-1}$

b) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+e^x\ln x$

c) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+\ln x$

d) $f'(x)=e^x+\dfrac{1}{x}$

MAGDY MATH
0557584232

2016-2017

11) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $y=f(x)=xe^{-2x}$ عند $x=1$.

a) $\dfrac{-1}{e^2}$ b) $\dfrac{-2}{e^4}$ c) $2e^{-4}$ d) $\dfrac{-3}{e^4}$

2016-2017

22) إذا كانت $f(x)=(\sin x)^x$ أوجد $f'(x)$

a) $(\sin x)^x(\cot x-\ln\sin x)$

b) $(\sin x)^x(x\cot x+\ln\sin x)$

c) $(\sin x)^x(x\cot x-\ln\sin x)$

d) $(\sin x)^x(\cot x+\ln\sin x)$

الدرس الثامن- الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية

جميع الدوال التي تم دراستها سابقًا هي دوال تكتب في صورة $y = f(x)$ حيث تكون الدالة y معرفة وتكتب في صورة صريحة بدلالة xمثل : $y = x^2 + x + 6$, $y = 3x - 2$

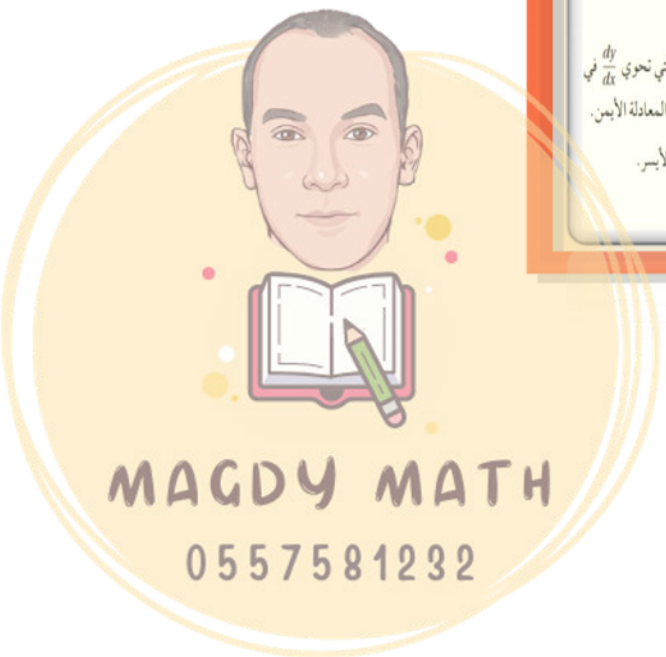
كما توجد معادلات يصعب (او لا يمكن)كتابتها بصورة صريحة مثل $x^3 + y^3 - 9xy = 0$

لذا تمثل هذه المعادلة **علاقة ضمنية** ولإيجاد $\frac{dy}{dx}$ لعلاقة ضمنية يسمى **اشتقاق ضمني**

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من العلاقات التالية:



$x^2y^2 + 3y = 4x$



$3xy^3 - 4x = 10y^2$

$\sqrt{xy} - 4y^2 = 12$

$$\sin xy = x^2 - 3$$

$$\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$$

$$3x + y^3 - \frac{4y}{x+2} = 10x^2$$



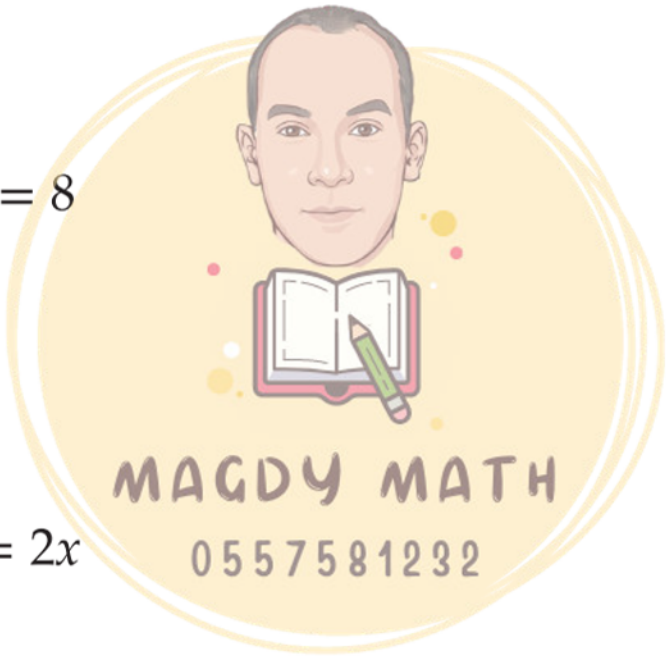
$$e^{x^2 y} - e^y = x$$

$$xe^{y} - 3y\sin x = 1$$

$$y^2\sqrt{x+y} - 4x^2 = y$$

$$x\cos(x+y) - y^2 = 8$$

$$e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$$

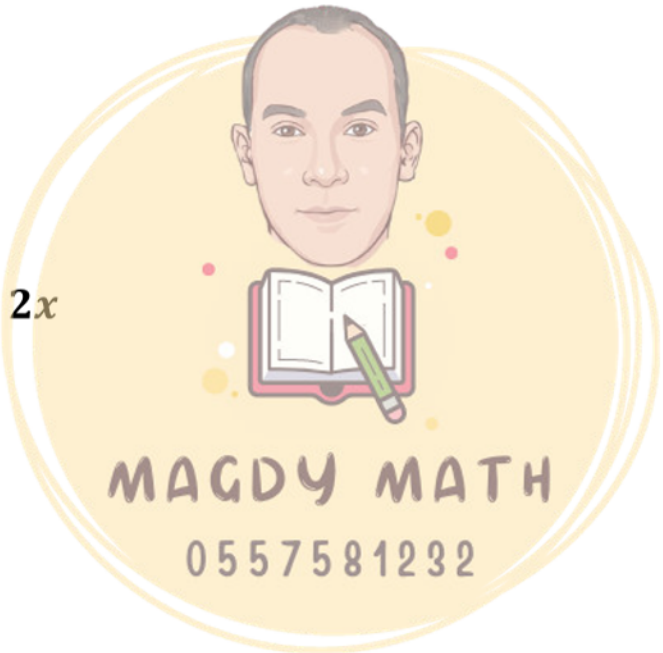


$$e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2+2} = x^2 + 1$$

$$y^2 = \frac{x-1}{x+1}$$

$$e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2+2} = x^2 + 1$$

$$e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$$



$$xy + \sin y = 5$$

$$y + \sqrt{xy} = 2x^2$$

$$\sin(x + y) = y^2 \cos x$$

$$\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$$

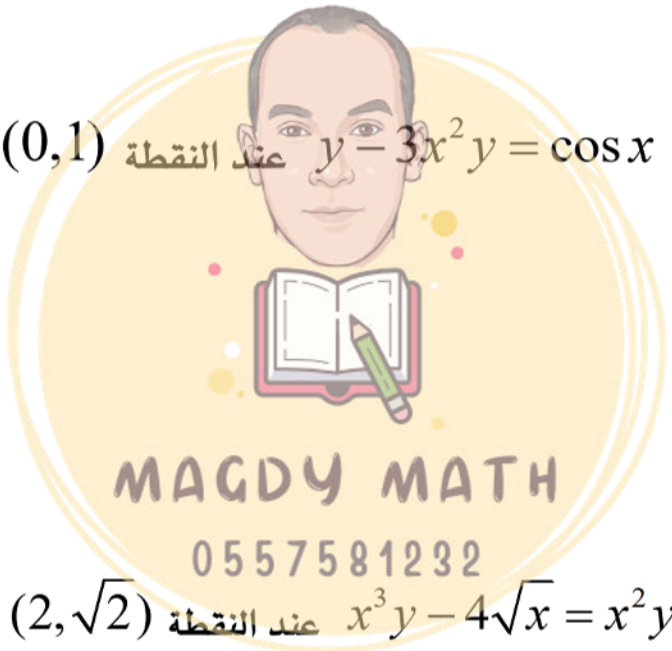


$$3xy^2 + y^3 + 2x = (3y + 2)^2$$

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$$

اوجد ميل المماس للمعادلة $x^2+4y^2=8$ بشكل صريح وضمنياً عند النقطة $(2,1)$

اوجد ميل المماس للمعادلة $y-3x^2y=\cos x$ عند النقطة $(0,1)$

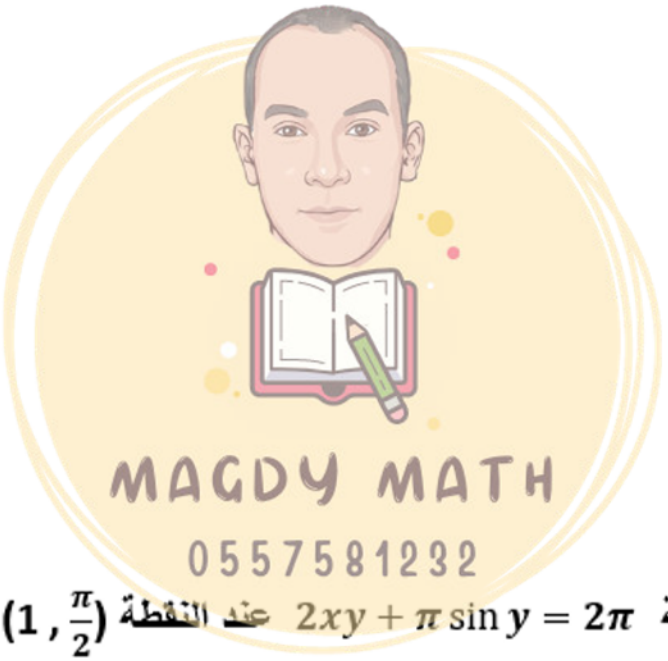


اوجد ميل المماس للمعادلة $x^3y-4\sqrt{x}=x^2y$ عند النقطة $(2,\sqrt{2})$

اوجد ميل المماس للمعادلة $y^2+2xy+4=0$ عند النقطة $(-2,2)$

اوجد ميل مماس المعادلة $e^{2x}\ln y = x + y - 2$ عند النقطة $(1\ ,\ 1)$

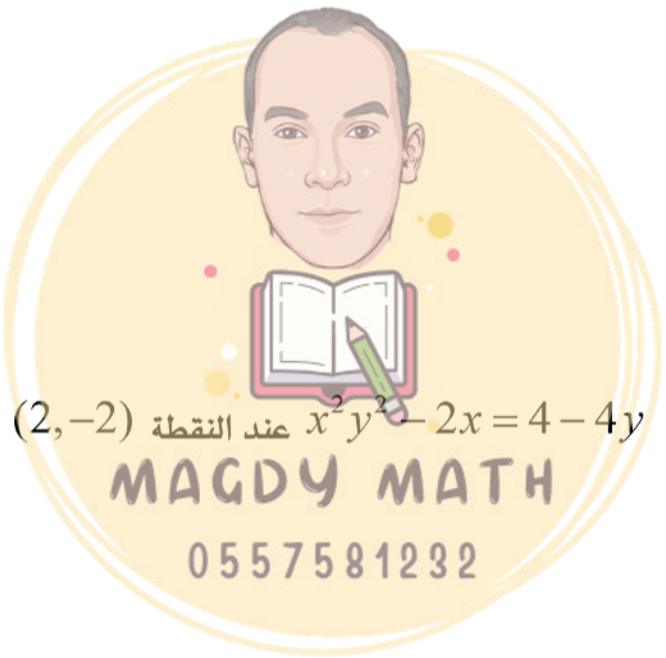
أوجد ميل مماس المعادلة $x^2 - \sqrt{3}xy + 2y^2 = 5$ عند النقطة $(\sqrt{3}\ ,\ 2)$



أوجد ميل مماس المعادلة $2xy + \pi \sin y = 2\pi$ عند النقطة $(1\ ,\ \frac{\pi}{2})$

أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^2 - 4y^3 = 0$ عند $(2, 1)$

اوجد معادلة المماس للمعادلة $y - x^2y^2 = x - 1$ عند النقطة $(1,1)$

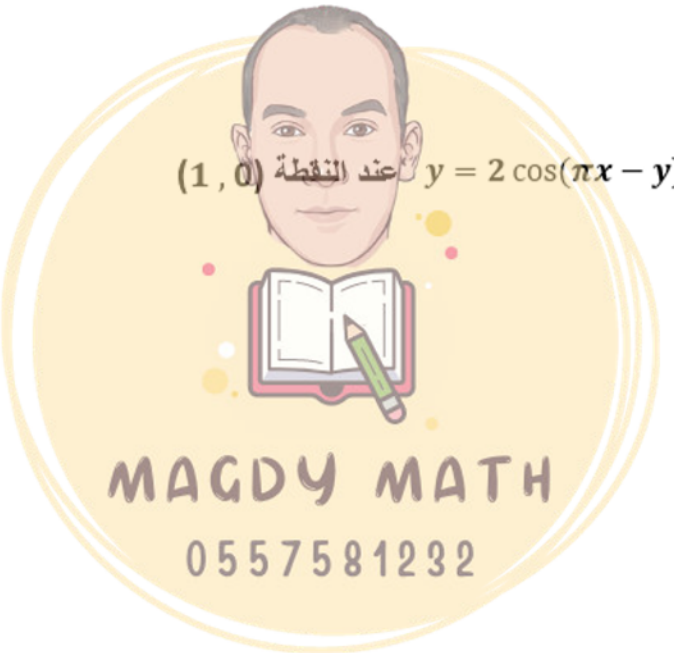


اوجد معادلة المماس للمعادلة $x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$ عند النقطة $(2,-2)$

أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^2y^2 = 4x$ عند $(1, 2)$

أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^2y^2 = 3y + 1$ عند $(2, 1)$

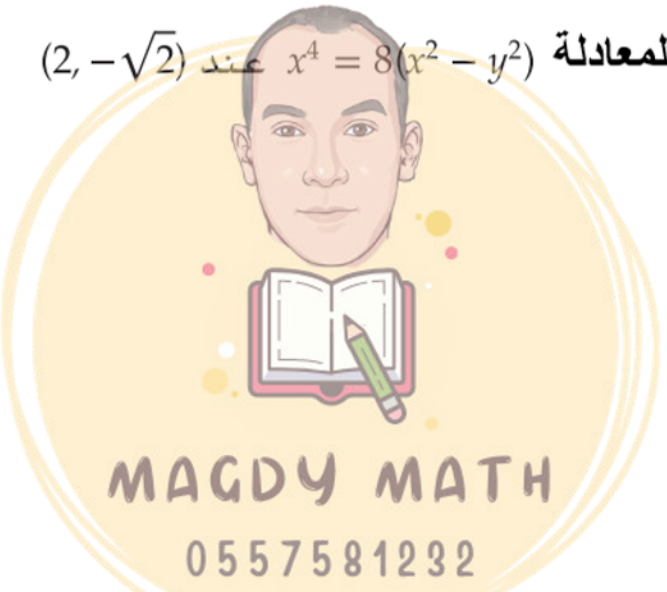
أوجد معادلة المماس للمعادلة $y = 2\cos(\pi x - y)$ عند النقطة $(1, 0)$



أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^3y^2 = -2xy - 3$ عند $(-1, -3)$

أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^4 = 4(x^2 - y^2)$ عند $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

أوجد معادلة المماس للمعادلة $x^4 = 8(x^2 - y^2)$ عند $(2, -\sqrt{2})$



اوجد معادلة المماس للمعادلة $y^2 + xe^y = 4 - x$ عند النقطة $(2,0)$

تعلمنا في الأمثلة السابقة استعمال الاشتقاق الضمني لإيجاد $\frac{dy}{dx}$ والآن كيف نجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ وذلك باستخدام $\frac{dy}{dx}$ بالنسبة إلى المتغير x علمًا بأنه

إذا احتوت المشتقة الأولى على y فإن $\frac{d^2y}{dx^2}$ ستحتوي على الرمز $\frac{dy}{dx}$، الذي يمكن حذفه بتعويض قيمته

أوجد المشتقة من الرتبة الثانية $y''(x)$.

$$x^2y^2 + 3x - 4y = 5$$

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 4$$



$$y^2 = x^3 - 6x + 4\cos y$$

$e^{xy} + 2y - 3x = \sin y$

$(y-1)^2 = 3xy + e^{4y}$

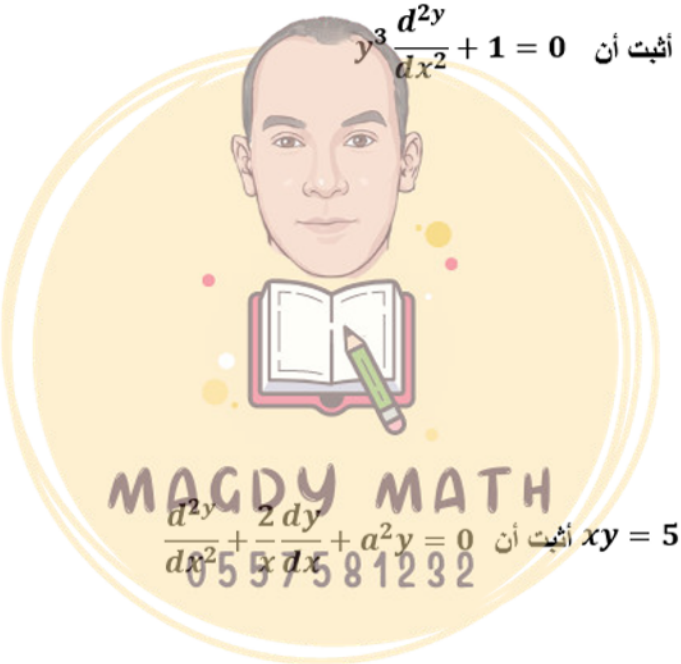
$(x+y)^2 - e^{y+1} = 3x$



إذا كان $2x^3 - 3y^2 = 8$ فأوجد $\frac{d^2x}{dy^2}$

* إذا كان $\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=5$ أثبت أن $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\frac{y}{x}$

* إذا كان $x^2+y^2=1$ أثبت أن $y^3\frac{d^2y}{dx^2}+1=0$



* إذا كان $xy=5\sin ax+3\cos ax$ أثبت أن $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dy}{dx}+a^2y=0$

* إذا كان $4y^3=3x^2$ أثبت أن $2y^2\frac{d^2y}{dx^2}+4y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=1$

أوجد مواقع كل المماسات الأفقية والرأسية.

$x^2 + y^2 - 3y = 0$

$x^2 + y^2 - 2y = 3$



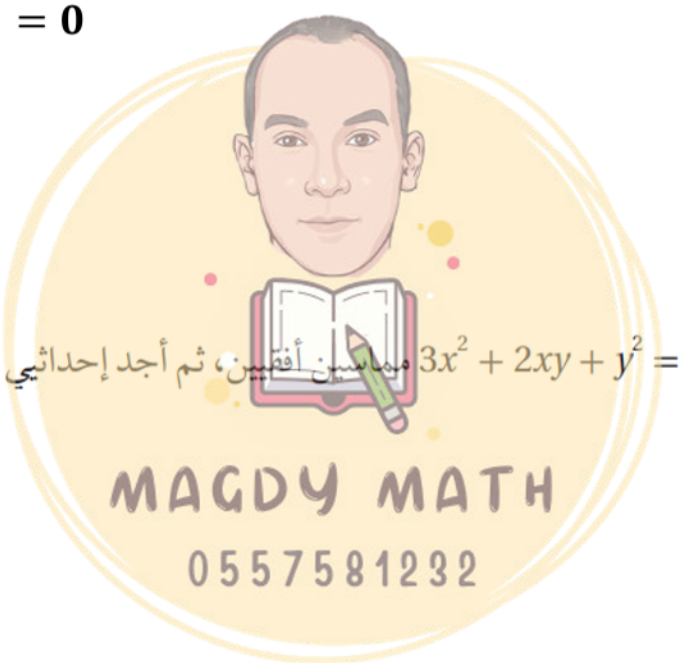
* إذا كانت النقطة (4, -2) تقع على المنحنى $x^2 + y^2 - 2ax + 12 = 0$

فأوجد معادلة هذا المماس للمنحنى عند هذه النقطة

* أوجد ميل المماس لكل منحنى عند النقطة $(1,1)$ ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

$$x^3 + xy^2 - 2y^2 = 0$$

$$x - x^5y - y^4 - 3y = 0$$



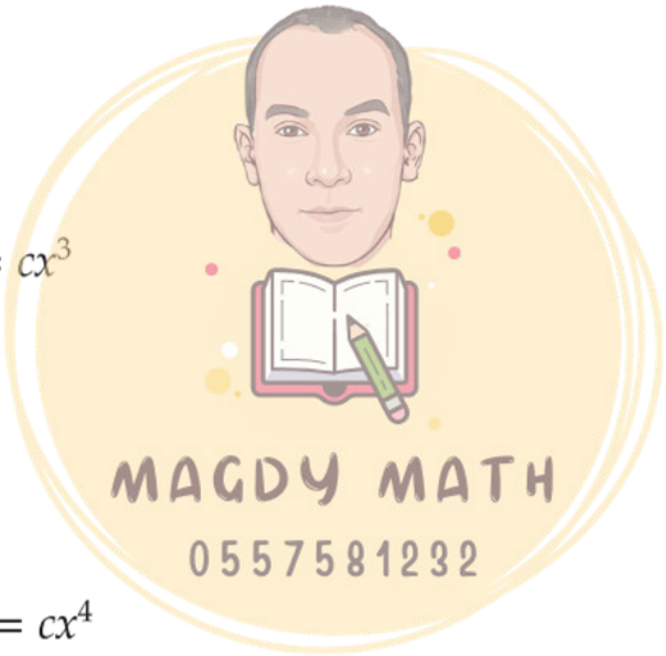
أُثبِت أنَّ لمنحنى العلاقة: $3x^2 + 2xy + y^2 = 6$ مماسين أفقيين، ثم أجد إحداثيي نقطتي التماس.

إذا كان: $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 10$، حيث: $x \neq y \neq 0$، فأُثبِت أنَّ $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$.

$y^2 = x^2 + k$ و $y = \frac{c}{x}$

$x^2 + y^2 = ky$ و $x^2 + y^2 = cx$

$x^2 + 3y^2 = k$ و $y = cx^3$



$x^2 + 4y^2 = k$ و $y = cx^4$

تحدد معادلة (فان ديروالز) $\left(p+\frac{5}{v^2}\right)(v-0.03)$ التي تربط بين الضغط P والحجم V لغاز معين فأوجد $\frac{dv}{dp}$ عند النقطة (5, 1)

* إذا كانت معادلة المماس لمنحنى العلاقة $x^2-3xy-ay^2=b$ عند النقطة $(-1,4)$هي $14x+5y-6=0$ فأوجد $a\ ,b$



* إذا كانت معادلة المماس لمنحنى العلاقة $ax^3+xy^2-by^2=0$ عند النقطة (1, 1) هي $y=2x-1$ فأوجد $a\ ,b$

أثبت أن الدالة $y=\sin^{-1}x+\cos^{-1}x$ دالة ثابتة وأوجد قيمة الثابت

مشتقات الدوال المثلثية المعكوسة

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}x=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \text{عند } -1<x<1$$

$$\frac{d}{dx}\cos^{-1}x=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \text{عند } -1<x<1$$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}x=\frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\cot^{-1}x=\frac{-1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}x=\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad \text{عند } |x|>1$$

$$\frac{d}{dx}\csc^{-1}x=\frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad \text{عند } |x|>1$$

أوجد مشتقة كل مما يلي:

$f(x)=\sin^{-1}(x^3+1)$

$f(x)=\sin^{-1}(\sqrt{x})$

$f(x)=\cos^{-1}(x^2+x)$

$f(x)=\cos^{-1}(2/x)$

$f(x)=\tan^{-1}(\sqrt{x})$

$f(x)=\tan^{-1}(1/x)$

$f(x)=e^{\tan^{-1}x}$

$f(x)=\sqrt{2+\tan^{-1}x}$

MAGDY MATH
0557581232

$f(x) = 4\sec(x^4)$

$f(x) = \csc^{-1}x$

$f(x) = 4\sec^{-1}(x^4)$

$f(x) = \sin^{-1}(1/x)$

$\boldsymbol{f(x) = \ cot^{-1}(e^{3x})}$



$\boldsymbol{f(x) = \ csc^{-1}(\sqrt{x})}$

$\boldsymbol{f(x) = \ sec^{-1}\ln x}$

$\boldsymbol{f(x) = \ sin^{-1}\sin x}$

تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

أوجد مشتقة: $f(x) = sec^{-1}(x^4)$

2023-2024

اوجد معادلة المماس لـ $y^2 + xe^y = 4 - x$ عند النقطة $(2, 0)$

أوجد مشتقة $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$.

Find the derivative of $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$.

1. $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$
2. $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{(1-x^2)}}$
3. $f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x(1-x)}}$
4. $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{x}(1-x)}}$

2022-2023

أوجد $y'(x)$ ضمنيا لـ $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$.

Find implicitly $y'(x)$ for $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$.

1. $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 + 9y^2}$
2. $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$
3. $y'(x) = \dfrac{2x^2 + 2xy}{x^2 + 9y^2}$
4. $y'(x) = \dfrac{2x - 2y}{x^2y + 9y^2}$

MAGDY MATH
0557581232

2022-2023

أوجد $y'(x)$ ضمنيا لـ $x^2y^2 + 3y = 4x$

a) $y'(x) = \dfrac{4 - 2xy^2}{2x^2y + 3}$ b) $y'(x) = \dfrac{4 - 2xy}{2x^2y + 3}$

c) $y'(x) = \dfrac{4 - 2xy^2}{2x^2y - 3}$ d) $y'(x) = \dfrac{4 - 2xy}{x^2 - 3}$

2021-2022

اوجد مشتقة $f(x) = \cos^{-1}(2x^3)$

a) $f'(x) = \dfrac{-6x}{\sqrt{1 - 9x^4}}$ b) $f'(x) = \dfrac{6x}{\sqrt{1 - 9x^4}}$

c) $f'(x) = \dfrac{-6x^2}{\sqrt{1 - 4x^6}}$ d) $f'(x) = \dfrac{6x^2}{\sqrt{1 - 4x^6}}$

2020-2021

اوجد مشتقة $\tan^{-1}(x^3)$

a) $\dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^6}}$

c) $\dfrac{3x^2}{1 + x^6}$ d) $\dfrac{1}{1 + x^6}$

أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\tan^{-1}(\cos 2x)$.

A	$f'(x)=\frac{2}{1+4x^2}$
B	$f'(x)=\frac{-2\sin 2x}{1+(\cos 2x)^2}$
C	$f'(x)=\frac{2}{\sqrt{1-(\cos 2x)^2}}$
D	$f'(x)=\frac{2\sin 2x}{1+\cos(2x)^2}$

2019-2020

أوجد المشتقة $y'(x)$ ضمنياً حيث $\frac{x}{y}+\frac{2}{x}=5$.

$y'=\frac{2x+5y}{5x-2}$ ○ الخيار رقم 1

$y'=\frac{2x-5y}{5x-2}$ ○ خيار 2

$y'=\frac{2x+5y}{5x+2}$

$y'=\frac{2x-5y}{5x+2}$

أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cos^{-1}(2x)$.

2018-2019

a) $f'(x)=\frac{2\sin(2x)}{\cos(2x)}$

b) $f'(x)=\frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) $f'(x)=\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

d) $f'(x)=\frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

2018-2019

أوجد الاشتقاق الضمني $y'(x)$ إذا كانت $xy^2+5x=(2y-1)^3$.

2017-2018

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس المنحنى $x^2+2y^2=3$ مماسًا أفقيًا.

MAGDY MATH
0557581232

12) أوجد مشتقة الدالة المثلثية المعكوسة $f(x)=\cot^{-1}2x$.

a) $\frac{2}{1+2x^2}$

b) $\frac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

2016-2017

c) $\frac{2}{\sqrt{1-2x}}$

d) $\frac{-2}{1+4x^2}$

18) اذا كانت $x=\sin^2 y$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$.

2016-2017

a) $\frac{1}{\sin 2y}$

b) $\frac{1}{2\sin y}$

c) $\cos^2 y$

d) $2\sin y\cos y$

الدرس العاشر

نظرية القيمة المتوسطة

نظرية القيمة المتوسطة

إذا كانت f متصلة في الفترة $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق بالفترة (a,b)

فإنه يوجد عدد $c \in (a,b)$ حيث إن

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

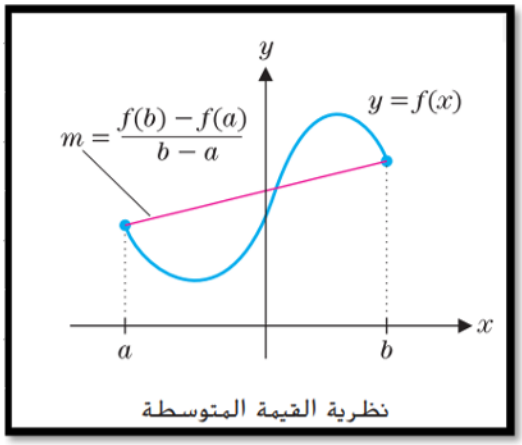
أي أن: إذا كانت الدالة $y = f(x)$ تحقق

1- متصلة على الفترة $[a,b]$

2- قابلة للاشتقاق على الفترة (a,b)

فإنه يوجد على الأقل عدد $c \in (a,b)$ بحيث يحقق $(b - a)$

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$$



نظرية القيمة المتوسطة

هل الدالة $f(x) = \frac{1}{x-1}$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x) = \sqrt{x-1}$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x) = |x-1|$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x) = |(x-1)^2|$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

MAGDY MATH
0557581232

هل الدالة $f(x)=\begin{cases}3-x^2, & x\le 1\\ \frac{2}{x}, & x>1\end{cases}$

تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$

هل الدالة $f(x)=tan\,x$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2,2]$



بين ان الدالة $f(x)=x^3+1$ تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0\ ,1]$

واوجد قيمة c التي تجعل الاستنتاج الخاص بالنظرية صحيحاً

بين ان الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ لا تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,1]$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

بين ان الدالة $f(x)=\tan x$ لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,\pi]$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

MAGDY MATH
0557581232

بين ان الدالة $f(x)=x^{1/3}$ لا تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,1]$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

اوجد قيمة c التي تحققها نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2-2x$ على الفترة $[0,2]$

اوجد قيمة c التي تحققها نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^3-x$ على الفترة $[0,2]$



اوجد قيمة c التي تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة للدالة

$f(x)=x^3-x^2-x+1$ على الفترة $[0,2]$

نظرية رول

إذا كانت f متصلة في الفترة $[a\ ,b]$وقابلة للاشتقاق في الفترة (a,b)

وكان $f(a)=f(b)$ فإنه يوجد عدد $c\in(a,b)$ بحيث $f'(C)=0$

أي أن إذا كانت الدالة $y=f(x)$ يتحقق

1- متصلة على الفترة $[a\ ,b]$

2- قابلة للاشتقاق على الفترة $(a\ ,b)$

3- $f(a)=f(b)$

* هل الدالة $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ تحقق نظرية رول على الفترة $[-2\ ,\ 2]$



هل الدالة $y=x^{\frac{2}{3}}$ تحقق نظرية رول على الفترة $[-1\ ,\ 1]$

* إذا كانت $f(x)=2x+\frac{4}{x}$ أثبت أنها تحقق شروط نظرية رول

على الفترة $[\frac{1}{4}\ ,4]$ثم أوجد قيمة C

تحقّق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجِدْ قيمة c الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحًا.

$f(x) = x^2 + 1, [-2, 2]$

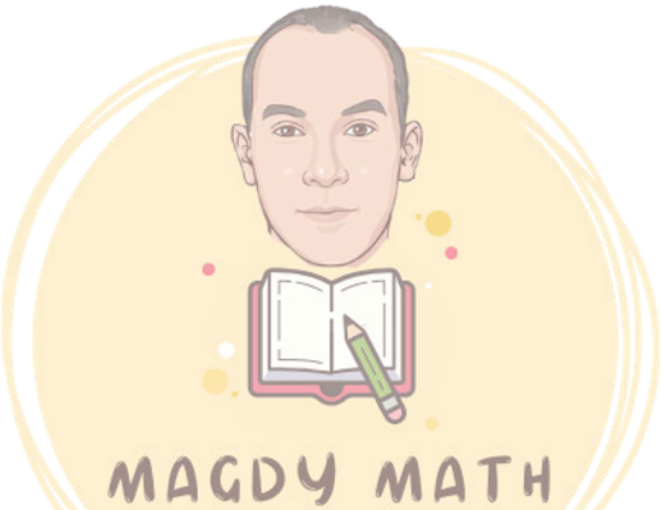
$f(x) = x^2 + 1, [0, 2]$



$f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$

$f(x) = \sin x, [0, \pi/2]$

$f(x) = \sin x, [-\pi, 0]$



* لتكن $f(x) = x^2 + ax$ وكانت تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,3]$ وكان $f'(c) = 1$ أوجد قيمة a ثم قيمة $c \in (0,3)$

* إذا كانت $f(x) = x^3 - ax^2 + x$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0\ ,2]$ وكان $f'(C) = 1$ حيث أن $C \in (0,2)$ أوجد قيمة C,a

اذا كانت $f(x) = \begin{cases} 3 - x & ,0 \le x \le 1 \\ -3x^2 + 5x & ,1 < x \le 2 \end{cases}$ حيث x تقع في الفترة $[0,2]$

بين ان الدالة f تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على هذه الفترة ثم اوجد قيمة c؟



اذا كانت الدالة $f(x) = x^2 + 3x + 4$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[2, b]$ حيث $c = 5$ فأوجد قيمة b؟

العلاقة بين عدد جذور الدالة وعدد جذور مشتقتها

النظرية 10.2

إذا كانت f متصلة في الفترة $[a, b]$، وكانت قابلة للإشتقاق في الفترة (a, b) ويوجد لـ $f(x) = 0$ حلان في $[a, b]$. فإن $f'(x) = 0$ لها حل واحد على الأقل في (a, b).

النظرية 10.3

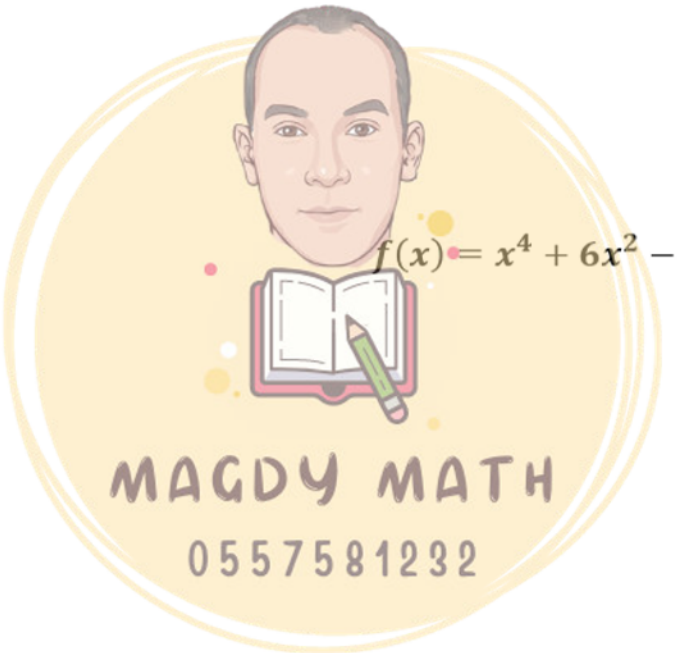
لأي عدد صحيح $n > 0$. إذا كانت f متصلة في الفترة $[a, b]$ وكانت قابلة للإشتقاق في الفترة (a, b) ويوجد لـ $f(x) = 0$ n من الحلول بالفترة $[a, b]$. فإن $f'(x) = 0$ لها على الأقل $(n - 1)$ من الحلول بالفترة (a, b).

أثبت أن $x^3 + 4x + 1 = 0$ لها حل واحد فقط.



أثبت أنّ $x^3 + 5x + 1 = 0$ لها حل واحد بالضبط.

أثبت أنّ $x^4 + 3x^2 - 2 = 0$ لها حلان بالضبط.

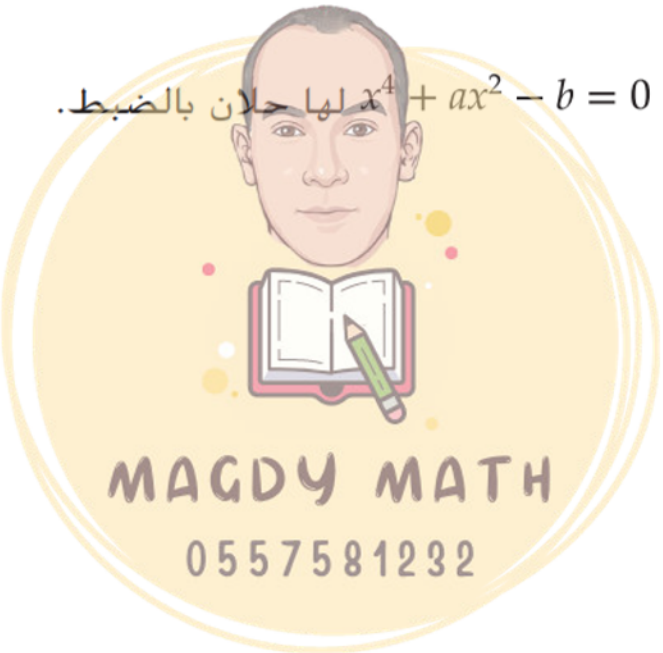


اوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = x^4 + 6x^2 - 1$

أثبت أنّ $x^5 + ax^3 + bx + c = 0$ لها حل واحد بالضبط لكل من

$a > 0, b > 0$.

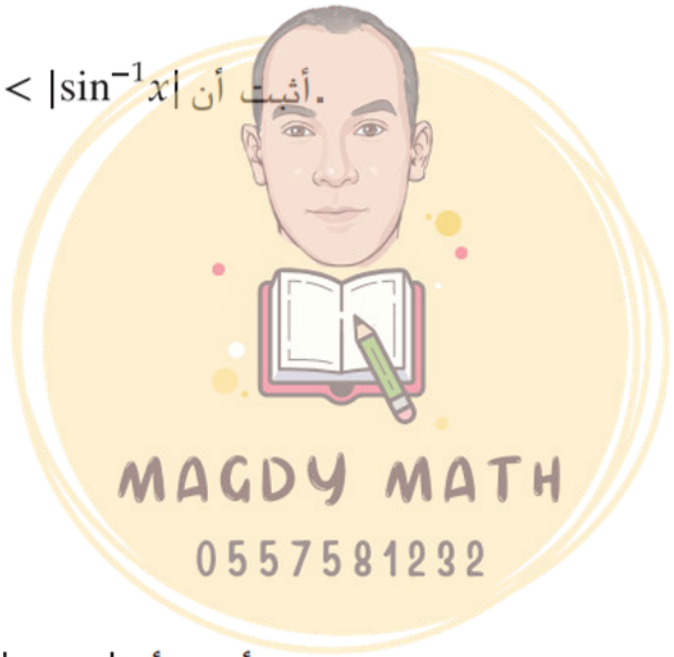
أثبت أنّ $x^4 + ax^2 - b = 0 \ \ (a > 0, b > 0)$ لها حلان بالضبط.



أثبت أنّ $x^3 + ax + b = 0$ لها حل واحد بالضبط لكل $a > 0$.

أثبت أن $|\sin a| \leq |a|$ for all a

أثبت أن $|x| < |\sin^{-1} x|$ حيث $0 < |x| < 1$.



أثبت أن $|x| \leq |\tan x|$ حيث $|x| < \frac{\pi}{2}$.

وضّح أنه بالنسبة لأي عددين حقيقيين u وv، $|\cos u - \cos v| \leq |u - v|$.

أثبت أن $|\tan^{-1} a| < |a|$ لكل قيم $a \neq 0$.



النظرية 10.5

إذا كانت $f'(x) = 0$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I. فإن $f(x)$ ثابتة

النتيجة 10.1

إذا كانت $g'(x) = f'(x)$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I. فإنه بالنسبة للثابت c.

$g(x) = f(x) + c$ لكل $x \in I$.

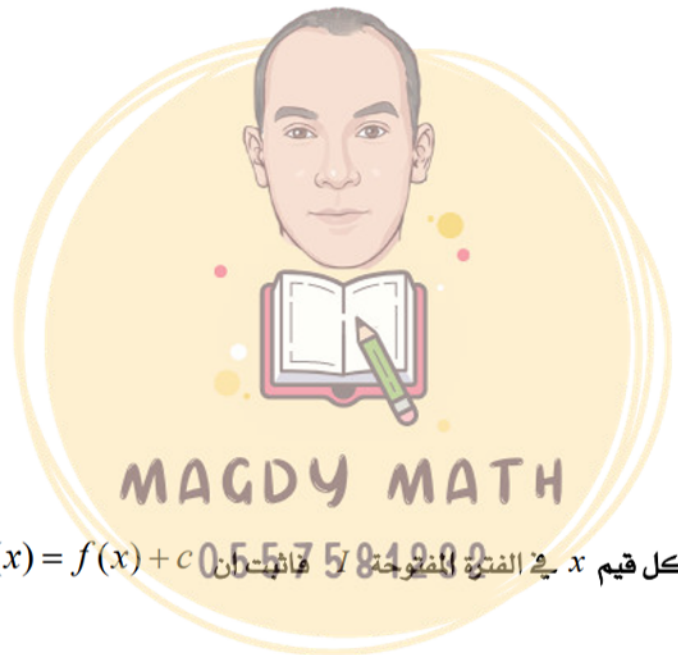
* $f'(x) > 0$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I

فإن $f(x)$ متزايدة في الفترة I

* $f'(x) < 0$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I

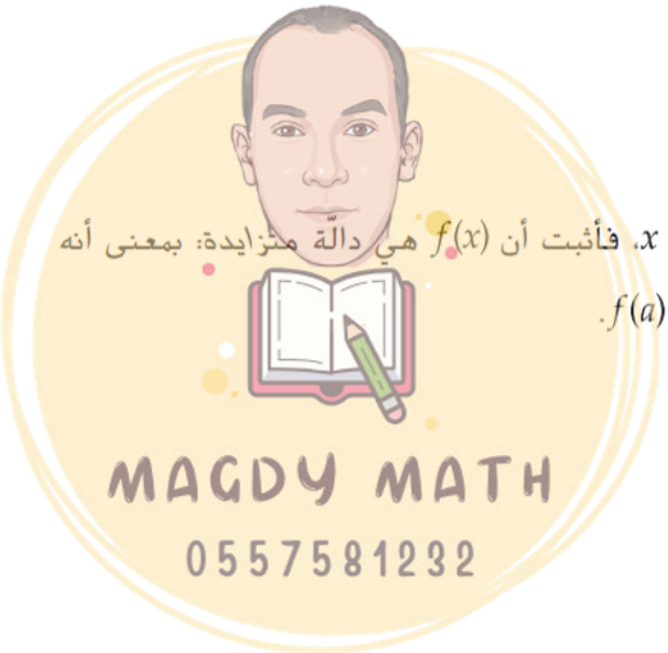
فإن $f(x)$ متناقصة في الفترة I

اذا كانت $f'(x) = 0$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I فاثبت ان $f(x)$ دالة ثابتة على الفترة I



اذا كانت $f'(x) = g'(x)$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I فاثبت ان $g(x) = f(x) + c$ على الفترة I

إذا كانت f و g دالّتين قابلتين للإشتقاق في الفترة $[a, b]$ حيث $f(a) = g(a)$ و $f(b) = g(b)$، فأثبت أنه عند نقطة ما في الفترة $[a, b]$، f و g لهما مماسان متوازيان.



إذا كان $f'(x) > 0$ لكل قيم x، فأثبت أن $f(x)$ هي دالّة متزايدة: بمعنى أنه إذا كان $a < b$، فإن $f(a) < f(b)$.

إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم x. فأثبت أن $f(x)$ هي دالّة متناقصة: بمعنى أنه إذا كان $a < b$. فإن $f(a) > f(b)$.

حدّد ما إذا كانت دالّة متزايدة أم متناقصة أم غير ذلك.

$f(x) = x^3 + 5x + 1$

$f(x) = x^5 + 3x^3 - 1$

$f(x) = -x^3 - 3x + 1$

$f(x) = e^x$

$f(x) = e^{-x}$

$f(x) = \ln x$

$f(x) = \ln x^2$



تدريبات من الإختبارات السابقة

2023-2024

لـ $f(x) = x^3 + x$ في الفترة $[-1, 0]$ تحقق من فرضيات نظرية القيمة المتوسطة واوجد قيمة c التي تجعل الاستنتاج الخاص بالنظرية صحيحاً

2022-2023

Find a value of c as guaranteed by the Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 - 2x$ on the interval $[0, 2]$.

أوجد قيمة c بالشكل الذي تحققه نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 - 2x$ في الفترة $[0, 2]$.

1. $c = 2$
2. $c = 0$
3. $c = 1$
4. $c = 1.5$

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 1$ في الفترة $[0, 2]$.

A $c = 1$

B $c = 2$

C $c = 0.5$

D $c = 0$

2019-2020

حدد الفترة التي تحقق الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ فيها نظرية رول واوجد قيمة c .

2018-2019

a) $[-1,1]$, $c = \frac{1}{2}$ b) $[0,1]$, $c = \frac{1}{2}$

c) $[-2,2]$, $c = 0$ d) $[0,1]$, $c = 2$

MAGDY MATH
0557581232

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 2x + 1$ في الفترة $[0,1]$.

a) 1 b) 0

c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$

2017-2018

إذا كانت f و g دالتين متصلتين في الفترة $[a,b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة (a,b) حيث $f(a) = g(a)$ و $f(b) = g(b)$.

هل f و g لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a,b)؟

2016-2017

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^3 + x^2$ في الفترة $[-1,1]$.

a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{-1}{2}$