



H0SSAMBAYOUMI199

الوحدة السابعة

الأعداد المركبة

7-1 الأعداد المركبة

7-2 الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

7-3 حل معادلات

أ. حسام بيومي



HOSAM BAYOUMI199

بند 1 - 7

الأعداد المركبة

الوحدة التخيلية: هي العدد الذي مربعه (-1) و يرمز له بالرمز i
 $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$

$$\sqrt{-m} = \sqrt{m} i$$

● **الأعداد التخيلية:** لأي عدد حقيقي موجب m ،

● تسمى الأعداد التي على الصورة bi حيث $b \in \mathbb{R}^*$ أعداد تخيلية

مجموعة الجذور التربيعية الموجبة و السالبة للأعداد الحقيقية السالبة تكون مجموعة الأعداد التخيلية

كتاب الطالب مثال وحاول أن تحل صد 13 رقم 1

بسط كلا مما يلي مستخدما الوحدة التخيلية i

a $\sqrt{-4}$

b $\sqrt{-8}$

a $\sqrt{-2}$

b $-\sqrt{-12}$

c $\sqrt{-36}$

تعريف العدد المركب

هو عدد على الصورة $z = a + bi$ حيث a, b عدنان حقيقيان ، i الوحدة التخيلية

و يمكن كتابة أي عدد مركب على الصورة $z = a + bi$ و تسمى الصورة الجبرية للعدد المركب

$$z = a + bi$$

الجزء الحقيقي
الجزء التخيلي

حيث a الجزء الحقيقي

، حيث b الجزء التخيلي

و يرمز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز $\mathbb{C}$

لاحظ: إذا كان $b = 0$ فإن $z = a$ يسمى عددا حقيقيا

و إذا كان $z = bi$ عددا تخيليا فإن $a = 0$



HOSAM BAYOUMI199

بند 1 - 7

تابع الأعداد المركبة

أكمل الجدول :

العدد المركب	الجزء الحقيقي	الجزء التخيلي
$2 + 3i$	2	3
	4	-5
$i - 1$		
7		
	0	-1

كتاب الطالب مثال وحاول أن تحل ص 14 رقم 2 :

أكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية :

a $\sqrt{-9} + 6$

b $\frac{1 + \sqrt{-25}}{4}$

c $1 - \sqrt{-20}$

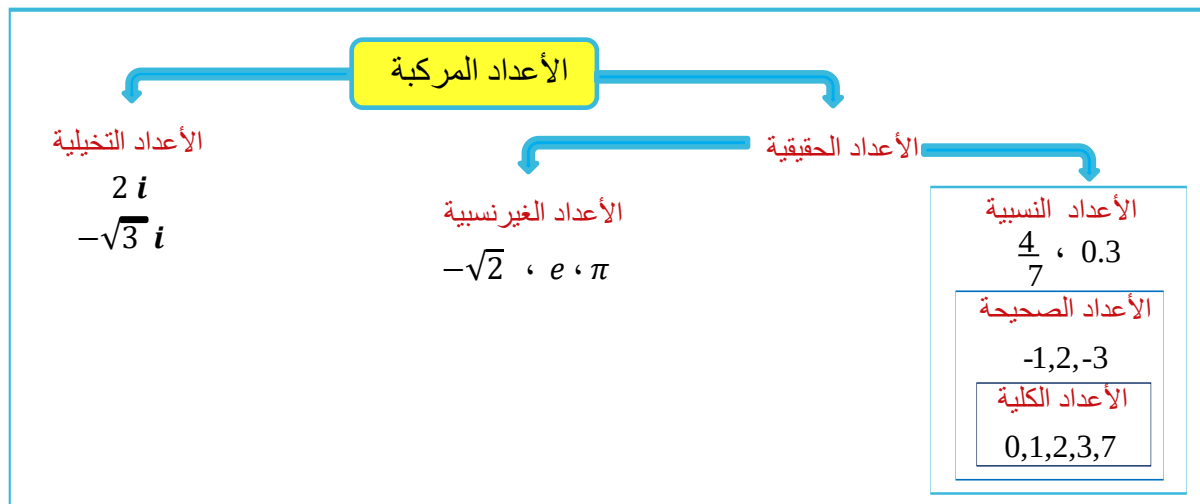
a $\sqrt{-18} + 7$

b $\frac{10 - \sqrt{-100}}{5}$

c $\frac{\sqrt{-9} + 5}{7}$

لاحظ :

- كل عدد حقيقي هو عدد مركب . $a = a + 0i$
 - مجموعة الأعداد الحقيقية و مجموعة الأعداد التخيلية هما مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد المركبة .
- المخطط التالي يوضح ذلك





HOSSAMBAYOUMI199

بند 1 - 7

تساوي عددين مركبين

يتساوي عددان مركبان إذا و فقط إذا تساوى جزءاهما الحقيقيان و تساوى جزءاهما التخيليان

و ليكن :

$$z_1 = a_1 + b_1 i , z_2 = a_2 + b_2 i$$

$$z_1 = z_2 \iff a_1 = a_2 , b_1 = b_2$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 15 رقم 3 :

أوجد قيم كل من $x, y \in R$ في كل مما يأتي

a $x + 5i = 7 - 3yi$

b $(x + 3) + y^2 i = 5 - yi$

c $3i = 2x - 5yi$

ملحوظة : إذا ساوى عدد مركب الصفر فإن جزءه الحقيقي يساوي الصفر و جزءه التخيلي يساوي الصفر

$$x + yi = 0 \implies x = 0 , y = 0$$



HOSAM BAYOUMI199

التمثيل البياني للعدد المركب

التمثيل البياني لعدد مركب :

يمكن وضع العدد المركب $z = a + bi$ على صورة الزوج المرتب (a, b)
حيث : الإحداثي السيني هو الجزء الحقيقي و الإحداثي الصادي هو الجزء التخيلي

$$M(a, b) \longleftrightarrow z = a + bi$$

الصورة الديكارتية الصورة الجبرية

كل نقطة في المستوى الإحداثي تمثل عدد مركب ، و كل عدد مركب يناظر (تمثله) نقطة في المستوى الإحداثي
في هذه الحالة يسمى المستوى الإحداثي المستوى المركب (مستوى أرجاند)
و يسمى محور السينات بالمحور الحقيقي ، و يسمى محور الصادات بالمحور التخيلي .

كتاب الطالب مثال ص 17 رقم 4 :

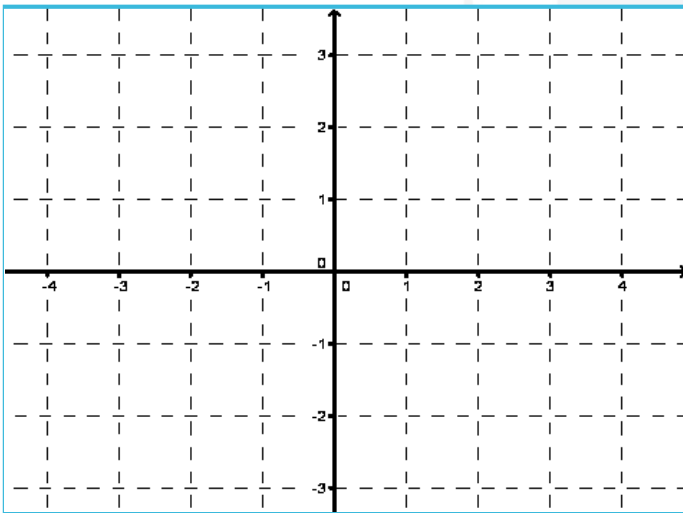
مثل كلا مما يلي في المستوى المركب :

a $z_1 = 3 + 2i$

b $z_2 = -1$

c $z_3 = -i - 2$

d $z_4 = i$



كتاب الطالب حاول أن تحل ص 16 رقم 5 :

أكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط التالية :

$k(7, 0)$, $H(1, -2)$, $N(-4, 1)$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 1 - 7

جمع و طرح الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد المركبة

أولا جمع و طرح الأعداد المركبة :

في الجمع نجمع جزئيهما الحقيقيين معا و نجمع جزئيهما التخيليين معا
كذلك في الطرح نطرح جزئيهما الحقيقيين معا و نطرح جزئيهما التخيليين معا

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1i$ ، $z_2 = a_2 + b_2i$ عددين مركبين فإن

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية تستمر مع عملية الجمع على الأعداد المركبة كما يلي :

$\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$	الخاصية
$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$	الإبدالية
$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$	التجميعية

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 17 رقم 6 :

إذا كان $z_1 = -2 + 5i$ ، $z_2 = 3.4 - 1.2i$ ، $z_3 = -0.3i$ فأوجد :

a $z_1 + z_2$

b $z_2 - z_1$

c $z_3 - z_2 - z_1$

ملاحظات :

الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على مجموعة الأعداد المركبة $0 = 0 + 0i$

المعكوس الجمعي للعدد المركب $z = a + bi$ هو العدد المركب $-z = -a - bi$

إذا كان مجموع عددين مركبين يساوي صفرا فإن كلا منهما معكوس جمعي للأخر و العكس صحيح

$$z_1 + z_2 = 0 \longrightarrow z_1 = -z_2$$

لإيجاد ناتج طرح $z_1 - z_2$ يمكن إضافة المعكوس الجمعي لـ z_2 إلى z_1 أي أن

$$z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$$



HOSAM BAYOUMI199

بند 1 - 7

ضرب الأعداد المركبة

ثانياً ضرب الأعداد المركبة

قاعدة الضرب :

$$\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \quad c \in \mathbb{R}$$

$$z_1 = a_1 + b_1 i, \quad z_2 = a_2 + b_2 i \quad \text{حيث}$$

$$1 \quad cz_1 = ca_1 + cb_1 i$$

$$2 \quad z_1 \times z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$$

خواص عملية ضرب الأعداد المركبة :

$\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$	الخاصية
$z_1 \times z_2 = z_2 \times z_1$	الإبدالية
$z_1 \times (z_2 \times z_3) = (z_1 \times z_2) \times z_3$	التجميعية
$z_1 \times (z_2 + z_3) = z_1 \times z_2 + z_1 \times z_3$	التوزيعية
$z_1 \times (z_2 - z_3) = z_1 \times z_2 - z_1 \times z_3$	

العدد 1 هو العنصر المحايد لعملية ضرب الأعداد المركبة ($1 = 1 - 0i$) لضرب عددين يمكن استخدام $i^2 = -1$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 19 رقم 7 :

أوجد ناتج

a $(6 - 5i)(4 - 3i)$

b $(9 + 4i)(4 - 9i)$

c $(12i)(7i)(i + 1)$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 1 - 7

ضرب و قسمة الأعداد المركبة

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 20 رقم 8 :

إذا كان $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$ فأوجد

a $\frac{1}{2} z_1$

b $z_1 \cdot z_2$

قوى العدد المركب (i)

إذا كان P عدد كلي فإن :

$$i^{4P} = 1 \quad . \quad i^{4P+1} = i \quad . \quad i^{4P+2} = -1 \quad . \quad i^{4P+3} = -i$$

كتاب الطالب مثال صد 20 رقم 9 :

أوجد إذا كان $z_1 = i$, $z_2 = -2i$, $z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

a z_1^{21}

b z_2^6

c z_3^2

ثالثا قسمة الأعداد المركبة

$$\bar{z} = \overline{a+bi} = a-bi \quad \text{هو العدد المركب } z = a+bi$$

مرافق العدد المركب

ملاحظة :

لإيجاد مرافق العدد المركب يجب أن يكون العدد المركب على الصورة الجبرية $z = a + bi$ حيث $a, b \in \mathbb{R}$

خواص مرافق العدد المركب : إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ فإن

■ $z_1 + \bar{z}_1 = 2a_1$

■ $z_1 - \bar{z}_1 = 2b_1 i$

■ $z_1 \bar{z}_1 = a_1^2 + b_1^2$

■ $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$

■ $\overline{(\bar{z}_1)} = z_1$

■ $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$



HOSAM BAYOUMI199

بند 1 - 7

تابع ضرب و قسمة الأعداد المركبة

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 22 رقم 10 :

إذا كان $z_1 = 2 - 7i$ ، $z_2 = 3 + 5i$ فأوجد :

b $(z_1 - z_2)$

c $(z_1 \cdot z_2)$

d $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

المعكوس الضربي لعدد مركب غير صفري $z = a + bi$ هو z^{-1} أي أن :

$$z^{-1} = \frac{1}{a+bi} \times \frac{a-bi}{a-bi}$$

$$\longrightarrow z^{-1} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 23 رقم 11 :

أوجد المعكوس الضربي لكل من :

a $z_1 = -3i - 7$

c $z_3 = 6i$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 24 رقم 12 :

أوجد ناتج قسمة $6i - 3$ على $1 + 2i$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 1 - 7

تابع قسمة الاعداد المركبة

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 24 رقم 13 :

أكتب كلا من مما يلي في الصورة الجبرية للعدد المركب :

a $\frac{3 + i}{2 + 5i}$

b $\frac{2 - i}{2 + i}$

c $\frac{2}{3 - i}$

كراسة التمارين ص 9 رقم 22 :

بسّط ما يلي : $(-2 + \sqrt{-9})(6 + \sqrt{-25})$

كراسة التمارين ص 10 رقم 26 :

إذا كان $z = \frac{4i}{1 - i\sqrt{3}}$ فأوجد: $\bar{z}$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 1 - 7

الأعداد المركبة: التمارين الموضوعية

ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(a) (b)

1. الصورة الجبرية للعدد : $3 + 2i$ هي $\sqrt{-4} + 3$

(a) (b)

2. مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو : $\bar{z} = -3 - 4i$

(a) (b)

3. المعكوس الجمعي للعدد المركب : $z = 3 - 2i$ هو : $-z = 3 + 2i$

(a) (b)

4. الصورة المبسطة للتعبير : $(12 + 5i) - (2 - i)$ هي : $10 + 6i$

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

(a) $-15 + 6i$

(b) $6 + 15i$

(c) $6 - 15i$

(d) $32 + 15i$

5. العدد : $\sqrt{-225} + 32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي :

(a) $x = 5, y = -2$

(b) $x = -5, y = -2$

(c) $x = -5, y = 2$

(d) $x = 5, y = 2$

6. حل المعادلة : $-10 - 6i = 2x + 3yi$ هو :

7. إذا كان $z_1 = 5i + 2$, $z_2 = -3 - i$ فإن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ تساوي :

(a) $\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$

(b) $\frac{-1}{10} - \frac{17}{10}i$

(c) $\frac{-1}{10} + \frac{17}{10}i$

(d) $\frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$

8. إذا كان : $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x, y) تساوي :

(a) $(5, 1)$

(b) $(-5, -1)$

(c) $(5, -1)$

(d) $(-5, 1)$

9. أبسط صورة للتعبير : $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي :

(a) $18 + 17i$

(b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c) $6 + 17i$

(d) 18



HOSAM BAYOUMI199

10. الصورة الجبرية للعدد المركب : $z = (1 + 2i)^2$ هي :

- (a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = -3$ (d) $z = 5$

11. الصورة الجبرية للعدد المركب : $z = (2 - i)^3$ هي :

- (a) $z = 14 + 13i$ (b) $z = 14 - 13i$ (c) $z = 2 - 11i$ (d) $z = 2 - 13i$

12. الصورة الجبرية للعدد المركب : $z = \frac{i}{i+2}$ هي :

- (a) $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ (b) $z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ (c) $z = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ (d) $z = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

13. إذا كان $z = i$ فإن z^{250} يساوي :

- (a) $-i$ (b) i (c) 1 (d) -1

14. ليكن $x \in \mathbb{Z}^+$ فإن مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5 + i^x)$ عددا حقيقيا هي :

- (a) $\mathbb{Z} +$ (b) $\{0, 2, 4, 6, \dots\}$ (c) $\{1, 3, 5, \dots\}$ (d) $\{2, 4, 6, \dots\}$



HOSAM BAYOUMI199

بند 2 - 7

الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

القيمة المطلقة لعدد مركب :

هي المسافة بين بين النقطة التي تمثل هذا العدد المركب و نقطة الأصل في المستوى الإحداثي المركب

$$z = a + bi \longrightarrow |z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 26 رقم 1 : أوجد

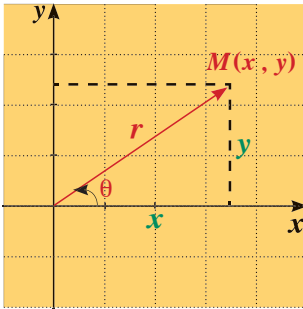
a $|6 - 4i|$

b $|-2 + 5i|$

الإحداثيات القطبية :

يمثل الزوج المرتب (r, θ) الإحداثيات القطبية للنقطة M على المستوى الإحداثي المركب

و يمكن التحويل بين الإحداثيات القطبية و الإحداثيات الديكارتية باستخدام



$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned}$$

حيث θ هي الزاوية الموجهة في الوضع القياسي التي يمر ضلعها النهائي بالنقطة M

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 27 رقم 2 :

أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين :

a $A(5, 300)$

b $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 2 - 7

تابع الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

و يمكن التحويل من الإحداثيات الديكارتية (x, y) إلى الإحداثيات القطبية (r, θ)

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right|$$

بإستخدام $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ثم نوجد قياس زاوية الإسناد α باستخدام

ثم نحدد الربع الذي تقع فيه هذه الزاوية θ من إشارة كل من x, y و نوجد لها

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 28 رقم 3 :

أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل من نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

a $D(3\sqrt{3}, 3)$

b $C(4, -2\sqrt{5})$



HOSAMBAYOUMI199

بند 2 - 7

تابع الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

الصورة المثلثية

يمكن كتابة العدد المركب $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ على الصورة :

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta) \text{ و تعرف بالصورة المثلثية للعدد المركب } z$$

و يسمى r مقياس العدد أو القيمة المطلقة و يرمز له $|z|$ و يتعين بالعلاقة $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ،
 θ سعة العدد المركب و تتعين من $\cos \theta = \frac{x}{r}$ ، $\sin \theta = \frac{y}{r}$ ،
 أو من $\tan \theta = \frac{y}{x}$ ، $x \neq 0$ و تحديد الربع

ملاحظة :

الصورة المثلثية للعدد المركب ليست وحيدة ، لأنه إذا كانت θ سعة العدد المركب $x + yi$
 فإن كلا مما يلي سعة للعدد نفسه : $\theta + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}$ ، $\theta + 4\pi$ ، $\theta + 2\pi$ ،
 و إذا كانت $\theta \in [0, 2\pi)$ أو $0 \leq \theta < 360$ فتسمى السعة في هذه الحالة بالسعة الأساسية .

كتاب الطالب مثال ص 29 رقم 4 :

ضع كلا مما يلي في الصورة المثلثية :

a $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

b $z_2 = -2 - 2i$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 2 - 7

تابع الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

c $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 30 رقم 4 :

ضع كلا مما يلي في الصورة المثلثية :

a $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$

c $z_3 = -2 + 2\sqrt{3}i$

تابع الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 31 رقم 6 :

ضع كلا مما يلي في الصورة الجبرية :

a $z_1 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

b $z_2 = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

الصورة المثلثية في حالات خاصة :

كل عدد حقيقي يمثل بنقطة على خط الأعداد على المحور الأفقي (محور السينات) .
وكل عدد تخيلي يمثل بنقطة على المحور التخيلي (محور الصادات)

العدد	المقياس	سعة (الراديان)
a	a	0
$-a$	$ -a = a$	π
bi	b	$\frac{\pi}{2}$
$-bi$	$ -b = b$	$\frac{3\pi}{2}$

ملاحظة : إذا كان $Z = 0$ فإن : θ غير معينة . $r = 0$. $y = 0$. $x = 0$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 32 رقم 7 :

ضع في الصورة المثلثية كلا من الأعداد التالية

a $z_1 = 2i$

b $z_2 = 5$

c $z_3 = \frac{-3}{4}$

d $z_4 = -\frac{3}{4} i$





HOSSAMBAYOUMI199

بند 2 - 7

الإحداثيات القطبية & الصورة المثلثية لعدد مركب: التمارين الموضوعية

ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. الإحداثيات الديكارتية للنقطة : $A(4, \frac{7\pi}{6})$ هي $A(-2\sqrt{3}, 2)$ (a) (b)
2. الإحداثيات الديكارتية للنقطة : $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي $B(-1, 1)$ (a) (b)
3. الإحداثيات القطبية للنقطة : $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي $M(1, \frac{5\pi}{4})$ (a) (b)
4. العدد المركب : $z = \sqrt{3} - i$ بصورة المثلثية هو : $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (a) (b)
5. الصورة الجبرية للعدد المركب : $z = \sqrt{2}(i \sin \frac{7\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4})$ هي : $z = 1 - i$ (a) (b)

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

7. الإحداثيات الديكارتية للنقطة : $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي :
 (a) $A(2, 2\sqrt{3})$ (b) $A(-2, 2\sqrt{3})$ (c) $A(-2, -2\sqrt{3})$ (d) $A(2, -2\sqrt{3})$
8. الإحداثيات القطبية للنقطة : $B(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ هي :
 (a) $B(1, \frac{-\pi}{4})$ (b) $B(1, \frac{\pi}{4})$ (c) $B(1, \frac{3\pi}{4})$ (d) $B(1, \frac{-3\pi}{4})$

9. الصورة المثلثية للعدد المركب $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi]$ هي:

- (a) $z = 4(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$ (b) $z = 4(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$
- (c) $z = 4(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (d) $z = 4(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$



HOSSAMBAYOUMI199

10. الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي :

(a) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

(d) $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

(c) $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

(d) $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

11. الصورة الجبرية للعدد المركب $z = 3 \left(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي :

(a) $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$

(b) $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(c) $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(d) $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

12. $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي :

(a) 1

(b) 0

(c) -1

(d) i^{-2n}

13. $(6 - 2i + 3i^5)^2$ تساوي :

(a) $35 - 12i$

(b) $35 + 12i$

(c) $81 - 12i$

(d) $81 + 12i$



 HOSSAMBAYOUMI199

حل معادلات الدرجة الأولى :

نحل معادلات الدرجة الأولي في الأعداد المركبة بنفس الطريقة التي نحل بها في الأعداد الحقيقية

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 33 رقم 1 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كتاب الطالب مثال ص 34 رقم 2 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $2z + i\bar{z} = 5 - 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 34 رقم 2 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + i = 2\bar{z} + 1$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 3 - 7

تابع حل المعادلات

ثانيا حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد في $\mathbb{C}$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 35 رقم 3 :

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in \mathbb{C}$

a $3x^2 + 48 = 0$

b $-5x^2 - 150 = 0$

c $8x^2 + 2 = 0$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 35 رقم 4 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$



HOSAM BAYOUMI199

بند 3 - 7

تابع حل المعادلات

كتاب الطالب مثال ص 35 رقم 4 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كراسة التمارين ص 15 رقم 8 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 2x + 4 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كراسة التمارين ص 15 رقم 9 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + \frac{4}{z} = 2$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 3 - 7

تابع حل المعادلات

الجذر التربيعي لعدد مركب :

لإيجاد الجذر التربيعي لعدد مركب Z نبحث عن عدد w يكون مربعه يساوي Z

ليكن $Z = a + bi$

نبحث عن $w = m + ni$ بحيث يكون : $w^2 = Z$

$$(m + ni)^2 = a + bi$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = a + bi$$

$$m^2 - n^2 = a$$

$$2mn = b$$

للمساعدة في حل هذا النظام ندخل معادلة ثالثة ناتجة عن كون $|w|^2 = |z|$

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{أي}$$

كتاب الطالب مثال ص 36 رقم 6 :

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = 3 + 4i$

أ. حسام بيومي



كتاب الطالب حاول أن تحل ص 37 رقم 6 :

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

كتاب الطالب مثال ص 37 رقم 7 :

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = 7 - 24i$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 3 - 7

تابع حل المعادلات

كراسة التمارين ص 15 رقم 2 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + 2\bar{z} = 4 + i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كراسة التمارين ص 15 رقم 3 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $5z - 4 + 2i = 3z + 1 - 4i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كراسة التمارين ص 15 رقم 4 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + 3(1 + i)z - 8(2 - i) = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 3 - 7

حل المعادلات في $\mathbb{C}$: التمارين الموضوعية

ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$ (a) (b)
2. حل المعادلة: $2z + \bar{z} - 3 - 5i = 0$ هو $z = 1 - 5i$ (a) (b)
3. مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{-2 - i, 2 + i\}$ (a) (b)
4. الجذران التربيعيان للعدد -1 هما: $1, -1$ (a) (b)
5. الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 16 + 30i$ هما: $z_1 = 5 + 3i, z_2 = -5 - 3i$ (a) (b)
6. إذا كان z_1, z_2 جذرين تربيعيين للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$ (a) (b)

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

7. حل المعادلة: $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو :
 (a) $z = 1 + 6i$ (b) $z = -1 + 6i$ (c) $z = 1 - 6i$ (d) $z = -1 - 6i$
8. مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي :
 (a) $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$ (b) $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$
 (c) $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$ (d) $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$
9. الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما :
 (a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$ (c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$
10. حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو :
 (a) $\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$ (b) $\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$ (c) $\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$ (d) $\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$