NOFAL

الرياضيات

الصف العاشر

10

الفصل الدراسي الأول 2026 - 2027

إعداد المعلم:

خالد نوفل

50789476

في عالمي الأرقام تتحول إلى إبداع

طريق واحد للنجاح والتفوق

الرياضيات فكرة

نوفل

وتبسيطها رسالتنا

دالة القيمة المطلقة (1-1)

تذكر :

أن القيمة المطلقة لعدد حقيقي تعبر عن بُعد هذا العدد عن الصفر على خط الأعداد.

انتبه :

سنرمز لمحور السينات بـ x

و سنرمز لمحور الصادات بـ y

مثال (1)

في معرض العلوم بالمدرسة صمم أحمد وزملاؤه تجربة باستخدام شعاع الليزر ومرآة مستوية ، لوحظ أن شعاع الليزر أنطلق من المصدر واصطدم بالمرآة عند النقطة $(0 \, , \, 0)$ ثم أنعكس ليصيب الهدف.

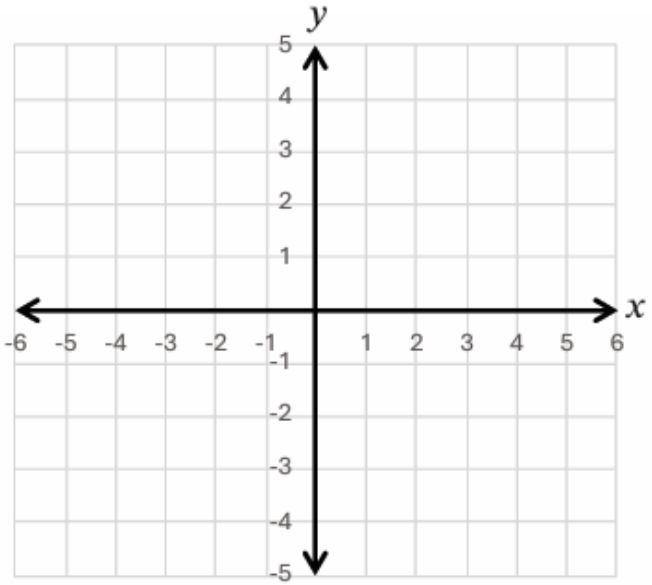
ارسم كل من الدوال التالية :

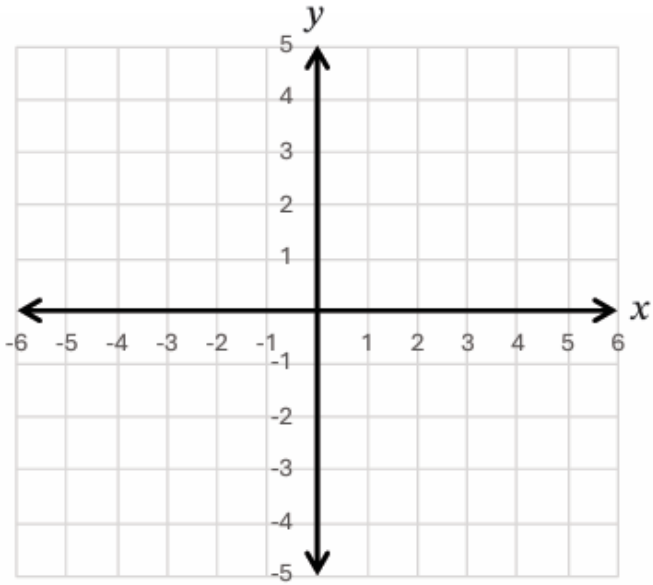
$(a) \; y_1 = x \quad : x \geq 0$

x	0		
y	0		

$(b) \; y_2 = -x \quad : x < 0$

x			0
y			0





محور التماثل:

هو خط يقسم التمثيل البياني إلى جزأين متطابقين تمامًا (يحول التمثيل البياني إلى نفسه).

الصورة الأساسية لدالة القيمة المطلقة هي:

$$f : \mathbb{R} \Longrightarrow \mathbb{R} \quad , \quad f(x) = |x|$$

(المجال) (المجال المقابل)

والتي مكوناتها هي:

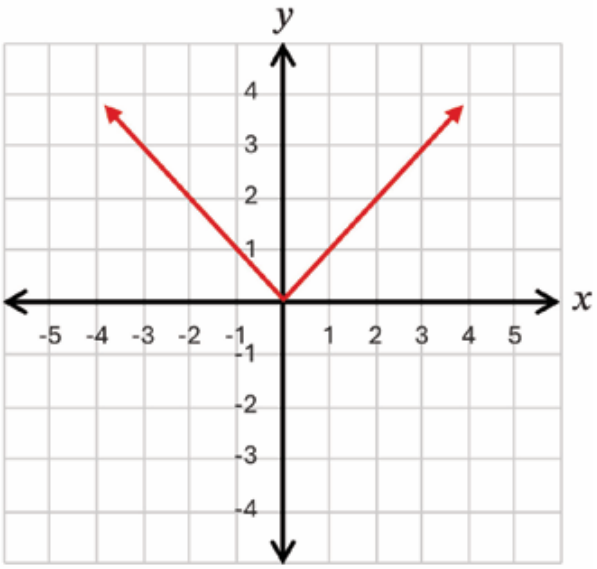
1) المجال $\mathbb{R}$

2) المجال المقابل $\mathbb{R}$

3) قاعدة اقترانها $f(x) = |x|$

$$f(x) = \begin{cases} x & : \ x > 0 \\ 0 & : \ x = 0 \\ -x & : \ x < 0 \end{cases} \Longrightarrow \therefore \quad f(x) = \begin{cases} x & : \ x \geq 0 \\ -x & : \ x < 0 \end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2



نستنتج أن:

1) تمثيل الدالة $y = |x|$ بيانيًا ينتج من اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية (رأس المنحنى) وهي نقطة الأصل ويشبهان الحرف V

2) رأس المنحنى $(0 \ ، \ 0)$ وعنده توجد أصغر قيمة للدالة

3) متماثلة حول محور الصادات $(x = 0)$ نسيمها فيما بعد دالة زوجية

4) مدى الدالة هو $[0 \ ، \ \infty)$

ومن التعريف :

إذا كانت $a , b , x \in \mathbb{R}$ عددين حقيقين فإن :

$$1)\ |x| = \begin{cases} x & : \quad x \geq 0 \\ -x & : \quad x < 0 \end{cases}$$

$$2)\ |x + a| = \begin{cases} x + a & : \quad x \geq -a \\ -x - a & : \quad x < -a \end{cases}$$

$$3)\ |ax + b| = \begin{cases} ax + b & : \quad x \geq \dfrac{-b}{a} \\ -ax - a & : \quad x < \dfrac{-b}{a} \end{cases}$$

خواص القيمة المطلقة :

$$1)\ |x| \geq 0$$

$$2)\ |a . b| = |a| . |b|$$

$$3)\ |a + b| \leq |a| + |b|$$

ملاحظة هامة :

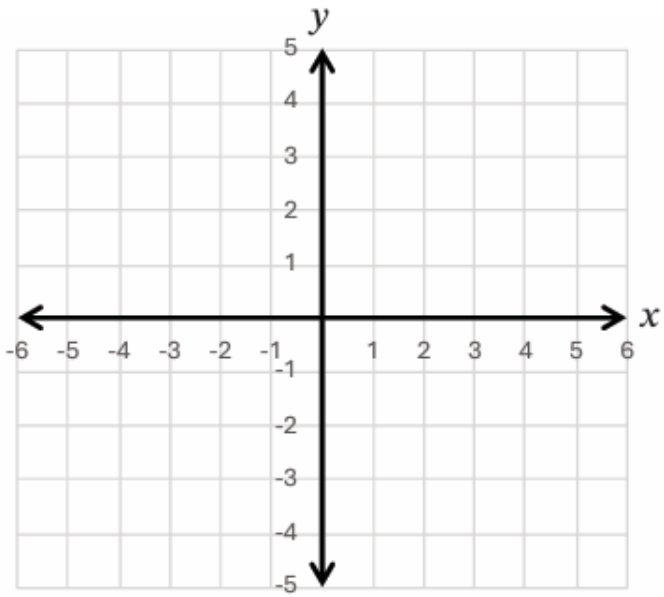
$$1)\ |a|^2 = a^2$$

$$2)\ \sqrt{x^2} = |x|$$

- مجال دالة القيمة المطلقة هو $\mathbb{R}$ ما لم يذكر غير ذلك .
- عند رسم بيان أي دالة اكتب مجال الدالة أولاً .

مثال (2)

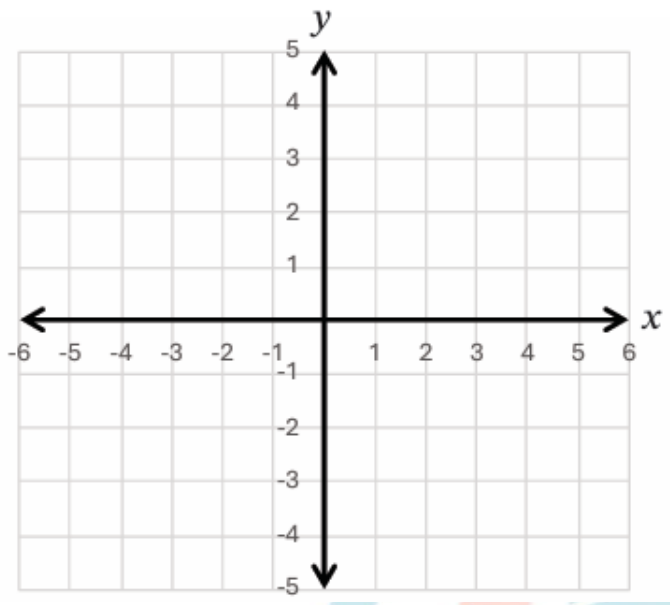
ارسم بيان الدالة : $f(x) = |2x + 4|$



NOFAL

تحقق من فهمك

ارسم بيان الدالة : $f(x) = |3x + 6|$



NOFAL

الصورة القياسية لدوال القيمة المطلقة :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad , \quad f(x) = |ax + b| + c$$

(المجال) (المجال المقابل)

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$ ، ومجالها المقابل هو $\mathbb{R}$

1) رأس المنحنى هو النقطة $\left(\frac{-b}{a} , c\right)$

2) معادلة محور التماثل هو $x = \frac{-b}{a}$

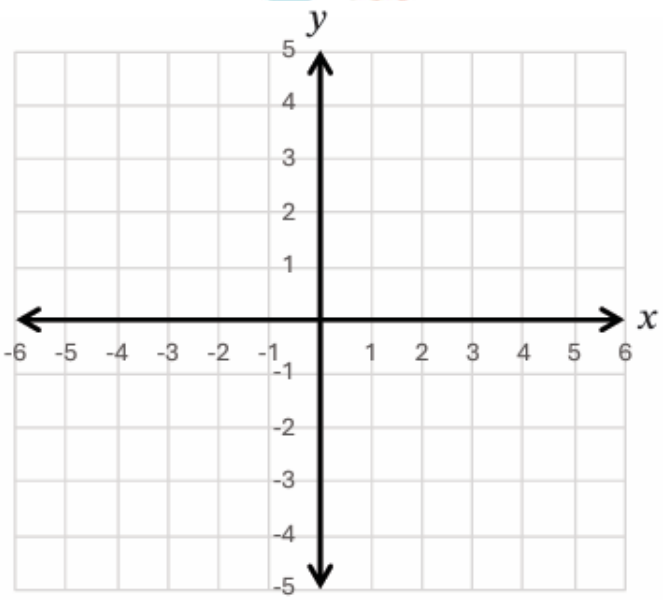
3) مدى الدالة هو $[c ، \infty)$

4) مدى الدالة يتغيرإذا كانت الدالة على الصورة $f(x) = -|ax + b| + c$ ويصبح $(-\infty ، c]$ حيث منحنى الدالة في هذه الحالة يكون مفتوحًا لأسفل .

مثال (3)

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ، ثم ارسم بيان كل منها

$a) \ y = |x - 2| + 1$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

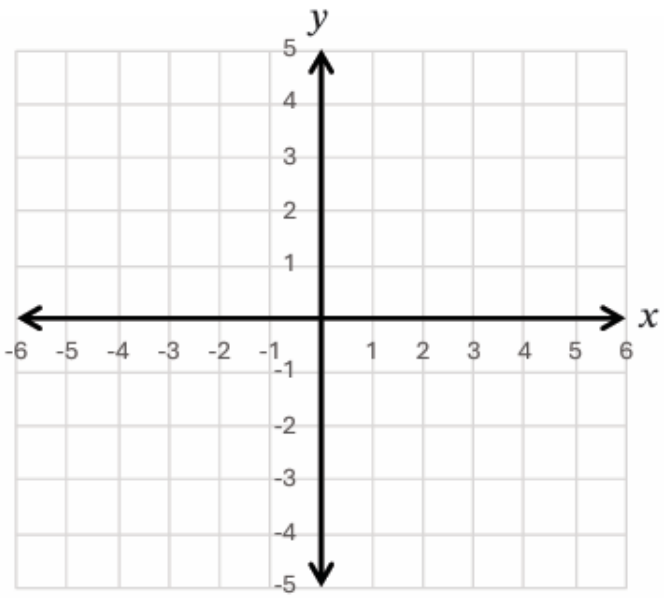
.....

.....

ملاحظة:

الإشارة السالبة خارج القيمة المطلقة لا تؤثر على نقطة رأس المنحنى ، ومنحى الدالة يكون مفتوحًا لأسفل .

$b)\ y = -|2x + 3|$

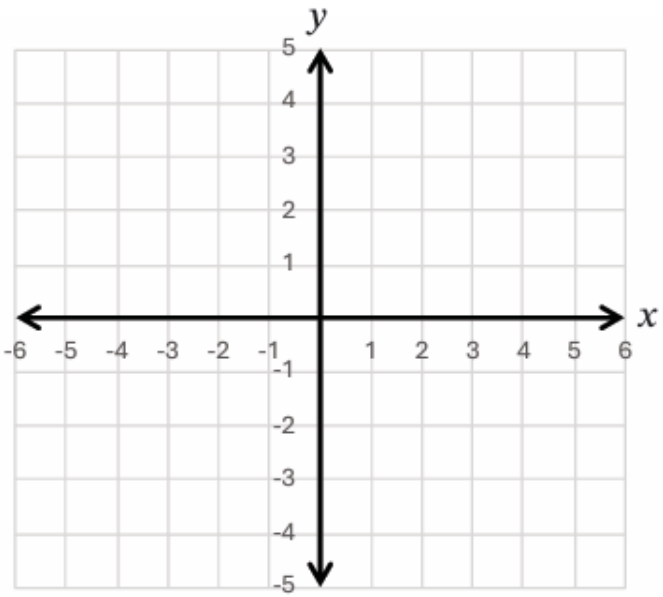


NOFAL

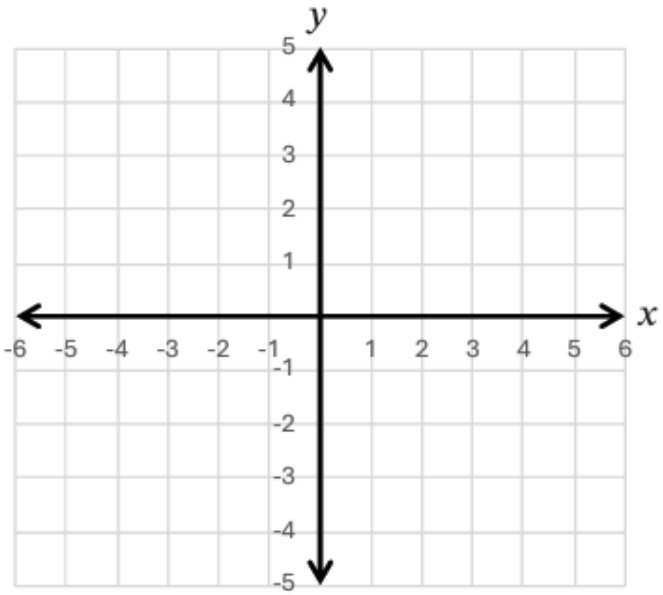
تحقق من فهمك

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ، ثم ارسم بيان كل منها

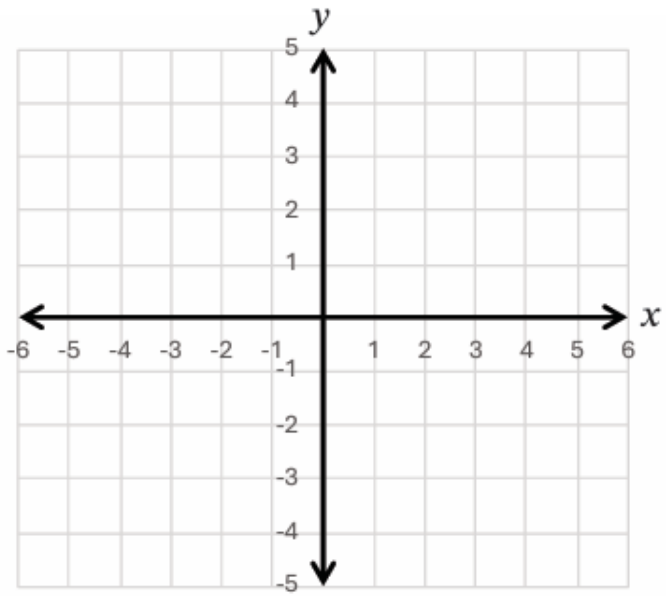
a) $f(x) = |x + 1| + 3$



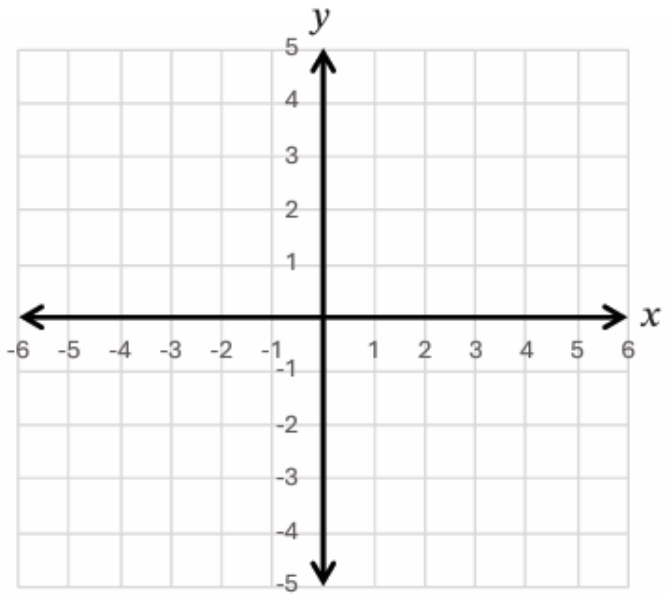
b) $y = -|x + 1|$



c) $g(x) = \left|\frac{1}{2}x + 1\right|$



d) $f(x) = 1 - |x - 2|$



رسم بيان دوال القيمة المطلقة باستخدام بعض التحويلات الهندسية

Graph of Absolute Value Function using same Geometric Transformations

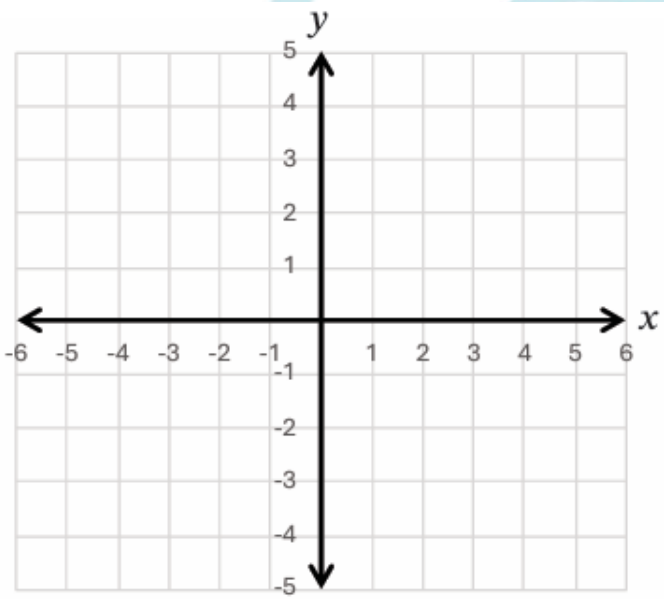
تذكر:

- معامل x هو الواحد دائمًا في الدالة الأساسية .
- $$|x| = \begin{cases} x & : \ x \geq 0 \\ -x & : \ x < 0 \end{cases}$$
- الدالة الأساسية : هي دالة المرجع $g(x) = |x|$

1) الانسحاب في اتجاه محور السينات (إزاحة أفقية):

مثال (4)

ارسم بيان الدالة $f(x) = |x - 3|$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

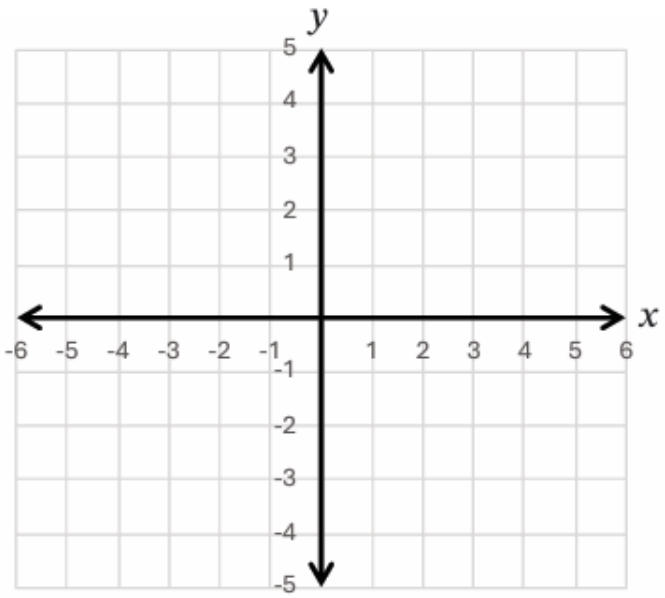
.....

.....

.....

مثال (5)

ارسم بيان كل من الدالة $f(x) = |x - 1|$ ، باستخدام التحويلات الهندسية



يكون منحنى الدالة $f(x) = |x + a|$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ و بإزاحة أفقية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه :

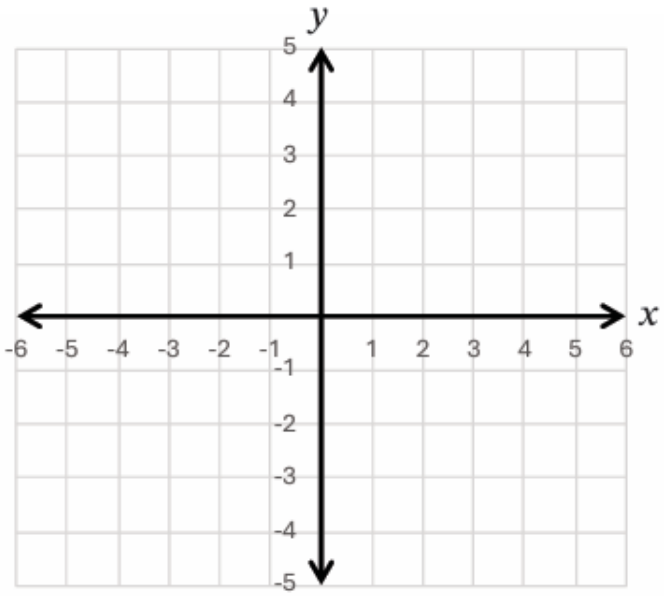
1) الموجب لمحور السينات (جهة اليمين) عندما $a < 0$

2) السالب لمحور السينات (جهة اليسار) عندما $a > 0$

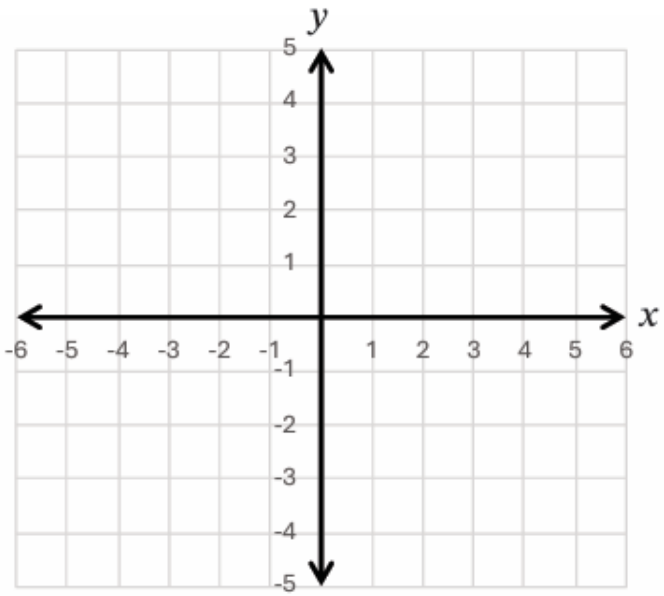
تحقق من فهمك

لكل من الدوال التالية حدد مسافة الانسحاب ، ثم ارسم بيان كل منها مستخدمًا الإزاحة لبيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

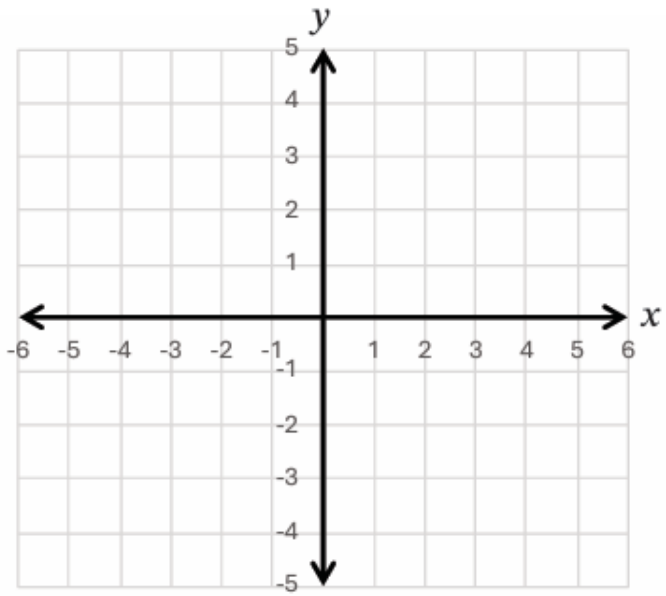
a) $f(x) = |x - 3|$



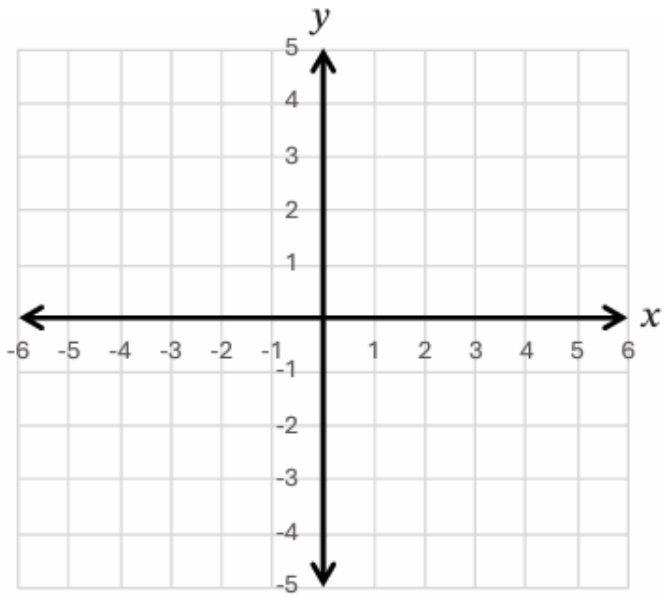
b) $y = |x + 2|$



c) $f(x) = |x - 3.5|$



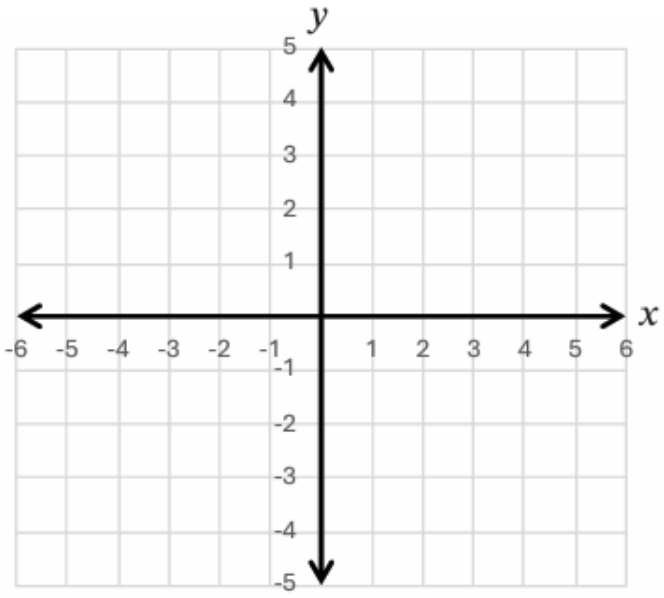
d) $y = |x - 1.5|$



2) الانسحاب في اتجاه محور الصادات (إزاحة رأسية):

مثال (6)

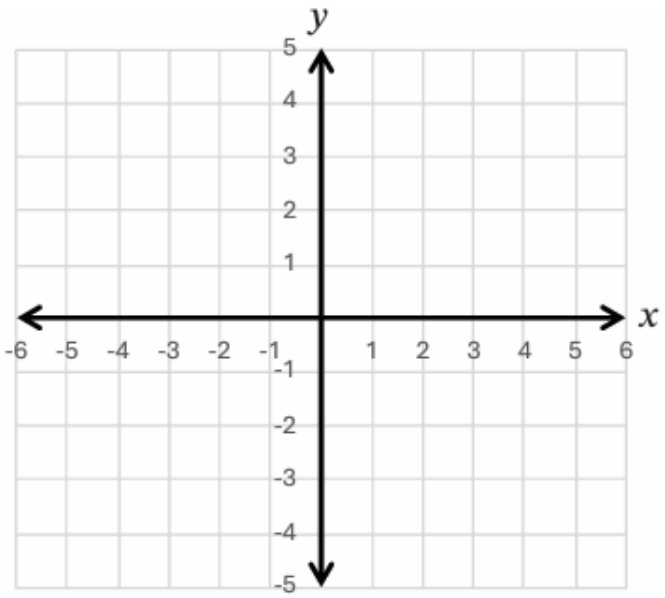
ارسم بيان الدالة $f(x) = |x| - 1$



NOFAL

مثال (7)

ارسم بيان كل من الدالة $f(x) = |x| + 2$ ، باستخدام التحويلات الهندسية



يكون منحنى الدالة $f(x) = |x| + a$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ و بإزاحة رأسية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه :

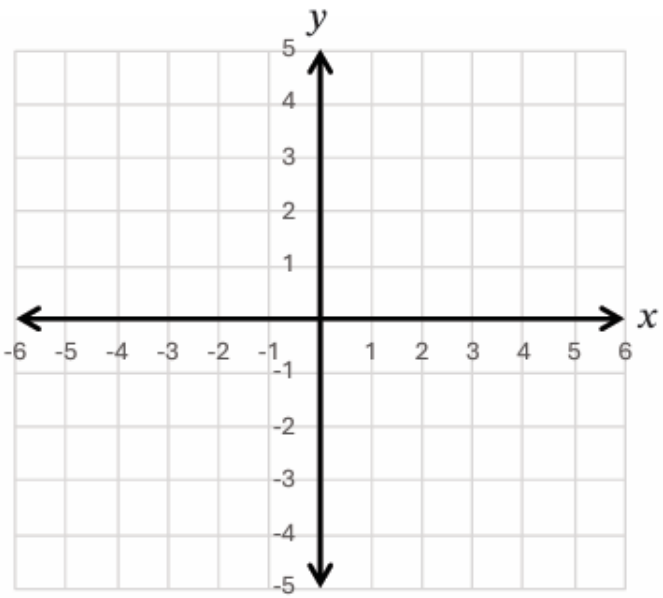
1) الموجب لمحور الصادات (رأسيًا لأعلى) عندما $a > 0$

2) السالب لمحور الصادات (رأسيًا لأسفل) عندما $a < 0$

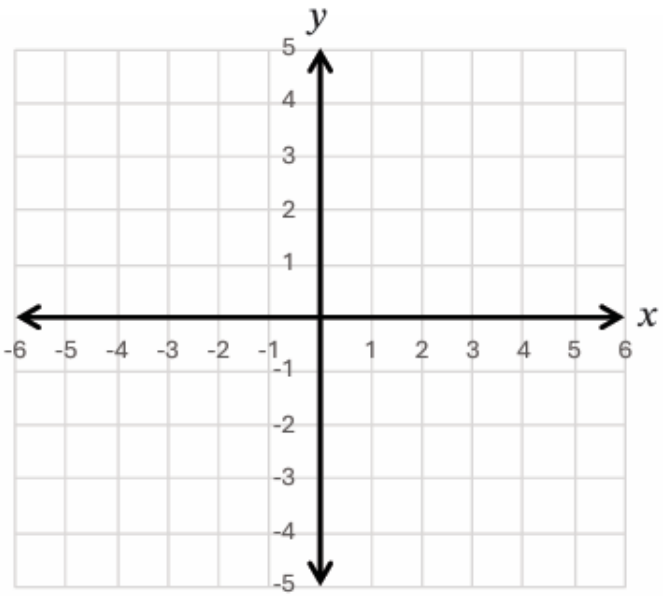
تحقق من فهمك

ارسم بيان كل من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

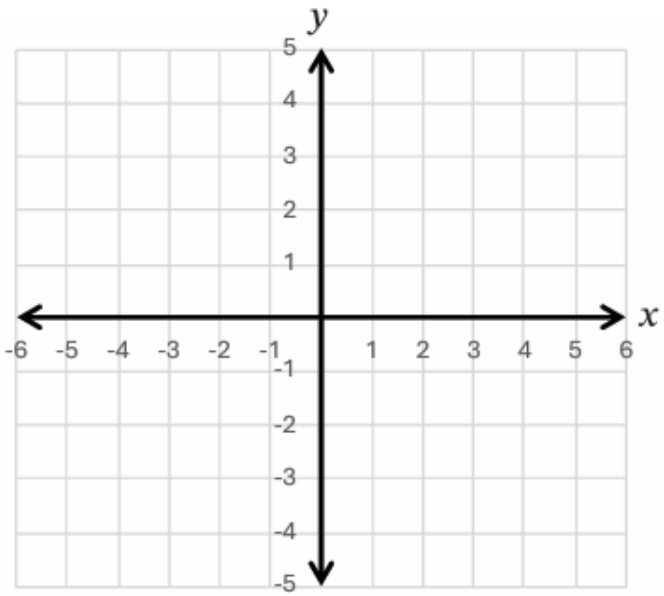
$a)\ f(x) = |x| + 3$



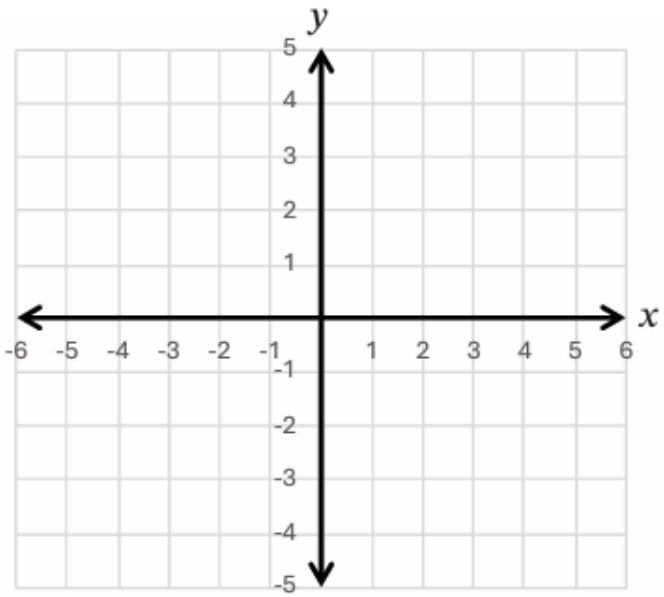
$b)\ y = |x| - 2$



c) $f(x) = |x| - 2.5$



d) $y = |x| - 1$

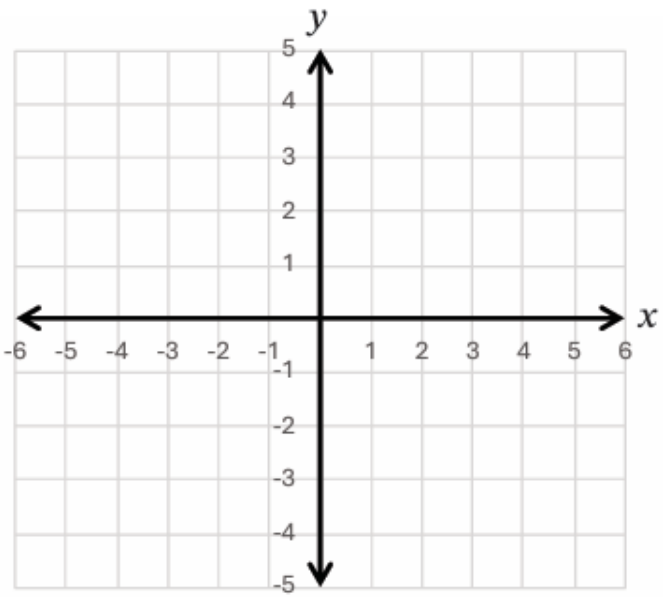


3) **الانسحاب المركب: إزاحة أفقية تليها إزاحة رأسية لمنحنى الدالة** $(x) = |x|$:

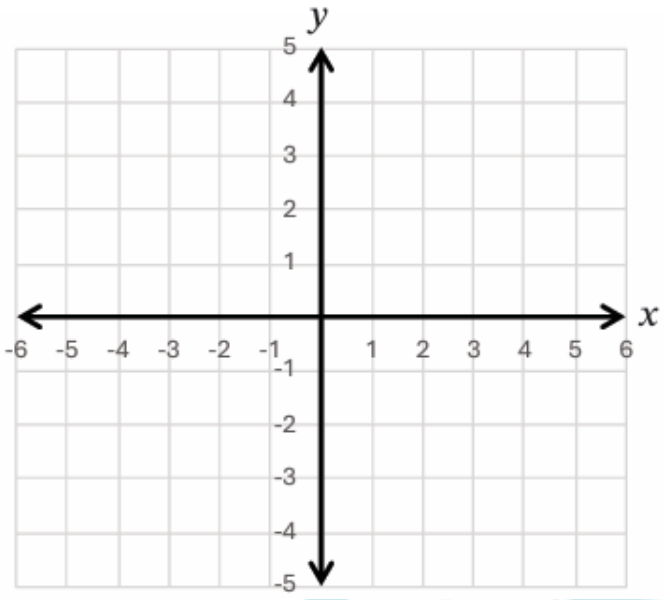
مثال (8)

ارسم بيان كل دالة مما يلي باستخدام دالة المرجع والإزاحة :

$a)\ f(x) = |x - 4| + 2$



$b)\ f(x) = |x+3| - 1$



يكون منحنى الدالة $f(x) = |x+a| + b$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ بإزاحة:

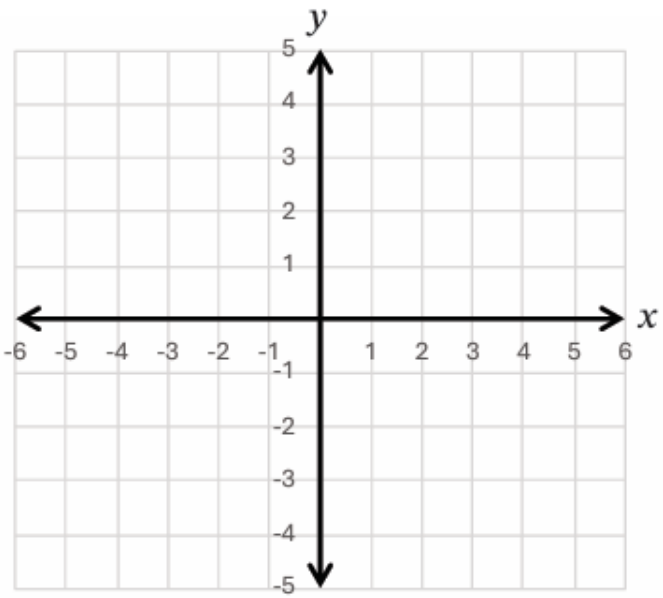
1) أفقية (محور السينات) مقدارها $|a|$ مع مراعاة الاتجاه يمينًا أو يسارًا .

2) رأسية (محور الصادات) مقدارها $|a|$ مع مراعاة الاتجاه للأعلى أو للأسفل.

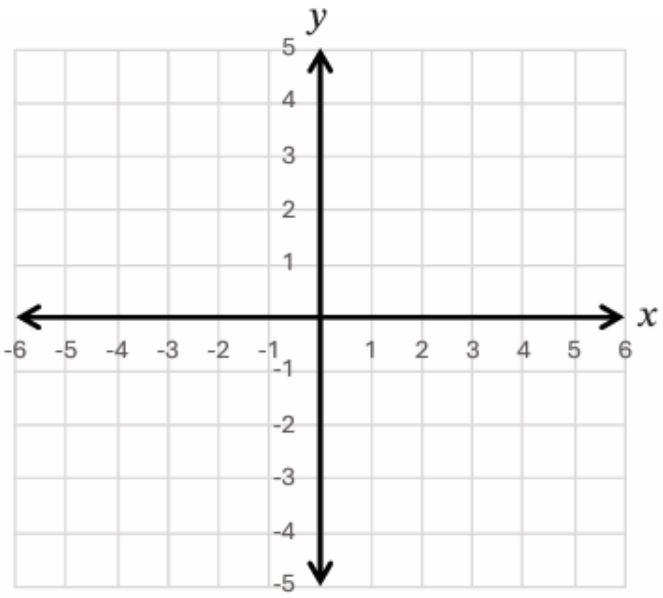
تحقق من فهمك

ارسم بيان كل من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

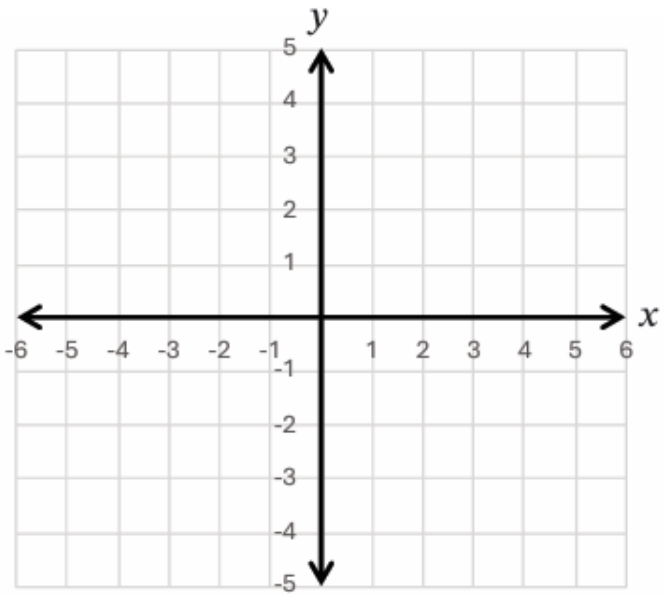
$a)\ f(x) = |x+3| + 2$



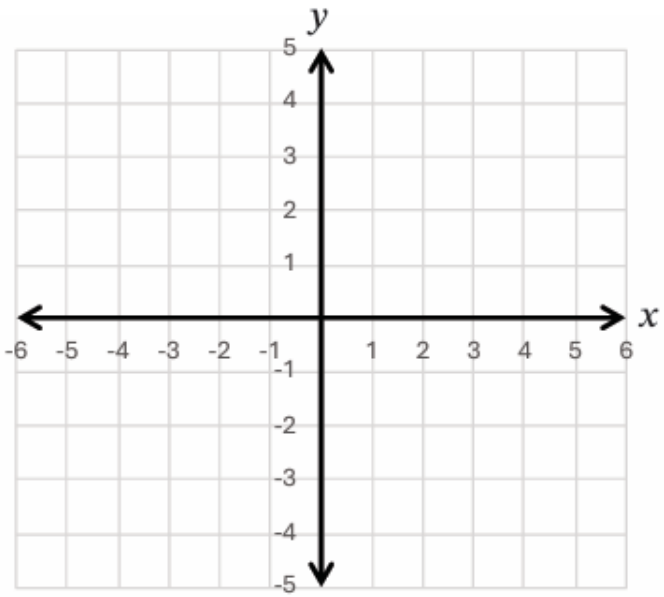
$b)\ y = |x-2| - 1$



c) $f(x) = |x + 2| - 2$



d) $y = |x - 1| + 3$

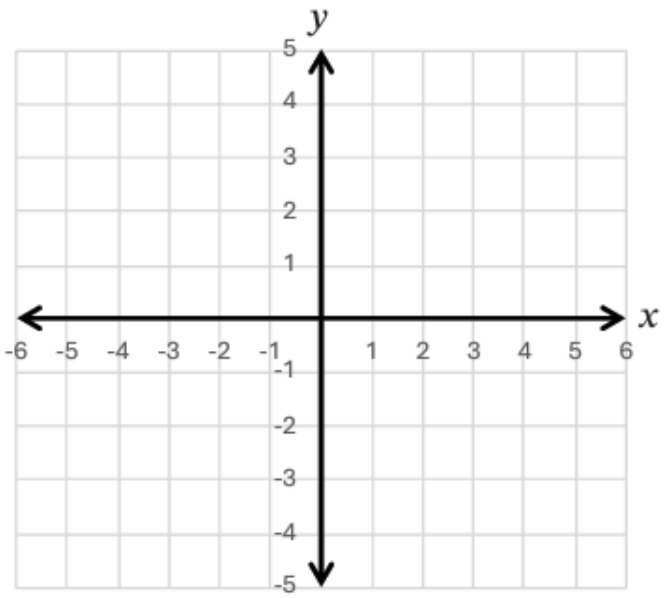


مثال (9)

صمم مهندس مظلة مدخل مبنى على شكل حرف V ، ويمكن تمثيل شكلها بالدالة $y = |x|$ ثم عدل المظلة بإزاحة 3 وحدات إلى اليمين و 4 وحدات إلى الأعلى .

المطلوب:

- **أكتب الدالة الجديدة .**
- **حدد إحداثيات رأس المنحنى.**
- **ارسم الدالة الجديدة.**



NOFAL

الانعكاس في محور السينات للدالة الأساسية $g(x) = |x|$

Reflection across the x-axis of the parent function $g(x) = |x|$

- إذا كانت $g(x) = |x|$ ، $f(x) = -|x + b|$ يجب مراعاة ترتيب التحويلات الهندسية لرسم بيان الدالة $f(x)$:

1) إنعكاس في محور السينات أولًا للدالة الأساسية.
2) إزاحة أفقية (يمينًا و يسارًا).
3) إزاحة رأسية (للأعلى أو للأسفل).
4) تحديد الرأس للمنحنى ومحور التماثل.

انتبه:

$$|a - x| = |x - a|$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

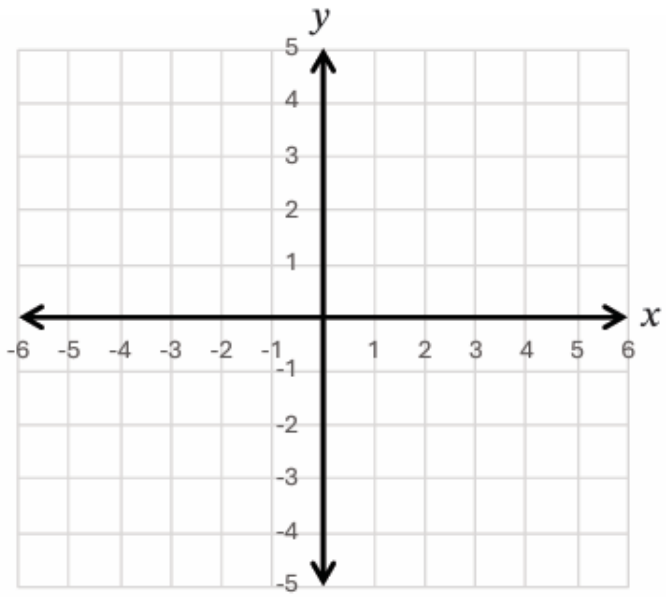
$$|-x| = |x|$$

$$|-ax| = |ax|$$

$$\sqrt{(x + a)^2} = |x + a|$$

مثال (10)

ارسم بيان الدالة: $f(x) = -|x|$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

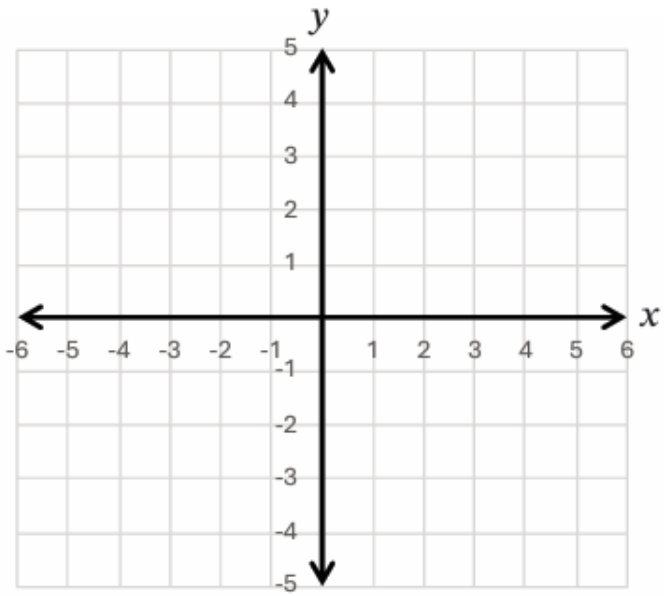
.....

.....

مثال (11)

ارسم بيانيًا منحنى الدالة $f(x) = -|x + 1| + 2$

مستخدمًا منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$



.....

.....

.....

.....

.....

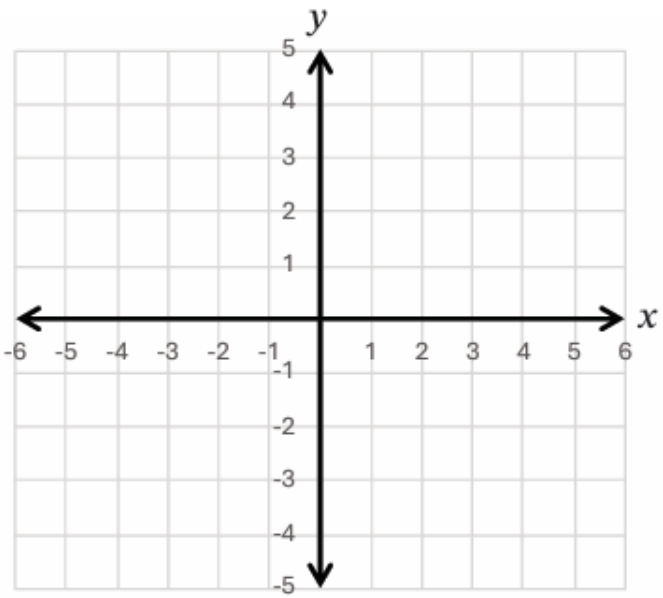
.....

.....

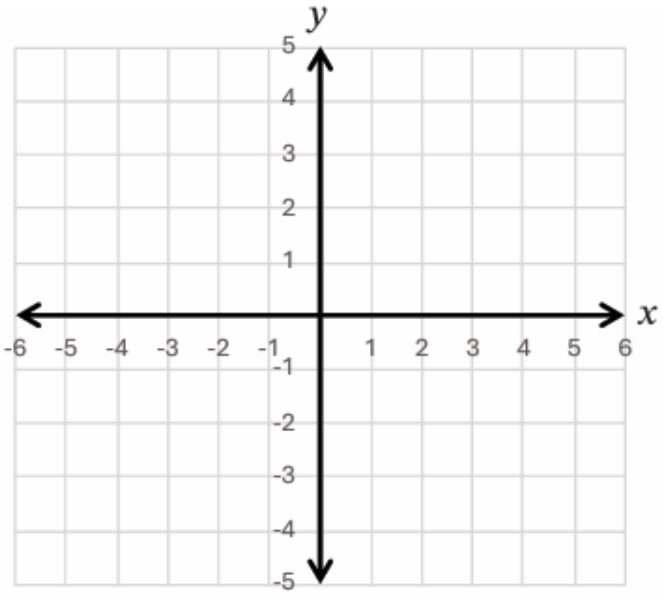
تحقق من فهمك

ارسم بيانيًا كلا من الدوال التالية مستخدمًا بيان منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

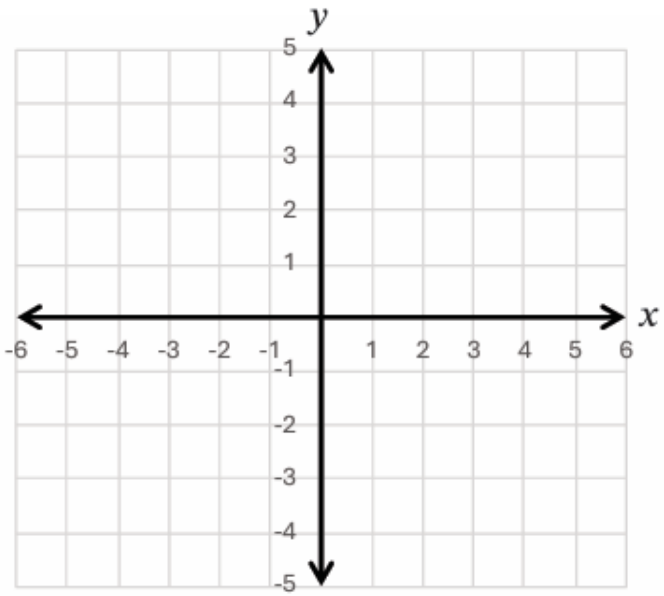
a) $f(x) = -|x - 2| + 3$



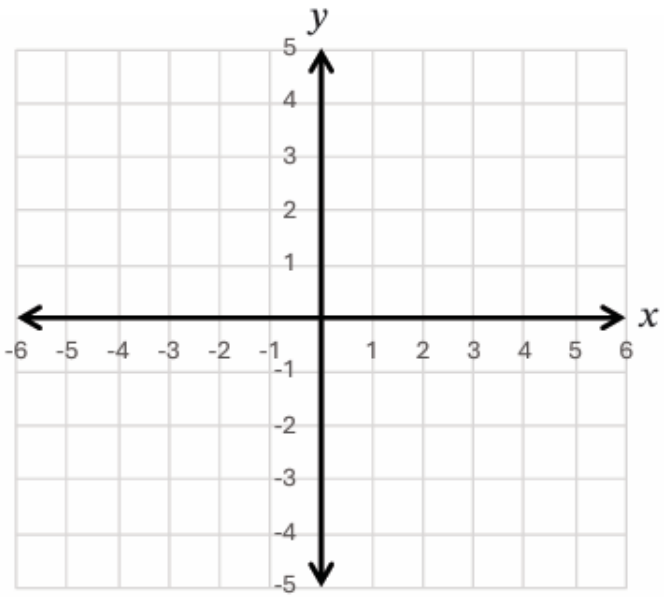
b) $f(x) = -|x + 1| - 2$



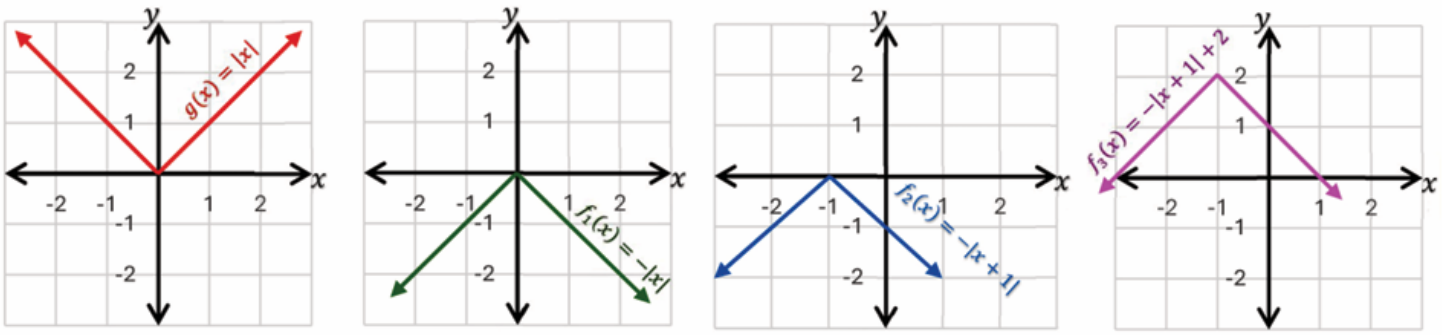
c) $f(x) = -|x-1|-1$



d) $f(x) = -|x+2|+1$



من منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ ، نحصل على منحنى الدالة $f(x) = -|x+1| + 2$ كالتالي:



من منحنى الدالة الأساسية	الإنعكاس في محور السينات	إزاحة أفقية وحدة واحدة لليسار	إزاحة رأسية وحدتان للأعلى
$g(x) = \|x\|$	$f_1(x) = -\|x\|$	$f_2(x) = -\|x+1\|$	$f_3(x) = -\|x+1\|+2$

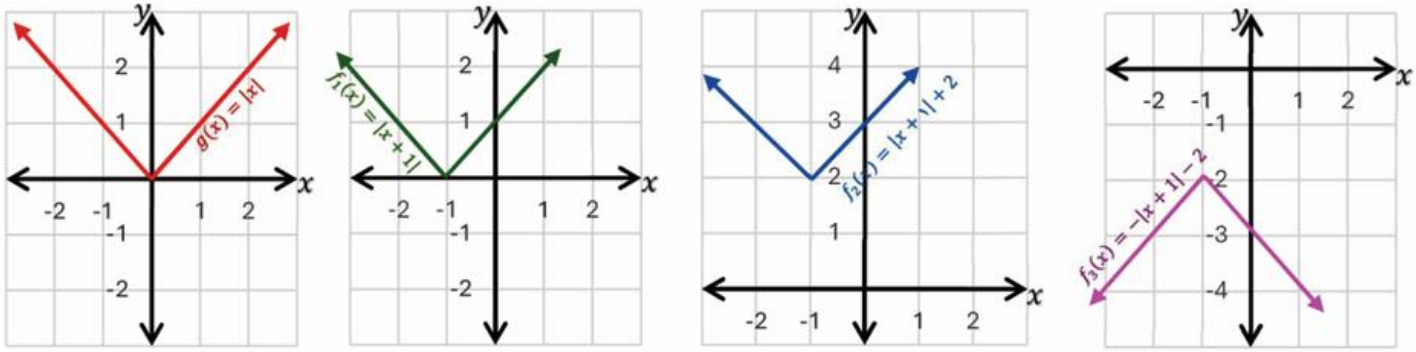
ملاحظة:

لا يمكن أن نعكس الترتيب بإجراء الإزاحة الرأسية أو الإزاحة الأفقية قبل إجراء الانعكاس في محور السينات ؛ لإننا سوف نحصل على منحنى آخر غير المنحنى المطلوب .

وهذا المنحنى ستكون معادلته هي $f(x) = -|x+1| + 2$ ، يمكننا التحقق :

بإعادة تعريف القيمة المطلقة ثم رسم بيان الدالة ، أو تحديد الرأس ومحور التماثل وفتحه بيان الدالة.

وسيكون على الصورة التالية:



من منحنى الدالة الأساسية	إزاحة أفقية وحدة واحدة لليسار	إزاحة رأسية وحدتان للأعلى	الانعكاس في محور السينات
$g(x) = \|x\|$	$f_1(x) = \|x+1\|$	$f_2(x) = \|x+1\|+2$	$f_3(x) = -\|x+1\|+2$

تمارين متنوعة

اختر الاجابة (a) إذا كانت الاجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) بيان الدالة $f(x) = |x|$ ينطبق على بيان الدالة $g(x) = x$ (a) (b)

(2) بيان الدالة $f(x) = |x|$ هو انعكاس لبيان الدالة $g(x) = -|x|$ حول محور السينات. (a) (b)

(3) بيان الدالة $f(x) = |x - 4| + 2$ يمكن الحصول عليه بانسحاب بيان الدالة $g(x) = |x|$ في الاتجاه المحدد 4 وحدات جهة اليمين ووحدتان للأعلى (a) (b)

(4) محور التماثل للدالة $f(x) = |x - 3|$ هو $x = 3$ (a) (b)

(5) مدى الدالة $f(x) = |x + 3| - 3$ هو $[-3, \infty)$ (a) (b)

اختر الاجابة الصحيحة:

(1) أي من الدوال التالية رأس مُنحناها $(-3 ، 2)$:

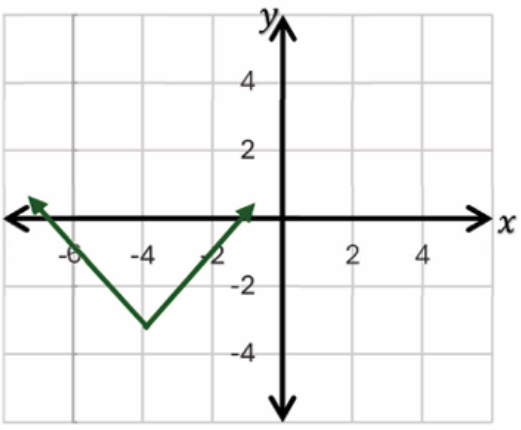
(a) $y = |x + 3| + 2$

(b) $y = |x - 3| + 2$

(c) $y = |x + 3| - 2$

(d) $y = |x - 3| - 2$

(2) أي من قواعد الدوال التالية تمثل منحنى الدالة المرسوم:



(a) $y = |x - 4| - 3$

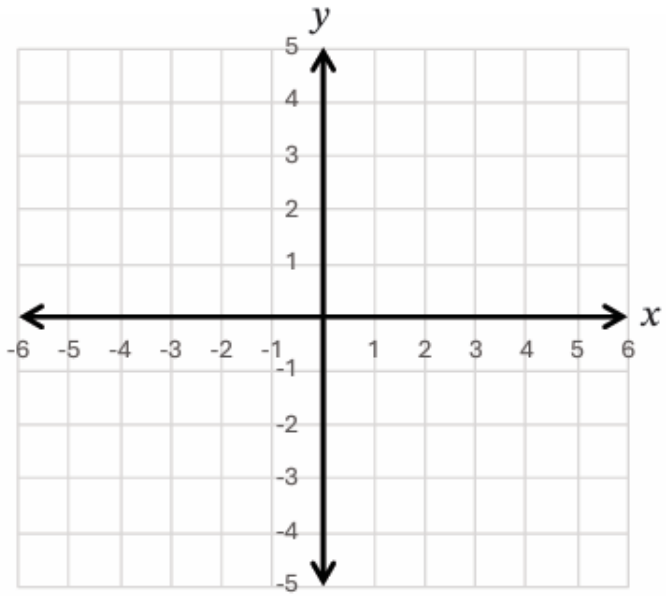
(b) $y = |x - 4| + 3$

(c) $y = |x + 4| + 3$

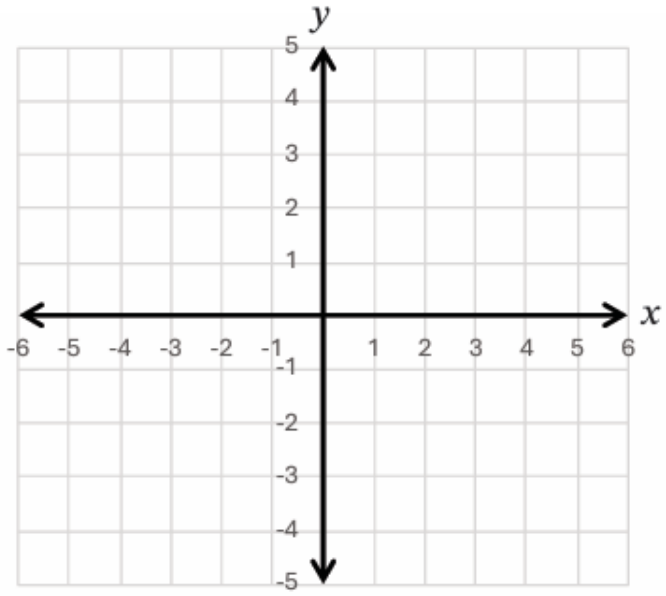
(d) $y = |x + 4| - 3$

(1) مثل بيانيًا فيما يلي كلًا من الدوال التالية ، ثم حدد كُلًا من مجالها ومداها:

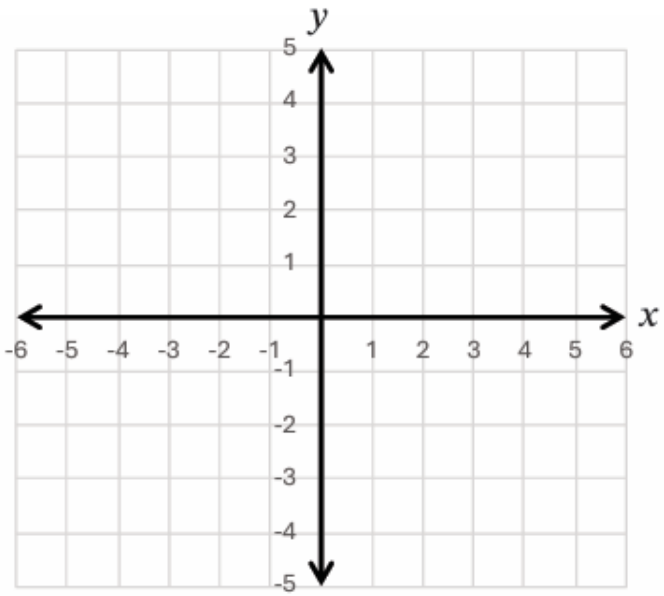
$a)\ g(x) = |-3x|$



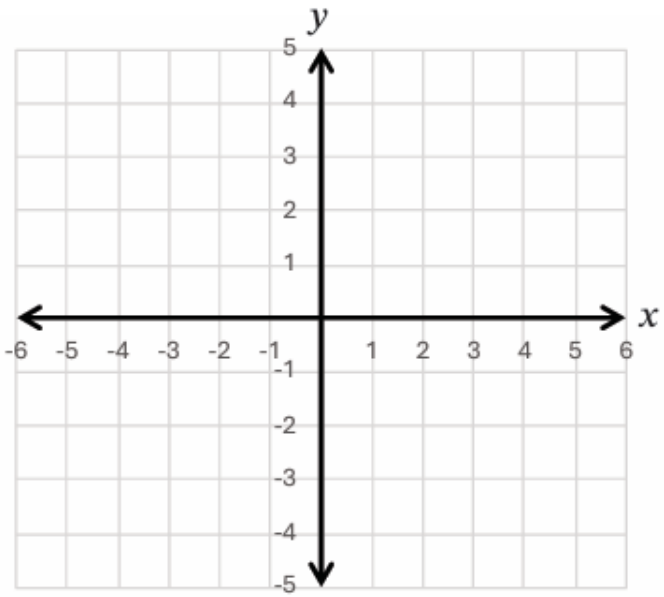
$b)\ f(x) = 2\ |x|$



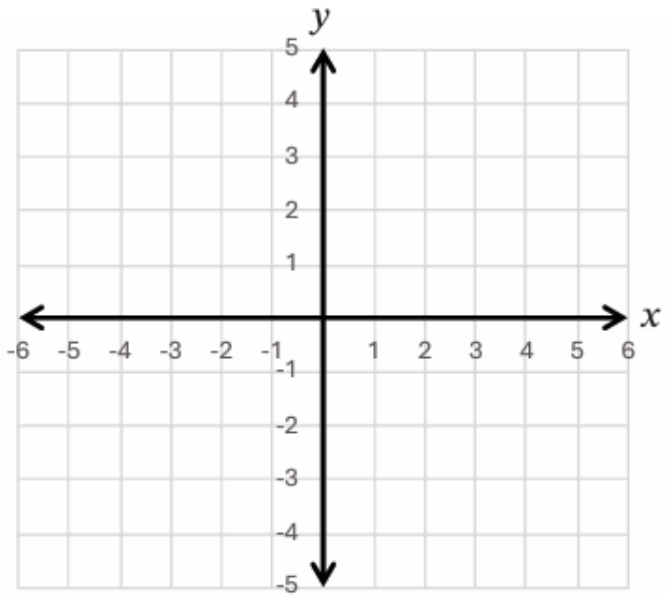
c) $h(x) = |x + 4|$



d) $g(x) = |x| + 3$

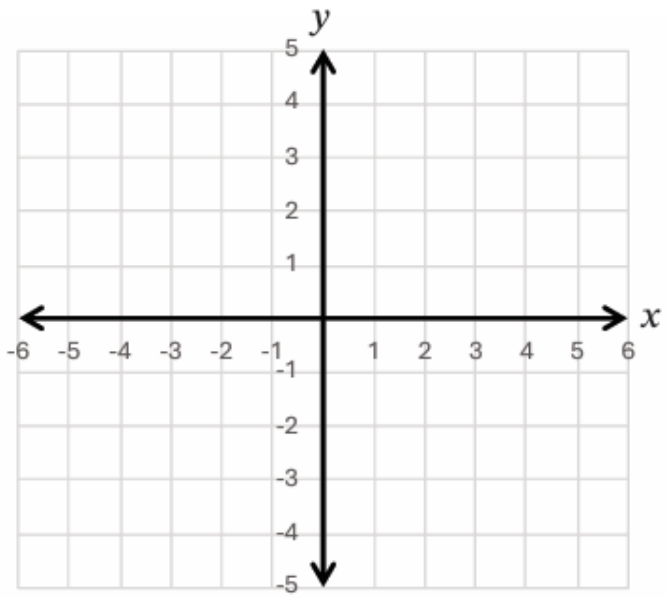


$e)\ f(x) = 2|x-4| - 6$

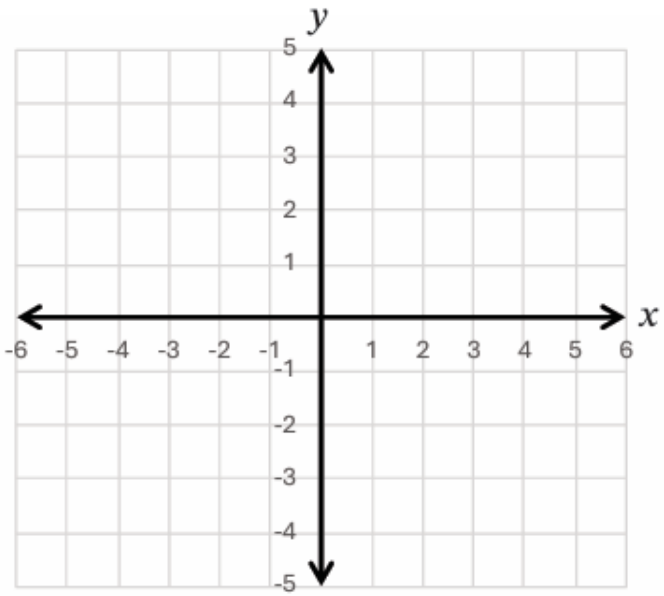


(2) ارسم بيانيًا كلًا من الدوال التالية مستخدمًا التحويلات الهندسية للدالة الأساسية: $g(x) = |x|$

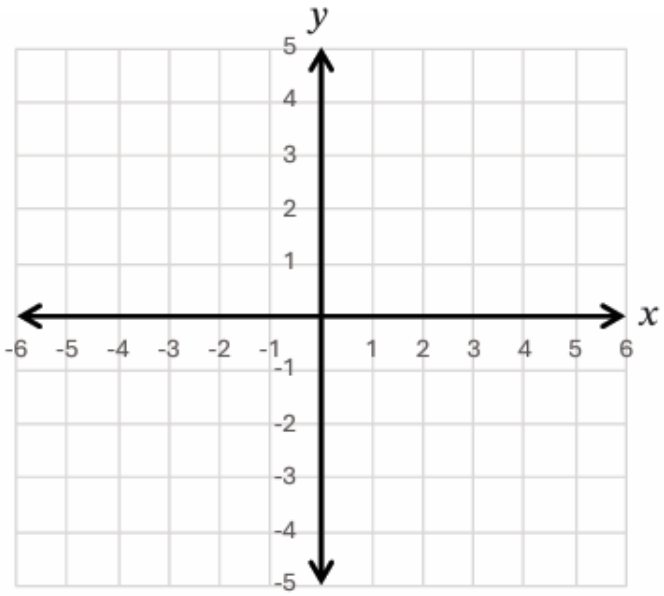
$a)\ f(x) = |x+5|$



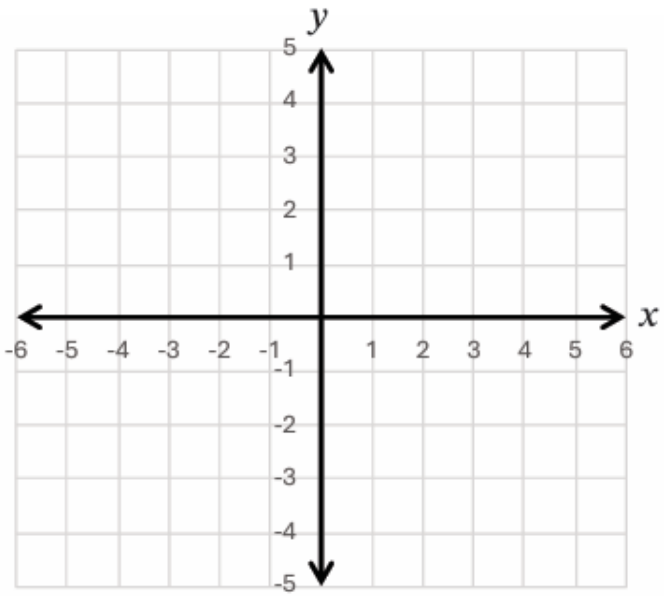
b) $h(x) = |x - 2|$



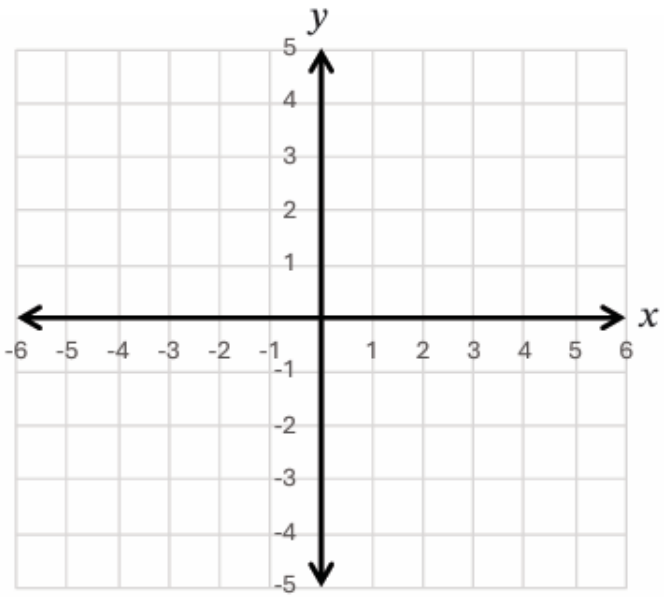
c) $h(x) = |x| - 2$



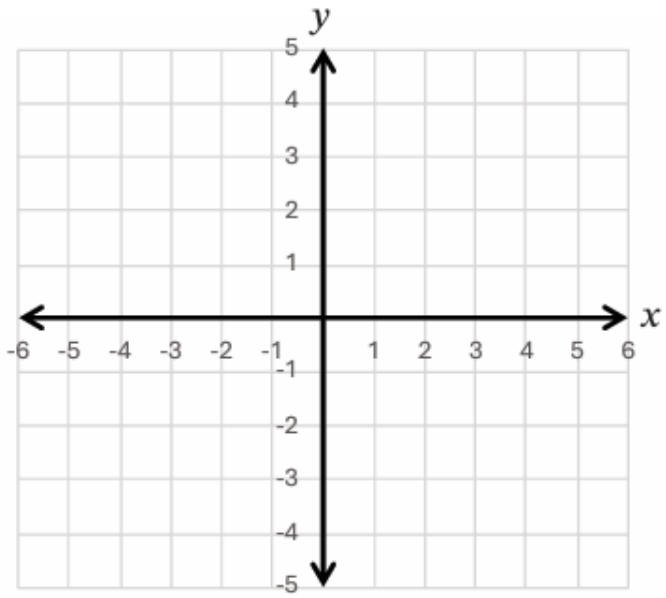
d) $h(x) = -|x+3|$



e) $f(x) = -|x-4|+3$

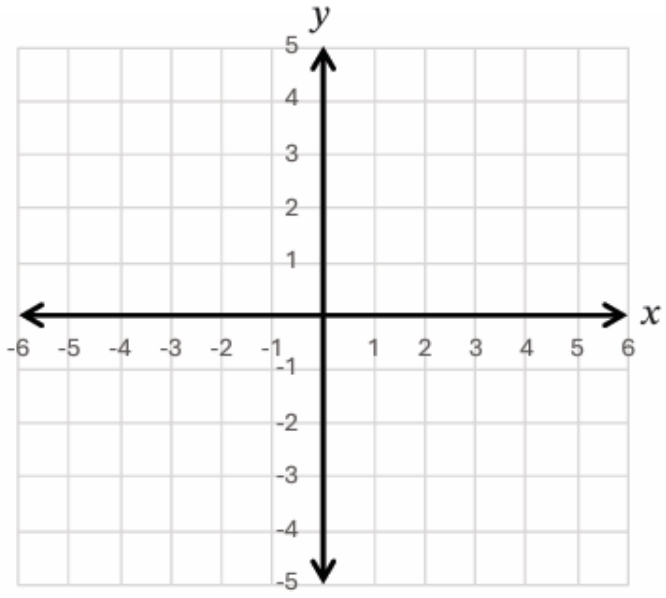


$f)\ f(x) = |1 - x| + 2$

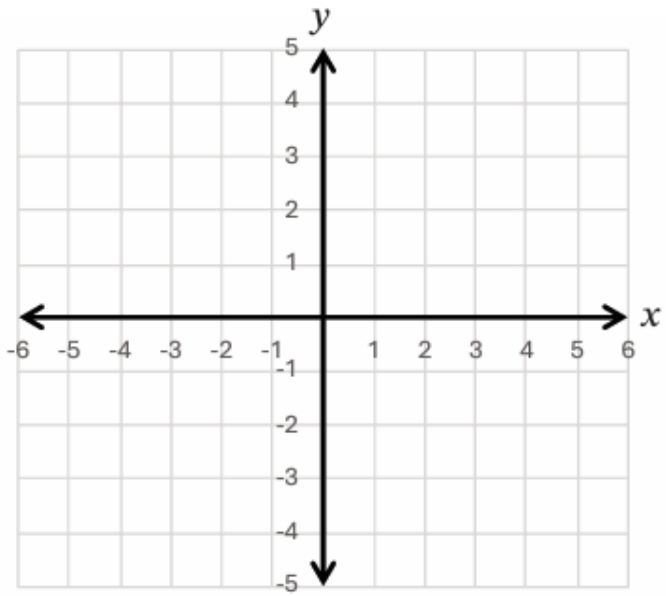


(3) ارسم بيانيًا كلًا من الدالتين على نفس المستوى الإحداثي ، ثم أوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطعهم

$a)\ f(x) = |x - 2|$, $g(x) = |x - 1| + 3$



b) $f(x) = |x-3|$, $g(x) = 3 - |x|$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

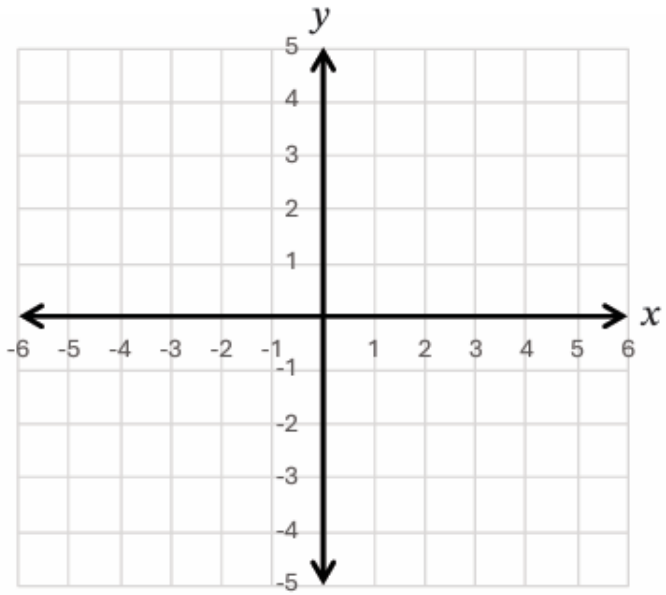
.....

.....

.....

.....

c) $f(x) = |x-2| - 3$, $g(x) = 4 - |x-2|$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

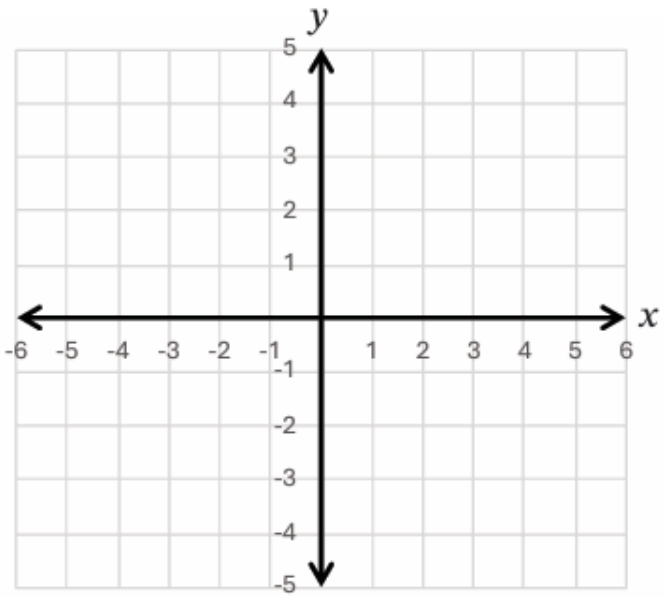
.....

.....

.....

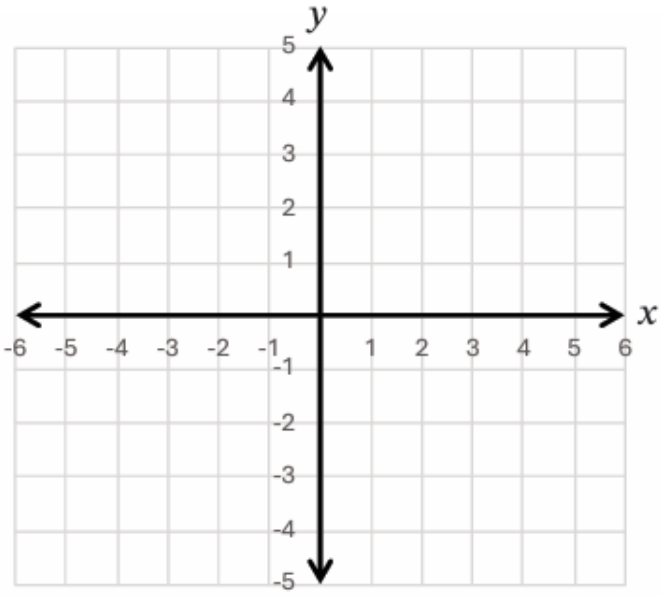
مهارات تفكير عليا:

ارسم بيان الدالة: $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$

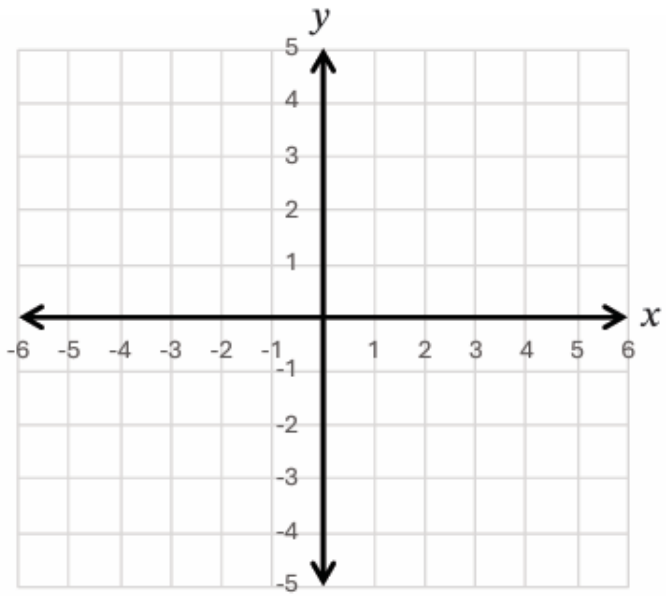


مثل كُل دالة مما يلي بيانيًا ، ثم حدد كُلًا من مجالها ومداها:

$a)\ f(x) = 3 - |2x|$



$b)\ f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

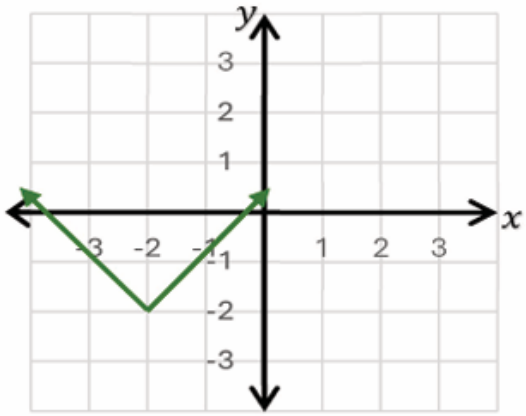
.....

.....

.....

.....

اختر الإجابة الصحيحة:



المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = |x + 2| - 2$

ومحور السينات تساوي..... وحدة مربعة.

a) 4

b) 5

c) 2

d) 3

حل معادلة القيمة المطلقة (1-2)

ملاحظة:

مجموعة حل المعادلة ويرمز لها بالرمز $S.S$

هي مجموعة جميع قيم المتغيرات التي تجعل المعادلة صحيحة

مفهوم أساسي " حل معادلات القيمة المطلقة "

لحل المعادلة $|ax+b|=c$ حيث $c \geq 0$

نحل المعادلتين المرتبطتين بها وهما:

$ax+b=-c$ أو $ax+b=c$

ملاحظة:

(1) $|A| \geq 0$ دائمًا

(2) $|A|=0 \Leftrightarrow A=0$

(3) إذا كان $|x|=x$ فإن $x \geq 0$ ، $x \in [0,\infty)$

(4) إذا كان $|x|=-x$ فإن $x \leq 0$ ، $x \in (-\infty,0]$

(5) $|a|=|b| \Leftrightarrow a^2=b^2$

(6) $|a|=|b| \Leftrightarrow a=b \ , \ or \ \ a=-b$

حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=c \ , \ c \geq 0$

تعلمنا فيما سبق أن حل معادلة القيمة المطلقة:

$(1)\ \|x\|=A$	$(2)\ \|x\|=0$	$(3)\ \|x\|=A$
إذا كان $A>0$ ، فإن	إذا كان $A=0$ ، فإن	إذا كان $A<0$ ، فإن
للمعادلة حلان هما	للمعادلة حل وحيد وهو :	للمعادلة ليس لها حل :
$x=A \ or \ x=-A$	$x=0$	$S=\emptyset$
$S=\{-A\ , A\}$	$S=\{0\}$	

مثال

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات التالية:

$(a)\ |x-3|=2$ $(b)\ |3x+2|=0$ $(c)\ |5x+2|=-4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

خواص القيمة المطلقة

لكل $a , b \in R$ فإن :

1) $|a| \geq 0$

2) $|a+b| \leq |a| + |b|$

3) $|a.b| = |a|.|b|$

4) $|x-a| = |a-x|$

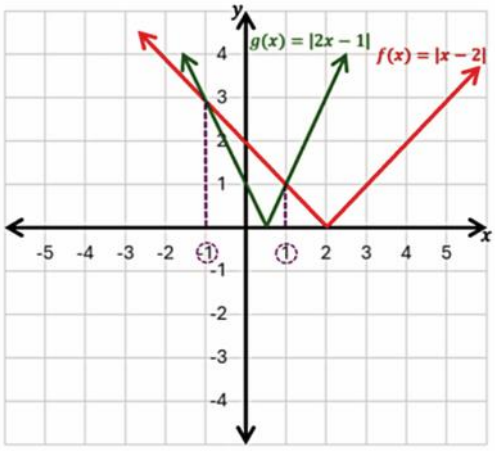
5) $\frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right| \quad , b \neq 0$

6) $|x| = |-x|$

7) $|n|^2 = n^2$ حيث n عدد زوجي

8) $\sqrt{x^2} = |x|$ لأي عدد حقيقي x يكون

أولًا حل المعادلة على الصورة $|ax+b| = |cx+d|$



1) ارسم بيان الدالة $f(x) = |x-2|$ وبيان الدالة $g(x) = |2x-1|$ على نفس المستوى الإحداثي ، مستخدمًا إحداثي رأس المنحنى ومحور التماثل في كل منهما.

x	.....	2	.....
$f(x)$	.....	0	.....

x	.....	?	.....
$g(x)$	.....	0	.....

2) من الرسم أوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنين $f(x)\ ,g(x)$

$x_2 =$ ..... $x_1 =$ .....

3) تسمى مجموعة الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنين .....

ـ مجموعة حل المعادلة .....

أي أن: مجموعة حل المعادلة $|2x-1| = |x-2|$

هي { ..... ، ..... }

وهذه الطريقة تسمى الطريقة البيانية لحل المعادلة $|2x-1| = |x-2|$

تذكر:

1) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2) $|a|^2 = |b|^2$ فإن $|a| = |b|$

3) $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

انتبه:

$x^2 - 1 = 0$ (1)

$\therefore x^2 = 1$

$\therefore \sqrt{x^2} = \sqrt{1}$

$x = \pm 1$

انتبه :

$|a| = |b| \Leftrightarrow a = b$

$or \quad a = -b$

مثال (1)

أوجد مجموعة حل المعادلة : $|2x-1| = |x-2|$

NOFAL

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x+2| = |x-1|$

NOFAL

مثال (2)□

$a)\ |x+4| = |x+3|$

$b)\ |2y+1| = |3y+4|$

NOFAL

انتبه:

يمكنك حل المعادلة باستخدام :

- **خواص القيمة المطلقة**
- **بتربيع الطرفين : وهذا ما يسمى بالحل الجبري**

تحقق من فهمك

$(a)\ |y-4| = |2y-5|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ |2y-3| = |x+1|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(c)\ |3y+1| = |y-2|$

NOFAL

$(d)\ |x-4| = |2x-5|$

ثانيا : حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=cx+d$

تذكر:

$$1)\ |x|=c\ ,c\geq 0 \quad \text{دائمًا}$$

$$2)\ cx+d\geq 0$$

$$\Rightarrow x\geq \frac{-d}{c}\ ,c\geq 0$$

شرط الحل: هو ما يسمى بمجموعة التعويض (مجال الدالة)$3)$

$$4)\ |ax+b|$$

$$=\begin{cases}(ax+b):x\geq \dfrac{-b}{a}\\ -(ax+b):x<\dfrac{-b}{a}\end{cases}$$

مثال (3)□

أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x-3|=3x-1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية :

$(a)\ |2x-1| = x+2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ |2x+5| = x+5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

مثال (4)

أوجد مجموعة حل كل من معادلة من المعادلات التالية:

$(a)\ |4x+2| = 1-2x$

$(b)\ |x+4| + 2x + 3 = 0$

NOFAL

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل كل من معادلة من المعادلات التالية:

$(a)\ |2l-3| = |4l-1|$

NOFAL

$(b)\ |3x-1| + 4x - 13 = 0$

استخدام النماذج:

تذكر:

$$\forall\, a, b \in \mathbb{R}$$

$$|a - b| = |b - a|$$

$$|a| \,.\, |b| = |a \,.\, b|$$

مثال



يقع منزل سعد بين مدرسته والنادي الرياضي في منطقته كما في الشكل:



وتوجد هذه المواقع الثلاثة على خط مستقيم يمر بحديقة الأحمدي ، تبعد المدرسة عن الحديقة $2km$ ، ويبعد النادي الرياضي عن الحديثة $7km$ في الاتجاه المعاكس ، كم يبعد منزل سعد عن الحديقة ، إذا كان البعد بين المنزل والنادي الرياضي ضعف البعد بين المنزل والمدرسة ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمارين متنوعة

في البنود من (1 – 7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة:

(1) حل المعادلة $|2x-1| = x+3$ هو

a $x = 1$ b $x = 2$ c $x = -1$ d لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2| = x+2$ هو

a $x = -2$ b $x \in (-2, \infty)$ c $x \in [-2, \infty)$ d $\emptyset$

(3) حل المعادلة $|x+1| = |x-3|$ هو:

a $x = \pm 1$ b $x = -1$ c $x = 1$ d $x = 2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3| = |3-x|$ هي:

a $\{3\}$ b $\{-3, 3\}$ c $\mathbb{R}$ d $\emptyset$

(5) حل المعادلة $|x-4| = |4-x|$ هو:

a $x = -4$ b $x = 4$ c $\mathbb{R}$ d لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|x+3| = |2x-3|$ هو:

a $x = 0, x = 6$ b $x = -5, x = 0$ c $x = 5, x = 6$ d $x = \pm 6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي:

a $\emptyset$ b $(-\infty, 2)$ c $(-\infty, 2]$ d $\{2\}$

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

$(a)\ |x-2|=|x+4|$

NOFAL

$(b)\ |x-4| = |x+2|$

$(c)\ |4-5x| + |3x+1| = 0$

NOFAL

$(d)\ |x-3| = 2x-1$

$(e)\ |2y+3| = 3y-2$

NOFAL

$(f)\ |x-1| = 5x + 10$

$(g)\ |2i-3| = 4i - 1$

NOFAL

$(h)\ |3y-7|=2y-5$

$(j)\ |x+4|+23=17$

NOFAL

$(k)\ |2x+6| = x-3$

$(i)\ \frac{1}{2}|8x-2| = x+2$

NOFAL

مهارات تفكير عليا

(1) حل المعادلة مستخدمًا خواص القيمة المطلقة: $(x+5)^2 = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين: $(a)\ |3x-9| - |3-x| = 10$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

$(b)\ \sqrt{x^2-2x+1}+x=5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت مجموعة حل المعادلة $|x-a|=b$ **هي** $\{5\ ,11\}$ فإن $(a\ ,b)=$

a $(-8\ ,3)$ b $(-3\ ,8)$ c $(8\ ,3)$ d $(3\ ,8)$

NOFAL

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

"جبريا وبيانيا" (1–3)

مفاهيم أساسية:

(1) الدالة الثابتة : $c \in \mathbb{R}$, $f(x) = c$ (دالة من الدرجة الصفرية) ، وتمثيلها البياني يكون خط مستقيم أفقي يوزاي محور السينات ويقطع محور الصادات عن القيمة c .

(2) الدالة الخطية : $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ $f(x) = ax + b$ (دالة من الدرجة الأولى) وتمثيلها البياني على كل خط مستقيم .

(3) الدالة التربيعية : $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ $f(x) = ax^2 + bx + c$ (دالة من الدرجة الثانية) تمثل قطع مكافئ ، مفتوحًا للأسفل إذا كانت $a < 0$

ملاحظة:

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm ab + b^2$
- الدالة التربيعة تسمى (دالة القطع المكافئ) ، تتغير فتحة القطع المكافئ للأسفل إذا كان المعامل الرئيسي لها عددًا سالب .
- مجموعة الحل هي: الإحداثيات السينية لتقاطع المنحنى مع محور السينات .
- الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات هي التي عندها $f(x) = 0$
- المعادلة التربيعية مثل القفل له مفتاح ثابت والقانون العام هو المفتاح الذي يفتح أي معادلة تربيعية مهما كانت صعبة ، وهو خطة إنقاذ ثابت لحل المعادلة التربيعية التي يستحيل حلها بالتحليل .
- توضع المعادلة دائمًا على الصورة العامة : $ax^2 + bx + c = 0$
- نوجد قيمة المميز Δ فإن: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانيا:

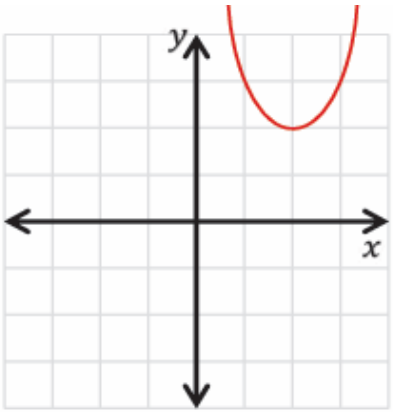
لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانيًا نتبع الخطوات التالية:

(1) ضع المعادلة على الصورة : $ax^2 + bx + c$

(2) أفرض أن : $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، ثم الاسم منحنى الدالة f

(3) عين نقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات فتكون الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع هي:

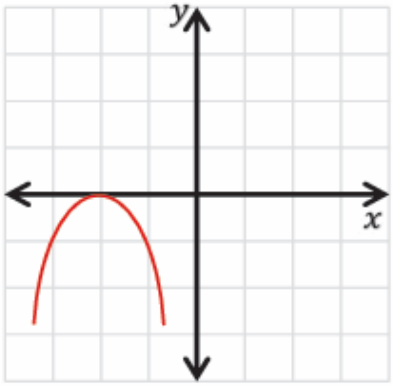
حلول المعادلة $f(x) = 0$



↓

المنحنى لا يقطع محور السينات ، لا يوجد حل للمعادلة في $\mathbb{R}$

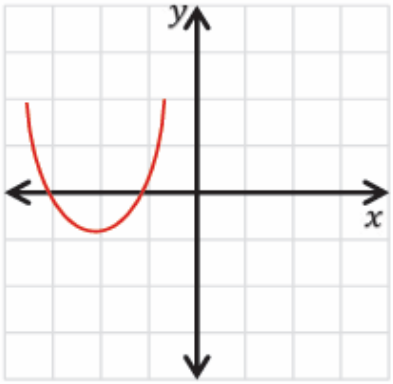
عدد الحلول $= 0$



↓

المنحنى يقطع محور السينات في نقطة واحدة ، يوجد حلان حقيقيان متساويان للمعادلة في $\mathbb{R}$

عدد الحلول $= 1$ مكرر



↓

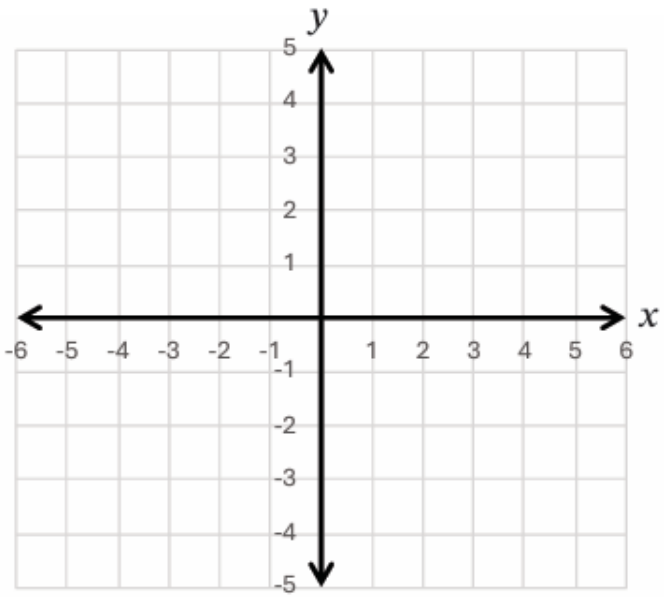
المنحنى يقطع محور السينات في نقطتين ، يوجد حلان مختلفان للمعادلة في $\mathbb{R}$

عدد الحلول $= 2$

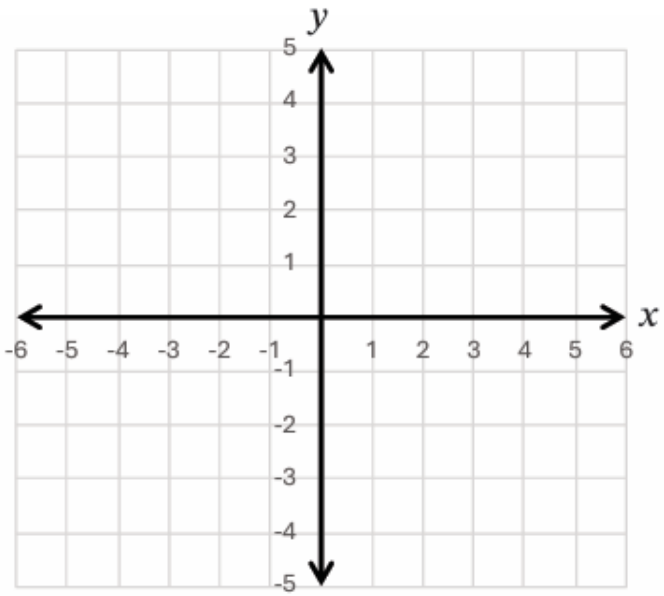
مثال (1)

أوجد بيانيًا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

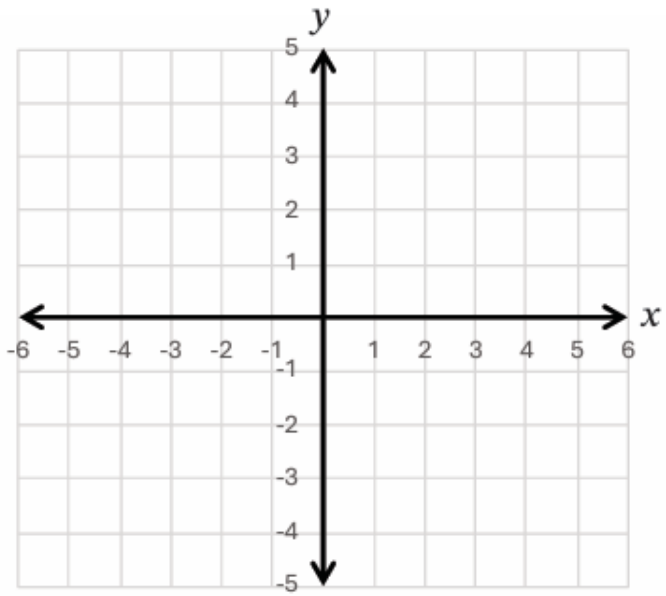
$(a)\ x^2 - 2x - 3 = 0 \quad , \quad [-2\ ,4]$



$(b)\ -x^2 - 4x - 4 = 0 \quad , \quad [-4\ ,0]$



$(c) x^2 + 2 = 0 \quad , \quad [-2\,,2]$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

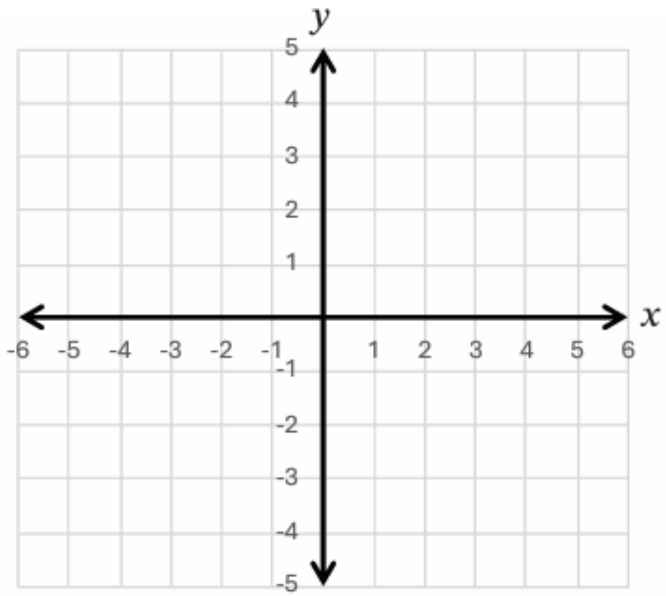
.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد بيانيًا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

$(a) x^2 - 6x + 8 = 0 \quad , \quad [1\,,5]$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

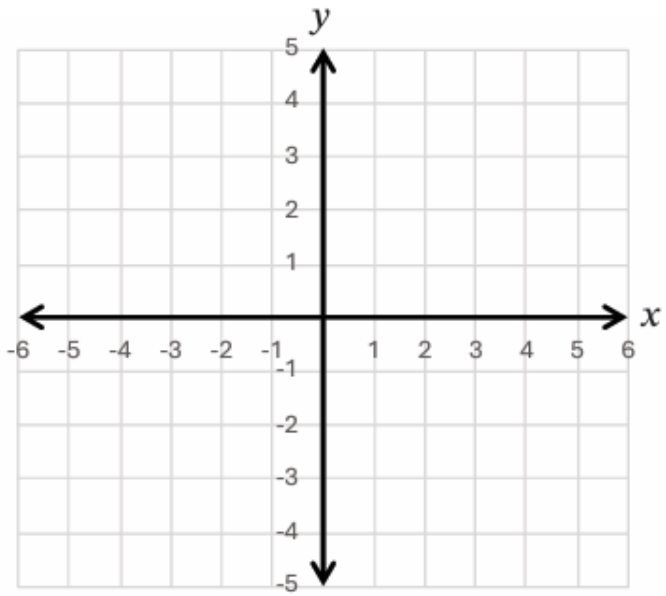
.....

.....

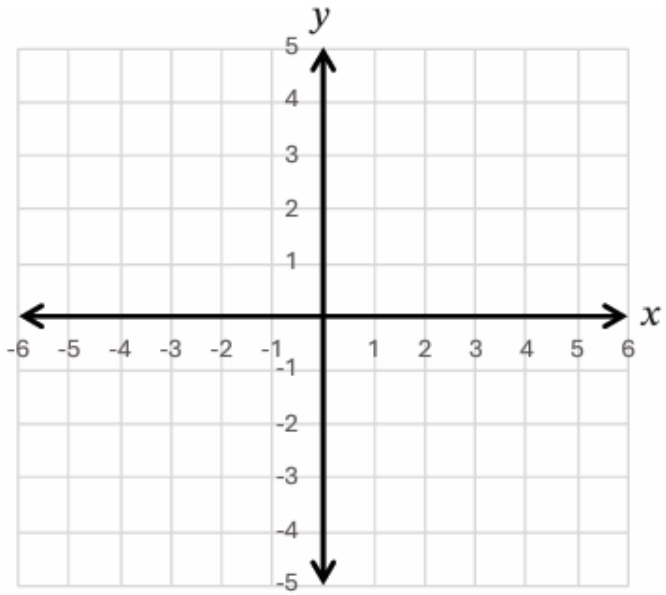
.....

.....

$(b)\ x^2 + 4x + 4 = 0 \quad , \quad [-4\ ,0]$



$(c)\ x^2 + 4x + 5 = 0 \quad , \quad [-4\ ,0]$



استنتاج القانون العام لحل المعادلة التربيعية:

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $ax^2 + bx + c = 0$

إضافة المعكوس الجمعي لـ c للطرفين $ax^2 + bx = -c$

قسمة الطرفين على a $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

بإكمال المربع $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

بتوحيد المقام $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

بطرح $\frac{b}{2a}$ للطرفين $x = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

القانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد وهو:

$$x = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad , \quad b^2 - 4ac \geq 0 \quad , \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad , \quad a \neq 0$$

يُسمى المقدار $b^2 - 4ac$ مميز المعادلة التربيعية ، ويرمز له بالرمز Δ ويقرأ (دلتا)

والمميز هو الذي يميز نوع الجذرين ويحدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة بدون حلها ، أي أن :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
فإن للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان عدد الحلول = 2	فإن للمعادلة جذران حقيقيان متساويان عدد الحلول = 1 مكرر	فإنه لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية عدد الحلول = 0

مثال (2)

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة :

$(a)\ 4x^2 - 4x - 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ 2x^2 - 4x + 2 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(c)\ x^2 + 2x + 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

$(a)\ 2x^2 - 7x - 4 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ x^2 - 10x + 25 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

$(c)\ 3x^2 - 2x + 2 = 0$

$(d)\ x^2 = 15$

$(e)\ x^2 - x = 0$

NOFAL

$(f)\ 2x^2 - 8x + 8 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مثال (3)

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون:

$(a)\ x^2 - x - 5 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ x^2 - 8 = 0$

$(c)\ x^2 = x + 1$

NOFAL

$(d)\ x^2 - 6x + 9 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون:

$(a)\ x^2 - 4x + 2 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ 4x^2 - 5x + 1 = 0$

$(c)\ x^2 - 2x + 1 = 0$

NOFAL

$(d)\ x^2 - 6x + 8 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مثال (4)

حل المعادلة التالية باستخدام القانون : $x^2 - 3x = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

تحقق من فهمك

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون.

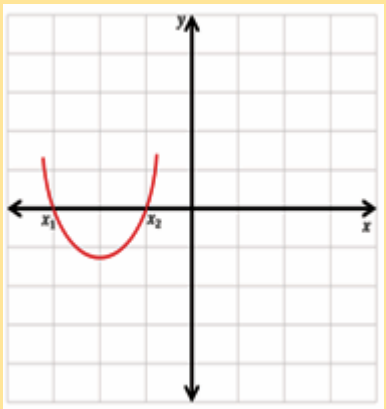
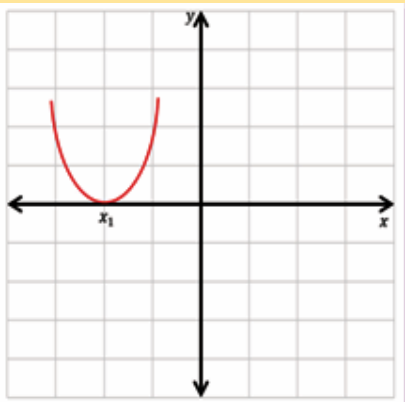
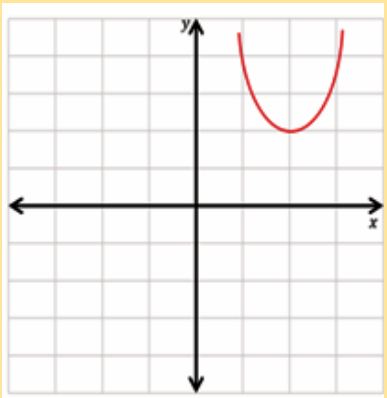
$(a)\ x^2 + 7x + 10 = 0$

$(c)\ 2x^2 - 5x - 52 = 0$

NOFAL

تعميم:

للدالة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$

المميز	$b^2 - 4ac > 0$ موجب	$b^2 - 4ac = 0$ صفر	$b^2 - 4ac < 0$ سالب
عدد الحلول	حلان حقيقيان مختلفان	حلان حقيقيان متساويان	لا يوجد حلول حقيقية
التمثيل البياني			

انتبه:

إذا كان العدد هو x فإن:

- ضعف العدد $= 2x$ ، ثلاثة أمثال العدد $= 3x$
- العدد الذي يليه $= x + 1$
- مربع العدد x^2
- عدد فردي ، فإن العدد الفردي الذي يليه هو $x + 2$
- عدد زوجي ، فإن العدد الزوجي الذي يليه هو $x + 2$

مثال (5)

عددان فرديان متتاليان مجموع مربيعهما 34 فما العددان ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

(a) أوجد عددين زوجيين متتاليين مجموع مربيعهما 100

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

(b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار $3cm$ ومساحته $4cm^2$ ، أوجد بعدي المستطيل.

.....

.....

.....

.....

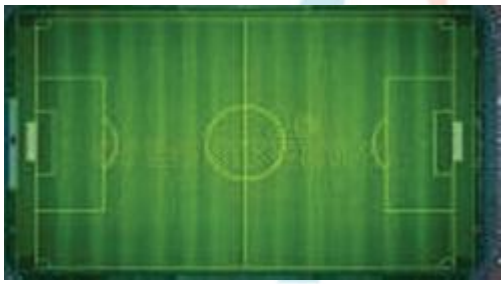
.....

.....

.....

.....

استخدام النماذج:



ملعب كرة القدم في استاد جابر الدولي في الكويت مستطيل الشكل ، إذا كان عرض الملعب x مترًا ، وكان طوله يزيد عن عرضه بمقدار 37 مترًا ، فإذا علمت أن مساحة الملعب 7140 مترًا مربعًا:

أوجد عرض الملعب وطوله؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمارين متنوعة

في البنود من (1 – 3) اختر الإجابة إذا كانت الإجابة صحيحة أو b إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) جذرا المعادلة $x^2 - 5x + 6 = 0$ هما جذران حقيقيان متساويان

a b

(2) المعادلة $x^2 - 4x + 4 = 0$ لها جذران حقيقيان متساويان

a b

(3) جذرا المعادلة $x^2 + 9 = 0$ هما $3, -3$

a b

في البنود من (1 – 7) اخترا الإجابة الصحيحة:

(1) المعادلة $x^2 - 6x + 9 = 0$

b لها جذران حقيقيان متساويان

a لها جذران حقيقيان مختلفان

ليس أيًا مما سبق

c ليس لها جذور حقيقية

(2) المعادلة $x^2 + 4x + 5 = 0$

b لها جذران حقيقيان متساويان

a لها جذران حقيقيان مختلفان

ليس أيًا مما سبق

c ليس لها جذور حقيقية

(3) جذرا المعادلة $x^2 - 3x - 4 = 0$

a $-1, 4$ b $1, 4$ c $-2, 2$ $-1, 3$

(4) حل المعادلة $x^2 = 9$ هو:

a 3 b -3 c ± 3 d لا يوجد حل

(5) جذرا المعادلة $2x^2 - 7x + 3 = 0$ هما:

a $\frac{1}{2}, 3$ b $1, 3$ c $2, 3$ d $1, \frac{3}{2}$

(6) حل المعادلة $x^2 - 25 = 0$ هو:

a 5 b -5 c ± 5 d لا يوجد حل

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي :

a $(x+1)(x+4) = 0$ b $x(x-5) = 0$

c $(x-1)(x+6) = 0$ d $(x-5)(x+1) = 0$

---

(1) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام القانون العام:

$(a)\ x^2 - 3x - 10 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b) 2x^2 - 5x - 3 = 0$

$(c) \frac{1}{2}x^2 - 3 = 0$

$(d) 3x^2 + x - 2 = 0$

NOFAL

(2) أوجد نوع الجذرين للمعادلتين التاليتين ، ثم تحقق باستخدام القانون :

$(a)\ x^2 - 4x - 5 = 0$

$(b)\ 2x^2 - 4x + 2 = 0$

NOFAL

(3) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية:

$(a) 2x(x+1) = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(c)\ \frac{1}{2}x(x+6) = 8$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

(4) ثلاثة أعداد موجبة متتالية مربع أكبرهم يساوي مجموع مربعي العددين الآخرين ، أوجد هذه الأعداد

(5) عددان زوجيان متتاليان مجموع مربعيهما يزيد عن حاصل ضربهما بمقدار 28 ، فما العددان ؟

NOFAL

مهارات تفكير عليا:

- اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) إذا كانت المعادلة $x^2 - 6x - k = 0$ لها جذران حقيقيان متساويان ،

فإن قيمة k هي 3

(a) (b)

- في البنود من (2 – 5) اختر الإجابة الصحيحة :

(2) إذا كانت المعادلة $x^2 - kx + 4 = 0$ ليس لها جذور حقيقية فإن k تحقق :

(a) $k^2 > 16$ (b) $k^2 = 16$ (c) $k^2 < 16$ (d) $k > 16$

(3) مجموعة حل المعادلة $x^2 = 2 - |x|$ هي:

(a) $\{1, -1\}$ (b) $\{2, -2\}$ (c) $\{1, -2\}$ (d) $\{-1, 2\}$

(4) مجموعة حل المعادلة $x^2 - 2|x| = 8$ هي:

(a) $\{2, -2\}$ (b) $\{4, -4\}$ (c) $\{2, 4\}$ (d) $\emptyset$

(5) إذا كانت $|x| > x$, $x^2 + 2x - 3 = 0$ فإن $2x + 4$ تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) 6 (d) 8

(6) أوجد قيمة k بحيث يكون للمعادلة التالية جذران حقيقيان متساويان: $x^2 + kx + 4 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(7) حِل كلًا من المعادلتين التاليتين:

$(a)\ x^2 - 3|x| - 28 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ |x-3|^2 - |x-3| - 6 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري معادلة تربيعية

تكوين المعادلة التربيعية بمعلومية جذريها (4-1)

أولا: إيجاد مجموع الجذرين وحاصل ضرب الجذرين للمعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$

بدون حلها :

∵ جذري المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ هما:

$$x_1 = \ell = \frac{-b + \sqrt{b2^2 - 4ac}}{2a} \quad , \quad x_2 = m = \frac{-b - \sqrt{b2^2 - 4ac}}{2a}$$

فإن: $(2)\ x_1 . x_2 = \ell . m = \frac{c}{a}$ $\qquad (1)\ x_1 + x_2 = \ell + m = \frac{-b}{a}$

$$(3)\ x_1 - x_2 = \ell - m = \pm\frac{-b + \sqrt{b2^2 - 4ac}}{a} = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$$

تذكر:

الصورة العامة للمعادلة التربيعية هي: $ax^2 + bx + c = 0$

حيث:

معامل x^2	a
معامل x	b
الحد الثابت	c

انتبه :

- يجب وضع المعادلة في الصورة العامة
- استخراج قيم كل من $a\ , b, c$
- التأكد من حفظ قانون مجموع جذري المعادلة ، وناتج ضربهما

أكمل الجدول التالي:

المعادلة	المعاملات	مجموع الجذرين	حاصل ضرب الجذرين
$2x^2+5x-12=0$	$a=$ $b=$ $c=$		
$3x^2=23x-30$	$a=$ $b=$ $c=$		
$(2x-3)(x+2)=0$	$a=$ $b=$ $c=$		
$2x^2+x-6=0$	$a=$ $b=$ $c=$		
$ax^2+bx+c=0$ $a=1$	$a=$ $b=$ $c=$		

مثال (1)

إذا كان حاصل ضرب جذرا المعادلة $2x^2-3x+c=0$ يساوي -1 أوجد قيمة c

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $3x^2 + 10x - c = 0$ يساوي $\frac{-8}{3}$ أوجد قيمة c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مثال (2)

إذا كان مجموع جذري المعادلة : $2x^2 + bx - 5 = 0$ هو $\frac{3}{2}$ ، فأوجد قيمة b

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $ax^2 - 5x + 2 = 0$ هو $\frac{3}{2}$ ، فأوجد قيمة a ، ثم حل المعادلة

.....

.....

.....

.....

NOFAL

مثال (3)

إذا كان m , ℓ هما جذري المعادلة $2x^2 - 8x + 5 = 0$ ، فأوجد القيم العددية لكل مما يلي:

$(a)\ \ell^2 + m^2$ $(b)\ \frac{1}{\ell} + \frac{1}{m}$ $(c)\ \ell - m$

NOFAL

تحقق من فهمك

إذا كان m , ℓ هما جذري المعادلة $2x^2 - 8x + 5 = 0$ ، فأوجد القيم العددية لكل مما يلي:

$(a)\ \ell^2 + m^2$ $(b)\ \ell + m$ $(c)\ \ell . m$

NOFAL

ثانيا: إيجاد المعادلة التربيعية إذا علم جذرها:

تعميم:

إذا كان ℓ . m هما جذرا المعادلة التربيعية فإن المعادلة التربيعية تكون على الصورة :

$$x^2 - (\ell + m)x + (\ell . m) = 0$$

↓ ↓

مجموع الجذرين حاصل ضرب الجذرين

- المعادلة التربيعية على الصورة : $(x - \ell)(x - m) = 0$ ، جذراها ℓ . m

مثال (4)

كون معادلة تربيعية في متغير واحد والتي جذراها 4 , -3 بطريقتين مختلفتين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد المعادلة التربيعية التي جذراها معلومان في الحالات التالية:

(a) $3\,,5$

.....

.....

.....

.....

.....

(b) $4\,,\frac{-1}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) $2\,,-2$

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

ملاحظة:

- إذا كان جذران المعادلة التربيعية هما ℓ , m فإنه يوجد عدد غير منته من المعادلات والتي لها الجذرين نفسها ويمكن كتابتها على الصورة العامة :

$$K[x^2 - (\ell + m)x + (\ell . m)] = 0 \quad , \quad k \in \mathbb{R}^*$$

فمثلا : حل المعادلة $x^2 - 5x + 6 = 0$ هو نفس حل المعادلات التالية:

$$2(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

وهكذا....

مثال (5)

كون المعادلة التربيعية التي جذراها :

(a) $\frac{4}{3} , \frac{3}{4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ \ 5\sqrt{3}\ , -5\sqrt{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

كون المعادلة التربيعية التي جذراها : $3\sqrt{2}\ , -3\sqrt{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ثالثا: تكوين معادلة تربيعية بمعلومية معادلة أخرى:

مثال (6)

إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2 - 3x - 1 = 0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها التي جذراها $2m , 2\ell$

.....

.....

.....

.....

ملاحظة:

في المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ إذا علمت أن $m + \ell$ هما جذرا المعادلة :

1) $b = 0$ فإن $m + \ell = 0$ والجذرين أحدهما نظير جمعي للآخر

2) $c = a$ فإن $m.\ell = 1$ والجذرين أحدهما نظير ضربي للآخر

تحقق من فهمك

إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2 + 15x - 8 = 0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها التي جذراها $2m , 2\ell$

.....

.....

.....

.....

تمارين متنوعة

في البنود $(1-5)$ **اختر الإجابة الصحيحة:**

(1) إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية $x^2-3x+c=0$ **يساوي 2 فإن** c **يساوي:**

a -4 b -2 c 4 d 2

(2) إذا كان مجموع جذري المعادلة $x^2-ax+6=0$ **يساوي 5 فإن** a **يساوي:**

a -6 b -5 c 5 d 6

(3) إذا كان أحد جذري المعادلة $x^2-(m+2)x+3=0$ **هو معكوس جمعي للآخر فإن** m **تساوي:**

a -2 b -3 c 3 d 2

(4) عددان حقيقيان مجموعهما 2 وحاصل ضربهما -35 **هما:**

a $5\,,7$ b $-5\,,-7$ c $-7\,,5$ d $7\,,-5$

(5) حاصل ضرب جذري المعادلة $x(2x-3)=7$ **يساوي:**

a $\frac{-3}{2}$ b $\frac{3}{2}$ c $\frac{-7}{2}$ d $\frac{7}{2}$

(1) كون كلًا من المعادلات التربيعية التالية والتي جذراها:

$(a)\ 2\ ,3$

.....

.....

.....

.....

$(b)\ -5\ ,-7$

.....

.....

.....

.....

$(c)\ \frac{3}{4}\ ,\frac{5}{8}$

.....

.....

.....

.....

$(d)\ 2a\ ,-\frac{1}{2}\ a$

.....

.....

.....

.....

NOFAL

(2) كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها متساويان وكل منهما يساوي $-1\frac{1}{2}$

(3) إذا كان مجموع جذري المعادلة $x^2 - 5\ell x + m = 0$ هو 10 وحاصل ضربهما يساوي6 ، فما قيمة كل من m , ℓ ؟ ثم أوجد قيمة الجذرين

(4) إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة $x^2 - 5x - 4 = 0$ فأوجد المعادلة التي جذراهاm^2 , ℓ^2

(5) إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة $x^2 - 3x + 1 = 0$ فأوجد المعادلة التي جذراها $\ell + m \ , \ell . m$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(6) إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة $x^2 - 7x + 5 = 0$ فأوجد المعادلة التي جذراها $\frac{1}{\ell} \ , \frac{1}{m}$

.....

.....

.....

.....

.....

(7) إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة $x^2 - 4x + 1 = 0$ فما قيمة ؟

$(a) \frac{4}{\ell} \ , \frac{4}{m}$ $(b) \ell - m$

.....

.....

.....

.....

.....

(8) أوجد قيمة k التي تجعل مجموع جذري المعادلة $x^2-(k+2)x+2=0$ يساوي حاصل ضرب جذري المعادلة $x^2-3kx+k^2=0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات تفكير عليا:

(1) إذا كان ℓ, m هما جذرا المعادلة $x^2+2x-3=0$ ، فأوجد معادلة من الدرجة الثانية جذريها $\ell+\frac{1}{\ell}$, $m+\frac{1}{m}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) لتكن المعادلة $-4x^2 + 5x + 7 = 0$ جذراها $m\ ,\ \ell$ أوجد:

(a) $(2\ell - 3)(2m - 3)$

(b) كون معادلة تربيعية جذراها $m + 1\ ,\ \ell + 1$

(c) كون معادلة تربيعية جذراها $2m\ ,\ 2\ell$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كان أحد جذري المعادلة : $2x^2 + 6x + c = 0$ هو 3 فإن c تساوي:

a 18 b 36 c -6 d -36

حل متباينة من الدرجة الثانية (1-5)

أولًا : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام التحليل :-

خواص المتباينات في الأعداد الحقيقية :

(1) عندما: $a.b \geq 0$ فإن : $a \leq 0 , b \leq 0 \quad or \quad a \geq 0 , b \geq 0$

(2) عندما: $a.b \leq 0$ فإن : $a \geq 0 , b \geq 0 \quad or \quad a \leq 0 , b \leq 0$

- إذا كان حاصل ضرب عددين حقيقين أكبر من الصفر فإما العددان موجبان معًا أو العددان سالبان معًا .

مثال (1)

حل كلًا من المتباينات التالية جبريًا ومثل على خط الأعداد :

$(a)\ x^2 - 2x - 8 \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ x^2 - 2x - 8 \leq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

حل كلًا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد:

$(a)\ x^2 + x - 12 \leq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$(b)\ x^2 + 4x - 5 \geq 0$

$(c)\ x^2 - x - 6 < 0$

NOFAL

$(d)\ (x-3)(2x+5)<0$

$(e)\ x^2-2x+1>0$

NOFAL

$(f)\ x^2 + 6x + 9 < 0$

NOFAL

ثانيا: حل المتباينة من الدرجة الثانية بدراسة الإشارة:-

هناك طرق عديدة لحل متباينة من الدرجة الثانية تعرضنا على طريقة توظيف خواص التباين و الآن سنتعرف معًا على حل المتباينة من الدرجة الثانية بالبحث عن إشارة المقدار الثلاثي $ax^2 + bx + c$

بإيجاد مجموعة جميع الأعداد الحقيقية x التي تجعل المقدار سالبًا أو موجبًا ، لنتعرف على دراسة مقدار من الدرجة الأولى:

مثال (2)

ادرس إشارة كل من:

$(a)\ \ f(x) = 2x - 8$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

$(b)\ \ g(x) = -3x + 6$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

قاعدة هامة:

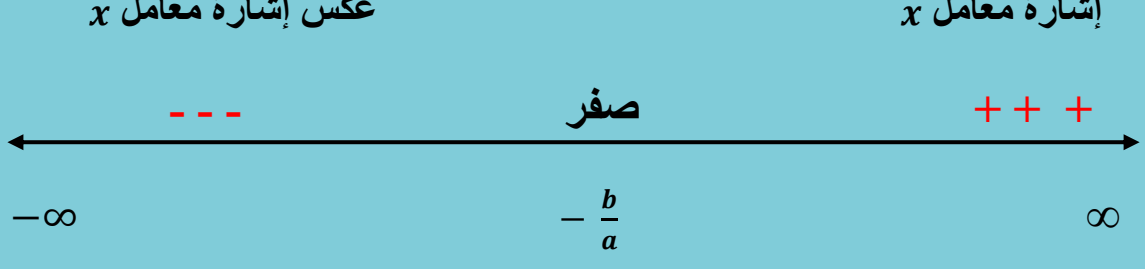
لدراسة إشارة $a \neq 0\ ,\ g(x) = ax + b$ نتبع التالي:

1) نضع $g(x) \Leftarrow ax + b = 0 \Leftarrow x = -\frac{b}{a}$

2) نحدد العدد $-\frac{b}{a}$ على خط الأعداد

3) تكون إشارة (x) : - مماثلة للإشارة a على يمين العدد $-\frac{b}{a}$

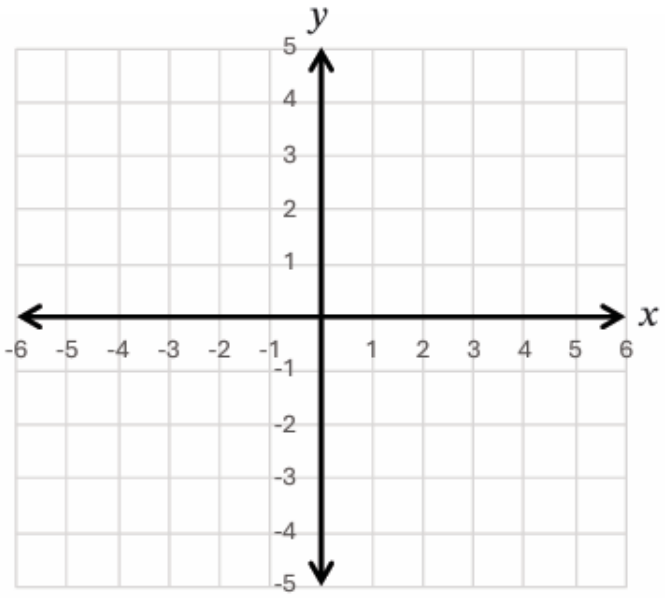
- ومخالفة للإشارة a على يسار العدد $-\frac{b}{a}$



مثال

كيف يمكنك حل متباينة $x^2 - 4 < 0$ بيانيًا؟

الخطوة (1): مثل بيانيًا $g(x) = x^2$



x					
$g(x)$					

الخطوة (2): مثل بيانيًا $f(x) = x^2 - 4$

x					
$g(x)$					

الخطوة (3):

متى تكون الدالة $f(x) < 0$ ؟ (أي سالبة)

متى تكون الدالة $f(x) > 0$ ؟ (أي موجبة)

نلاحظ أن :

$f(x) < 0$ عندما x تنحصر بين العددين -2 , 2 ومنحنى الدالة أسفل محور السينات

$f(x) > 0$ عندما $x > 2$ ، فندما $x < -2$

إشارة معامل x^2 | عكس إشارة معامل x^2 | إشارة معامل x^2



تحقق من فهمك

من السؤال السابق أكمل الجدول التالي وحدد الفترات التي تعبر عن حل المتباينات في كل مما يلي :

$f(x)$	المتباينة	الفترة	التمثيل على خط الأعداد
$f(x)$	$x^2 - 4 \leq 0$		$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$
$f(x)$	$x^2 - 4 > 0$		
$f(x)$	$x^2 - 4 \geq 0$		

قاعدة هامة:

لدراسة إشارة $a \neq 0$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ نتبع التالي:

1) نوجد المعادلة المناظرة: $f(x) = 0$

2) نوجد قيم x التي تجعل $f(x) = 0$ إما بالتحليل أو باستخدام المميز عندما يصعب التحليل

3) لدينا ثلاثة احتمالات:

$\Delta > 0$	للمعادلة $f(x) = 0$ حلان حقيقيان مختلفان $x_1 < x_2$	تتبع إشارة a | تخالف إشارة a | تتبع إشارة a $-\infty \quad x_1 \quad x_2 \quad \infty$
$\Delta = 0$	للمعادلة $f(x) = 0$ حلان حقيقيان متساويان $x_1 = x_2$	تتبع إشارة a | تتبع إشارة a $-\infty \quad x_1 = x_2 \quad \infty$
$\Delta < 0$	ليس للمعادلة $f(x) = 0$ جذور حقيقية	تتبع إشارة a $-\infty \quad \infty$

مثال (3)

حل كل من المتباينات التالية:

$(a)\ x^2 - 2x - 8 \leq 0$

NOFAL

$(b)\ x^2 - x \leq 5$

NOFAL

$(c)\ x^2 - 10x + 25 > 0$

NOFAL

$(d) -3x^2 + 4x - 2 \geq 0$

NOFAL

تحقق من فهمك

حل كل من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد:

$(a) 2\,x^2 + 3x - 2 < 0$

NOFAL

$(b) - x^2 - x + 6 > 0$

NOFAL

$(c)\ x^2 - 6x + 9 \geq 0$

NOFAL

حالة خاصة : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام القيمة المطلقة:-

خاصية:

إذا كان a , b عددين حقيقين موجبين فإن : $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$

يمكن استبدال الرمز $<$ بالرمز $\leq$ أو الرمز $>$ بالرمز $\geq$ تستخدم هذه الخاصية لحل متباينات مثل

$x^2 > 4$ ، $x^2 < 9$

فمثلا: لحل المتباينة $x^2 < 9$

نوجد الجذر التربيعي للطرفين $\sqrt{x^2} < \sqrt{9}$

$\therefore |x| < 3$

$-3 < x < 3$

$\therefore$ مجموعة الحل $= (-3 , 3)$



بصفة عامة :

إذا كان a , b , c أعدادًا حقيقية بحيث $a \neq 0$, $c < 0$ فإن :

1) مجموعة حل المتباينة $(ax + b)^2 < c$ هي المجموعة الخالية $\emptyset$

2) مجموعة حل المتباينة $(ax + b)^2 > c$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3) مجموعة حل المتباينة $(ax + b)^2 < 0$ هي $\emptyset$

4) مجموعة حل المتباينة $(ax + b)^2 > 0$ هي $\mathbb{R} - \left\{\frac{-b}{a}\right\}$

ملحوظة:

المتباينة	مجموعة الحل
$x^2 < 0$	$\emptyset$
$x^2 \leq 0$	$\{0\}$
$x^2 \geq 0$	$\mathbb{R}$
$x^2 > 0$	$\mathbb{R} - \{0\}$

مثال (4)

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

$(a)\ 2x^2 + 5 \geq 23$

NOFAL

$(b)\ (5x+7)^2+3\ <2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

$(a)\ (2-3x)^2<1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

$(b)\ 3x^2 - 4 \leq 8$

$(c)\ (4x - 3)^2 + 2 > -3$

NOFAL

$(d)\ (2x+1)^2-3\geq 1$

NOFAL

استخدام النماذج :



قام قسم الرياضيات في إحدى مدارس منطقة الفروانية التعليمية في دولة الكويت بتجهيز مسرح المدرسة لتقديم دورة للمعلمات الجدد ، حيث وزعت الكراسي على شكل مربع مكون من 20 صفًا أفقيًا وعموديًا ترغب الإدارة في تقليل عدد الصفوف أفقيًا وعموديًا مع الحفاظ على الشكل المربع ، بحيث لا يزيد عدد الكراسي عن 225 كرسيًا .

كم صفًا من الكراسي يجب على الإدارة إزلته؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

تمارين متنوعة

في البنود من (1 – 5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5)>0$ هي:

a $(-2,5)$
b $[-2,5]$
c $(-\infty,2)\cup(5,\infty)$
d $\mathbb{R}$

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2-2x<0$ هي:

a $(0,2)$
b $[-\infty,0]$
c $(2,\infty)$
d $[0,2]$

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2+6x+9\leq 0$ هي:

a $(-\infty,-3]$
b $\{-3\}$
c $[-3,3]$
d $\mathbb{R}$

(4) أي مما يلي ليس حلًا للمتباينة $4x^2-4x-5>0$

a 60
b -20
c 2
d 0

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2+5x-3>0$

a $x^2-5>2x^2$
b $-x^2-x>x^2-4x$
c $2x^2+3<5x$
d $x^2-3x>2x-x^2$

(1) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

$(a)\ x^2 - 25 > 0$

$(b)\ x^2 - 5x + 6 < 0$

NOFAL

$(c)\ x^2 - 6x + 9 > 0$

$(d)\ 3x^2 - 6x - 10 < 10$

NOFAL

$(e)(3x-7)(2x+9) \leq 0$

$(f)\ 2x^2+5x-3<-10$

NOFAL

$(g)\ -2x^2 + x + 21 < 0$

$(h)\ 3x^2 + x + 7 < 0$

NOFAL

$(k)\ x^2 - 6x + 8 < 0$

$(i) - 2x^2 + 6x + 8 \geq 0$

NOFAL

$(m)\ (x-4)(3-x)>0$

$(n)\ x^2+2x-8\leq 0$

NOFAL

$(o) 9\,x^2 + 1 \geq 0$

$(p) -16x^2 + 24x - 7 > 0$

NOFAL

(2) اكتشف الخطأ:

تقول نور: إن المتباينة $-x^2 + 2x - 7 < 0$ لا حلول لها بين الخطأ في حل نور ثم صححه .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) اكتب متباينة تربيعية يكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

مهارات تفكير عليا:

(1) أوجد مجموعة حل المتباينة :

$$(x+3)^2 \leq 10 - 3(x+3)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) إذا علمت أن $\Delta = 0$ ، فما حل المتباينة $-2x^2 + 8x + c < 0$ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NOFAL

(3) تقول هديل : إن المتباينة $2x^2 + x - 3 < 0$, $\frac{2x^2+x-3}{x^2+1}$ لهما الحل نفسه هل توافقها الرأي؟

وضح إجابتك

NOFAL