

2-2

مفهوم النهاية

The Concept of Limit

حساب النهاية لداله عند نقطه

حساب النهاية لداله عند نقطه		
من الجدول من خلال حساب بعض قيم الدالة عندما تكون x تقترب من العدد من الجهتين	من الرسم البياني	من الحل الجبري
رقمياً	بيانياً	جبرياً

A limit exists if and only if both corresponding one-sided limits exist and are equal. That is,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \text{ for some number } L, \text{ if and only if } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L.$$

تكون النهاية موجودة اذا وفقط اذا كانت النهايتين أحاديتي الطرف موجودتين ومتساويتين أي إن،

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \text{ للعدد } L, \text{ اذا وفقط اذا } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L.$$

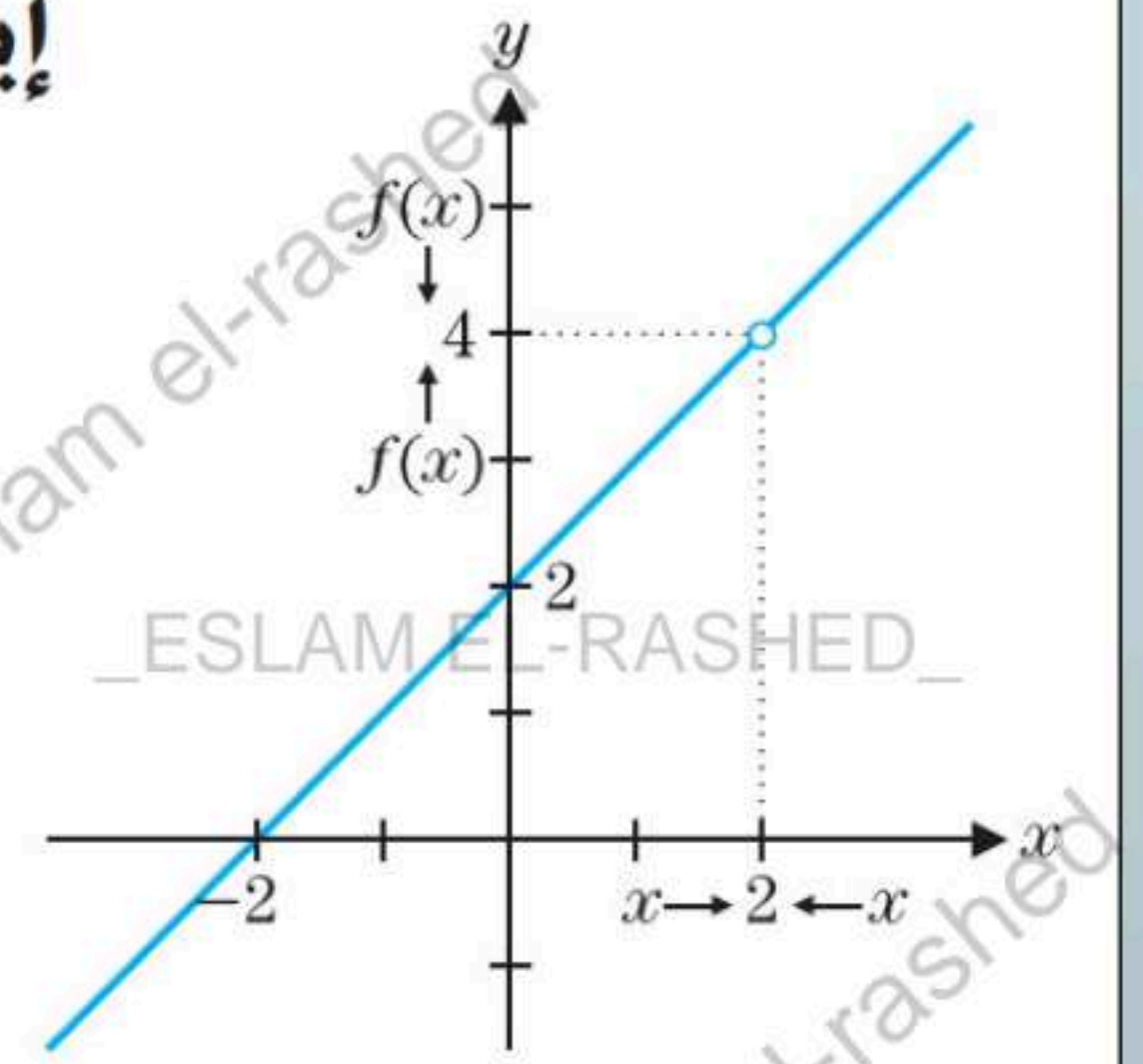
اذا كانت النهاية من اليمين = النهاية من اليسار تكون النهاية موجودة

اذا كانت النهاية من اليمين $\neq$ النهاية من اليسار تكون النهاية غير موجودة

Evaluating a Limit

إيجاد قيمة النهايات

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$



$$y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

x							
$f(x)$							

Q 2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x - 2}$

x							
$f(x)$							

Q 3 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$

x							
$f(x)$							

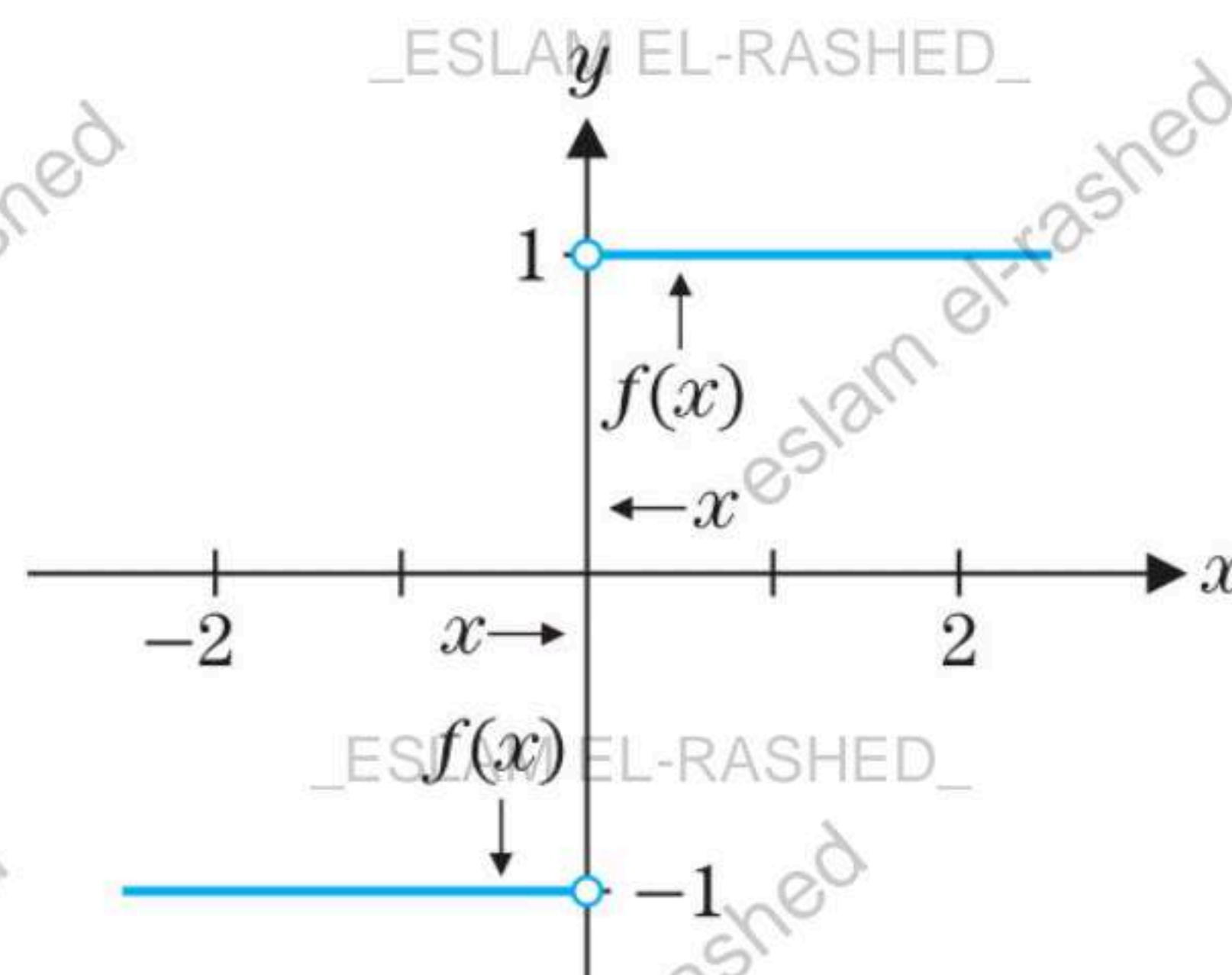
Q 4 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x + 9}{x^2 - 9}$

x							
$f(x)$							

Q 5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

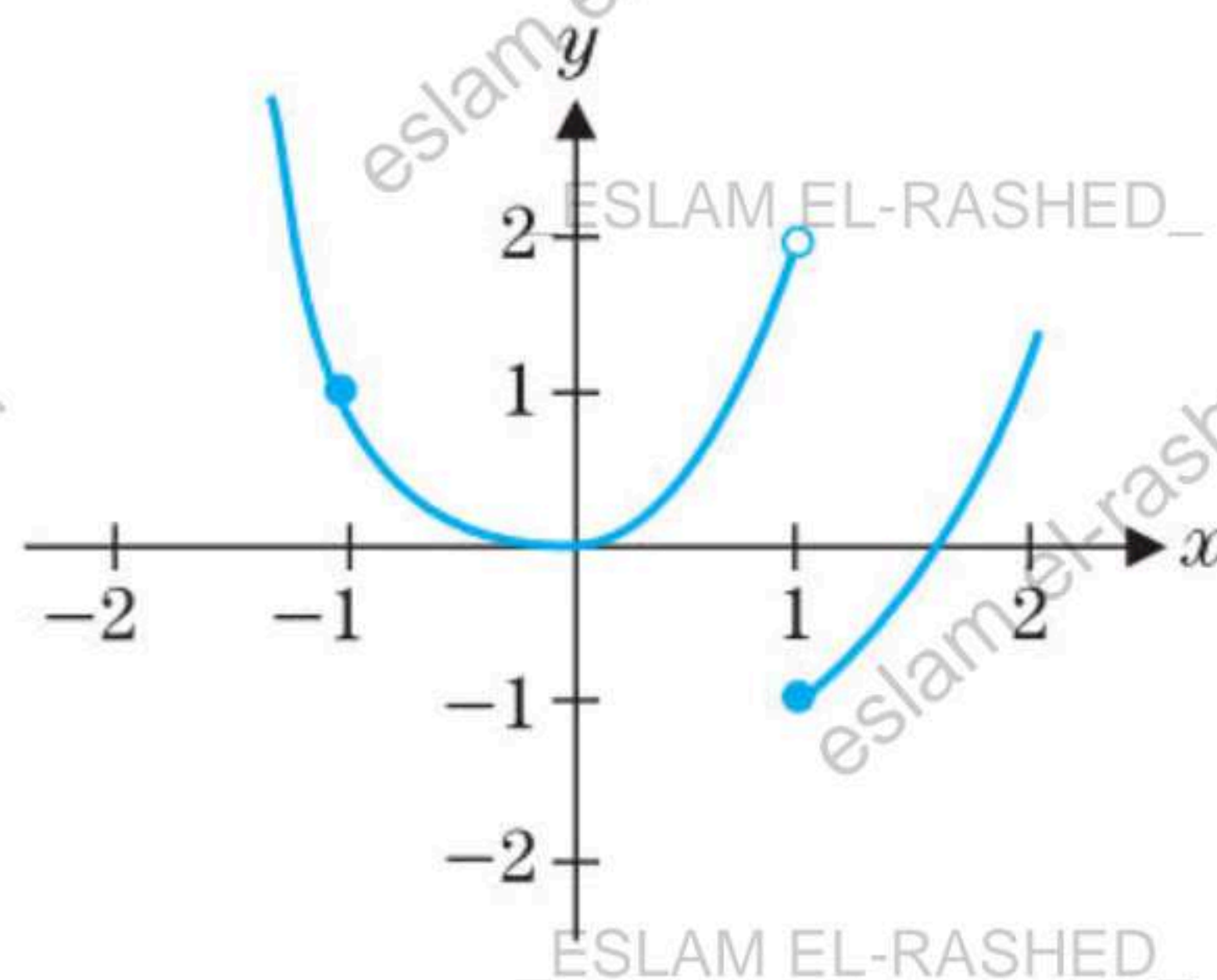
x							
$f(x)$							

Q 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$



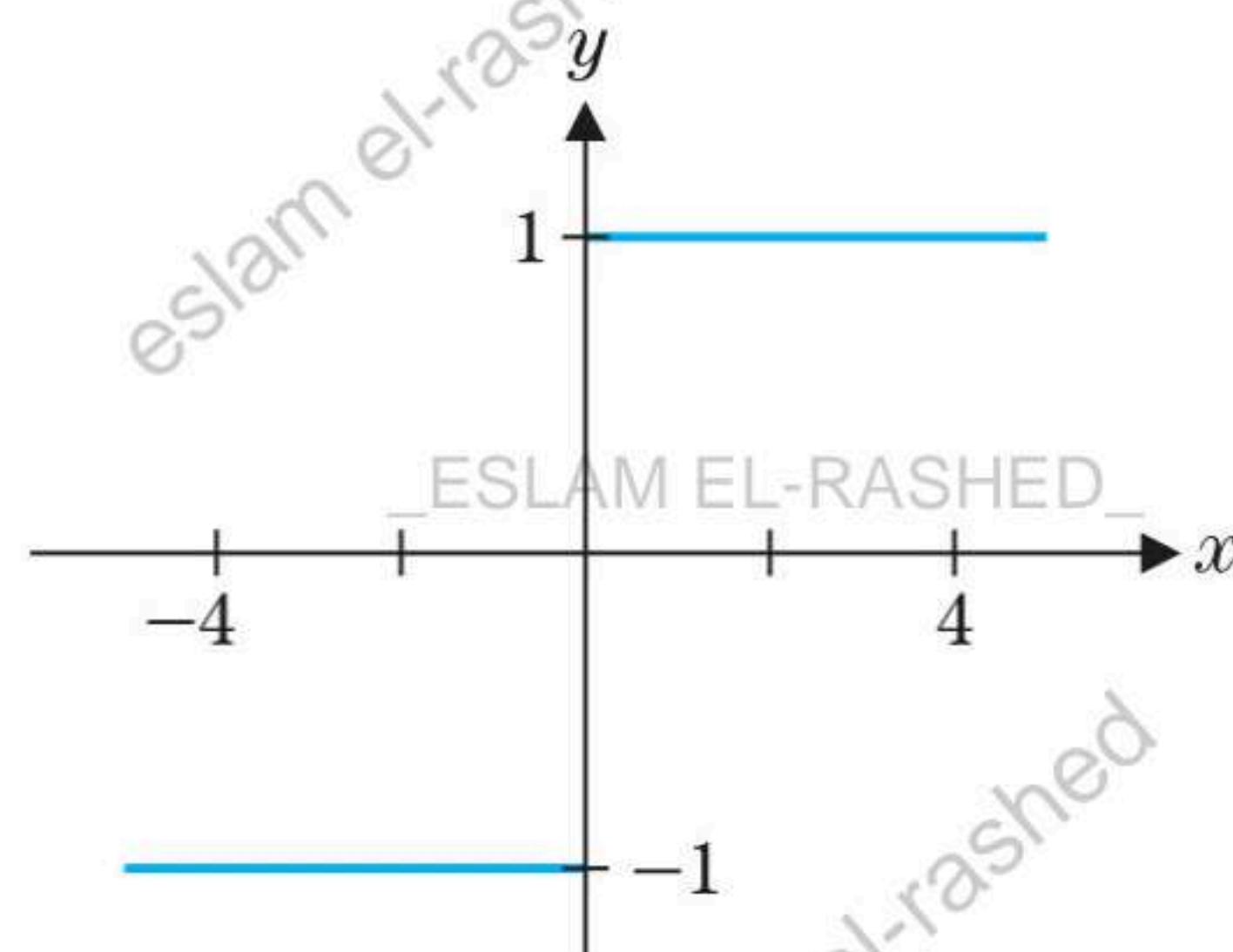
Determining Limits Graphically تحديد النهايات بيانياً

Q 7 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



Q 8 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Q 9 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$



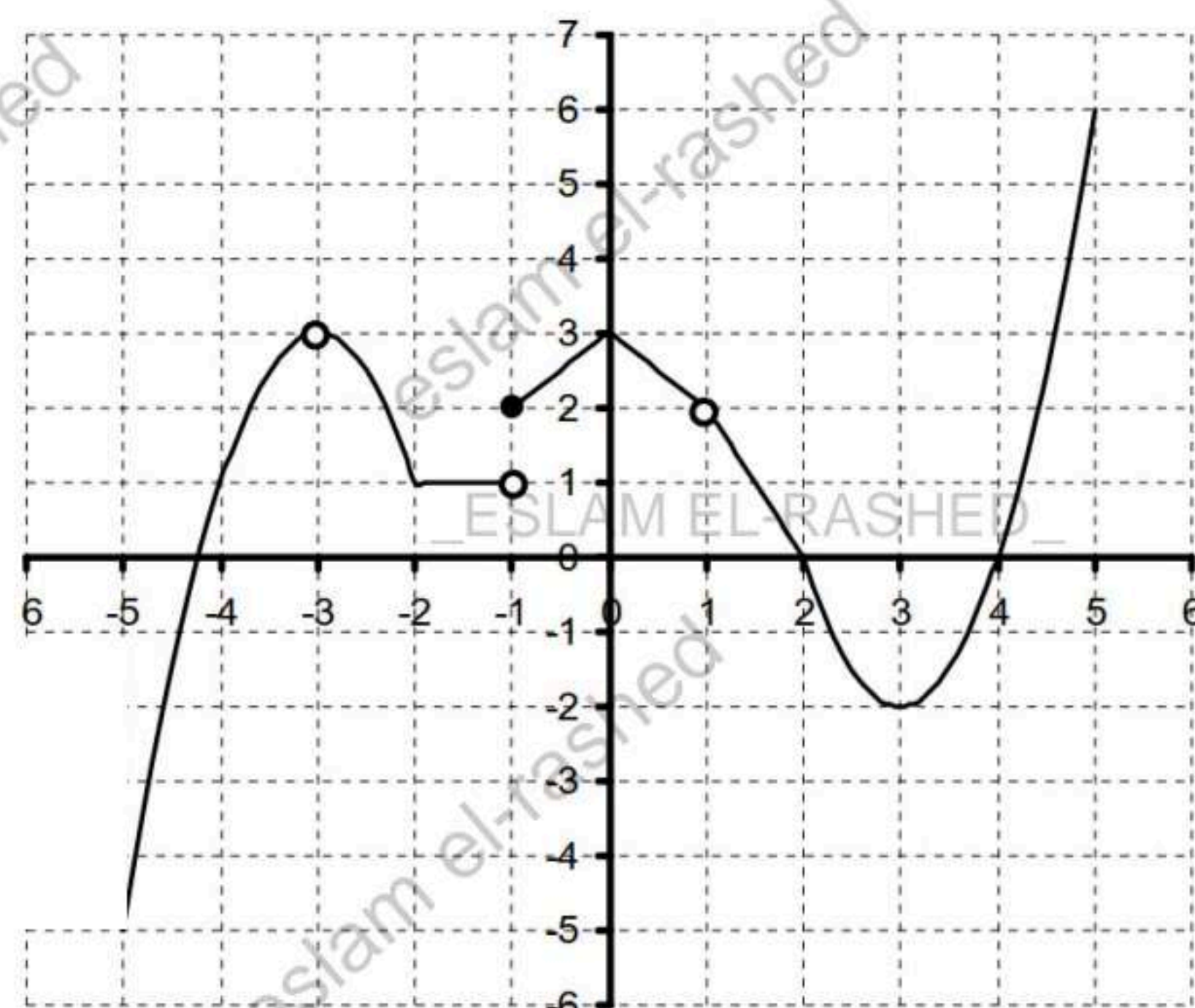
Q10 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Q11 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

Q13 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

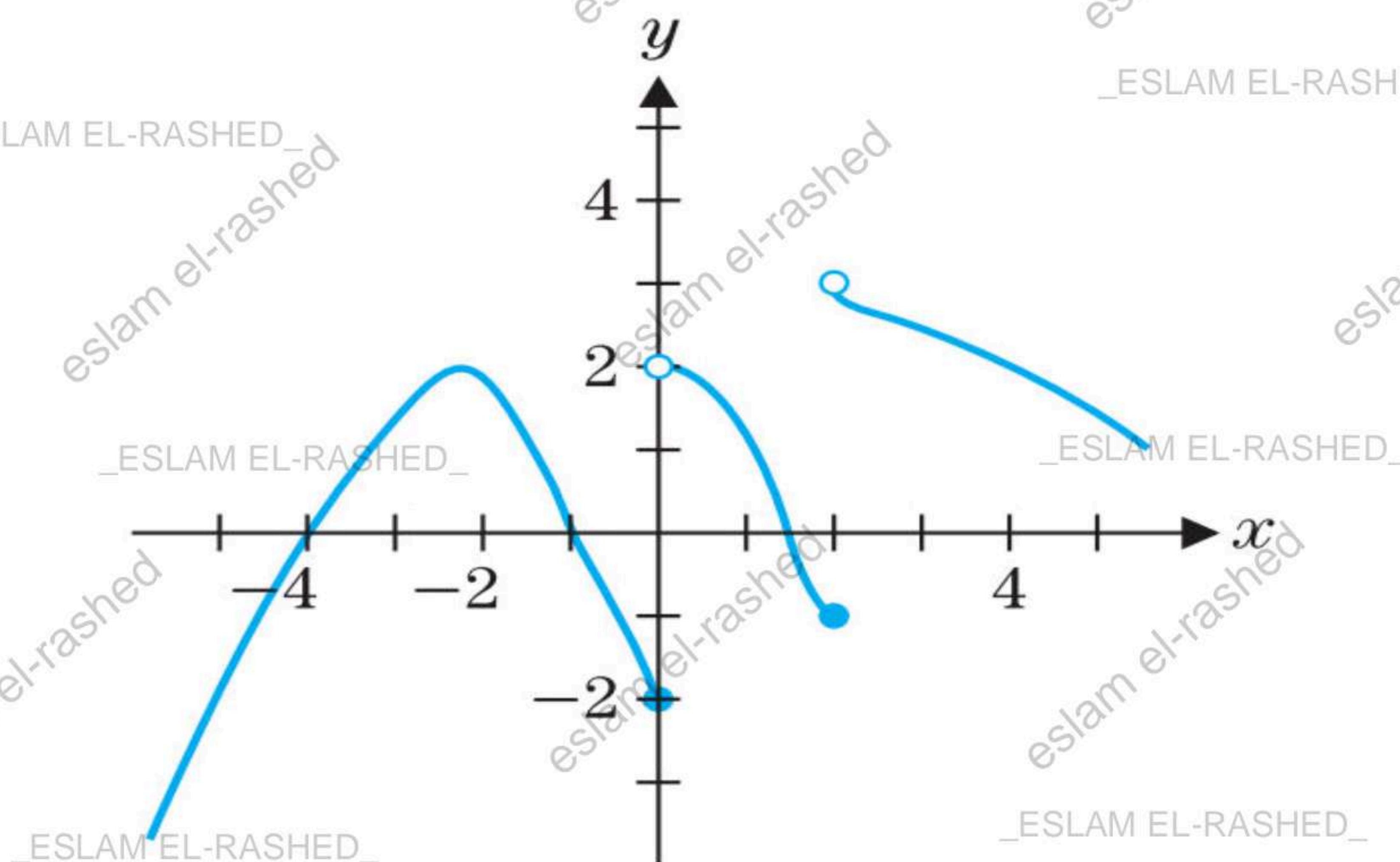
Q12 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

Q14 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$



Q15 identify each limit or state that it does not exist.

حدد كل نهاية أو اذكر عدم وجودها



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

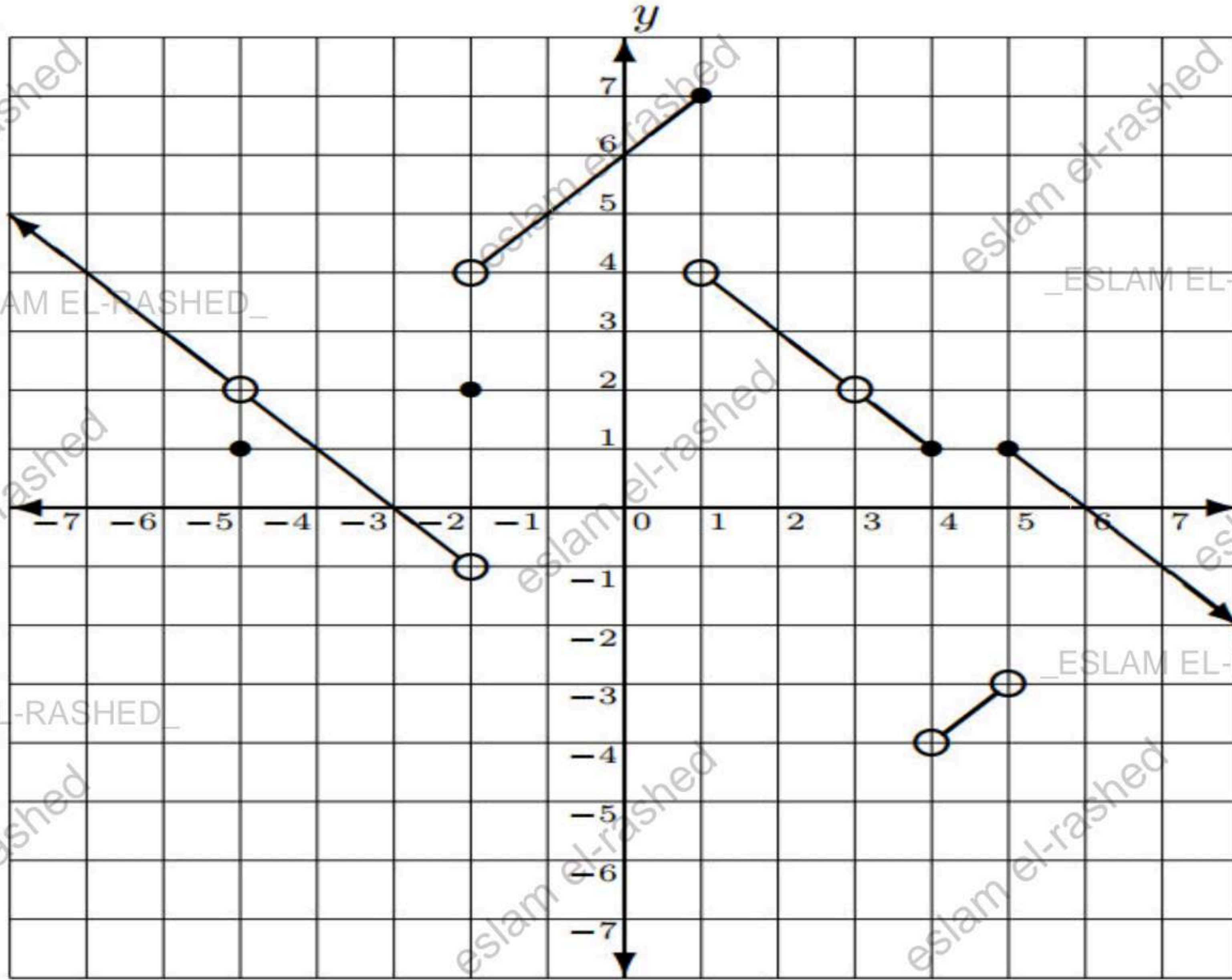
$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$$

Q16



1. $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) =$

2. $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) =$

3. $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$

4. $f(-5) =$

5. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$

6. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$

7. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$

8. $f(-2) =$

9. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

10. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

12. $f(0) =$

13. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

14. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

15. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

16. $f(1) =$

17. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$

18. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$

19. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

20. $f(3) =$

21. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$

22. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$

23. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

24. $f(4) =$

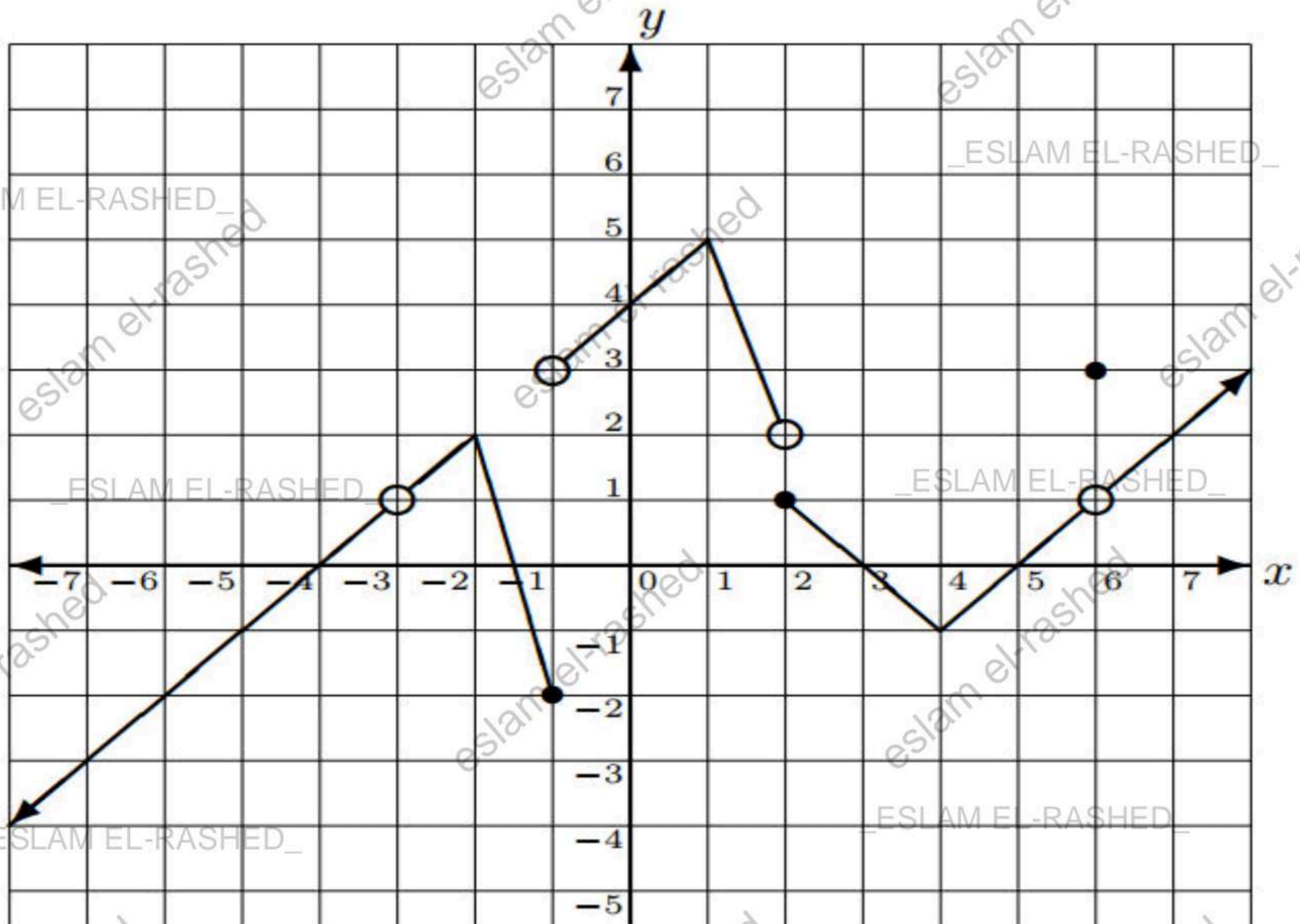
25. $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) =$

26. $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) =$

27. $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) =$

28. $f(5) =$

Q17



$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

Use the graph below to evaluate the following limits :

استخدم التمثيل البياني لإيجاد قيمة كل نهاية

Q18

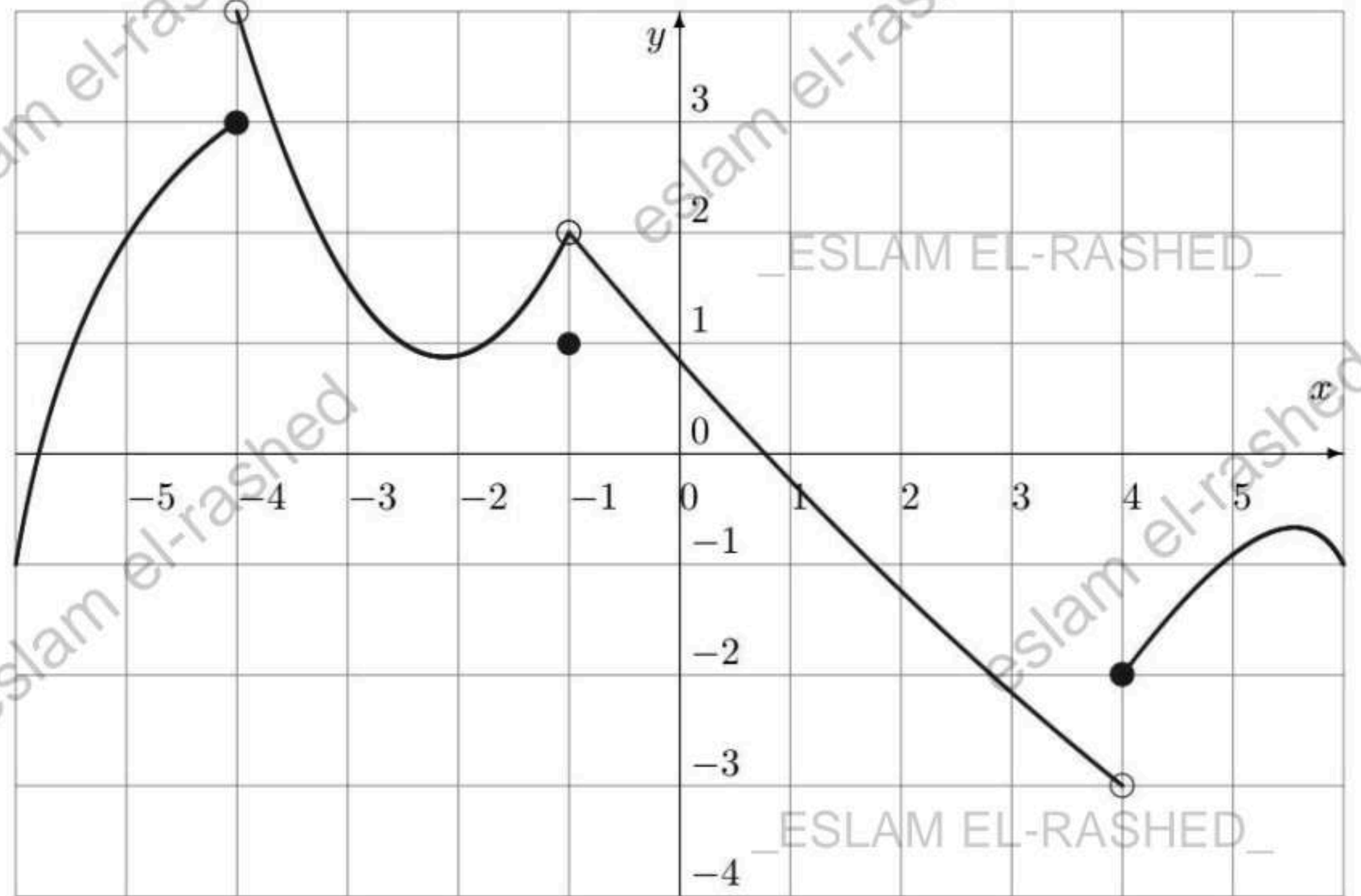
a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$



Q19

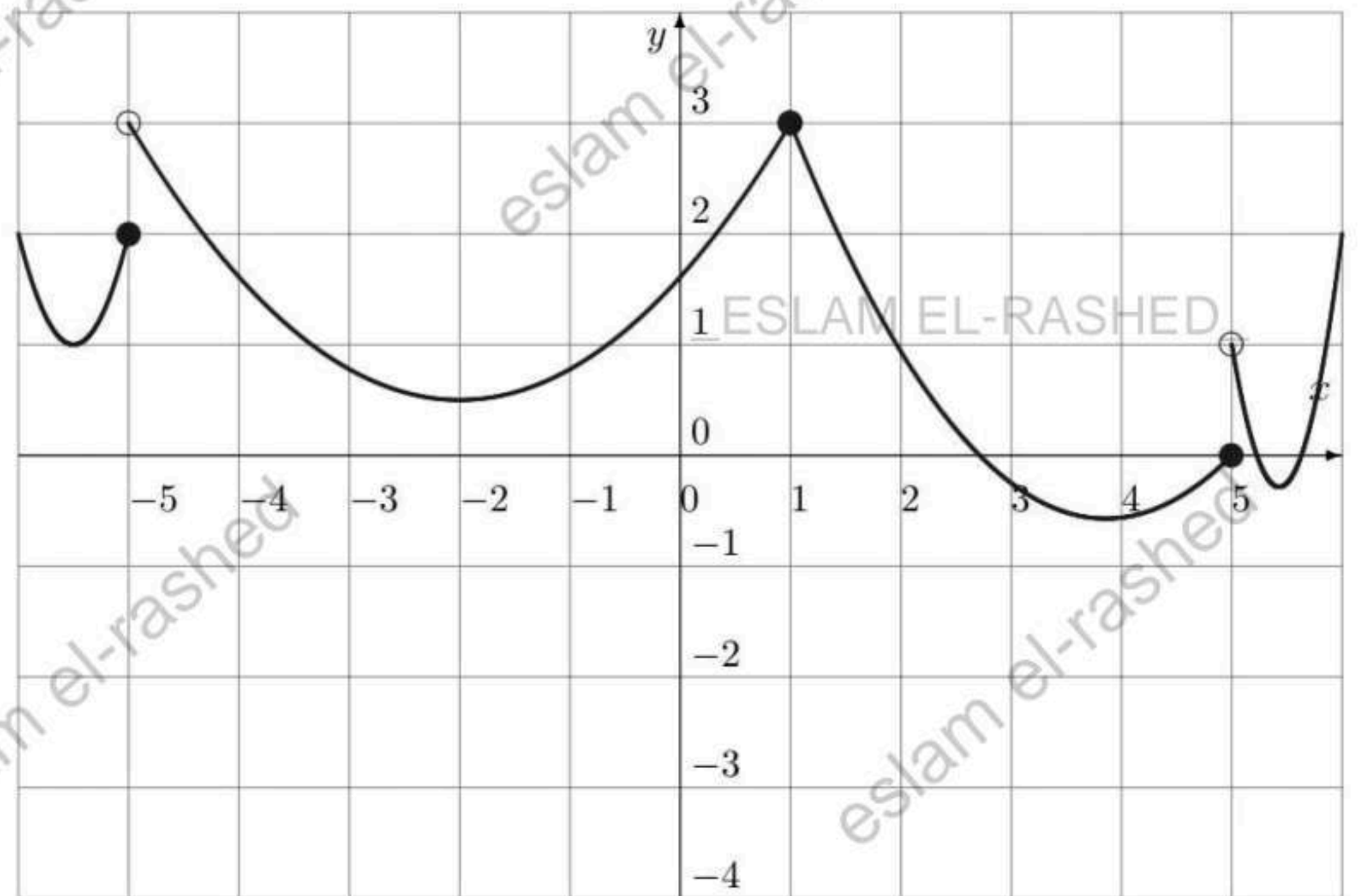
a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$



Q20

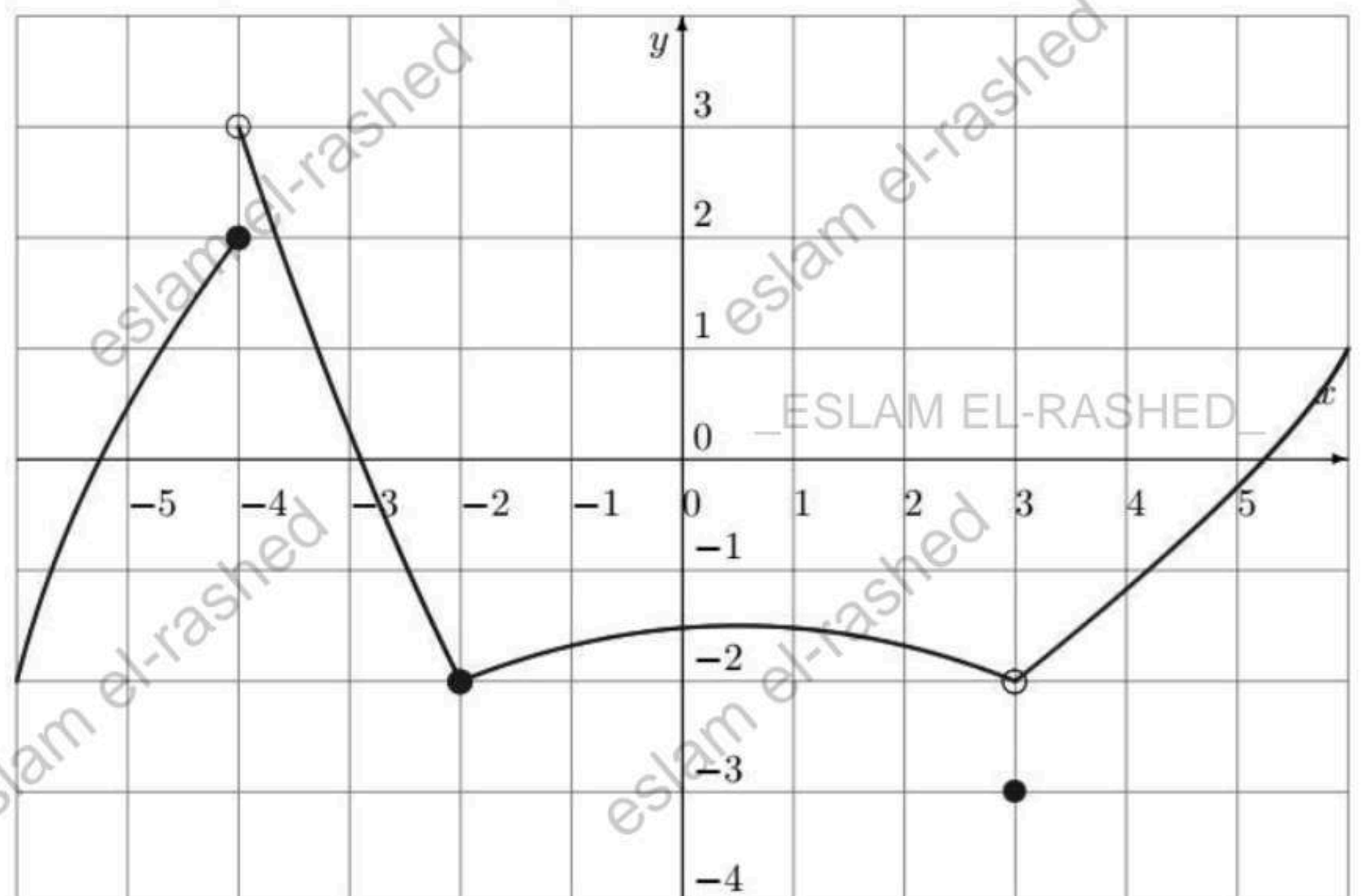
a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

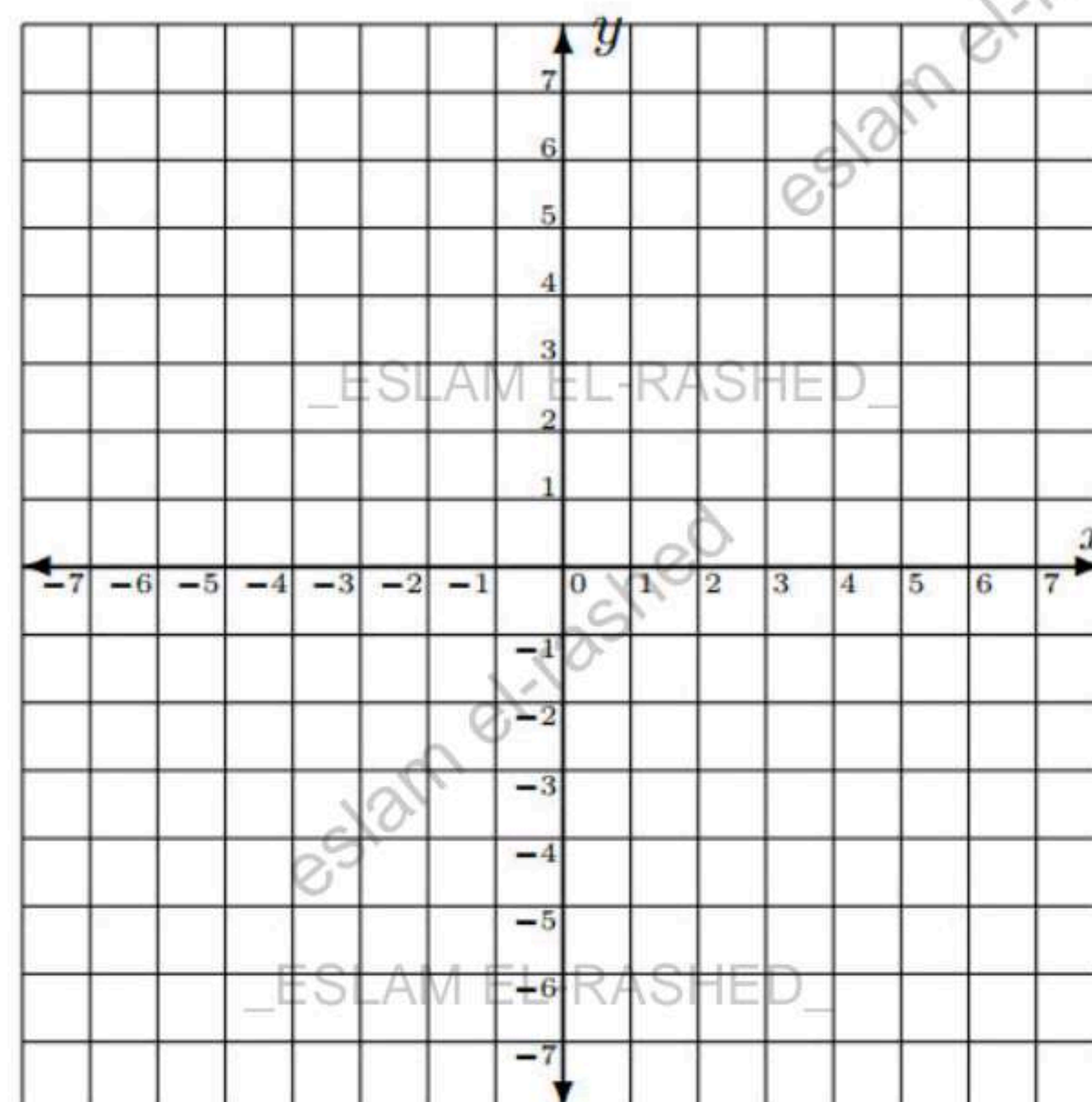


sketch a graph of a function with the given properties.

ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص المذكورة.

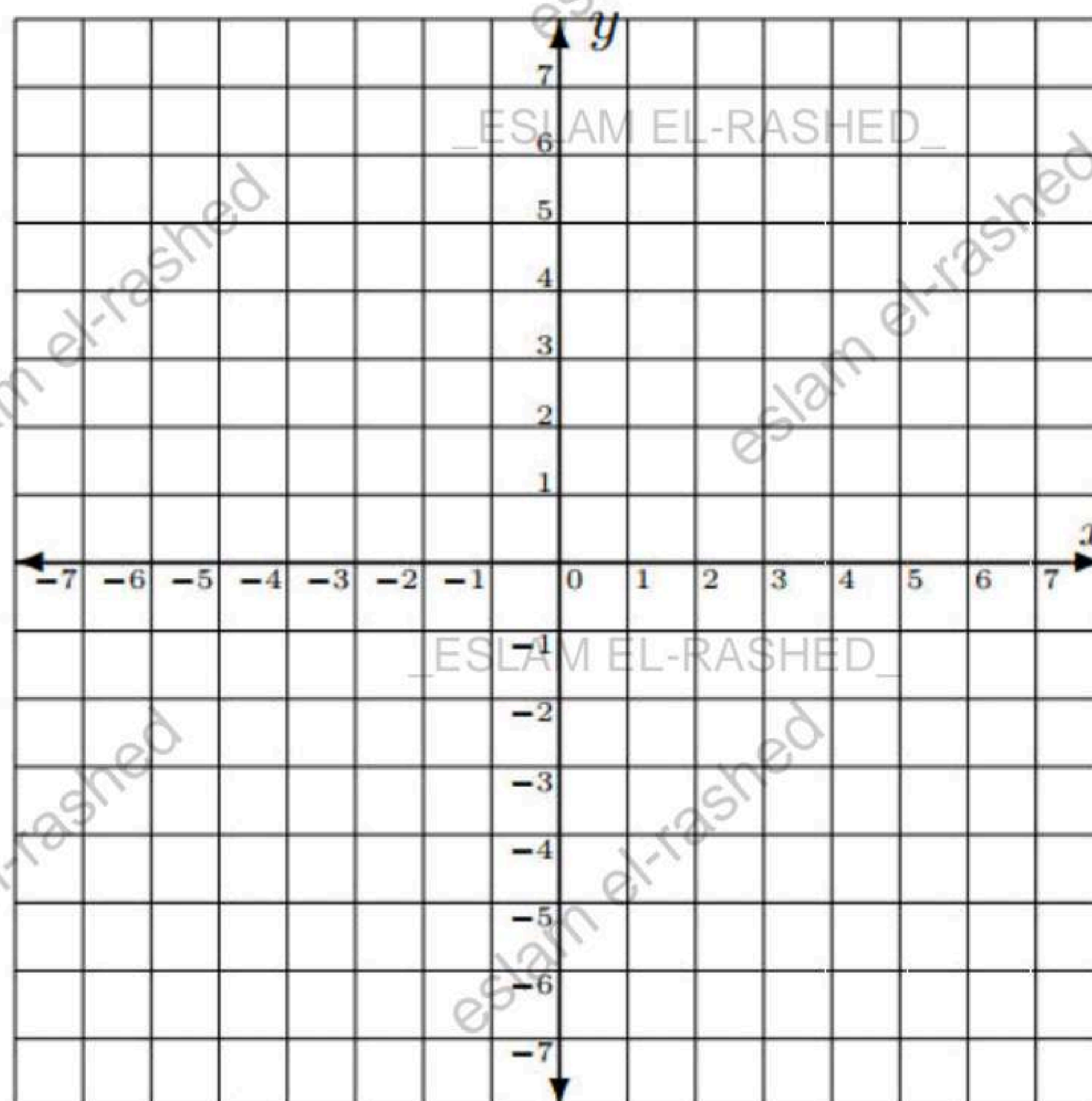
Q21

$f(-1) = 2, f(0) = -1, f(1) = 3$ and $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ does not exist.



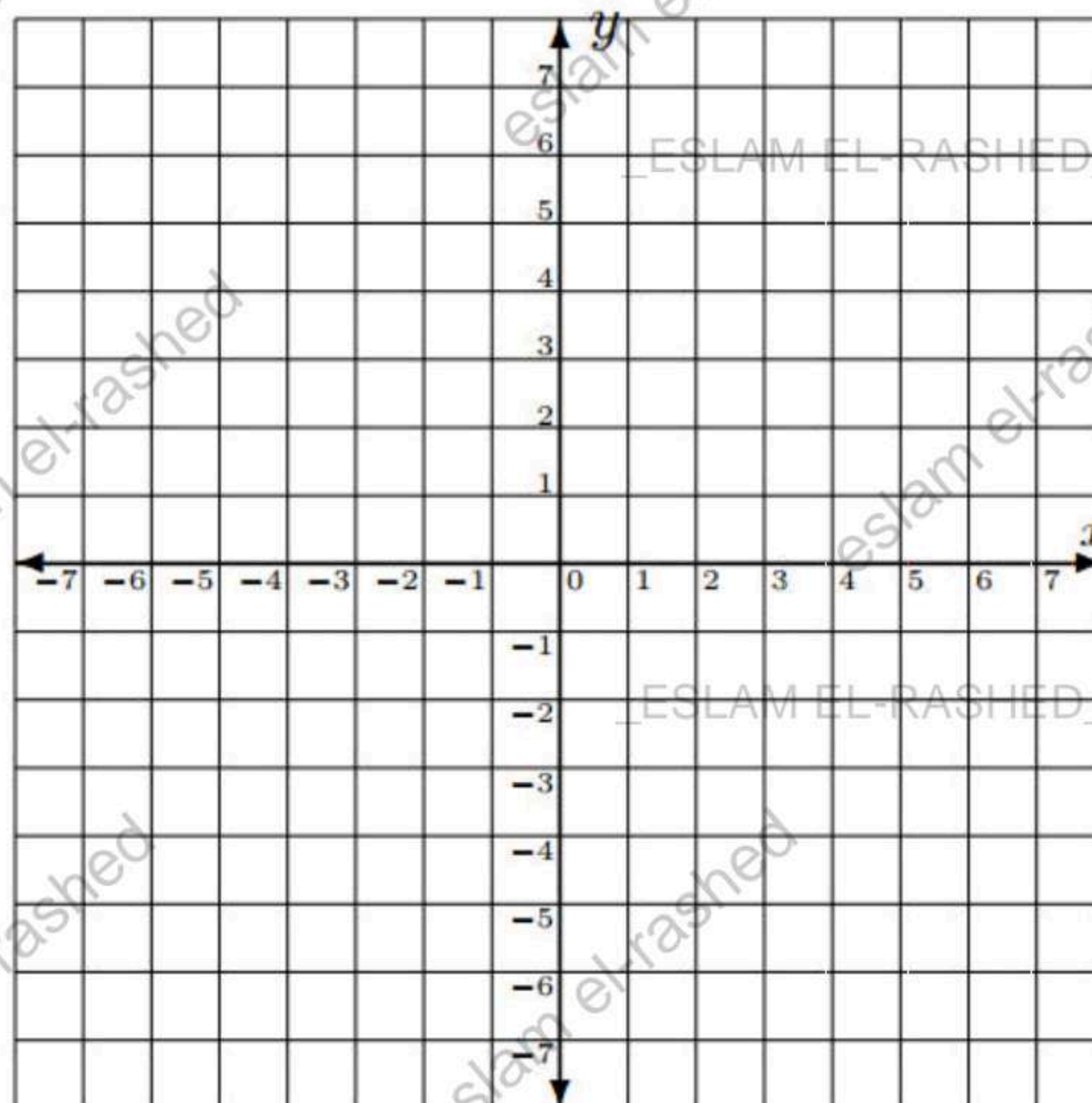
Q22

$f(x) = 1$ for $-2 \leq x \leq 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ and $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$.



Q23

$$f(0) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3.$$



Q24

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2, f(0) = 1, f(2) = 3 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ does not exist.}$$

