

الوحدة الأولى : التمهيدات

لا... يوجد اسئلة مباشرة على هذه الوحدة في امتحان الوزارة

(يوجد لها شرح على الموقع... في وحدة الاساسيات وهي مهمة لفهم الوحدات الباقية)

الوحدة الثانية : النهايات والاتصال

1-2 المماسات وطول المنحنى

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الاتصال ونتائجه

5-2 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

الوحدة الثالثة : التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية

8-3 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

10-3 نظرية القيمة المتوسطة

الوحدة الرابعة : تطبيقات التفاضل

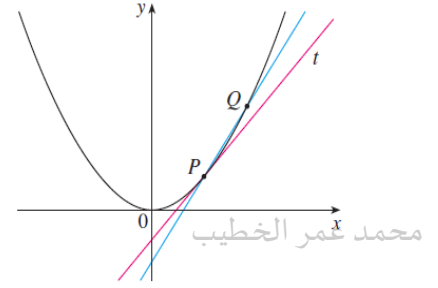
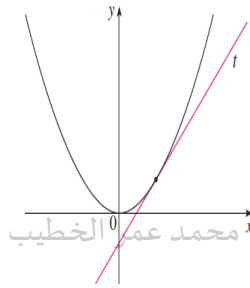
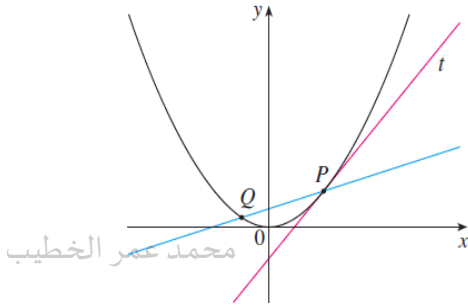
1-4 التقريبات الخطية وطريقة نيوتن

2-4 الصيغ غير المعرفة وقاعدة لوبتال

الوحدة الثانية: النهايات والاتصال /// الدرس الأول: المماسات وطول المنحني

أولاً: تقدير ميل المنحني عند نقطة

(1) قدر ميل منحني الدالة $y = x^2$ عند النقطة $(2, 4)$



النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(1.9, 3.61)$	$(1.99, 3.9601)$	$(2, 4)$	$(2.01, 4.0401)$	$(2.1, 4.41)$
$m = 3.9$	$m = 3.99$		$m = 4.01$	$m = 4.1$

إذاً ميل المنحني عند النقطة $(2, 4)$ تقريباً يساوي

(2) قدر ميل منحني الدالة $y = \cos x$ عند $x = 0$

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(-0.1, \cos -0.1)$	$(-0.01, \cos -0.01)$	$(0, 1)$	$(0.01, \cos 0.01)$	$(0.1, \cos 0.1)$
$m = 0.05$	$m = 0.005$		$m = -0.005$	$m = -0.05$

إذاً ميل المنحني عند النقطة $(0, 1)$ تقريباً يساوي

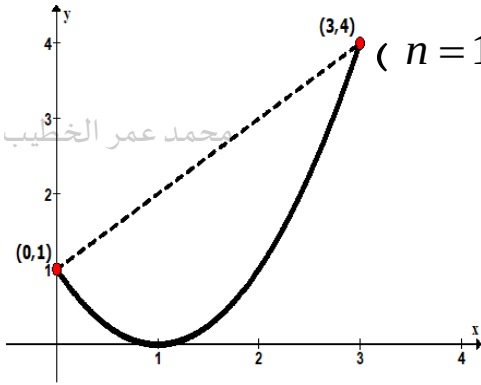
(3) قدر ميل منحني الدالة $y = e^x$ عند $x = 0$

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	

إذاً ميل المنحني عند النقطة $(0, 1)$ تقريباً يساوي

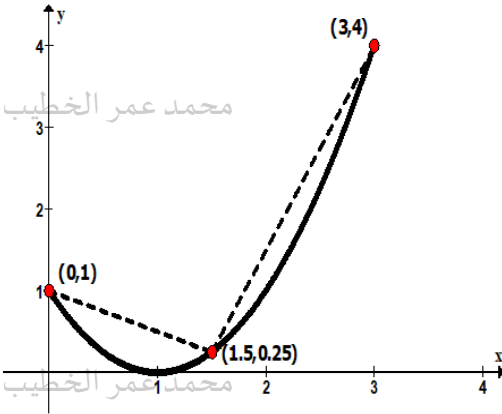
(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعة مستقيمة واحدة ($n = 1$)



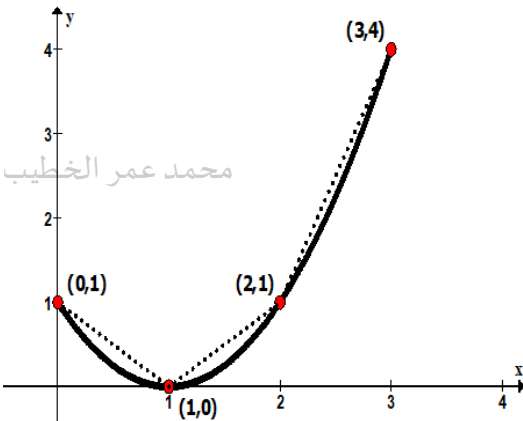
(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)



(3) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام ثلاث قطع مستقيمة ($n = 3$)



(1) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = x^2 + 1$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)

حيث $-2 \leq x \leq 2$

ملاحظة:

طول الفترة الجزئية

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

(2) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)

حيث $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(3) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ باستخدام اربع قطع مستقيمة ($n = 4$)

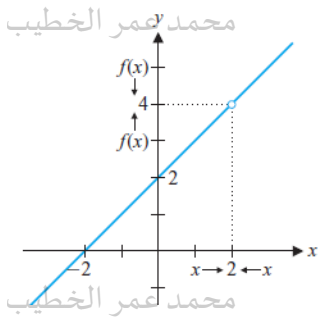
حيث $1 \leq x \leq 2$ التجزئة (قيم x) $P: 1, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, 2$ $\Rightarrow \Delta x = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$

يمكن حل السؤال

بطريقة الجدول

نهاية دالة عند نقطة

تعلمنا بالصفوف السابقة كيف نجد صورة أي عدد ضمن مجال الدالة بالتعويض المباشر، ولكن إذا أرادنا توقع صورة الدالة لعدد خارج مجال الدالة، فإننا سنقوم بدراسة هذه الدالة بجوار هذا العدد وليس عنده، والفكرة الرياضية التي تساعدنا في دراسة سلوك الدالة بجوار عدد معين تسمى النهاية ($\lim$).



فمثلاً إذا كانت الدالة: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ فإن الدالة غير معرفة عند $x = 2$

أي لا يوجد صورة للعدد 2 (نقطة خارج المجال) ولكن يمكن توقع من الرسم البياني للدالة أنه كلما:

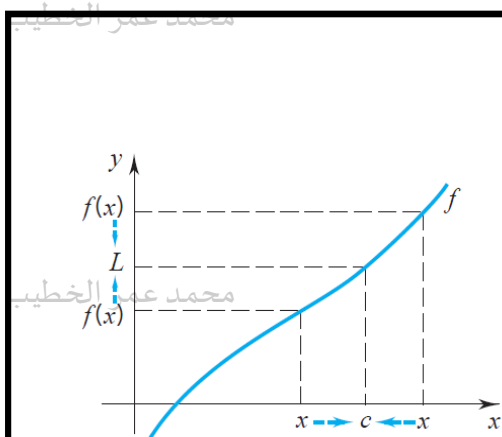
اقتربنا للعدد 2 من جهة اليسار أو من جهة اليمين فإن الدالة تقترب من العدد 4

فنقول أن نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من العدد 4 عندما تقترب x من العدد 2

ونعبر عن ذلك باستخدام الرموز الرياضية

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

وبشكل عام



إذا كانت قيمة الدالة $f(x)$ تقترب من قيمة واحدة هي L

عندما تقترب x من c من الجهتين

فإن نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من L عندما تقترب x من c

ونكتب ذلك بالرموز

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

يمكن ايجاد نهاية دالة
عند نقطة

من الحل الجبري
جبرياً

من الرسم البياني
بيانياً

من الجدول
رقمياً

اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول

(1) اوجد: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ من خلال الجدول

x	3.9	3.99	3.999	4.0	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1

يظهر الجدول السابق ان قيم $f(x)$ تقترب من العدد 8 عندما تقترب x من العدد 4 من الجهتين

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8 \quad \text{اي ان}$$

(2) اذا كان : $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x > -3 \\ 2 - x & , x \leq -3 \end{cases}$ فاوجد $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ من خلال الجدول

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -11$$

تكون النهاية موجودة اذا كانت النهاية من اليمين = النهاية من اليسار
اما اذا كانت النهاية من اليمين $\neq$ النهاية من اليسار فان النهاية غير موجودة

اي ان $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ غير موجودة لان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

(1) استخدم الرسم البياني التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

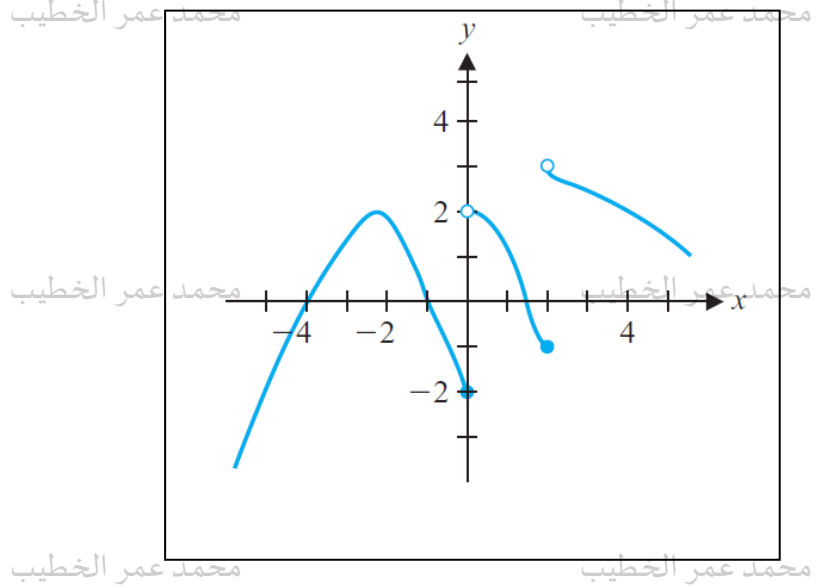
(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(5) $f(2)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



(2) استخدم الرسم البياني التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(4)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

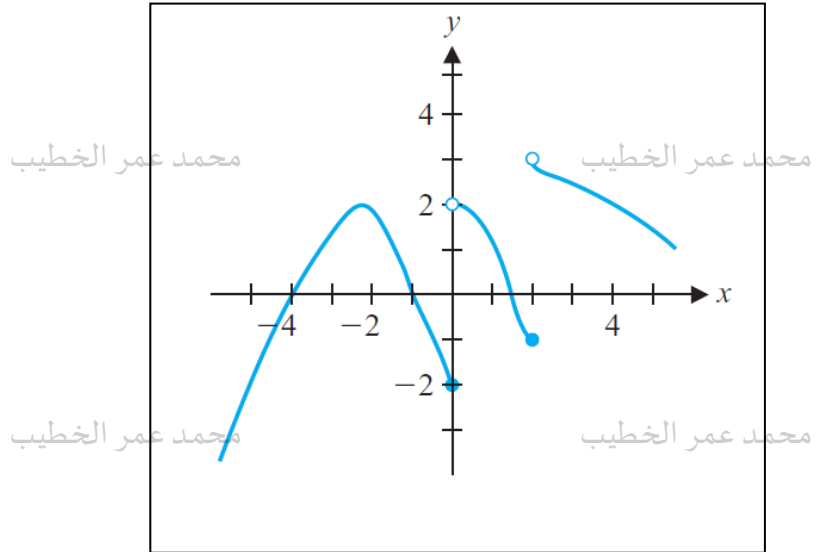
(4) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(5) $f(-1)$

(6) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$



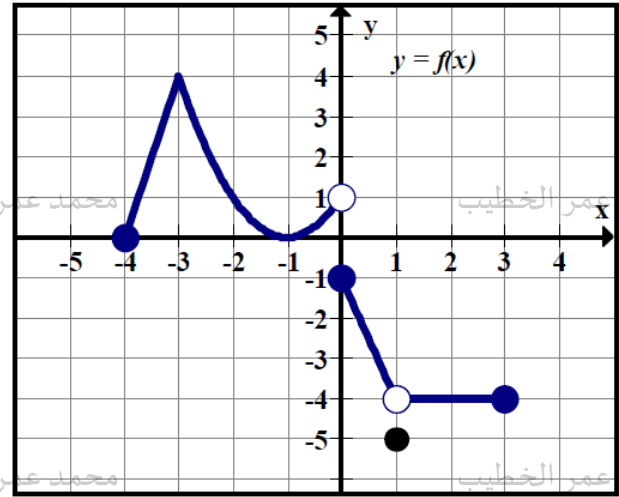
استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

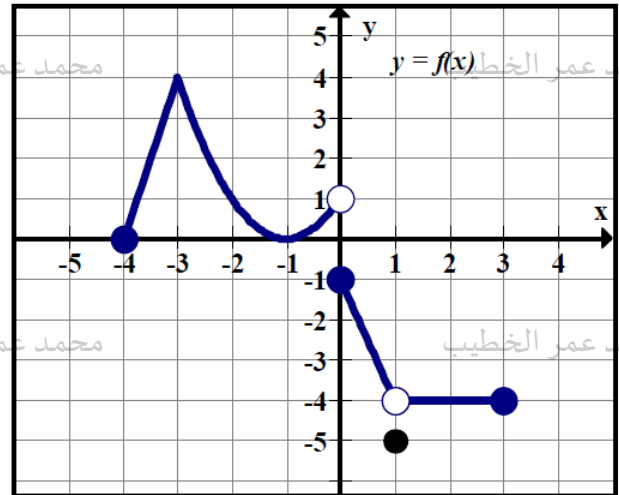


(5) $f(1)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

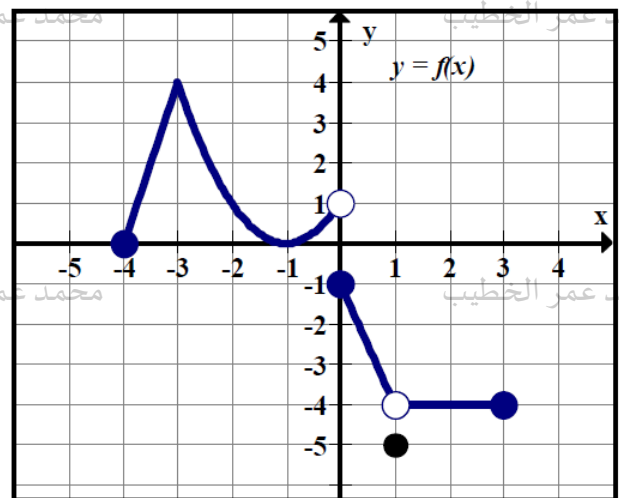
(7) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



(9) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(10) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$



(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(5) $f(2)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

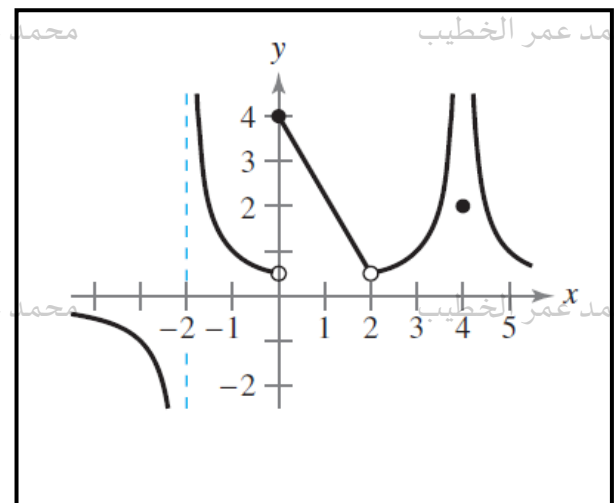
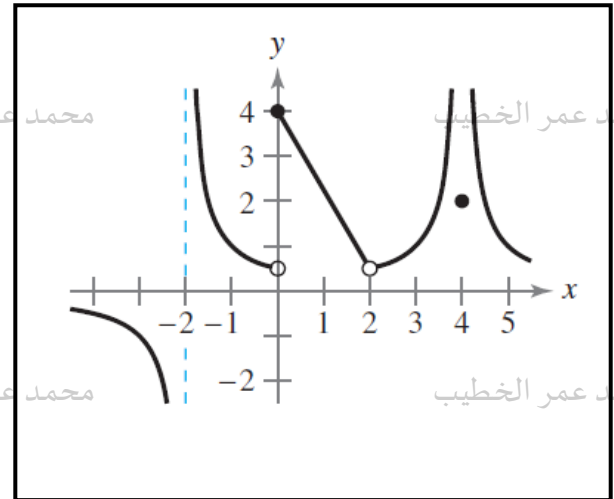
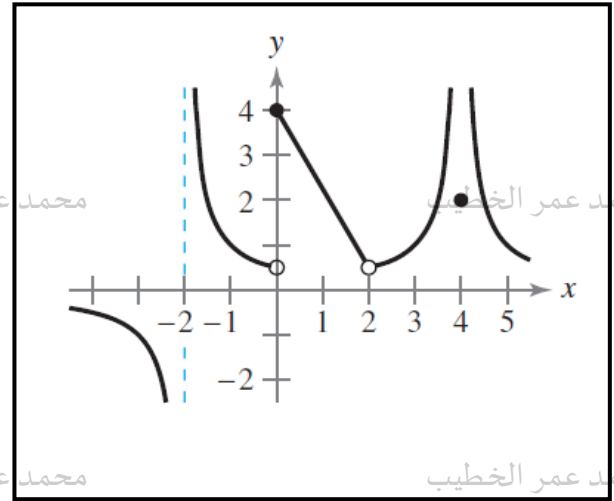
(9) $f(4)$

(10) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

(11) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

(12) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(13) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$



استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(5) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

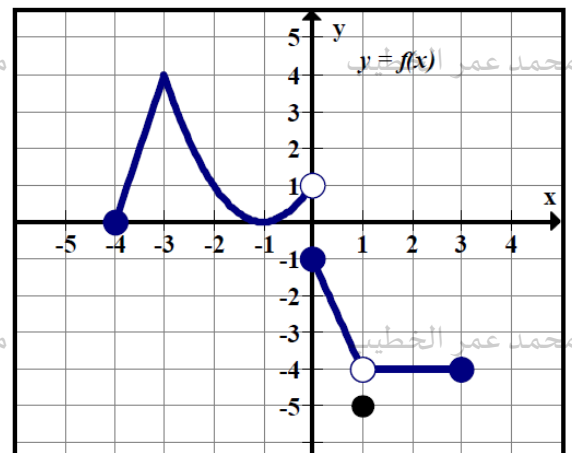
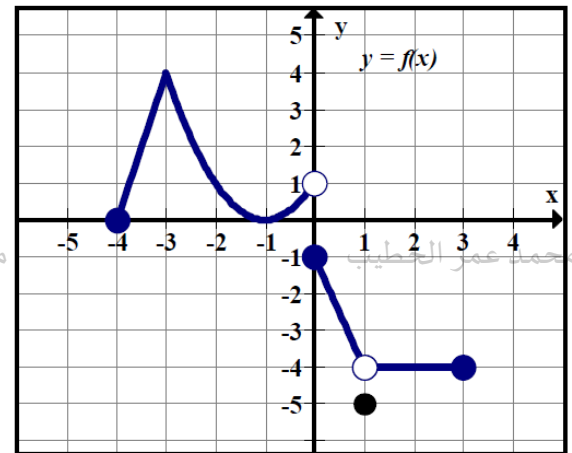
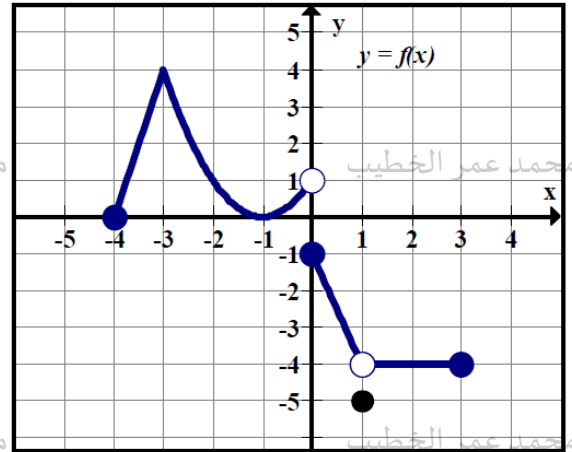
(6) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$

(10) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)}$



$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة هي

(11) مجموعة قيم C التي تجعل

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي

(12) مجموعة قيم C التي تجعل

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي

(13) مجموعة قيم C التي تجعل

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $f(2)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

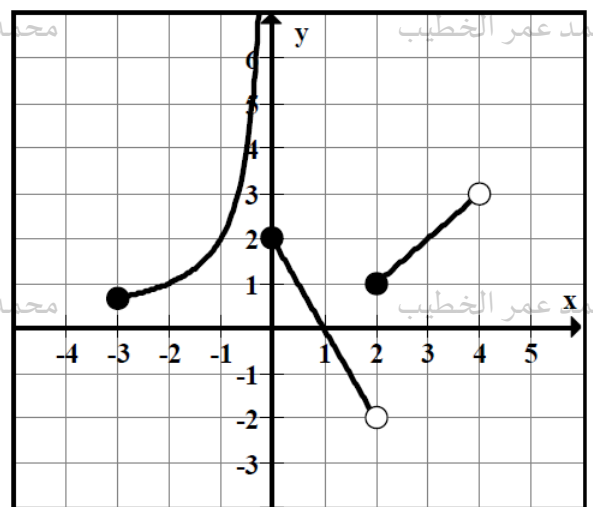
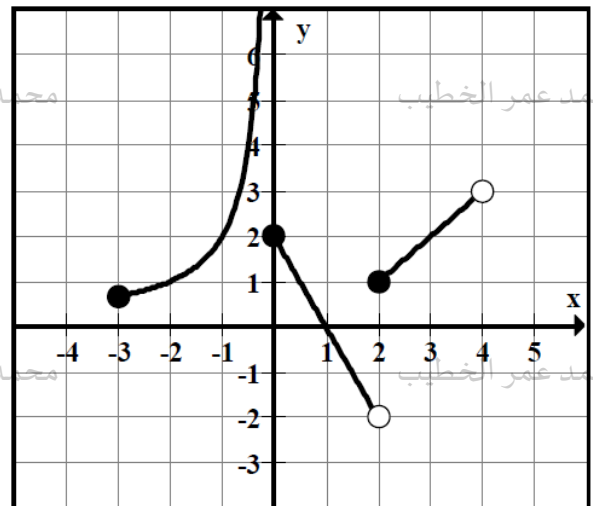
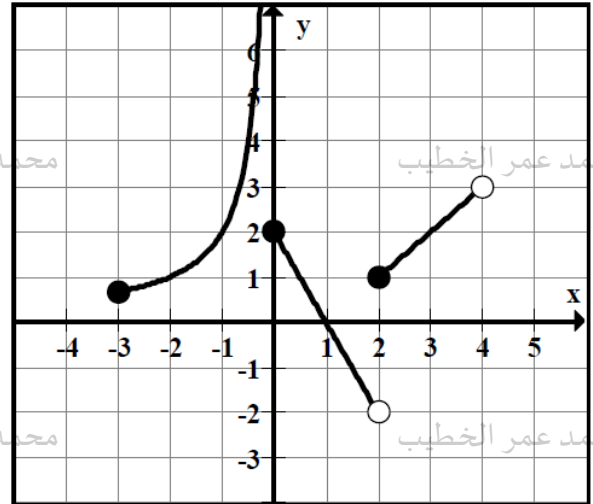
(8) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(10) $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$

(11) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} f(|x|)$



ملاحظة: يمكن استخدام خواص النهايات اذا كانت النهايات موجودة

اذا كانت C, a اعداد حقيقية

حيث $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ موجودتين

فان

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

محمد عمر الخطيب

(1) نهاية الدالة الثابتة

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

(2) نهاية الدالة المحايدة

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(3) نهاية مجموع وطرح دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} c \times f(x) = c \times \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

(4) نهاية الضرب في ثابت

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(5) نهاية ضرب دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

(6) نهاية قسمة دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

(7) نهاية الدالة المركبة (احد اشكال تركيب دالتين)

ملاحظة: اذا كانت احدى النهايات غير موجودة نبحت عن طرق اخرى وذلك بايجاد قاعدة الدالة

الناتجة عن الجمع او الطرح او الضرب او القسمة او التركيب ثم نجد النهاية

او نستخدم خواص النهايات من كل جهة ثم نقارن بين الجهتين بشرط ان لا يكون نهاية احدى

الجهات ملانهاية اي انه يمكن استخدام خواص النهايات من جهة وحدة بشرط ان نكون كلاهما

اعداد حقيقية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 5} [4f(x) + 7]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} [f(x) \times g(x) - x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 5} [f^2(x) - \sqrt{g(x)}]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) + 2x}{g(x) - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

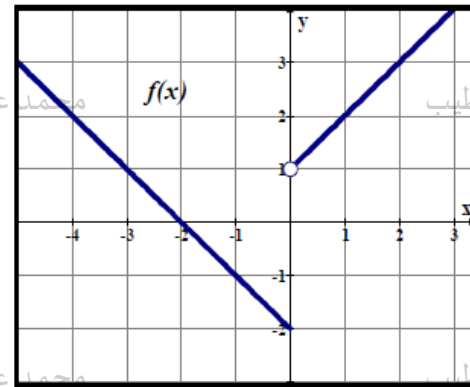
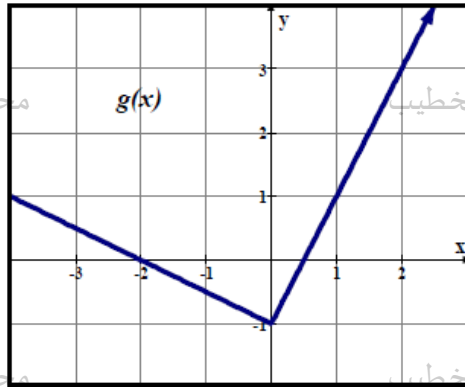
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} p(p(p(p(x))))$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} p(3 + 2p(x - p(x)))$$

(2) استخدم الرسم البياني المجاور في الإجابة عن الاسئلة التالية :

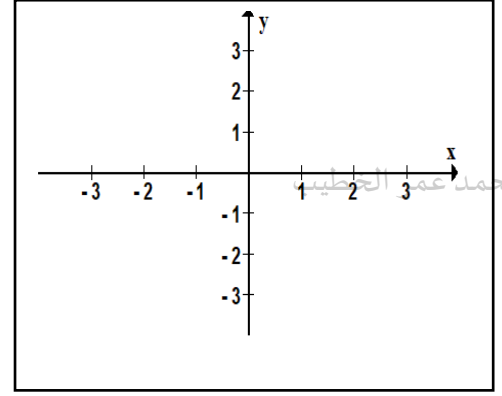


$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + g(x)]$$

(1) $f(x) = 1$, $-2 \leq x \leq 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $f(x) = x$, $-1 < x < 2$

$f(-1) = -2$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

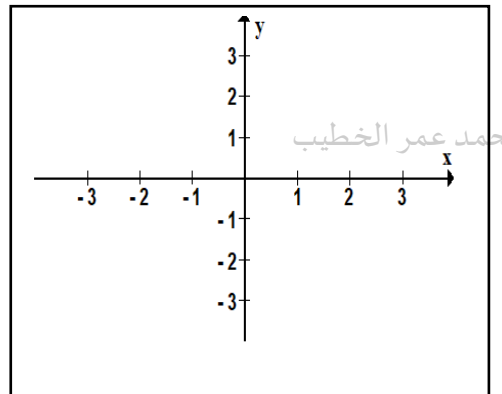


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $f(2) = 2$, $f(0) = -1$, $f(-2) = 0$

غير موجودة الخطيب $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

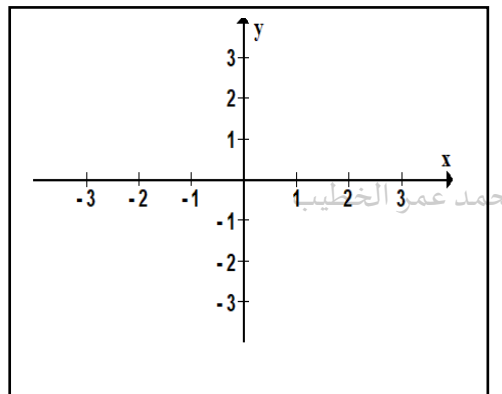
(4) $f(0) = 1$, $f(2) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ غير موجودة



محمد عمر الخطيب

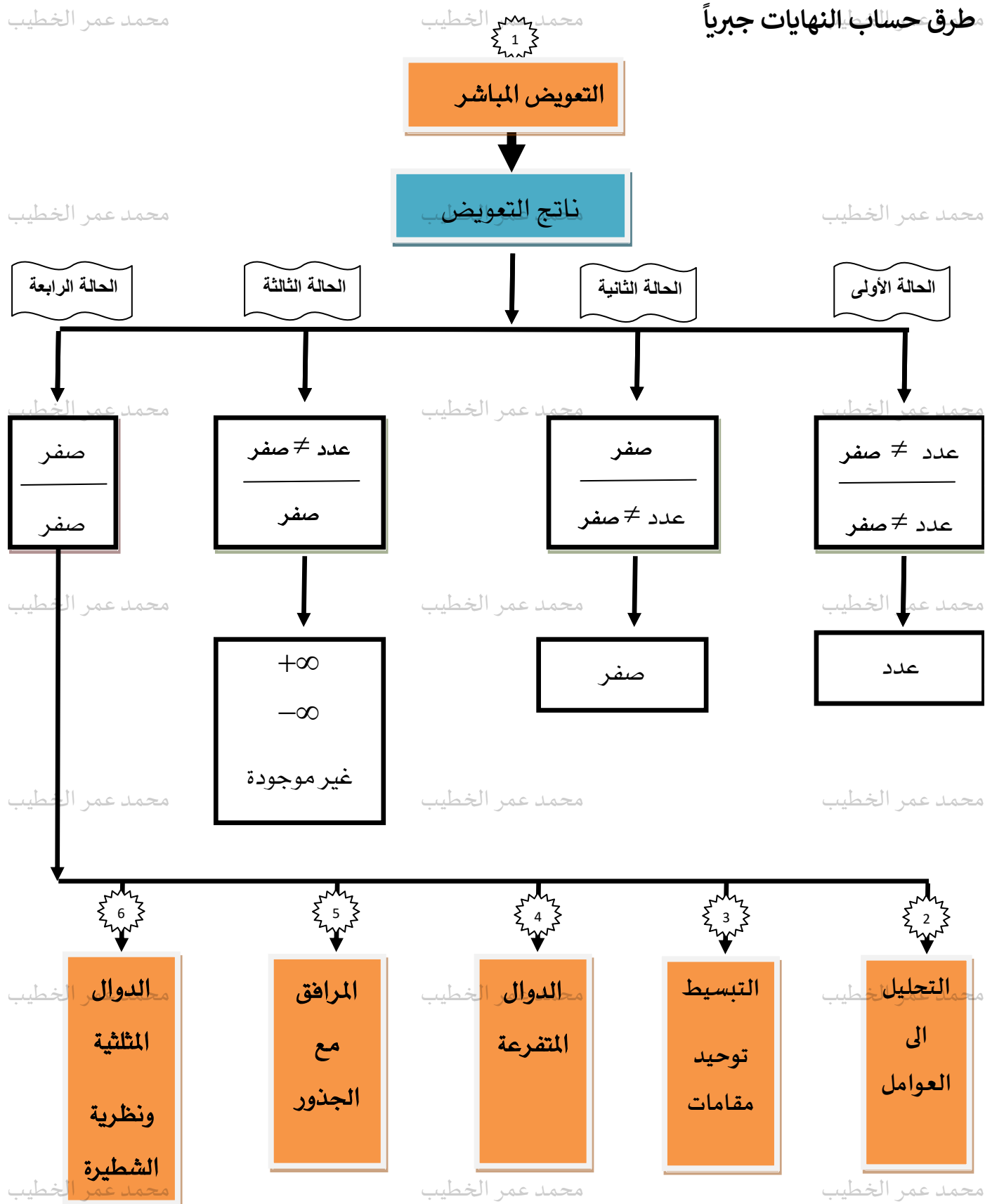
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ثالثاً: نهاية دالة عند نقطة جبرياً

اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول **ثانياً: نهاية دالة عند نقطة بيانياً**

طرق حساب النهايات جبرياً



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+3}{x-2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3}{x+1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{9x^2-4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-3x}{x^2+9}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2+5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{3x-12}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sin x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow -1} e^x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) + x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(10) \lim_{x \rightarrow 3} \log_2(x+5)$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 3} |2-3x|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(12) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}(x^2)$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

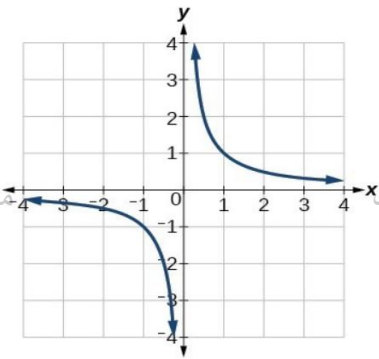
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة : يمكن الاستفادة من دراسة إشارة المقام قبل حساب النهاية في حالة :
البسط عدد لا يساوي صفر والمقام يساوي صفر

ملاحظة:

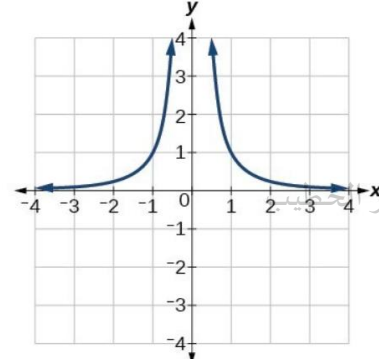
$$\left. \begin{array}{l} (1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \\ (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \text{ غير موجودة}$$



ملاحظة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

ويمكن اعتبارها غير موجودة



أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{-3}{2x-10}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{-2}{x^2 - 2x - 8}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{x^2}{18 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{x^3 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

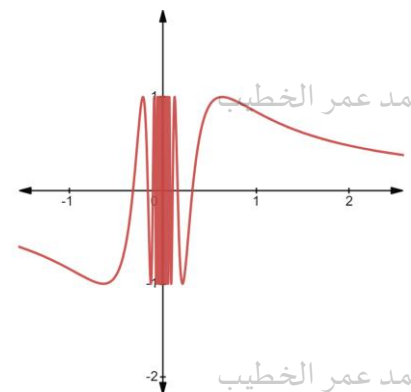
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النهاية غير موجودة



(2) التحليل إلى العوامل

طرق التحليل

1. العامل المشترك
2. الفرق بين مربعين
3. الحدود الثلاثية
4. الفرق بين مكعبين
5. مجموع مكعبين
6. التجميع
7. طرق أخرى

ملاحظة : يجب التعويض المباشر أولاً وفي حالة البسط والمقام كلاهما صفر
نبحث عن طرق أخرى مثل التحليل إلى العوامل أو التبسيط أو المرافق ...

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 9x}{18 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{3x - x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - x - x^2}{x^2 - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$$

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h - 4)^2 - 16}{h}$$

مساعدة... افرض

$$u = h - 4$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h + 2)^3 - 8}{h}$$

مساعدة... افرض

$$u = h + 2$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^2 - 2}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)^{10}}{(x^2 - 2x + 1)^5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} - 3}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt[3]{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-2x+1}}{x^2 + x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{e^x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^x - 2}{e^x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)^{2n}}{(x^2 - 2x + 1)^n} = 81$ فاوجد قيمة الثابت n

(2) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a x + b}{x - 2} = 7$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

ملاحظة:

إذا كانت النهاية عند C موجودة

والمقام صفر

فان

(1) نهاية البسط عند C تساوي

صفر

(2) يجب ان يحتوي البسط والمقام

على عامل مشترك مثل $(x - C)$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}$$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{x}{x^2 - 9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{5}{2x-3} + 5}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2} - 1}{2x^{-2} + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) في إحدى الدراسات على عيون القطط وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للقطط يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عين القط وفق العلاقة:

$$f(x) = \frac{160x^{-0.04} + 90}{4x^{-0.04} + 15}$$

اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تقترب شدة الإضاءة x من الصفر (تتعدم الرؤية).

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حيث $a \neq 0$ التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{a}{x+a} - b}{x} = -1$

(4) الدوال المتفرعة (الدوال المعرفة بأكثر من قاعدة وتشمل دالة المطلق والصحيح)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x < 1 \\ 2x + 3 & , x \geq 1 \end{cases}$$

(1) اذا كانت :

فاوجد :

(a) $f(1)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos x + 1 & , x < 0 \\ e^x - 4 & , x > 0 \end{cases}$$

(2) اذا كانت :

فاوجد :

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$$

(3) اذا كانت :

فاوجد :

(a) $f(2)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x < a \\ h(x) & x > a \end{cases} \quad \text{كثيرات حدود وكانت} \quad h(x), g(x) \quad \text{اذا كانت} \quad (1)$$

اوجد

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(i) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(ii) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x & , x \geq 0 \\ e^x - 1 & , x < 0 \end{cases} \quad , \quad g(x) = x^2 - x \quad \text{اذا كانت:} \quad (2)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$h(x) = f(x) \times g(x) \quad \text{وكان}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) \quad \text{اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل ضرب دالتين في إيجاد قيمة}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لإيجاد قيمة هذه النهاية

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \log x + 4 & , x \geq 1 \\ 5x - 1 & , x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{x-1}{1-x} \quad (1) \text{ اذا كانت:}$$

فاوجد

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$$

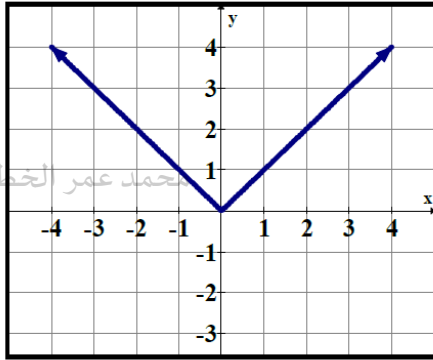
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & , x \geq 1 \\ 4 - 2x & , x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} -3x & , x \geq 1 \\ 2x^2 - 3x & , x < 1 \end{cases} \quad (2) \text{ اذا كانت:}$$

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

وكان

$$\lim_{x \rightarrow 1} h(x) \quad (أ) \text{ اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل جمع دالتين في إيجاد قيمة}$$

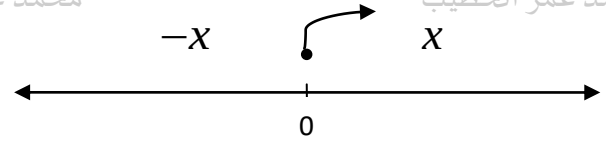
(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لإيجاد قيمة هذه النهاية

دالة المطلق : $y = |x|$ 

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} |5| &= 5 \\ |-5| &= 5 \end{aligned}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + |x| - 2}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{5 - |x - 4|}{|10 - x| - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x|1 - x| - 6}{x^2 - 3x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة:

إذا كان ناتج التعويض

ما بداخل المطلق هو صفر

فمن الأفضل

أخذ النهاية من اليمين واليسار

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

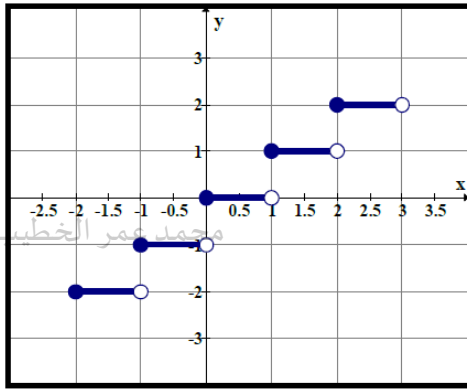
محمد عمر الخطيب

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+|x|}{x} - \frac{1-x}{|x|} \right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - |x|}{|3x| - 2x}$$

(2) اوجد قيمة الثابت b اذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^2 - b^2}{x - b} = \lim_{x \rightarrow -2} (|x| + 8)$$



$$[5] = 5$$

$$[5.7] = 5$$

$$[-5.99] = -6$$

$$(i) [x+n] = [x] + n$$

ملاحظة: إذا كانت n عدد

$$(ii) x-1 \leq [x] \leq x$$

صحيح فان

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2.9} [x]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [3x+1]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x|}{[x]}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2^-} [5-x]$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2^-} 3[x] - |x|$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 2^-} |x-2| + [x] + x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] + 5)^{[x]}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x[x]}{x^2 + x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]}{x-1}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{|x-2| + [x-2]}$$

ملاحظة: نهاية دالة الصحيح $[x]$

(الدالة الاساسية فقط)

(1) إذا كانت n عدد صحيح فان

غير موجودة $\lim_{x \rightarrow n} [x]$

لان

$$\lim_{x \rightarrow n^-} [x] = n-1, \lim_{x \rightarrow n^+} [x] = n$$

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل

الصحيح هو عدد صحيح فان النهاية غير

موجودة وممكن التأكد باخذ النهاية من

الجهتين

(2) إذا كانت a عدد غير صحيح

(كسر) فان

$$\lim_{x \rightarrow a} [x] = [a]$$

موجودة

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل

الصحيح هو كسر فان النهاية موجودة

ويكفي التعويض لايجاد النهاية

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} [x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x + 1]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x[x + 2]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)^{[x]}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x \leq -1 \\ 2x - b & , x > -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2 \text{ وكانت } a, b \text{ فاوجد كل من الثابتين}$$

$$(2) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} \log_2 x & 0 < x \leq 8 \\ 3^{ax} & x > 8 \end{cases} \text{ فاوجد قيمة } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \text{ موجودة}$$

$$(3) \text{ إذا كانت: } g(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x \geq a \\ 4x & x < a \end{cases} \text{ فاوجد قيم } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \text{ موجودة.}$$

$$(4) \text{ لتكن: } f(x) = \begin{cases} 2ax - 5 & x < 2 \\ \frac{x-3}{|x-3|} & x > 2 \end{cases} \text{ فما قيمة } a \text{ التي تجعل } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ موجودة}$$

ملاحظة : اذا كان ناتج ما بداخل الجذر التربيعي (دليل الجذر عدد زوجي) صفر عند التعويض يفضل دراسة اشارة ما تحت الجذر قبل حساب النهاية وغير ذلك فانه يكفي التعويض المباشر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{1-x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{25-x^2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x - [x]}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{[x] - x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{(x-5)^2}}{x-5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: مرافق المقدار الجبري $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ هو $\sqrt{x} + \sqrt{a}$ ويكون حاصل ضربهم هو $x - a$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3 - \sqrt{x+9}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}-3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x\sqrt{x} - 27}{x-9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{1 - x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{4}{x - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{10-x} - 3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{x}$$

مرافق الجذر التكعيبي للمقدار $\sqrt[3]{x} \pm \sqrt[3]{a}$ هو
 $(\sqrt[3]{x})^2 \mp \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{x} + (\sqrt[3]{a})^2$
 ويكون حاصل ضربهم $x \pm a$

يمكن الحل بالضرب في مرافق الجذر التكعيبي

ولكن الأفضل بالتعويض $u = \sqrt[3]{1+2x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

موجودة فاوجد قيمة الثابت a

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1} \quad (1) \text{ لتكن:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-\sqrt{2x+1}}{x} = 4 \quad (2) \text{ لتكن:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1 \quad (3) \text{ لتكن:}$$

فاوجد قيمة الثوابت a, b

(6) الدوال المثلثية (الدائرية)

النسب المثلثية والمتطابقات المهمة

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

المتطابقات
النسبية

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}, \sec x = \frac{1}{\cos x}, \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

متطابقات
المقلوب

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan^2 x + 1 = \sec^2 x, \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

متطابقات
فيثاغورس

$$\begin{aligned} \sin x &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \sec x = \csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ \cos x &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \csc x = \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \end{aligned}$$

متطابقات
الزوايا المتتامة

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x, \tan(-x) = -\tan x, \cos(-x) = \cos x \\ \csc(-x) &= -\csc x, \cot(-x) = -\cot x, \sec(-x) = \sec x \end{aligned}$$

متطابقات الدوال
الزوجية والفردية

$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2\sin x \cos x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x, \cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x, \cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

متطابقات
ضعف
الزاوية

$$\begin{aligned} \sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \end{aligned}$$

متطابقات
المجموع والفرق

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, \tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

متطابقات

الدوال المثلثية العكسية

$$\csc^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), \sec^{-1} x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\cot^{-1}(x) = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) & x > 0 \\ \pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) & x < 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{\sin(ax)}{\tan bx} = \frac{\tan(ax)}{\sin bx} = \frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

اي ان عندما تقترب x من الصفر فان $x \approx \sin x \approx \tan x \approx \sin^{-1} x \approx \tan^{-1} x$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (x \tan x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x \cos 3x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{5x}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{3x}}{\tan 2x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cot 2x$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x[x]}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin|x|}{x} - 2[x-2]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 4x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (\tan 2x \csc \pi x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} [x](x \cot 2x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \left(\cot x - \frac{3}{x} \right)$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{\sin^2 3x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \tan 5x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 3x}{3x|x|}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 5x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} 3x^2 \csc 3x \cot 2x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x^2 + x) \csc 2x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x + \tan 3x}{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \tan x}{4x - \sin x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x \sin^2 8x}}{x}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 + x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{2x-2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{3x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{2x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x^2+x-6}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

ملاحظة

إذا كان $f(0)=0$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\sin(f(x))}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\tan(f(x))}{f(x)} = 1$$

أو ممكن استخدام الفرض

$$u = f(x)$$

فاوجد قيمة k

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x+1|-2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin kx}$$

(1) اذا كانت:

$$(2) \text{ اذا كانت: } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x] \text{ فاوجد قيمة } a$$

$$(3) \text{ اذا كانت: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow k} 4^x \text{ فاوجد قيمة } k$$

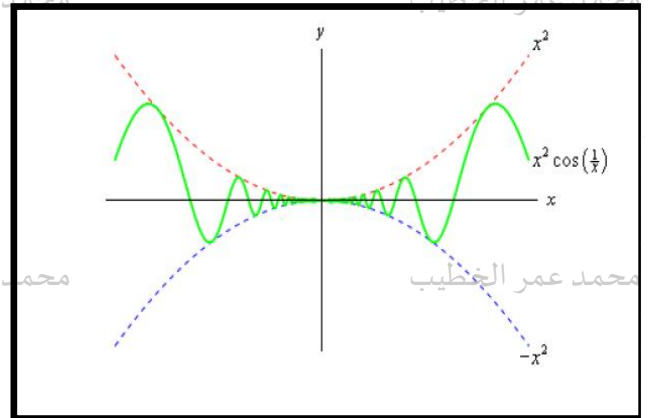
إذا كان $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ لكل $x \neq c$ في فترة حول c

وكان $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = l$

فإن $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$



(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin^2 \frac{1}{x}$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x + x^2 \sin \frac{1}{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} (e^{x^2 \sin \frac{1}{x}})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
 (1) اذا كانت : $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) = 0$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ حيث $|g(x) + 4| \leq 2(3 - x)^4$ باستخدام نظرية الشطيرة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث $\frac{\sin x}{\tan 3x} \leq f(x) \leq \frac{x^2 + x}{3x}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث $x^2 - x^3 \leq x^2 f(x) \leq \sin^2 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

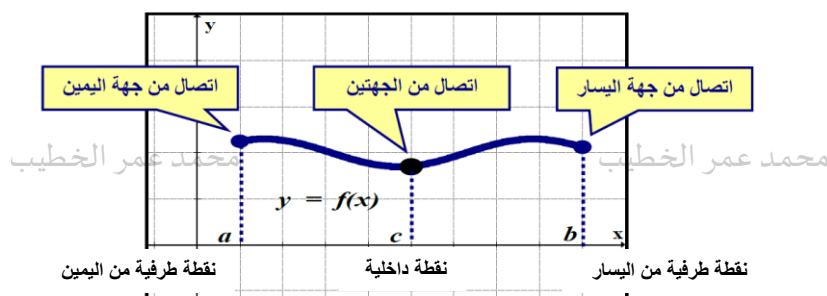
(5) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$ حيث $\sin x \leq f(x) \leq x$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الاتصال عند نقطة



(1) نقطة داخلية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة داخلية c في مجالها اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

(1) $f(c)$ موجودة (للدالة صورة عند $x = c$)

$$(2) \lim_{x \rightarrow c} f(x) \text{ موجودة (اي ان } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x))$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

(2) نقطة طرفية : تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند

الاتصال من جهة واحدة

(أ) نقطة طرفية a لها نهاية من جهة اليمين اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

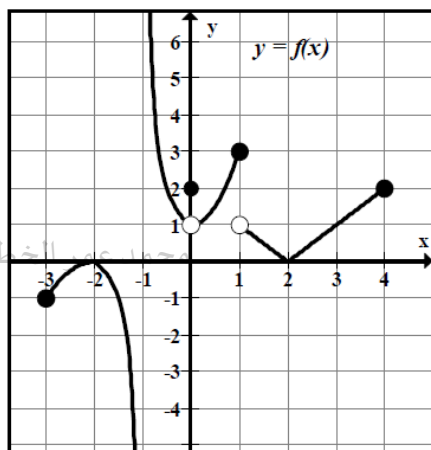
بداية الفترة المغلقة

(ب) نقطة طرفية b لها نهاية من جهة اليسار اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

نهاية الفترة المغلقة

اعتمد على الرسم المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الاسئلة التالية



(1) هل الدالة متصلة عند $x = 1$

(2) هل الدالة متصلة عند $x = 0$

(3) هل الدالة متصلة عند $x = -1$

(4) هل الدالة متصلة عند $x = 2$

(5) هل الدالة متصلة عند $x = 4$

(6) هل الدالة متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 2 - x & , x > 1 \end{cases}$$

تذكر

شروط الاتصال عند النقطة الداخلية

$$x = c$$

(1) الدالة معرفة عند $x = c$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad (3)$$

يمكن البحث

عن نقاط انفصال الدالة عند

(1) اصفرار المقام (اكيد)

(2) نقاط التفرع (ممكن)

ملاحظة: اي نقطة خارج مجال

الدالة تعتبر نقطة انفصال للدالة

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$(3) \quad f(x) = [x]$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$$

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 5x & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \\ 6 - x & , x > 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = |x-1|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

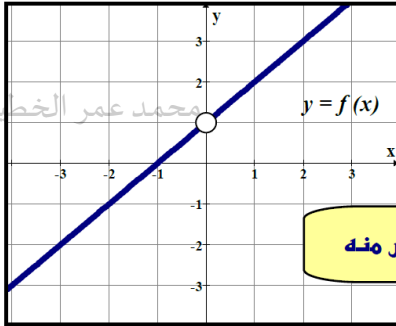
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

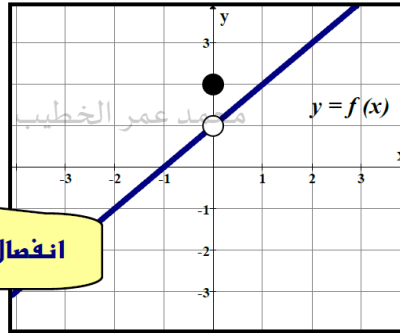
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) الفجوة (قابل للإزالة) أو (يمكن التخلص منه)



انفصال يمكن التخلص منه

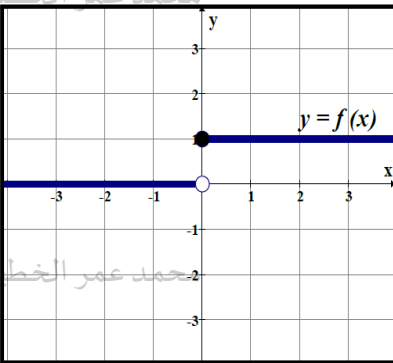


النهاية موجودة

ولكن لا تساوي الصورة

أو الصورة غير موجودة

(2) القفزة (غير قابل للإزالة)

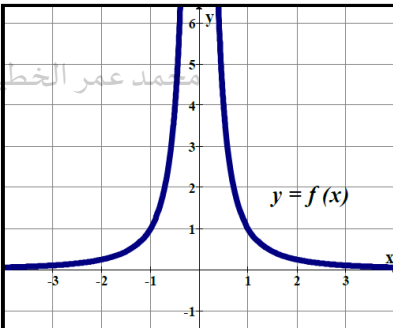


النهاية غير موجودة

النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

ولكن كلاهما عدد حقيقي

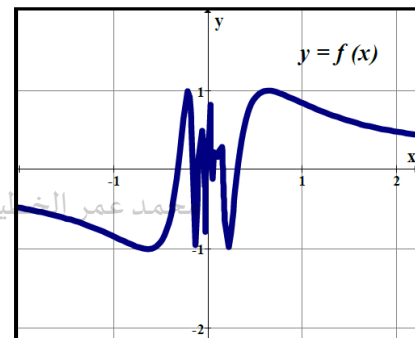
(3) لا نهائي / خطوط التقارب (غير قابل للإزالة)



النهاية غير موجودة أو ملانهاية

أحدى النهايتين تساوي ملانهاية أو كلاهما

(4) التذبذبي (غير قابل للإزالة)



النهاية غير موجودة

الدالة تتذبذب كثيراً عند نقطة الانفصال

أمثلة $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, $g(x) = \cos \frac{1}{x^2}$, $h(x) = \tan \frac{1}{x}$

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط
انفصال الدالة عند
(1) اصفار المقام (اكيد)
(2) نقاط التفرع (ممكن)

نجد نهاية الدالة عند نقطة الانفصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النهاية غير موجودة

النهاية موجودة

الدالة تتذبذب
كثيرااحدى النهايتين او
كلاهما مالا نهايةكلا النهايتين
اعداد حقيقية

محمد عمر الخطيب

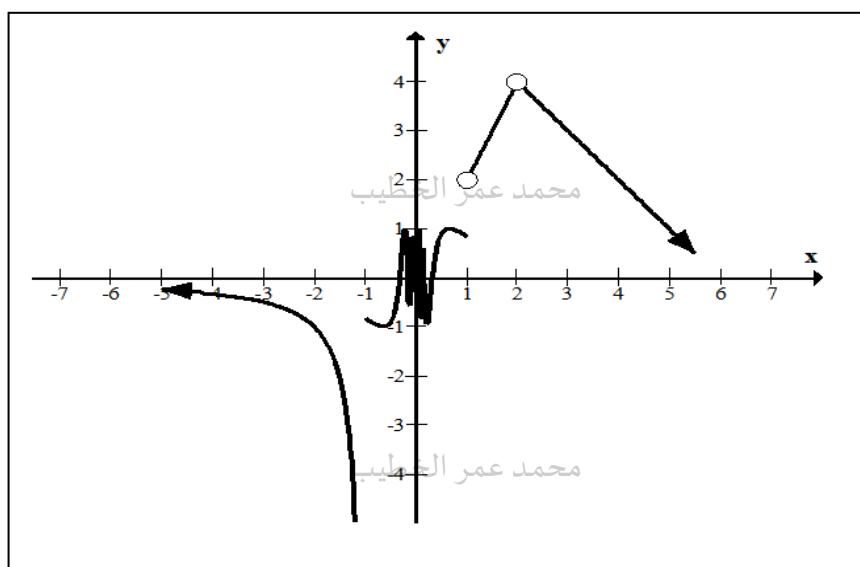
غير قابلة للازالة (تذبذبي)

غير قابلة للازالة (لانهايتي)

غير قابلة للازالة (قفزة)

قابلة للازالة

في الشكل المجاور اوجد نقاط انفصال الدالة (نقاط عدم الاتصال) ، ثم حدد نوع كل منها:



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نقطة انفصال الدالة	نوع الانفصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط انفصال الدالة عند

(1) اصفار المقام (أكيد)

(2) نقاط التفرع (ممكن)

نوع الانفصال	نقطة (نقاط) الانفصال	الدالة
		(1) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$
		(2) $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$
		(3) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x \geq 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$
		(4) $f(x) = \frac{2}{x - 3}$
		(5) $f(x) = \frac{ x }{x}$
		(6) $f(x) = \frac{x - 5}{x^2 - 2x - 15}$
		(7) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$
		(8) $f(x) = \ln x^2$

تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ اذا كانت

(1) متصلة على كل نقطة في الفترة المفتوحة (a, b)

(2) متصلة عند النقطة a من جهة اليمين اي ان $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

(3) متصلة عند النقطة b من جهة اليسار اي ان $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

وتكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على مجموعة الاعداد الحقيقية اذا كانت متصلة عند كل نقطة

تعتبر النقطة الطرفية نقطة انفصال لان الدالة غير معرفة عند احدى الجهتين

اما اذا كان المطلوب فترة الاتصال فيجب دراسة الاتصال من جهة واحدة واذا تحقق شرط الاتصال

تكون ضمن فترة الاتصال

ملاحظات مهمة

اولاً: الدوال المتصلة على مجالها فترة الاتصال هي مجال الدالة

(1) كثيرات الحدود (2) الدوال النسبية (3) الدوال الجذرية (4) الدوال المثلثية

(5) دوال المطلق (6) الدوال الاسية (7) الدوال اللوغارتمية

ثانياً: الدوال المتصلة على جزء من مجالها فترة الاتصال هي مجال الدالة او جزء من مجال الدالة

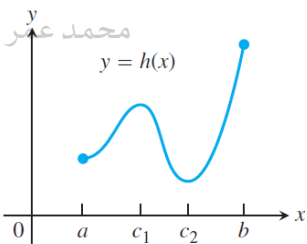
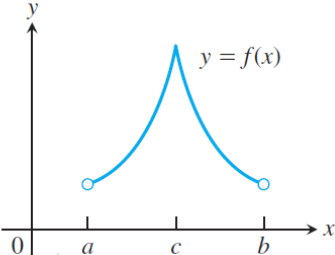
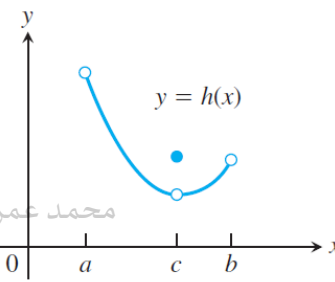
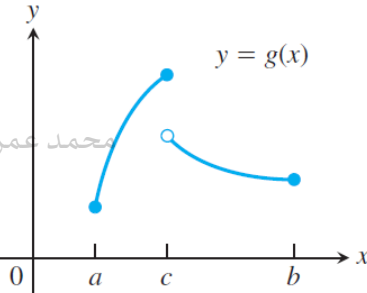
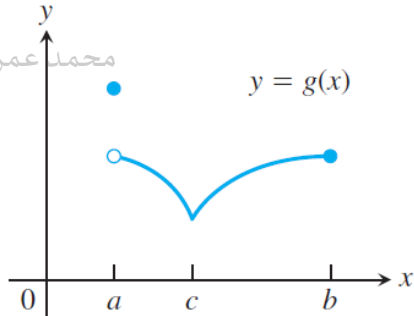
بعض الدوال المتفرعة مثل دالة الصحيح

ثالثاً: العمليات على الدوال المتصلة

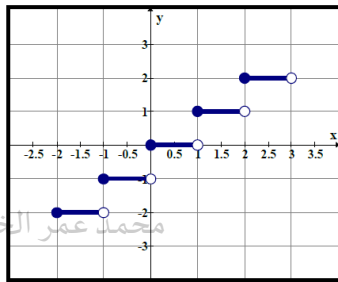
(1) حاصل جمع وطرح وضرب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

(2) حاصل قسمة دالتين متصلتين هي دالة متصلة بشرط ان المقام لا يساوي صفر

(3) حاصل تركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

الدالة	فترة الاتصال
1. 	محمد عمر الخطيب
2. 	محمد عمر الخطيب
3. 	محمد عمر الخطيب
4. 	محمد عمر الخطيب
5. 	محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
دالة الصحيح : $y = [x]$



محمد عمر الخطيب
(1) اعتمد على الدالة $f(x) = [x]$ للإجابة عن الاسئلة التالية

(أ) هل الدالة متصلة عند $x = 1$ من جهة اليمين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) هل الدالة متصلة عند $x = 2$ من جهة اليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) هل الدالة متصلة على الفترة $(1, 2)$

(د) هل الدالة متصلة على الفترة $[1, 2]$

(2) اي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 2]$ وإذا كانت غير ذلك، اكتب فترة الاتصال

محمد عمر الخطيب

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 6 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} 7 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ 7 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 + 5x - 1, x \in [1, 2]$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} x+2 & , x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 3 & , x = 2 \end{cases}$$

$$(5) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{x}{e^x}$$

$$(1) \quad f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad f(x) = (x-1)^{\frac{3}{2}} + e^x$$

$$(3) \quad f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$(4) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 4}$$

$$(1) \quad f(x) = \ln(x - 2)$$

$$(2) \quad f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{\ln(x - 2)}$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{3}{\ln x^2}$$

$$\ln x^2 = 2 \ln |x|$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{x}}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$(1) \quad f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$$

$$(2) \quad f(x) = \tan^{-1}(2x + 1)$$

$$(3) \quad f(x) = \tan x$$

$$(4) \quad f(x) = \ln(\sin x)$$

إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على مجال معين باستثناء نقطة (أو عدد محدود من النقاط) التي عندها انفصال نوعه فجوة (يمكن إزالته) فإنه يمكن تعريف دالة جديدة متصلة عند هذه النقطة وتعتمد على الدالة $f(x)$ وتسمى الدالة الموسعة

ملاحظة: لا يمكن إيجاد الدالة الموسعة لدالة لها نقطة انفصال نوعه (قفزة، لانهائي، تذبذبي)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = x \cot x \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أعد تعريف الدالة الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة عند النقطة المشار إليها.

(اكتب الدالة الممتدة او الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}, \quad x=8$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}, \quad x=0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \frac{x+3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}}, \quad x=-3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أعد تعريف كل من الدوال الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة عند النقطة المشار إليها.

(أوجد الدالة الممتدة أو الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3}, \quad x=3$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin x}, \quad x=0$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \frac{3}{\ln x^2}, \quad x=0$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثابت a حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 2$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2 & , x < 2 \\ a & , x \geq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثابت c حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{6x^2} & , x \neq 0 \\ c & , x = 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x - 1 & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 5x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x + e^x & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x < 0 \\ b & , x = 0 \\ \frac{\sin ax}{2x} & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 - a & , x < 3 \\ 9 & , x = 3 \\ ax + 6 & , x > 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5 & , x > -1 \\ 7 & , x = -1 \\ x - b & , x < -1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x \leq 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 < x < 2 \\ x^2 - x + b & , x \geq 2 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x \leq -2 \\ ax + b & , -2 < x < 5 \\ x^2 - 12 & , x \geq 5 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x \leq 1 \\ x^2 - 2x & , 1 < x < 3 \\ a + b & , x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2b^x - 7 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت m, n حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1} & , x \neq 1 \\ n & , x = 1 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - a}{x - 2} & , x < 2 \\ bx + 6 & , x \geq 2 \end{cases}$$

(3) حدد جميع قيم x حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة

ملاحظة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \text{ عدد نسبي} \\ 4x & x \text{ عدد غير نسبي} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ عدد نسبي} \\ 0 & x \text{ عدد غير نسبي} \end{cases}$$

الدالة

غير متصلة عند اي نقطة في مجالها

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ والدالة $f(x)$ دالة متصلة عند L فإن

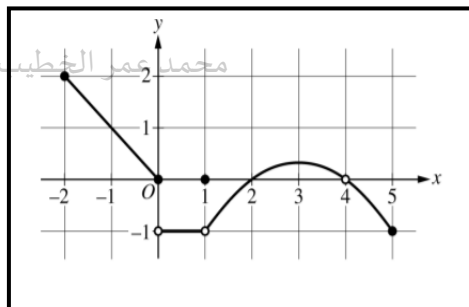
$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

إذا كانت نهاية الدالة الداخلية $g(x)$ موجودة والدالة الخارجية $f(x)$ متصلة عند قيمة النهاية فإن النهاية تدخل بداخل الدالة (يمكن تبديل الدالة مع النهاية)

ملاحظة: إذا لم تتحقق إحدى الشروط يجب إيجاد ناتج تركيب الدالتين ثم إيجاد النهاية أو فرض الدالة الداخلية u

(1) إذا كانت الدالة $g(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ والدالة $f(x) = 2x - 5$

أوجد $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$



(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

والدالة $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

أوجد $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 0 \\ 4 & x = 0 \end{cases} \quad \text{والدالة } g(x) = 2x \quad (1) \text{ اذا كانت الدالة}$$

اوجد

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} f(g(x))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} f(g(x))$$

مساعدة...

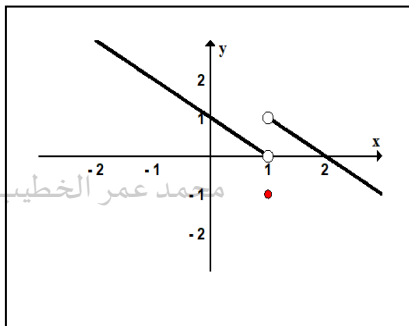
ممکن تفرض

$$u = 2x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

اوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مساعدة... افرض

$$u = 1 - x$$

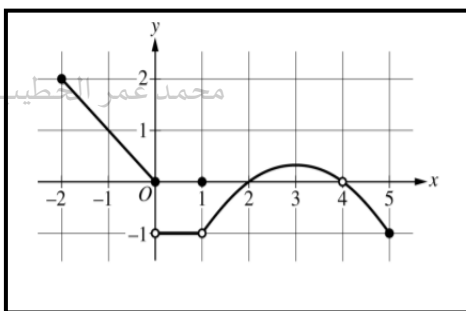
$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(1-x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} f(1-x)$$

(3) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x)$$

محمد عمر الخطيب

مساعدة... افرض

$$u = x^2 - x$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - x)$$

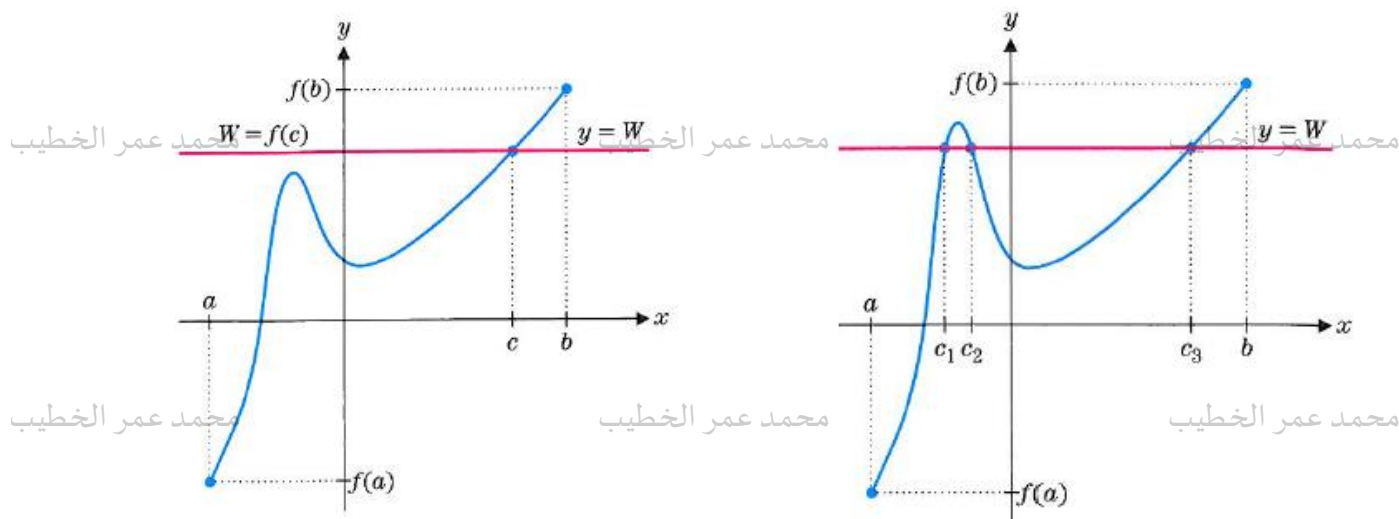
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نظرية القيمة الوسطية

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، وكانت W أي عدد يقع بين

$f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد على الأقل مثل c ينتمي إلى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = W$



ماذا كانت $f(x) = x^3 - x + 3$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ فاوجد التقريب الثاني للعدد c لـ

والذي ينتمي إلى الفترة ويحقق $f(c) = 4$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

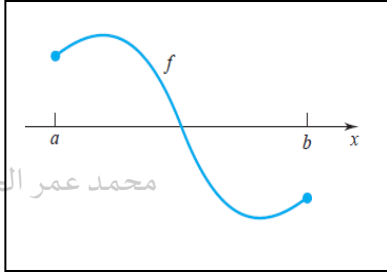
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$

وكانت $f(a)$ و $f(b)$ لهما إشارتان مختلفتان

فانه يوجد عدد على الاقل مثل r ينتمي الى الفترة (a, b)

بحيث $f(r) = 0$ (يكون r صفر للدالة)

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 7$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً

لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = e^x + x$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(1) اوجد قيمة تقريبية لحل المعادلة $\cos X = X$ في الفترة $[0, 1]$ مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = x^3 - x - 1$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ استخدم طريقة التصنيف لايجاد

فترة طولها $\frac{1}{4}$ تحتوي صفر الدالة .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[a, b]$

مساعدة :افرض الدالة

$$g(x) = f(x) - x$$

حيث $f(b) > b$ و $f(a) < a$

فأثبت انه يوجد عدد مثل c ينتمي الى الفترة (a, b) ويحقق $f(c) = c$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اولاً: نهاية الدالة عند ما تساوي ملانهاية (خطوط التقارب الرأسية)

ملاحظة:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

وممكن اعتبارها غير موجودة

ملاحظة:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \text{ غير موجودة}$$

الكميات غير المعينة (الصيغ غير المحددة) (7 كميات)

$\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$	صيغة القسمة
$\infty - \infty$	صيغة الطرح
$0 \times \infty$	صيغة الضرب
$0^0, \infty^0, 1^\infty$	الصيغ الاسية

الكميات المعينة (اي صيغة غير الصيغ السابقة)

$$\frac{a}{0} \rightarrow \pm\infty, \frac{a}{\pm\infty} \rightarrow 0, \frac{0}{\pm\infty} \rightarrow 0, \frac{\infty}{0} \rightarrow \pm\infty \quad a \neq 0$$

$$\infty \pm a = \infty, \infty + \infty = \infty$$

$$a \times \infty = \pm\infty$$

$$a^0 = 1, \infty^\infty = \infty$$

$$b^\infty = \begin{cases} \infty & \text{if } b > 1 \\ 0 & \text{if } b < 1 \end{cases} \quad b > 0$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{(x+1)^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1-2x}{x^2-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x^2-x-6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x + \cos x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^x}{x^2 - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 - 2x - 3)^{-2/3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} e^{x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{-2}{x^3}}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{\tan x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{\tan x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} \cot^{-1} x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت الدالة : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ او $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ (احدهما يكفي) حيث L عدد حقيقي

فان للدالة $f(x)$ خط تقارب افقي معادلة $y = L$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظات مهمة :

(1) إذا كانت k عدد حقيقي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$

(2) إذا كانت n عدد صحيح موجب فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$ حيث k عدد حقيقي لا يساوي صفر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت n عدد صحيح موجب زوجي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \begin{cases} \infty, & a > 0 \\ -\infty, & a < 0 \end{cases}$

(4) إذا كانت n عدد صحيح موجب فردي فان :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} -\infty, & a > 0 \\ \infty, & a < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} \infty, & a > 0 \\ -\infty, & a < 0 \end{cases}$$

عند الملائمة

تعمل كل الحدود في

الدالة الحدودية ما

معدا الحد الذي له أكبر

الأس الأكبر

(5) إذا كانت $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ كثيرة حدود فان :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

محمد عمر الخطيب

(6) نهاية الدالة النسبية تكون حسب القاعدة التالية او (نقسم كل من البسط والمقام على أعلى درجة في

المقام)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $m < n$

درجة البسط اصغر من درجة المقام

0

 $m = n$

درجة البسط تساوي درجة المقام

 $\frac{a_m}{b_n}$ $m > n$

درجة البسط اكبر من درجة المقام

 $\pm\infty$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 5x + 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} -x^7 - 5x^4 + 8$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 - 5x^5 + 7$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x + x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (0.8)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-|x|}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5 - \frac{2}{x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{3}{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 5)^{-2/3}$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x - 5}{x^4 - 1}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2}{10x^2 - 5x + 1}$$

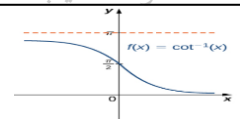
$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + x^5}{x^4 + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 1}{x^2 + 1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{2x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{2x^2 + \cos x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x$$



$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1} x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 5}\right)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x - 5}\right)$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x + 1}{x^2 - 5}\right)$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \log\left(\frac{10x + \sin x}{x + \cos x}\right)$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(e^x - 2) - \ln(x + 4)$$

ملاحظة:

يمكن تبديل النهاية

مع الدالة المتصلة

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} + 2)}{\ln(e^x - 1)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 2)}{\ln(x^2 + 3x - 3)}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{(x+1)/(x^2+1)}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2/(x+1)}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\cos(1/x)}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -\infty} 4 \tan^{-1}(3x - 1)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cot^{-1}(\sin x)$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x)^{\frac{1}{x}}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{300}{9(0.8)^x + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{-3} + 6}{x^{-2} + 2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$$

ملاحظة :

محمد عمر الخطيب

$$\infty - \infty$$

كمية غير معينة وليس صفر

ولا يجوز حذف حدود في هذه

الحالة الا بعد تحويلها الى

قسمة

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

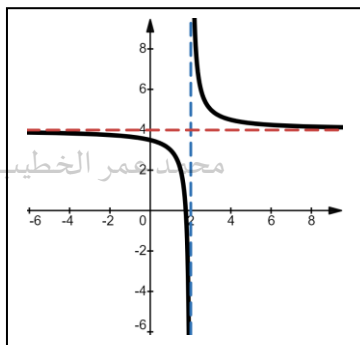
خطوط التقارب للدوال النسبية

(1) يجب كتابة الدالة النسبية في أبسط صورة قبل إيجاد خطوط التقارب وإذا تم اختصار أحد العوامل

وليكن $x - a$ عامل غير مكرر

واختفى من المقام فان للدالة فجوة عند $x = a$ وليس خط تقارب رأسي

(2) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب رأسية عند اصفار المقام وتكون معادلة على الصورة $x = a$



(3) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب أفقية إذا كانت درجة البسط

أصغر من أو تساوي درجة المقام وتكون معادلة على الصورة $y = a$

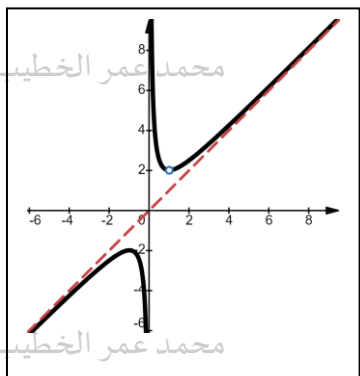
(4) يكون للدالة النسبية خط تقارب مائل إذا كانت

درجة البسط أكبر من درجة المقام بواحد .

وتكون معادلة على الصورة $y = ax + b$

ونستخدم القسمة المطولة أو القسمة التركيبية لإيجاد

لا يجوز أن يكون للدالة خط تقارب أفقي ومائل في نفس الوقت



خطوط التقارب للدوال غير النسبية

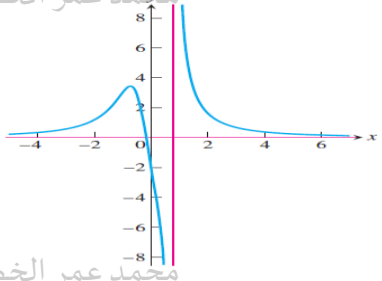
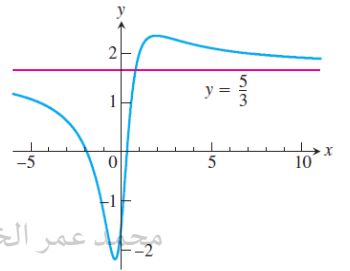
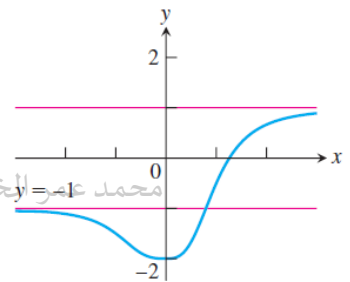
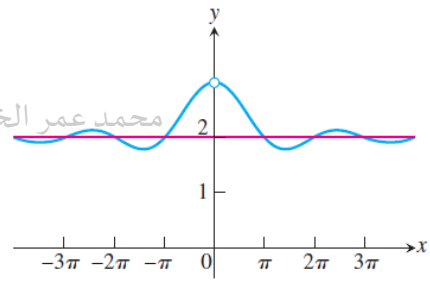
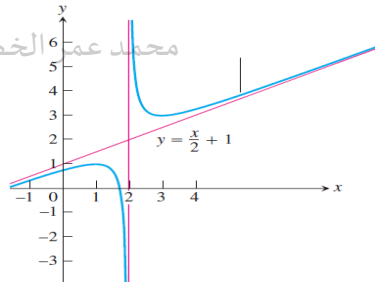
(1) يكون للدالة خطوط تقارب رأسية عند $x = k$

إذا كانت واحدة من العبارات التالية صحيحة

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty$$

(2) يكون للدالة خطوط تقارب أفقية عند $y = l$

إذا كانت أحد الشروط التالية صحيحة $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$

خطوط التقارب المائلة	خطوط التقارب الأفقية	خطوط التقارب الرأسية	الفجوات	التمثيل البياني الدالة
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	

$$(1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{2}{x - 3} + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x^3}{4 - x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x^4}{x^3 + 2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = x + \frac{2}{x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد خطوط التقارب الافقية والرأسية (ان وجدت)

$$(1) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x - 4}{|x| - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{1}{e^x - 3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

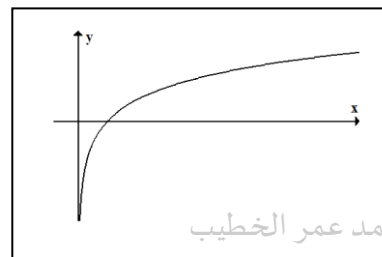
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

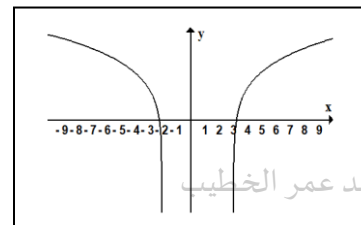
محمد عمر الخطيب

أوجد خطوط التقارب الأفقية والرأسية (ان وجدت)

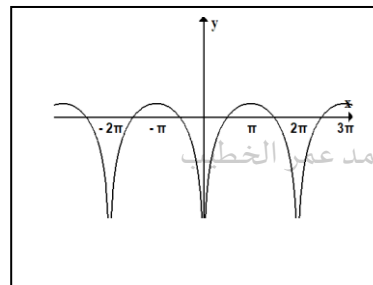
(1) $f(x) = 3\ln(x-1)$



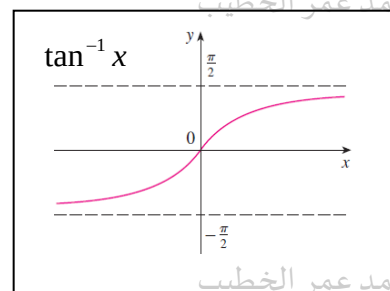
(2) $f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$



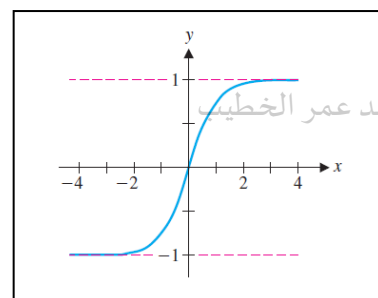
(3) $f(x) = \ln(1 - \cos x)$



(4) $f(x) = 3\tan^{-1} x$



(5) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$



(1) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{ax}{bx+6}$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = -2$ وخط تقارب افقي

معادلته $y = -3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(2) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{2}{x-a} + b$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = 1$ وخط تقارب افقي

معادلته $y = -3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(3) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = 1$ وخط تقارب مائل

معادلته $y = 2x + 2$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(1) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي وحيد معادلته $x = 3$

وخط تقارب افقي معادلته $y = -\frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

(2) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خطين تقارب رأسيين معادلتهما $x = \pm 3$

وخط تقارب افقي معادلته $y = 2$ فاوجد الدالة $q(x)$

(3) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلته $x = 3$ وفجوة عند

$x = 2$ وخط تقارب افقي معادلته $y = \frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

(4) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^3 - 3}{q(x)}$ لها خط تقارب مائل معادلته $y = x$

وليس له خط تقارب رأسي ، فاوجد الدالة $q(x)$

(5) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{x - 4}{q(x)}$ خطين تقارب افقي هما $y = \pm 1$ وليس له خط تقارب رأسي ،

فاوجد الدالة $q(x)$ (اكيد الدالة $q(x)$ ليست حدودية)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(1) اذا كان طول حيوان بعد عدة ايام من الولادة يعطى بالعلاقة : $h(t) = \frac{300}{1+9(0.8)^t}$ محمد عمر الخطيب

(أ) اوجد طول الحيوان عند الولادة ($t = 0$)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) اوجد طول الحيوان النهائي ($t \rightarrow \infty$)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) في إحدى الدراسات على عيون الحيوانات وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للحيوان يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عينيه وفق العلاقة:

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
$$f(x) = \frac{80x^{-0.03} + 60}{8x^{-0.03} + 15}$$

(أ) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تنعدم الرؤية ($x \rightarrow 0$)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عند الحد الاقصى من الرؤية ($x \rightarrow \infty$)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

تمارين عامة على الوحدة الثانية

اسئلة الدرس الأول

/////

الوحدة الثانية

(1) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[0,1]$ باستخدام قطعتين مستقيمتين فإنه يساوي

- (a) 1.46 (b) 1.24 (c) 0.92 (d) 0.55

(2) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ حيث $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ باستخدام قطعتين

- مستقيمتين $(n = 2)$ فإنه يساوي
(a) 0.84 (b) 1.06 (c) 1.23 (d) 1.90

(3) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ حيث $0 \leq x \leq 3$ باستخدام قطعتين مستقيمتين $(n = 2)$ فإنه يساوي

- (a) 1.61 (b) 3.17 (c) 1.56 (d) 3.01

(4) الجدول المجاور يمثل بعض قيم الدالة $f(x) = x^2 + 1$ بجوار النقطة $(2,5)$ فإن ميل المنحنى عند $x = 2$ تقريبا يساوي

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
(1.9, 4.61)	(1.99, 4.9601)	(2, 5)	(2.01, 5.0401)	(2.1, 5.41)

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

اسئلة الدرس الثاني

////

الوحدة الثانية

(1) الجدول التالي يبين بعض قيم الدالة $f(x)$ ان $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ تكون

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

(a) 5

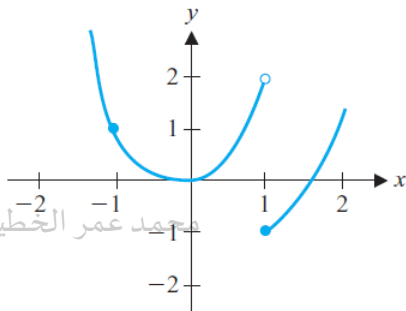
(b) -11

(c) 3

(d) غير موجودة

(2) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



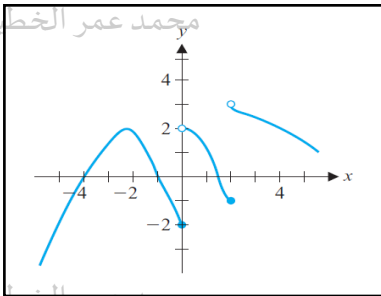
(a) 2

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

(3) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ تساوي



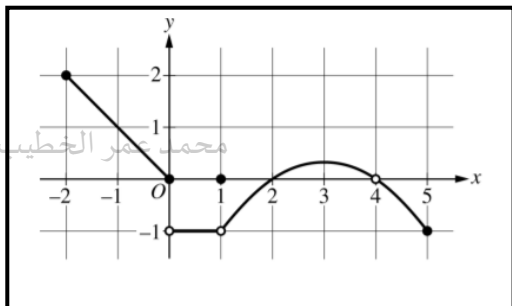
(a) -1

(b) 3

(c) 2

(d) غير موجودة

(4) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي

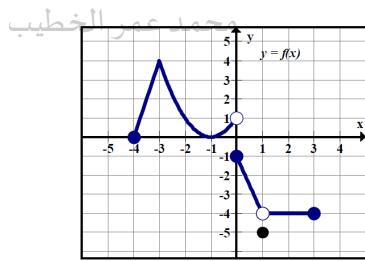


(a) 0

(b) -1

(c) 1

(d) غير موجودة



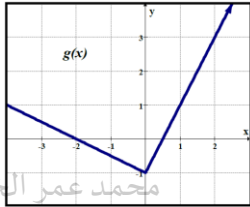
(5) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$

محمد عمر الخطيب (a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب (c) -1

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة



(6) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{g(x)}$

محمد عمر الخطيب (a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب (c) -1

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة

(7) اذا كان $p(x) = x - 1$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} p(2 + 3p(x - p(x)))$ تساوي

محمد عمر الخطيب (a) 1

(b) 2

محمد عمر الخطيب (c) 3

محمد عمر الخطيب (d) 4

(8) اي من اي المعلومات التالية ينطبق على الشكل المجاور :

(a) $f(a) = 4, f(b) = 1, \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3$

محمد عمر الخطيب

(b) $f(b) = 2, f(c) = 3, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$

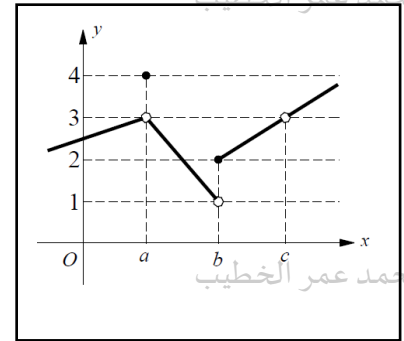
محمد عمر الخطيب

(c) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ غير موجودة $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$ غير موجودة

محمد عمر الخطيب

(d) $f(a) = 4, \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow b} f(x)$ غير موجودة

محمد عمر الخطيب

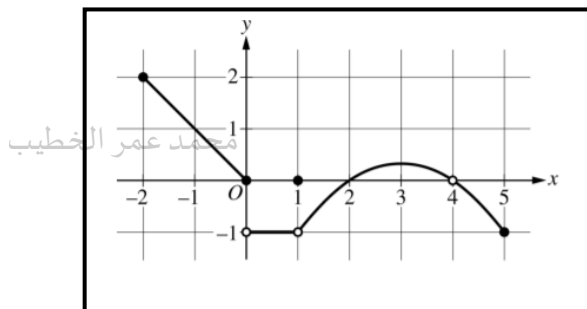


(9) بالاعتماد على الشكل المجاور

ان قيمة (قيم) a التي تجعل

محمد عمر الخطيب

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ هي



محمد عمر الخطيب

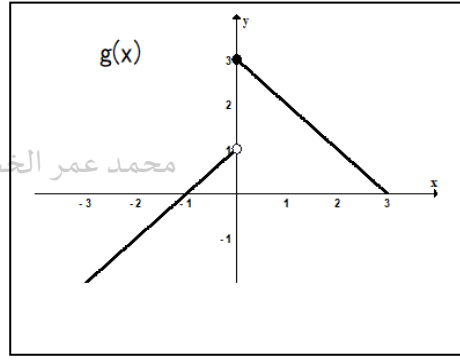
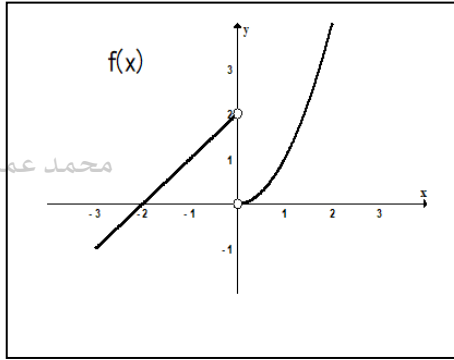
محمد عمر الخطيب (a) 2

(b) 2, 4

محمد عمر الخطيب (c) 0, 2

محمد عمر الخطيب (d) 0, 1, 2

(10) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + g(x)]$ تساوي



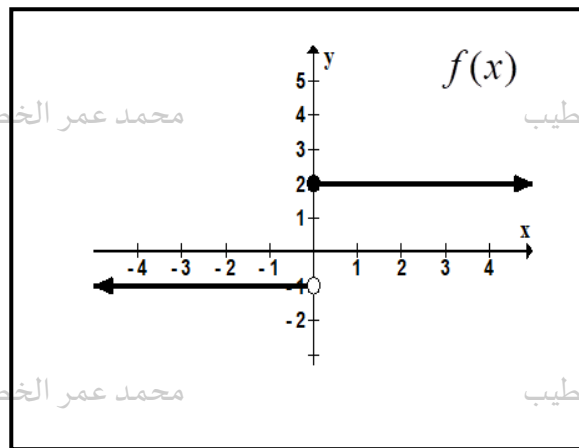
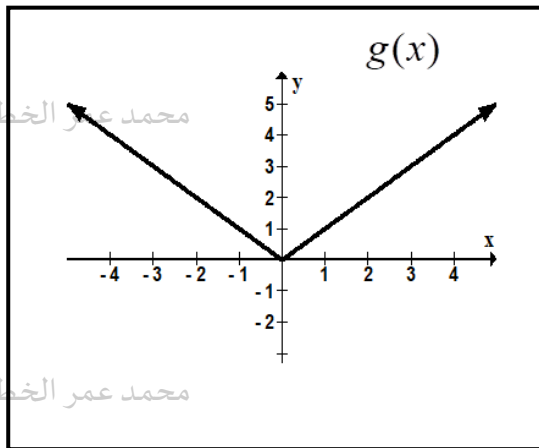
(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) غير موجودة

(11) بالاعتماد على الشكل المجاور ان $\lim_{x \rightarrow 0} (f \times g)(x)$ تساوي



(a) 0

(b) 2

(c) -1

(d)

(12) اذا كان : $f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & , x \geq 0 \\ 6 - x & , x < 0 \end{cases}$

وكان $h(x) = f(x) + g(x)$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ تساوي

(a) 1

(b) -1

(c) 5

(d) غير موجودة

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $-\frac{\pi}{6}$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{2\pi}{3}$

(b) $\frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $\frac{\pi}{3}$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{\tan^{-1} x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3\sin x}{|x|} - [x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) -4

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2 - 1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x \cos 2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 4

(c) 2

(d) 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h} =$$

(a) 8

(b) 4

(c) 12

(d) ∞

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{e^x-1} =$$

(a) 2

(b) -2

(c) 1

(d) ∞

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x}$$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

$$(11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-x}}{1-e^x} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) ∞

$$(12) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) 0

(d) غير موجودة

$$(13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} =$$

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{|x| - 2x} =$$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

$$(17) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{x - 3} =$$

(a) 6

(b) 1

(c) 2

(d) 3

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 \sqrt{x}}{x} =$$

(a) 0

(b) -1

(c) 1

(d) غير موجودة

$$(19) \lim_{x \rightarrow 1} 3(x-1)^2 \sin \frac{2}{(x-1)} =$$

(a) 0

(b) 3

(c) 2

(d) 6

$$(20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + 1} - 1}{x} =$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) \frac{1}{4}$$

$$(d) -\frac{1}{4}$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2 - \sqrt{x + 4}} =$$

$$(a) -12$$

$$(b) 0$$

$$(c) 12$$

$$(d) \infty$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

$$(a) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(b) -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{2}$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\sin x - \cos x}$$

$$(a) 2$$

$$(b) \sqrt{2}$$

$$(c) 1$$

$$(d) 0$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) -1$$

$$(25) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) 1$$

$$(26) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$(a) \frac{3}{2}$$

$$(b) \frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) \infty$$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} =$$

$$(a) \frac{3}{2}$$

$$(b) \frac{9}{2}$$

$$(c) -\frac{9}{2}$$

(d) غير موجودة

$$(28) \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - \sqrt{x} - 12}{\sqrt{x} - 4} =$$

$$(a) 7$$

$$(b) 9$$

$$(c) -1$$

(d) غير موجودة

(29) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ فان $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$ تساوي

$$(a) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(b) -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{2}$$

(30) ان قيمة a التي تجعل النهاية موجودة هي $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 3}$

(a) 1

(b) -1

(c) 5

(d) -5

(31) ان قيمة a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة هي

(a) 1

(b) 8

(c) -8

(d) -10

(32) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ موجودة حيث $g(x) = \begin{cases} a^2x + 4 & , x \geq 1 \\ 4a & , x < 1 \end{cases}$ هي

(a) 2, -2

(b) -2

(c) 2

(d) 0, -4

(33) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$ فان قيمة a تساوي

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

(34) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln e^{ax}} = \frac{1}{3}$ فان قيمة a تساوي

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 6

(35) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+ax} - \sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}$ فان قيمة a تساوي

(a) 2

(b) 1

(c) 8

(d) 4

(36) اذا كانت الدالة $f(x)$ كثيرة حدود حيث $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)+5}{x-3} = 4$ ، $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + b) = 2$ فان قيمة b تساوي

(a) 7

(b) -7

(c) -3

(d) 3

(37) اذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + 2}{x-1} = 1$ ، فان $a + b$ تساوي

(a) 2

(b) -2

(c) 3

(d) -3

(38) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x-b}{x^2 - 2x - 15}$ موجودة ، فان قيمة (قيم) b تساوي

(a) 5

(b) -3

(c) 3, -5

(d) -3, 5

(39) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(ax)}{x^2} = 4$ فان قيمة (قيم) الثابت a هي

(a) 4

(b) 2

(c) -4, 4

(d) -2, 2

(40) باستخدام نظرية الشطيرة ان $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\sin \frac{1}{x}}$ تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) e

(d) .

(41) اذا كانت $|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)$ فان $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ تساوي

(a) 0

(b) 4

(c) -4

(d) 8

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(42) إذا كانت: $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فان: $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) $-M$ (d) M

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(43) إذا كان $x^2 - x^3 \leq x^2 f(x) \leq \sin^2 x$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(44) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x + \cos x - 2}{\sin^2 x} =$

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(45) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{2}{x} \right] =$

- (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(46) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 + x - 6)}{x^2 - 4} =$

- (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$ (c) $-\frac{5}{4}$ (d) غير موجودة

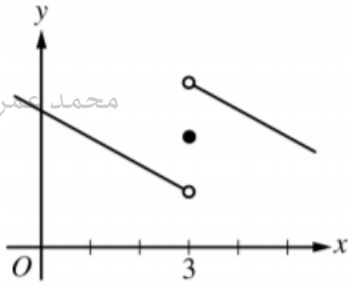
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(47) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan|\sin x|}{x} =$

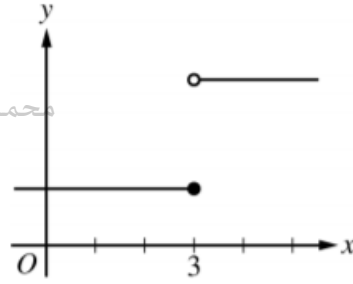
- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

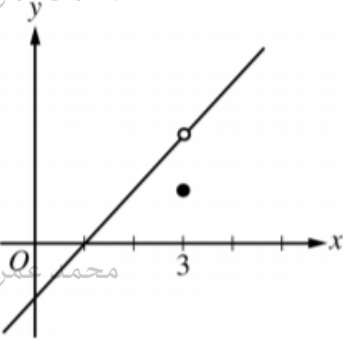
(A)



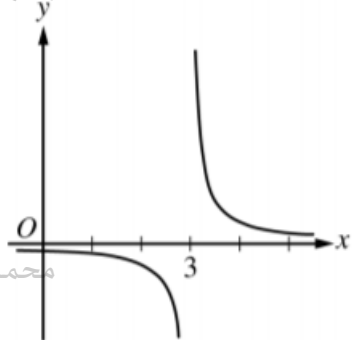
(B)



(C)



(D)



(2) للدالة $f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2}$ نقطة انفصال عند $x = 0$ نوعها

(a)

فجوة

(b)

قفزه

(c)

لانهائي

(d)

تذبذبي

(3) للدالة $f(x) = \frac{|2-x|}{2x-4}$ نقطة انفصال عند $x = 2$ نوعها

(a)

فجوة

(b)

قفزه

(c)

لانهائي

(d)

تذبذبي

(4) الدالة $g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$ لها انفصال لانهائي عند

(a) 3

(b) -3

(c) 3, -3

(d) -9

(5) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x) = \frac{1}{\ln x^2}$ هي

(d) 2

(c) 3

(b) 1

(a) 0

(6) نوع انفصال الدالة

$$f(x) = \frac{1}{\ln x^2} \text{ عند } x = 0 \text{ هي}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) قفزة

(a) قابل للإزالة

(d) تذبذبي

(c) لا نهائي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(7) أي من الدوال التالية لها نقطة انفصال عند $x = 0$ ويمكن التخلص منه

$$(b) g(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$$

$$(a) f(x) = \frac{x^2+x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(d) k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$(c) h(x) = e^{1/x}$$

(8) عدد نقاط انفصال الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-x} & x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases} \text{ تساوي}$$

محمد عمر الخطيب

(d) 4

(c) 3

(b) 2

(a) 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(9) نوع انفصال الدالة

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x} \text{ عند } x = 0 \text{ هي}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) قفزة

(a) فجوة قابل للإزالة

(d) تذبذبي

(c) لا نهائي

(10) أي من الدوال التالية لها انفصال عند $x = 0$ لا يمكن إزالته

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) f(x) = \frac{1}{\ln x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) f(x) = \frac{1}{|x|}$$

محمد عمر الخطيب

(11) فترة اتصال الدالة $g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ هي

- (a) $(-\infty, \infty)$ (b) $R / \{-3, 3\}$ (c) $R / \{3\}$ (d) $(-\infty, 3]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) فترة اتصال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ هي

- (a) $(-2, 2)$ (b) $(-\infty, 4)$ (c) $[-2, 2]$ (d) $[4, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(13) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \cos^{-1}(x - 1)$ متصلة هي

- (a) $[0, \pi]$ (b) $[0, 4]$ (c) $[0, 2]$ (d) $[-1, 1]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(14) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$ متصلة هي

- (a) $[0, 2]$ (b) $(0, 2]$ (c) $[0, 2)$ (d) $(0, 2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(15) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{x}}$ متصلة هي

- (a) $(0, 1)$ (b) $(0, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (c) $(-1, 1)$ (d) $[0, 1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(16) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \ln(\cos x)$ متصلة هي

(a) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) + 2n\pi$

(d) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi$

(17) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\ln x}$ متصلة هي

(a) $[0, 2] / \{1\}$

(b) $(0, 2] / \{1\}$

(c) $(0, 2) / \{1\}$

(d) $[0, 2) / \{1\}$

(18) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة هي

(a) $(-\infty, -1), (2, \infty)$

(b) $(-\infty, -1], [2, \infty)$

(c) $(-\infty, -1), (1, \infty)$

(d) $(-\infty, 0), (2, \infty)$

(19) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \ln(e^x - 1)$ متصلة هي

(a) $(-\infty, \infty)$

(b) $(-\infty, \infty) / \{0\}$

(c) $(0, \infty)$

(d) $(-\infty, 0]$

(20) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x^3}}$ متصلة هي

(a) $(-\infty, 1)$

(b) $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

(21) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{4-x^2}}$ متصلة هي

(a) $(1, 2)$

(b) $[1, 2)$

(c) $(-\infty, -2), [1, 2)$

(d) $(-\infty, -2), (2, \infty)$

(22) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sin^{-1}x}$ متصلة هي

(a) $[-1, 1]$

(b) $(-1, 1)$

(c) $[-1, 0), (0, 1]$

(d) $(-\infty, 0), (0, \infty)$

(23) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x-1} + e^x}{x^2 - 2}$ متصلة هي

(a) $(1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(b) $(-1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(c) $[1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(d) $[-1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(24) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - x}{[x] - 1} = 3$ فان $f(3)$ تساوي

(a) 6

(b) 9

(c) 0

(d) 1

(25) إذا كانت الدالة $f(x)$ كثيرة حدود تمر بالنقطة $(0, -3)$ فإن $\lim_{x \rightarrow 0} (2f(x) - \frac{\sin x}{x})$ تساوي

- (a) 7 (b) -7 (c) -1 (d) -6

(26) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 0} f(\frac{\sin x}{x}) - 1 = 3$ فإن $f(1)$ تساوي

- (a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 0

(27) إذا كانت $g(x) = \frac{1-x^3}{1-x}$ فإنه يمكن إيجاد الدالة الموسعة للدالة $g(x)$ بحيث يكون $g(1)$

- (a) -2 (b) 2 (c) 3 (d) 0

(28) الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

- (a) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ (c) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (d) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 1 \\ e & x = 1 \end{cases}$

(29) الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{1-\cos^2 x}{x}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

- (a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ (c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$ (d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ \pi & x = 0 \end{cases}$

(30) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sin 3x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$ هي

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $-\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

(31) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{9-x^2}{mx+2}$ متصلة على $(-\infty, \infty)$ فان قيمة m تساوي

(a) 0

(b) 3

(c) 9

(d) -2

(32) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2b^x + 7 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x-2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

(a) $\frac{5}{2}$

(b) $-\frac{5}{2}$

(c) $\frac{7}{2}$

(d) $-\frac{7}{2}$

(33) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-x} & x > 1 \\ a & x \leq 1 \end{cases}$ متصلة عند $x=1$ هي

(a) -1

(b) 2

(c) -2

(d) 0

(34) ان قيمة a التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 0$ هي

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{4x^2} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(35) اذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ c - 1 & , x = 0 \end{cases}$ فان قيمة c التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 0$ هي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

(36) ان قيمة c التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 2$ هي

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \pi x & x > 2 \\ x^2 + cx - 18 & x \leq 2 \end{cases}$$

- (a) 2 (b) 7 (c) 9 (d) 11

(37) ان قيمة الثوابت m, n التي تجعل الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1} & , x \neq 1 \\ n & , x = 1 \end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

- (a) $m = -3, n = 1$ (b) $m = 3, n = 1$ (c) $m = 3, n = -1$ (d) $m = -3, n = -1$

$$(38) \text{ ان قيمة الثابت } b \text{ التي تجعل الدالة } f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - a}{x - 2} & , x < 2 \\ bx + 6 & , x \geq 2 \end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

محمد عمر الخطيب (a) 1

(b) 3

محمد عمر الخطيب (c) 8

محمد عمر الخطيب (d) 7

$$(39) \text{ اذا كان للدالة } f(x) = \frac{x-3}{x^2 + bx + 6} \text{ نقطة انفصال قابل للازالة فان قيمة } b \text{ تساوي}$$

محمد عمر الخطيب (a) 7

محمد عمر الخطيب (b) -1

محمد عمر الخطيب

(c) 5

(d) -5

$$(40) \text{ ان قيمة (قيم) } x \text{ التي تجعل الدالة } f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{عدد نسبي } x \\ 4x & \text{عدد غير نسبي } x \end{cases} \text{ متصلة على } R \text{ هي}$$

(a) 1

(b) 3

(c) 1, 3

(d) -1, -3

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(41) اذا كانت قيمة الضريبة تعطى بالدالة

$$f(x) = \begin{cases} 12\%x & , 0 \leq x \leq 20000 \\ 16\%(x - 20000) + b & , 20000 < x \end{cases}$$

فان قيمة b التي تجعل الضريبة عادلة للجميع (اي الدالة متصلة) هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2400

(b) 240000

(c) 20000

(d) 24

(42) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عاى الفترة $[1, 2]$ والجدول التالي بين بعض قيم الدالة

X	1	1.25	1.375	1.5	1.75	2
f(x)	3	1	-1	-3	-4	-5

فان جذر الدالة الذي يقع في فترة طولها $\frac{1}{4}$ هو

(a) 1.5

(b) 1.25

(c) 1.375

(d) 1.75

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

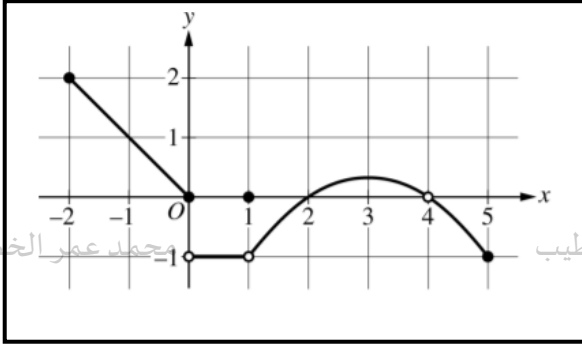
(43) بالاعتماد على الشكل المجاور

ان قيمة (قيم) b التي تجعل

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x)$$

موجودة ولكن الدالة

غير متصلة عندها هي



(a) 1

(b) 4

(c) 1, 4

(d) 0, 1, 4

(44) أي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 2]$

$$(a) f(x) = \begin{cases} 6 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 7 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ x + 6 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ 7 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

(45) أي من الدوال التالية متصلة على الفترة $[0, 1]$

$$(a) f(x) = [x + 1]$$

$$(b) h(x) = \sqrt{1 - x}$$

$$(c) g(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$(d) k(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

(46) إذا كانت الدالة $f(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ والدالة $g(x) = 2x - 5$

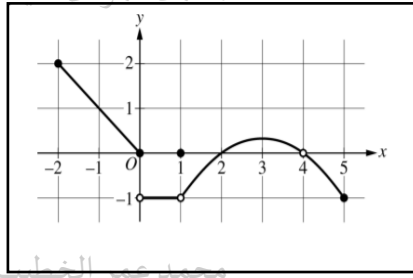
فان $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x))$ يساوي

(a) 1

(b) -1

(c) 2

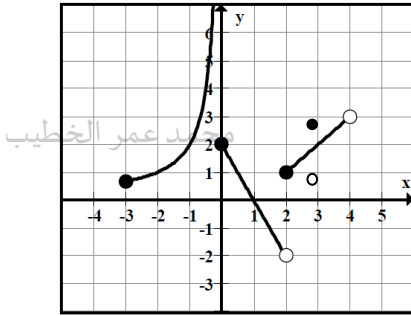
(d) 3



ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \sin \left[\frac{\pi}{2} f(x) \right]$ هي

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

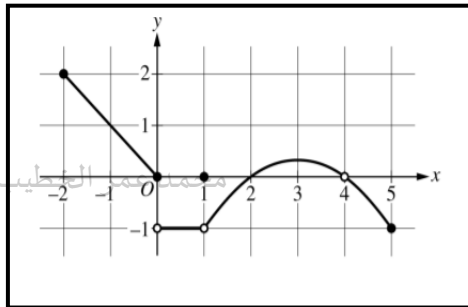
(48) بالاعتماد على الشكل المجاور



ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(3-x)$ هي

- (a) 0 (b) 1 (c) -2 (d) 3

(49) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



والدالة $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$ هي

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

(50) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$, $f(0) = 2$

فان $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x)$ تساوي

- (a) 3 (b) 5 (c) 2 (d) 20

(51) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة حيث $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 5$ فان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2x}{x - 1}$ يساوي

- (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 7

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(52) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة حيث $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 5$ فان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{f(x) - 2}$ يساوي

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(c) 0 (d) 5

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(53) التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x) = x - \cos x$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هو

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{8}$ (d) $\frac{5\pi}{8}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(54) احدى الدوال التالية تحقق نظرية القيمة الوسطية، ويكون لها جذر في الفترة $[0, 1]$

- (a) $f(x) = x^2 - 4$ (b) $f(x) = x - e^x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(c) $f(x) = \frac{x-2}{2x-1}$ (d) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+1}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(55) اذا كانت الدالة $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ و كان $f(2) = -2, f(2.5) = -1, f(3) = 4$

فان التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x)$ في الفترة $[2, 3]$ هو

- (a) 2.5 (b) 2.25 (c) 2.75 (d) 1.5

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(56) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\sin \pi x}{x}\right) =$

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) π

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(57) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = x^2 - 5$ فان مجموعة قيم x التي تجعل الدالة

$f(g(x))$ غير متصلة هي

محمد عمر الخطيب (a) $-1, 1$

(b) $\pm\sqrt{5}$

محمد عمر الخطيب (c) $-1, \sqrt{5}$

محمد عمر الخطيب (d) $-2, 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) $-\infty$

(d) ∞

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})^x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) e^2

(d) e^{-2}

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x^2 + x) - \ln x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) ∞

(4) $\lim_{x \rightarrow 3^+} e^{\ln \frac{x-3}{x^2-9}} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{-1}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{9}$

(d) $\frac{-1}{9}$

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

(6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-|x|} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 2} - x) =$$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + 10^{\frac{1}{x}}} =$$

(a) $\frac{1}{2}$ محمد عمر الخطيب(b) $\frac{1}{12}$ (c) $-\frac{1}{2}$ محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة محمد عمر الخطيب

$$(9) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3x^5}{2|x^5| + x} =$$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

(a) $\frac{\pi}{2}$ محمد عمر الخطيب(b) $-\frac{\pi}{2}$ محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) غير موجودة محمد عمر الخطيب

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{3e^x}$$

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{3e}$

(c) 0

(d) 1

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)$$

$$(a) \frac{\pi}{2}$$

$$(b) -\frac{\pi}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) 1$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{-\tan^2 x}$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\cot x}$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+1} - x$$

$$(a) 0$$

$$(b) 1$$

$$(c) -1$$

$$(d) \infty$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{3 + \tan^{-1} \frac{1}{x}} =$$

$$(a) \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$(b) \sqrt{3 - \frac{\pi}{2}}$$

$$(c) \sqrt{3 + \frac{\pi}{2}}$$

$$(d) \text{ غير موجودة }$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} \right) =$$

$$(a) -\frac{\pi}{2}$$

$$(b) \frac{3\pi}{2}$$

$$(c) \frac{\pi}{2}$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(19) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x - 2) - \ln(e x + 4) =$$

$$(a) 0$$

$$(b) 1$$

$$(c) -1$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(20) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x =$$

$$(a) -\frac{1}{2}$$

$$(b) \frac{1}{4}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(21) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) 0$$

$$(b) -1$$

$$(c) 1$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^3 + 1)^2 - 2x^6}{1 - x^6} =$$

$$(a) 2$$

$$(b) -2$$

$$(c) -1$$

$$(d) 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(23) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x) =$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) 0$$

$$(d) \infty$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\sin x + e^x)}{\ln(2e^x)} =$$

(a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{1}{\ln 2}$

محمد عمر الخطيب

$$(25) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1-x)^{2/x} =$$

محمد عمر الخطيب

(a) e^{-1} (b) e^{-2}

محمد عمر الخطيب

(c) e^{-2}

محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة

$$(26) \lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1}(x)$$

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) π

محمد عمر الخطيب

(c) $-\pi$

محمد عمر الخطيب

(d) $-\infty$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{3\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{3\pi}{2}$

$$(28) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) $-\infty$

محمد عمر الخطيب

(c) ∞

محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة

$$(29) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sec^{-1}(\ln x) =$$

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(b) $-\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

(b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

(c) $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1}$

(d) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1}$

محمد عمر الخطيب

(31) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = e^{1/x} - 1$ هو

(a) $y = 0$

(b) $y = -1$

(c) $y = 1$

(d) $y = e$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(32) خط التقارب الرأسي للدالة $g(x) = \frac{3}{e^x - 2}$ هو

(a) $x = 0$

(b) $x = 2$

(c) $x = 3$

(d) $x = \ln 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(33) خط التقارب الرأسي للدالة $g(x) = 2\ln(2x-6) + 1$ هو

(a) $x = 1$

(b) $x = 2$

محمد عمر الخطيب

(c) $x = 3$

(d) $x = 0$

محمد عمر الخطيب

(34) خط التقارب المائل للدالة $g(x) = 2x + \frac{1}{x-1}$ هو

(a) $y = x$

(b) $y = 2x + 1$

(c) $y = x - 1$

(d) $y = 2x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(35) خط (خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ هي

(a) $y = 0$

(b) $y = 1$

(c) $y = -1$

(d) $y = \pm 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(36) خط التقارب الافقي للدالة $f(x) = 2e^x + 1$ هو

- (a) $y = 0$ (b) $y = 1$ (c) $y = 2$ (d) $y = 3$

(37) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = \frac{4x^{-1} - 10}{x^{-1} + 5}$ هو

- (a) $y = 2$ (b) $y = -2$

- (c) $y = 5$ (d) $y = -5$

(38) خط (خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x) = \frac{x-4}{|x|-2}$ هي

- (a) $y = \pm 1$ (b) $y = 1$

- (c) $y = -1$ (d) $y = \pm 2$

(39) خط (خطوط) التقارب الرأسية للدالة $g(x) = \frac{x-2}{|x|-2}$ هي

- (a) $x = \pm 1$ (b) $x = 2$

- (c) $x = -2$ (d) $x = \pm 2$

(40) خط التقارب المائل للدالة $g(x) = \frac{x^3}{4-x^2}$ هو

- (a) $y = x$ (b) $y = -x$ (c) $y = x + 4$ (d) $y = -x + 4$

(41) عدد خطوط التقارب الرأسية للدالة $f(x) = \tan x$ هي

- (a) واحد (b) اثنان (c) لانهائي (d) لا يوجد

(42) إذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب رأسي هو $x = 3$ وخط تقارب أفقي هو $y = 2$ فإن $\lim_{x \rightarrow \infty} 2f(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(43) إذا كانت للدالة النسبية $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلة $x = 3$ وفجوة عند $x = 2$ وخط تقارب أفقي معادلته $y = \frac{1}{2}$ فإن الدالة $q(x)$ تكون

(a) $q(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-3)$ (b) $q(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$

(c) $q(x) = 2(x-2)(x-3)$ (d) $q(x) = 2(x+2)(x-3)$

(44) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|a|x^3 - 4}{2 + 3x^3} = 1$ هي

- (a) 3 (b) 1 (c) 1, -1 (d) -3, 3

(45) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx^2 + 1}{(1 - 2x)^2} = 1$ فإن قيمة k

- (a) 4 (b) -4 (c) 2 (d) -2

(46) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + 2x^3 - 1}{1 - 5x^4} = 2$ فإن قيمة $a + n$ تساوي

- (a) -2 (b) 6 (c) -6 (d) 2

(47) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$ فان قيمة m تساوي

- (a) 8 (b) 5 (c) 0 (d) 4

(48) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(k|x| - 1)}{1 - 3x^3} = 2$ فان قيمة k تساوي

- (a) -2 (b) 6 (c) -6 (d) 2

(49) اذا كانت للدالة $f(x) = \frac{ax+1}{x+c}$ خط تقارب افقي معادلة $y = 2$ وخط تقارب رأسي معادلة $x = -3$ فان $a + c$ يساوي

- (a) 1 (b) -1

- (c) 5 (d) -5

(50) تمثل الدالة $f(t) = \frac{70}{1 + 3e^{-0.2t}}$ النسبة المئوية لعدد السكان التي تصلهم اشاعة معينة بعد الزمن t بالساعة فان نسبة عدد السكان الذين ستصلهم الاشاعة هي (النهاية عند الملائمة).

الزمن t بالساعة فان نسبة عدد السكان الذين ستصلهم الاشاعة هي (النهاية عند الملائمة).

- (a) 70% (b) 23%
(c) 46% (d) 17.5%

(51) باستخدام نظرية الشطيرة فان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x}$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

(52) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x} + kx = 2$ فان قيمة k تساوي

- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) 2

(53) خطوط التقارب الرأسية والمائلة للدالة $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 6}$ هي

(a) $x = -3, x = 2, y = x - 1$

(b) $x = -3, x = 2, y = x + 1$

(c) $x = 3, x = -2, y = x - 1$

(d) $x = 3, x = -2, y = x + 1$

إجابات الوحدة الثانية

الأول	1	2	3	4															
	A	D	B	C															

الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12							
	D	D	B	B	B	D	A	D	B	A	A	C							

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	B	B	A	C	C	D	B	D	C	A	D	A	C	B	A	C	A	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	A	A	B	B	A	B	B	A	A	B	C	C	B	D	D	A	B	D	D	A
	41	42	43	44	45	46	47													
	B	A	B	B	C	A	B													

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	C	B	B	C	A	A	C	A	D	A	C	C	D	A	C	B	A	C	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	C	A	A	B	B	C	A	B	A	A	B	C	B	B	B	C	A	D	C
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57			
	A	C	C	C	B	B	C	B	B	A	B	B	B	D	C	C	D			

الدرس الخامس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	D	B	B	B	D	A	A	A	D	C	A	D	D	D	A	B	C	C	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	D	B	B	B	B	B	C	A	C	A	D	C	D	D	B	B	A	C	B
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53							
	C	D	C	D	A	C	B	B	C	A	B	A	A							

انتهت الوحدة الثانية بحمد الله إعداد : محمد عمر الخطيب