

2024/2023

الحادي عشر علمي

الرياضيات



اسئلة اختبارات
واجاباتها النموذجية



الفترة الثانية



مدير المدرسة
خالد البطي



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a) أكتب العدد $\frac{2}{3-i}$ في الصورة الجبرية
(1)

الحل:

(2) أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في C

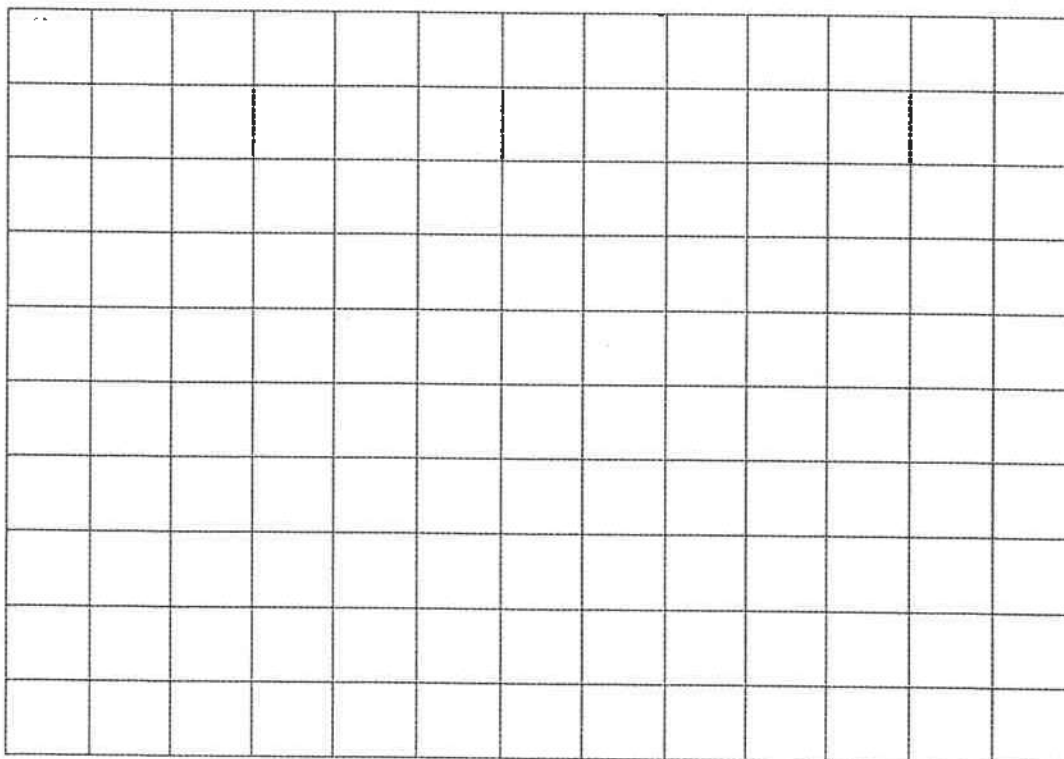
الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بياتها

(5 درجات)

الحل :



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b)

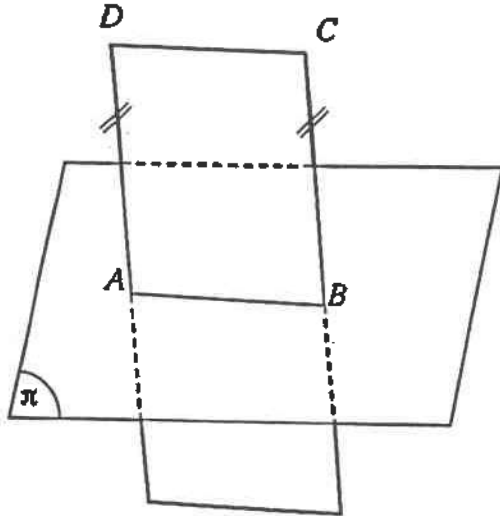
1 (أكمل ما يلي :

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه

2) في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \subset \pi , \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

أثبت أن : $\overrightarrow{CD} // \pi$



الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل ؟

(7 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

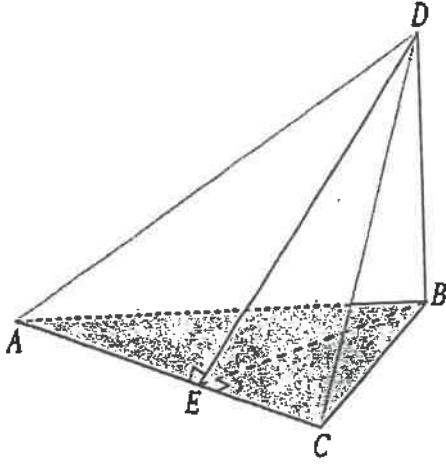
(a) إذا كان $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $\sin 2\theta$

(5 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$BD = 5cm$, $AB = 10 cm$, $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$

$\overline{BD} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

(10 درجات)

الحل:

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات القطبية للنقطة $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي : $M\left(1, \frac{5\pi}{4}\right)$

(2) $\cos 112^\circ$ يساوي $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$

(3) إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عمودياً على المستوي الآخر

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

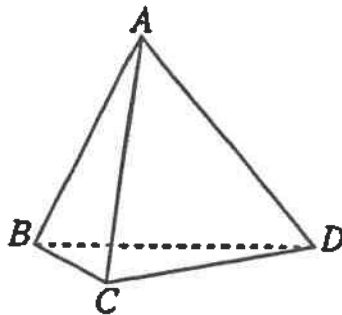
(b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

(d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(5) إذا كان: $a = 2\text{ cm}$, $b = 3\text{ cm}$, $m(\hat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

(a) 4.6 cm^2 (b) 3.86 cm^2 (c) 1.93 cm^2 (d) 2.3 cm^2



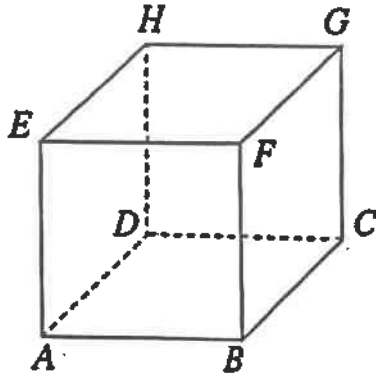
(6) النقاط B, C, D نعين :

(a) عدد لا منته من مستويات مختلفة

(b) مستوياً واحداً

(c) لا يمكن أن نعين مستوياً

(d) مستويين مختلفين



(7) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{EG}$ هما :

- (a) متوازيان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) يحويهما مستو واحد

(8) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi \cap \pi_1 = \vec{l}$ ، $\pi \cap \pi_2 = \vec{m}$ ، فإن :

- (a) $\pi // \pi_1$
- (b) $\pi // \pi_2$
- (c) $\vec{l} \perp \vec{m}$
- (d) $\vec{l} // \vec{m}$

(9) في مفكوك $(3x + 2y)^8$ الحد الذي يحوي $x^3 y^5$ هو :

- (a) T_3
- (b) T_5
- (c) T_6
- (d) T_8

(10) إذا كان ${}_nP_3 = 60$ فإن n تساوي :

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 4
- (d) 3

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الرياضيات – الصف الحادي عشر العلمي – الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) – العام الدراسي 2022 / 2023 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5 + i}{2 - 3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

(2) ضع العدد : $z = -1 - i$ في الصورة المثلثية

الحل:

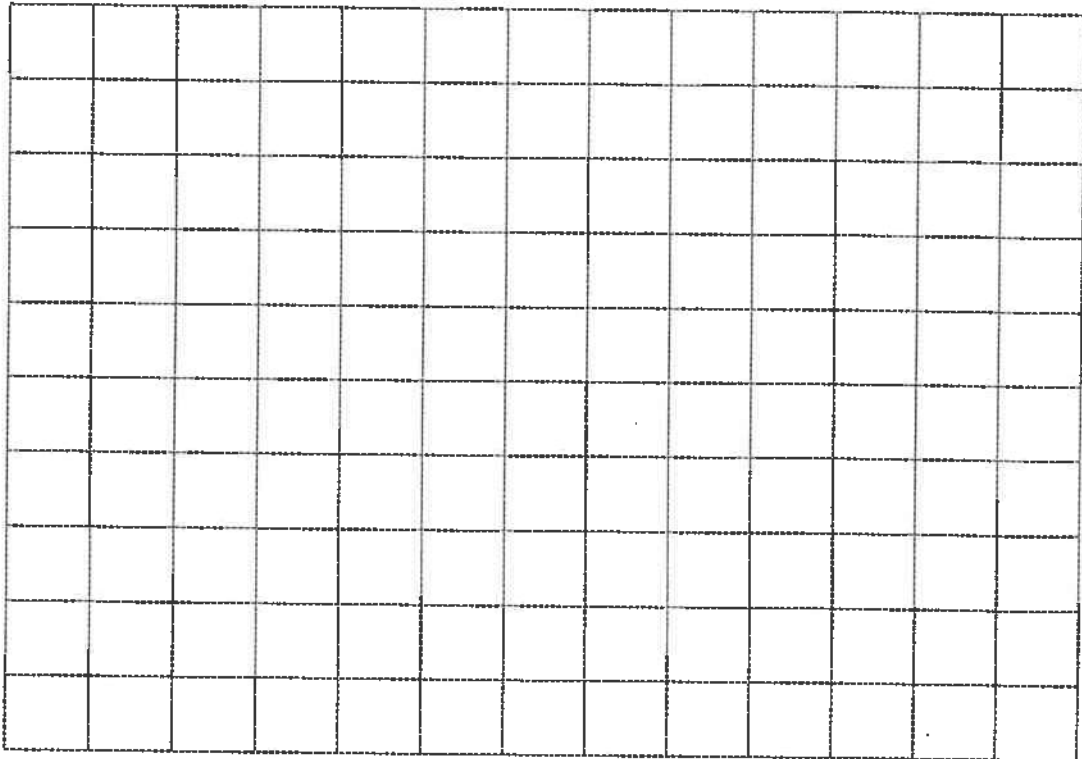
تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

(5 درجات)

الحل :



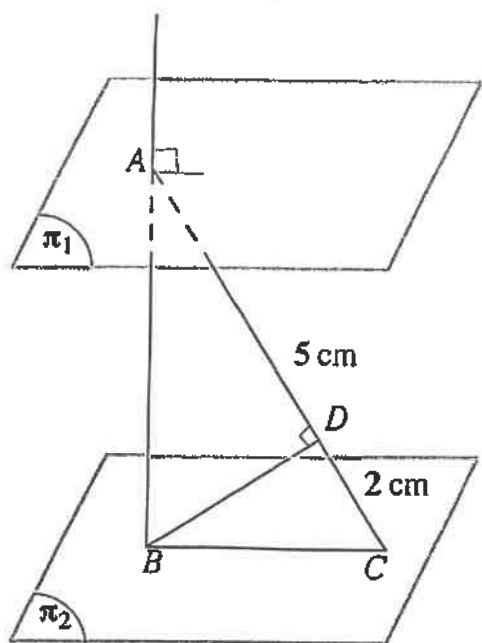
السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $m(\hat{c}) = 95^\circ$, $b = 21$, $a = 12$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثاني :



(8 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$, $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $A \in \pi_1$

$\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$, رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان $AD = 5 \text{ cm}$, $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد : BD

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $2 \sin \theta + 1 = 0$ (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

$$\frac{{}^nC_7}{{}^{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7} \quad \text{حيث : } n \text{ أوجد قيمة } n$$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

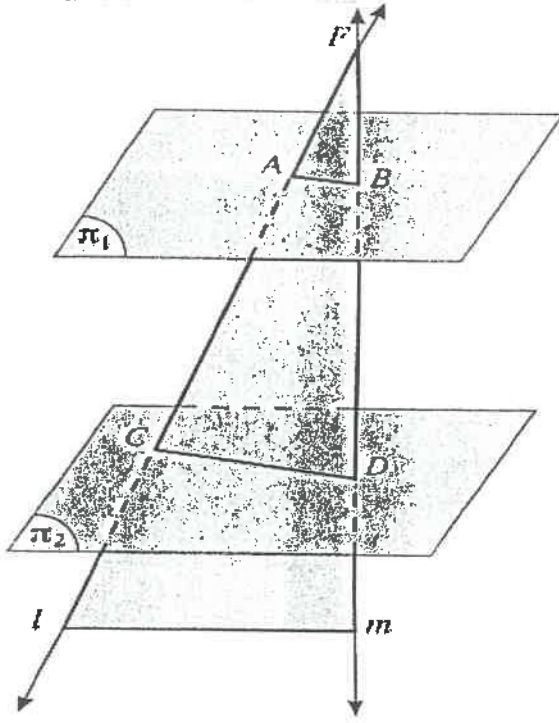
(a) إذا كان $180^\circ < \theta < 270^\circ$, $\sin \theta = \frac{-24}{25}$

أوجد $\sin \frac{\theta}{2}$

(5 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويين متوازيين ،
 $\vec{l}$, $\vec{m}$ مستقيمان متقاطعان في F و يقطعان كلا من
 π_1 في A, B ، π_2 في C, D ، إذا كان $FB = 5cm$
 $CD = 9cm$, $AC = 6cm$, $BD = 4cm$
 فلو جد محيط المثلث FAB

الحل:

(10 درجات)

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي $B(-1, 1)$

(2) $\cos \frac{\pi}{12}$ يساوي $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

(3) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي :

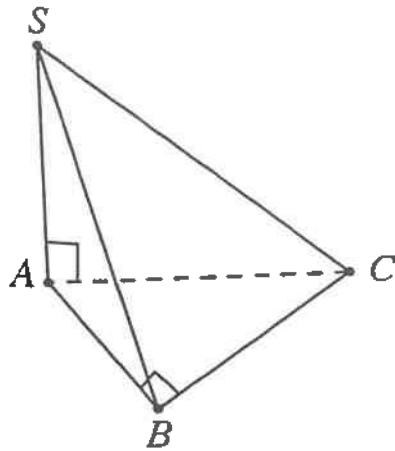
- (a) $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$ (b) $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$
(c) $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$ (d) $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 5 cm , 6 cm , 7 cm هي :

- (a) $6\sqrt{6}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$
(c) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(6) الحالة التي لا تعين مستويين وحيداً فيما يلي هي :

- (a) أي ثلاث نقاط مختلفة
(b) أي مستقيم و نقطة خارجة عنه
(c) أي مستقيمان متوازيان مختلفان
(d) أي مستقيمان متقاطعان في نقطة



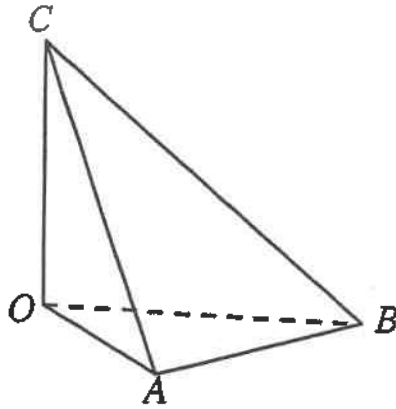
(7) في الشكل المقابل إذا كان $\overrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن $m(\widehat{B}) = 90^\circ$

(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$



(8) في الشكل المقابل إذا كان OAB مثلث فيه

$$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ, OB = 2x, OA = x$$

$\overrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوى OAB فإن

قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overrightarrow{OC}, BOC)$ هو :

(a) 30°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 90°

(9) الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

(a) $-21a^5b^2$

(b) $-7a^6b$

(c) $21a^5b^2$

(d) $7a^6b$

(10) الحدثان n, m مستقلان ، $P(m) = \frac{1}{3}$ ، $P(n) = \frac{9}{10}$ إذا $P(m \cap n)$ تساوي

(a) $\frac{25}{30}$

(b) $\frac{3}{10}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{11}{30}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(7 درجات) (a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

تابع السؤال الأول :

(8 درجات) (b) إذا كان : $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $\sin 2\theta$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) : (7 درجات)

$$L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$$

تابع السؤال الثاني :

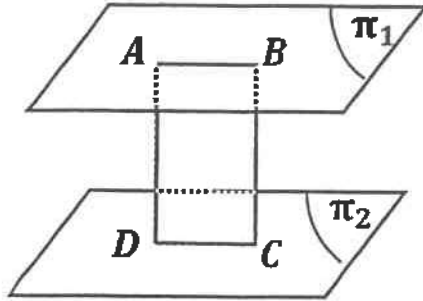
(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leq x < 2\pi$ (8 درجات)

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ (6 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(9 درجات)



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ،

، A, B نقطتان في π_1
حيث C, D نقطتان في π_2 A, B, C, D في مستوى واحد
، $\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{BC} \perp \pi_2$
اثبت ان $ABCD$ مستطيل

السؤال الرابع : (15 درجة)

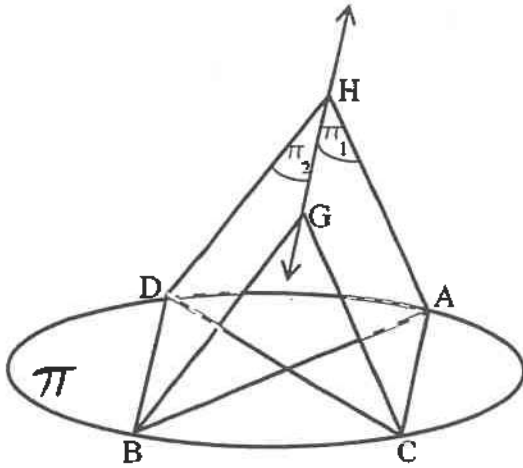
(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^\circ$ ، $b = 11 \text{ cm}$ ، $a = 17 \text{ cm}$ ، أوجد γ (6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(9 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
 $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



ثانيا: البنود الموضوعية

- أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد $3 + 2i$ هي $\sqrt{-4} + 3$

(2) $\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$

(3) إذا كان $\vec{m} // \pi$, $\vec{l} // \pi$ فإن $\vec{l} // \vec{m}$.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

(a) $18 + 17i$

(b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c) $6 + 17i$

(d) 18

(5) $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

(a) i^{-2n}

(b) -1

(c) 0

(d) 1

(6) $\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

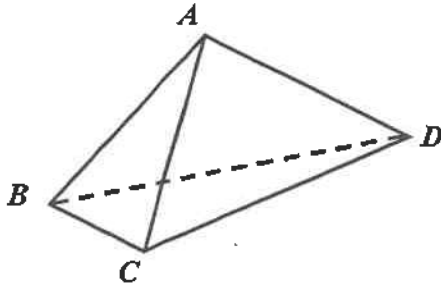
(b) $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

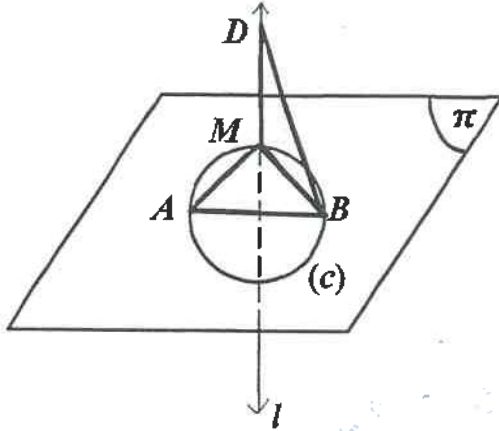
(7) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

- (a) الأول
(b) الأول أو الثالث
(c) الثالث
(d) الثاني أو الرابع



(8) في الشكل المقابل: النقاط B, C, D تعين:

- (a) مستويًا واحدًا
(b) مستويين مختلفين
(c) عدد لا منته من المستويات المختلفة
(d) لا يمكن أن تعين مستويًا

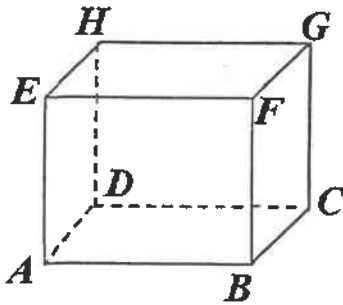


(9) في الشكل المقابل:

إذا كان $\vec{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

- (a) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$
(b) $\vec{l} \perp (BMD)$
(c) $\overrightarrow{AM} \perp (BMD)$
(d) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BM}$

(10) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{EG}$ هما:



- (a) متوازيان
(b) متقطعان
(c) متخالفان
(d) يحويهما مستوي واحد

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية .

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2019/2018
امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن جميع الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}$ في الصورة الجبرية (9 درجات)

ثم حوله للصورة المتثلثة مستخدماً السعة الأساسية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\cos(2x)$, $-\pi \leq x \leq \pi$

ثم ارسم بياتها

(5 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

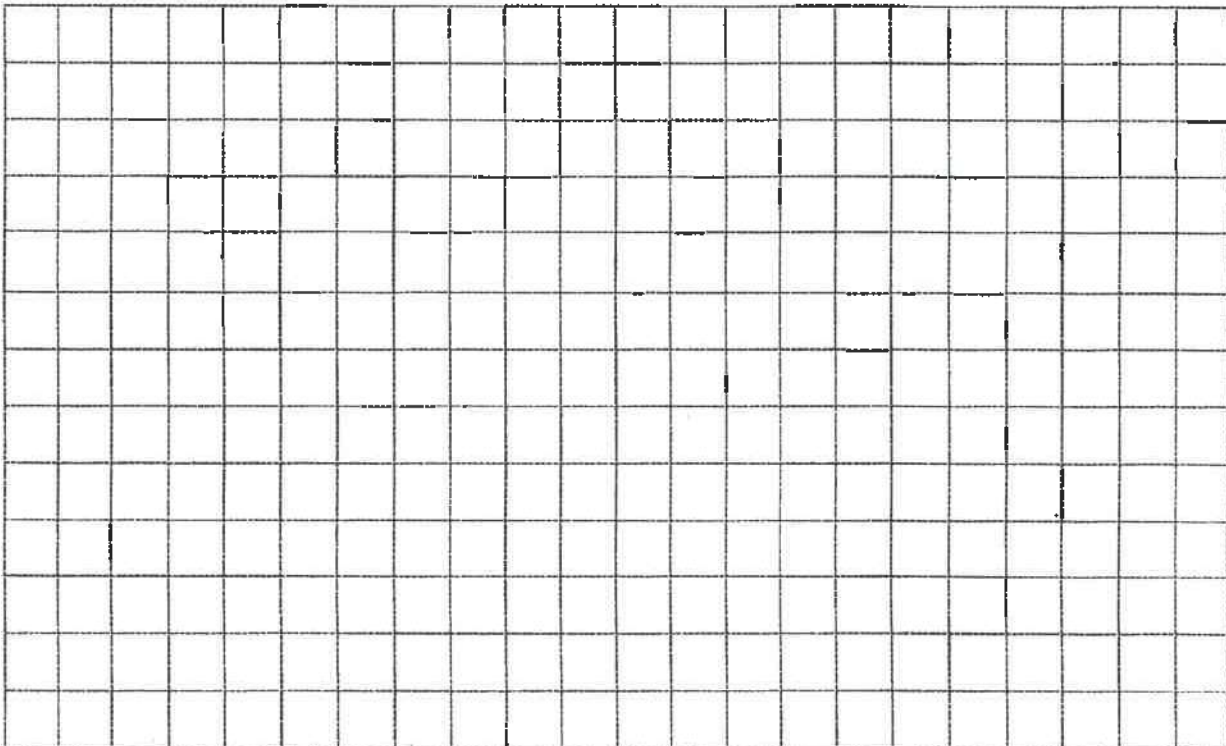
.....

.....

.....

.....

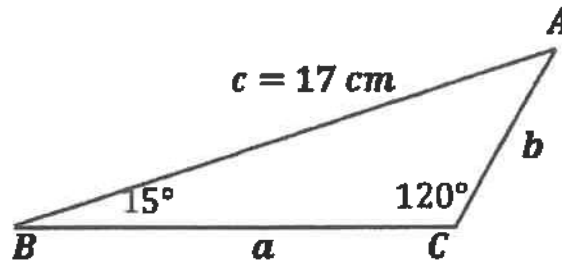
.....



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC

(6 درجات)



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2\sin^2x - 3\sin x - 2 = 0$ (8 درجات)

السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$$

(8 درجات)

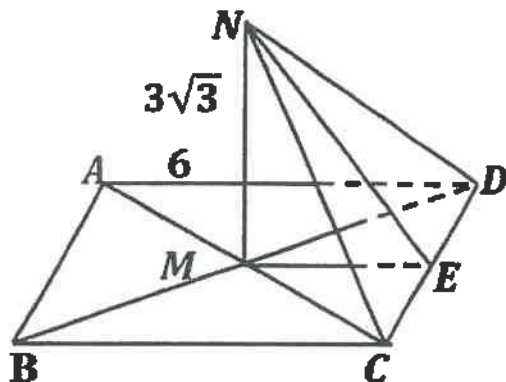
تابع السؤال الثالث:

(b) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 6\text{ cm}$

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3}\text{ cm}$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



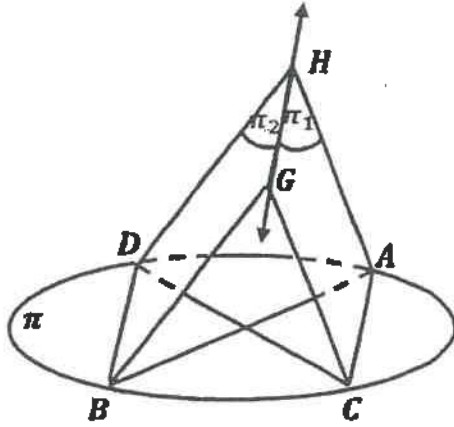
(7 درجات)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π ،

$$\pi_1 \cap \pi_2 = \overrightarrow{GH}$$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overrightarrow{GH}$



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي $B(-1, 1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية $y = a \sin(b\theta)$ حيث السعة 5 و الدورة 3π

يمكن أن تكون $y = 5 \sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \quad (4)$$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 33 - 56i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

(b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

(d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

(a) 68 cm

(b) 36 cm

(c) 60.8 cm

(d) 21 cm

(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

(a) $6\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(b) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(c) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(d) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(8) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

(b) $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(9) $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$ تساوي :

(a) $\csc x$

(b) $\csc 2x \cos x$

(c) $\tan 2x$

(d) $\tan x$

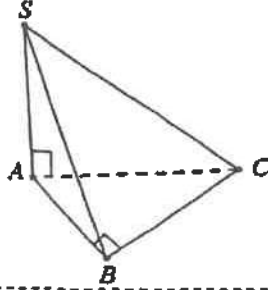
(10) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن : معلوم 2023

(a) $\vec{l} // \vec{m}$

(b) $\vec{l} \perp \vec{m}$

(c) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(d) $\vec{l}, \vec{m}$ متخالفان



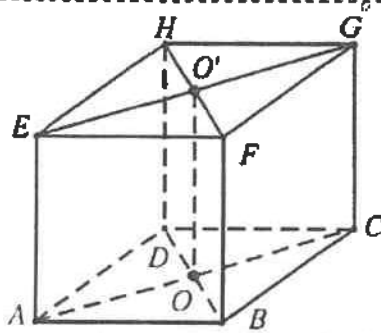
(11) في الشكل المقابل إذا كان $\vec{SA} \perp (ABC)$ ، $m(\hat{B}) = 90^\circ$ فإن :

(a) $\vec{CB} \perp (SAB)$

(b) المثلث SCB قائم في C

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SAB قائم في B



(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،

O مركز المربع ABCD ، O' مركز المربع EFGH

فإن (DHFB) ، (EACG) هما :

(a) متطابقان

(b) متعامدان

(c) متوازيان

(d) ليس أي مما سبق

(13) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو :

(a) الحد الخامس

(b) الحد الرابع

(c) الحد الثالث

(d) الحد الثاني

(14) إذا كان الحدثان m, l مستقلان ، $P(m) = \frac{1}{3}$ ، $P(l) = \frac{9}{10}$ فإن $P(m \cap l)$ تساوي :

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{25}{30}$

(c) $\frac{11}{30}$

(d) $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن جميع الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$
فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $3z_1 - 2z_2$ (4 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\frac{z_2}{z_1}$ (5 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

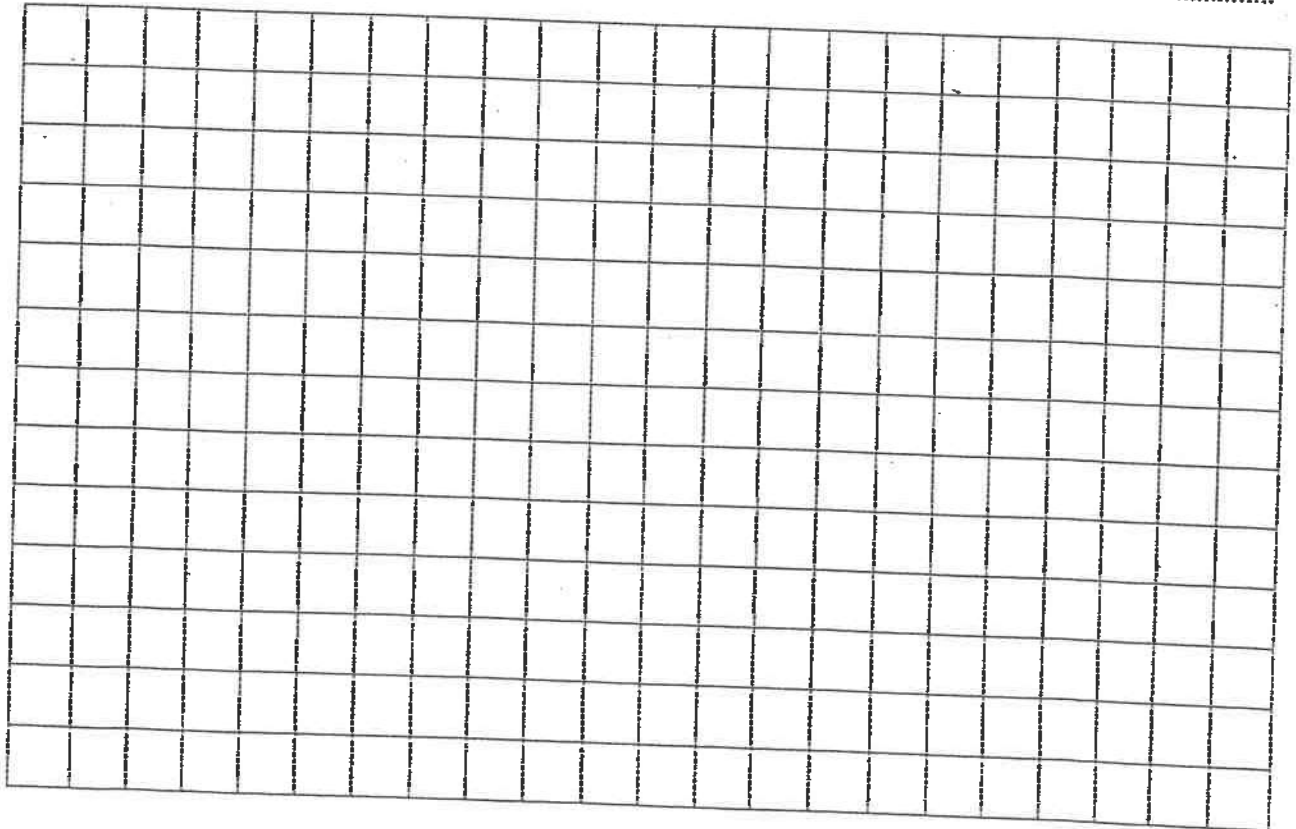
.....

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه :

$$a = 9 \text{ cm} , b = 7 \text{ cm} , c = 6 \text{ cm}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

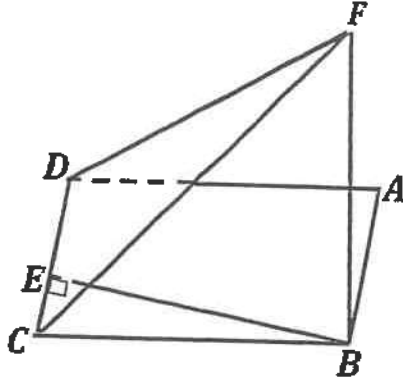
(a) إذا كان $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ، $\sin\theta = \frac{-12}{13}$

أوجد : $\sin 2\theta$

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

تابع السؤال الثالث:

(b) في الشكل المقابل $ABCD$ شكل رباعي، $\overrightarrow{FB}$ عمودي على المستوى $ABCD$ ، $\overrightarrow{BE} \perp \overrightarrow{CD}$ فإذا كان $FB = BE$ أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (FCD) ، $(ABCD)$



سؤال

السؤال الرابع : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) (1) أكمل ما يلي :

(2 درجات)

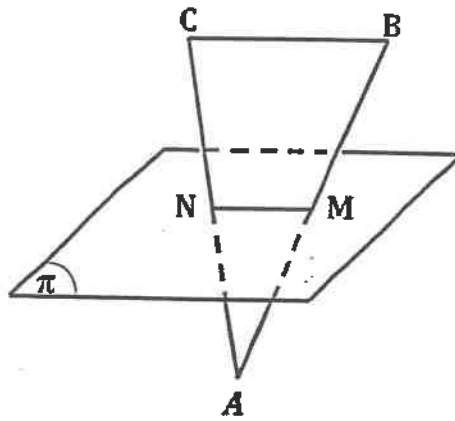
إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى-----

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

(5 درجات)

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overrightarrow{BC} // \pi$



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون . أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

(1) الكرتان زرقاوان

(2) كرة زرقاء و كرة حمراء

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

(2) سعة الدالة $y = 3 \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ هي 3 .

(3) $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

(4) إذا كان $\vec{m} \subset \pi$, $\vec{l} \perp \vec{m}$ فإن $\vec{l} \subset \pi$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

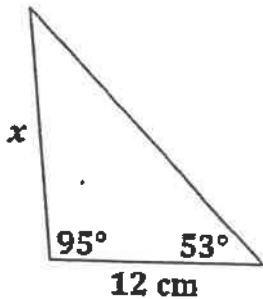
(5) الصورة المثلثية للعدد المركب $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi)$ هي :

(a) $z = 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

(b) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(c) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

(d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$



(6) في المثلث المقابل x تساوي تقريباً :

(a) 8.6 cm

(b) 15 cm

(c) 18.1 cm

(d) 19.2 cm

(7) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10$ cm , $BC = 20$ cm

فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

(a) $10\sqrt{7}$ cm

(b) $10\sqrt{3}$ cm

(c) 12.4 cm

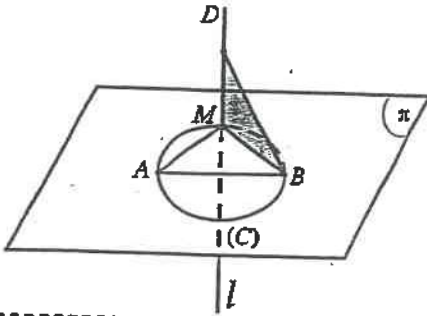
(d) 29 cm

(8) المقدار : $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

- (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) -2

(9) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ تساوي :

- (a) $\sin \frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin \frac{10\pi}{21}$ (c) $\cos \frac{4\pi}{21}$ (d) $\cos \frac{10\pi}{21}$



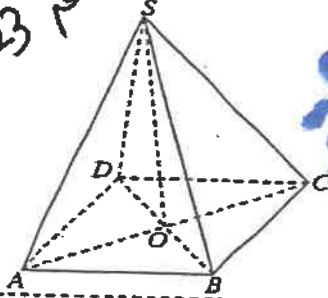
(10) في الشكل المقابل : إذا كان $\vec{l} \perp (AMB)$ ، فإن $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) :

- (a) $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ (b) $\vec{l} \perp (BMD)$
(c) $\overline{AB} \perp \overline{BM}$ (d) $\overline{AM} \perp (BMD)$

(11) إذا كان $\vec{l} \subset \pi_2$, $\vec{l} \perp \pi_1$ فإن :

- (a) $\pi_1 // \pi_2$ (b) $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$ (c) $\pi_1 \perp \pi_2$ (d) $\pi_1 = \pi_2$

(12) في الشكل المقابل إذا كان ABCD مربع مركزه O ، $\vec{SO} \perp ABCD$ ، فإن : معلوم 2023



- (a) $(SAC) \perp (SBD)$ (b) $(SAB) \perp (SBC)$
(c) $(SAB) // (SCD)$ (d) $(SAD) \perp (ABCD)$

(13) قيمة المقدار $10C_6 \times {}_6P_4$ هي :

- (a) 7560 (b) 75600 (c) 2100 (d) 210

(14) مفكوك $(a-b)^3$ هو :

- (a) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ (b) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
(c) $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ (d) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

" انتهت الأسئلة "

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2018/2017

امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

القسم الأول - أسئلة المقال (أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)

السؤال الأول: (14 درجة)

(9 درجات)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: 7 cm , 5 cm , 8 cm (5 درجات)

السؤال الثاني: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9cm, c = 6cm, \alpha = 60^\circ$

تابع السؤال الثاني:

(8 درجات)

(b) إذا كان: $\sin \theta = \frac{-3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

تابع السؤال الثالث:

(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC ،

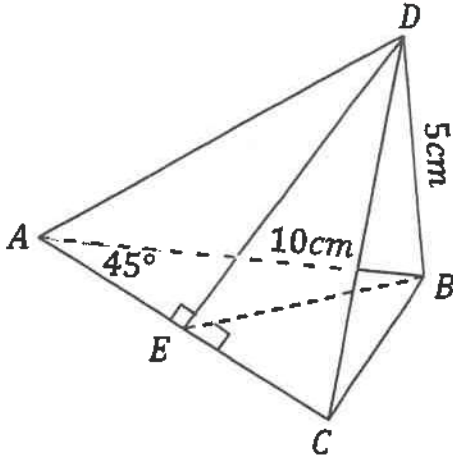
، $DB = 5 \text{ cm}$ ، $AB = 10 \text{ cm}$ ، $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$

$\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد:

BE (1)

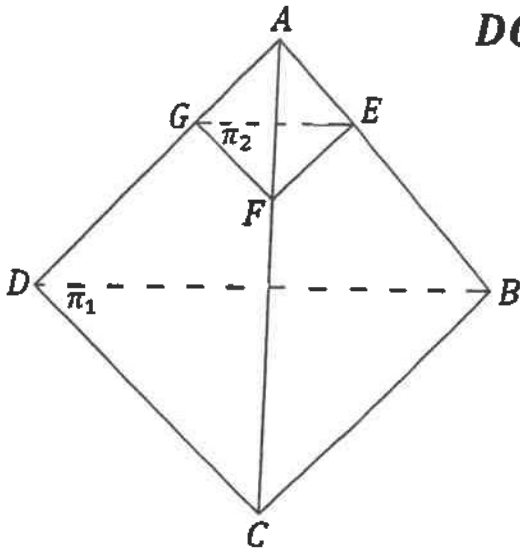
(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC ، DAC



السؤال الرابع: (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل ، هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6 \text{ cm}$ فأوجد DC



تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x - 2y)^3$ (4 درجات)

(2) حل المعادلة: $nP_4 = 5 \times nP_3$, $n \geq 4$ (3 درجات)

القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

أولاً: في البنود من (1-2) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الصورة المبسطة للتعبير $(12 + 5i) - (2 - i)$ هي $(10 - 6i)$

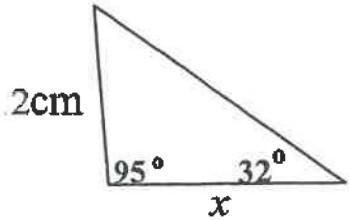
(2) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

ثانياً: في البنود من (3-10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

(3) قيمة i^{40} تساوي

- (a) -1 (b) $-i$ (c) 1 (d) i

(4) في المثلث المقابل ، x تساوي حوالي:



- (a) 8.6 cm (b) 15 cm
(c) 18.1 cm (d) 19.2 cm

(5) في الدالة المثلثية $y = -2 \sin(3x)$ السعة هي:

- (a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن الربع الذي تقع فيه x هو

- (a) الأول أو الثالث
(b) الثاني أو الرابع
(c) الثالث
(d) الأول

(7) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ يساوي

- (a) $\cos \frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin \frac{4\pi}{21}$ (c) $\cos \frac{10\pi}{21}$ (d) $\sin \frac{10\pi}{21}$

(8) المنشور القائم خماسي القاعدة يعين:

(a) خمسة مستويات مختلفة

(b) ستة مستويات مختلفة

(c) سبعة مستويات مختلفة

(d) ثمانية مستويات مختلفة

معلوم
2023
معلوم

(9) إذا كان $\vec{l} \subset \pi_2$, $\vec{l} \perp \pi_1$ فإن:

(a) $\pi_1 = \pi_2$

(b) $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$

(c) $\pi_1 // \pi_2$

(d) $\pi_1 \perp \pi_2$

معلوم
2023
معلوم

(10) الحدثان m, n متنافيان ، $P(n) = \frac{3}{5}$, $P(m) = \frac{1}{3}$ فإن $P(n \cup m)$ تساوي

(a) $\frac{14}{15}$

(b) $\frac{3}{15}$

(c) $\frac{1}{5}$

(d) 0

انتهت الأسئلة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة: $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C (5 درجات)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 104

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(4 درجات)

[illegible]

تابع السؤال الأول :

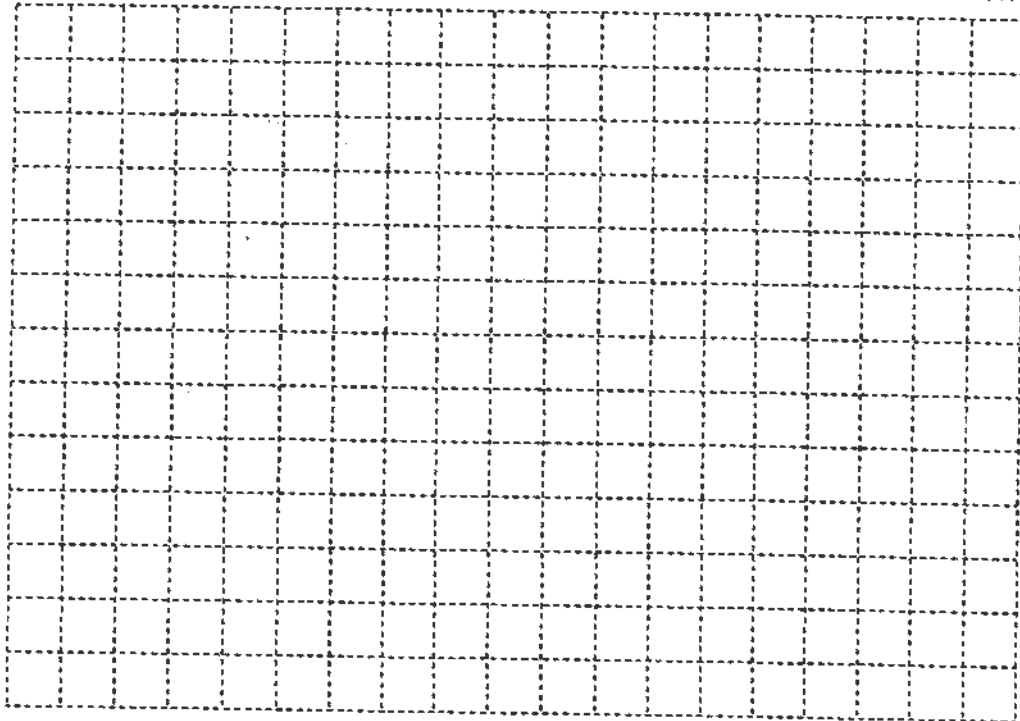
(b) حل المثلث ABC حيث $\alpha = 36^\circ$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $a = 8 \text{ cm}$ (5 درجات)

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

(6 درجات)

$$y = \frac{1}{2} \cos (-x) : x \in [-2\pi, 2\pi]$$



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ (8 درجات)

أوجد كلاً مما يلي : $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\tan 2\beta$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) اثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

تابع السؤال الثالث :

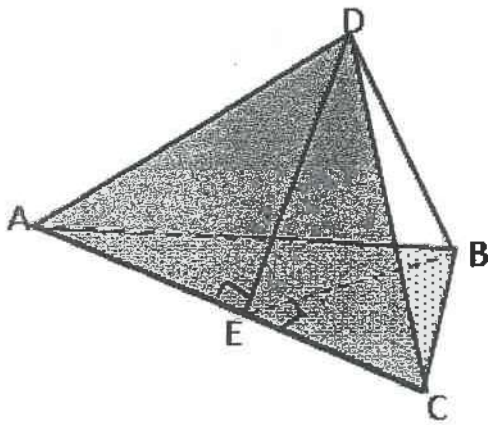
(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل: D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$ ،

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $BD = 5 \text{ cm}$ ، $AB = 10 \text{ cm}$ ،

أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (DAC) ، (BAC)



السؤال الرابع : (14 درجة)

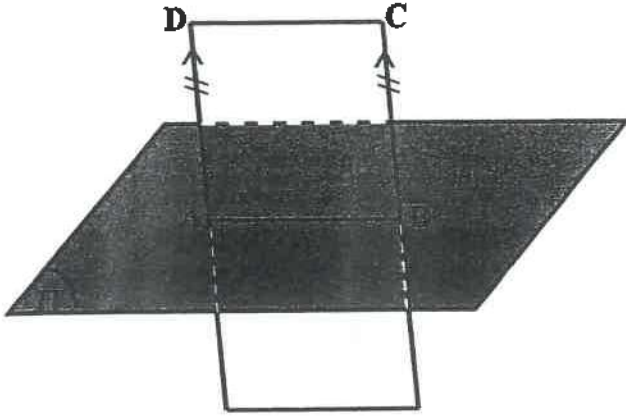
(7 درجات)

(a) (1) أكمل :

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوى ، فإنه

(2) في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ ، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $AD=BC$:

اثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$



تابع السؤال الرابع :

- (b) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل (7 درجات)
على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرباحة
بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟

القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو $\bar{z} = 3 - 4i$

(2) إذا كان : $\vec{l} \parallel \pi$, $\vec{m} \parallel \pi$ فإن $\vec{l} \parallel \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) الصورة المثلثية للعدد المركب : $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leq \theta < \pi$ هي z تساوي:

- (a) $4 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ (b) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$
(c) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ (d) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

(4) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاع 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

- (a) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (b) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (c) 24 cm^2 (d) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(5) في مثلث ABC : $m(\hat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10 \text{ cm}$, $BC = 20 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

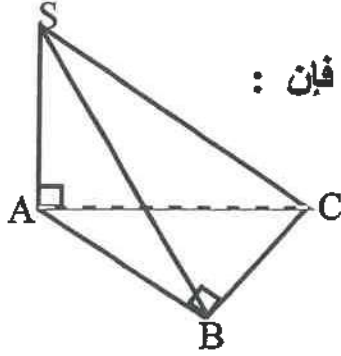
- (a) $10\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) $10\sqrt{7} \text{ cm}$ (c) 12.4 cm (d) 29 cm

(6) $\cos \left(h + \frac{\pi}{2} \right)$ يساوي :

- (a) $-\sin h$ (b) $\sin h$ (c) $\cos h$ (d) $-\cos h$

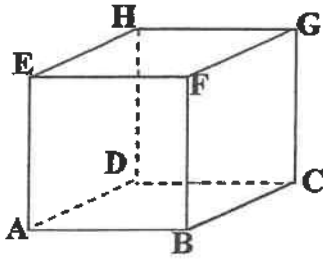
(7) مجموعة حل المعادلة : $\tan(x) = -\sqrt{3}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي x تساوي:

- (a) $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$ (b) $\{ \frac{2\pi}{3} \}$
(c) $\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$ (d) $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \}$



(8) في الشكل المقابل : إذا كان $\vec{SA} \perp (ABC)$ ، $m(\hat{ABC}) = 90^\circ$ فإن :

- (a) المثلث SAB قائم في $\hat{B}$
(b) $\vec{CB} \perp (SAB)$
(c) المثلث SAB متطابق الضلعين
(d) المثلث SCB قائم في $\hat{C}$



(9) في المكعب ABCDEFGH ، $\vec{BD}$ ، $\vec{EG}$ هما :

- (a) متوازيان
(b) متقاطعان
(c) متخالفان
(d) يحويهما مستو واحد

(10) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c - 4b)^5$ هو :

- (a) 5170 (b) 3312 (c) 4320 (d) 2316

" انتهت الأسئلة "

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(5 درجات) $a = 4 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = 6 \text{ cm}$ حيث ABC مثلث

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i$ (z_2)²

السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

$a = 23 \text{ cm}$ ، $b = 19 \text{ cm}$ ، $c = 12 \text{ cm}$ مستخدماً قاعدة هيرون

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

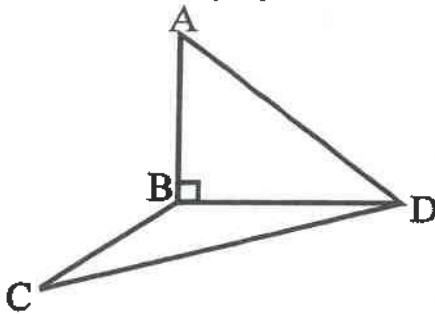
محلوم 2023 *

تابع السؤال الثالث :

(b) A, B, C, D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

اثبت أن : (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ (2) $(ABD) \perp (CBD)$

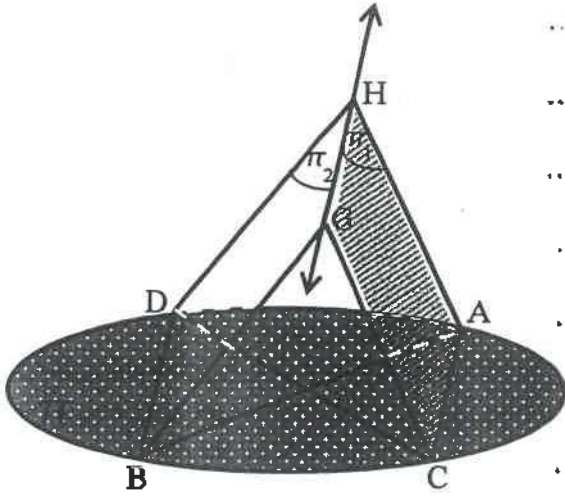


السؤال الرابع : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$ $\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$



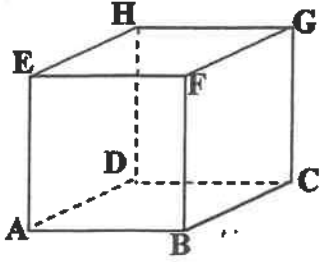
(7 درجات)

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد : $3 + \sqrt{-4}$ هي : $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل: إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن
 $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{HG}$ يعينان مستويًا

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in \mathbb{C}$ هي :

- (a) $\{ 2 - 4i , -2 - 4i \}$ (b) $\{ -2 + 4i , -2 - 4i \}$
(c) $\{ 2 - 4i , -2 + 4i \}$ (d) $\{ 2 - 4i , 2 + 4i \}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos (bx)$ حيث السعة 4 و الدورة 6 يمكن أن تكون :

- (a) $y = -\frac{1}{4} \cos \left(\frac{x}{3} \right)$ (b) $y = -4 \cos \left(\frac{3}{\pi} x \right)$
(c) $y = -4 \cos \left(\frac{\pi}{3} x \right)$ (d) $y = 4 \cos \left(\frac{x}{3} \right)$

(5) مثلث قياسات زواياه 50° , 60° , 70° فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

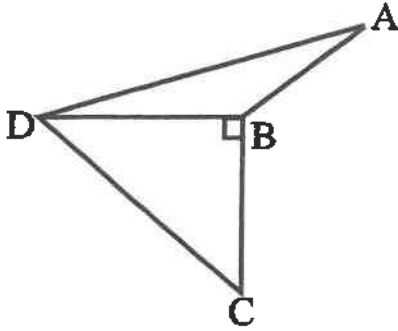
(6) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\cot^2 x$ (b) $\tan^2 x$ (c) $\cot^2 x \cos^2 x$ (d) $\tan^2 x \sin^2 x$

(7) $\sin(2\theta) =$

- (a) $\cos \theta \sin \theta$ (b) $\sin^2 \theta$ (c) $\cos^2 \theta$ (d) $2 \cos \theta \sin \theta$

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overrightarrow{BD}$ هي :



- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(9) إذا كان $\pi_2 // \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{l} // \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان $\vec{l}, \vec{m}$ (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

" انتهت الأسئلة "

دولة الكويت

(عدد الصفحات 11 صفحة)

الزمن : ساعتان 45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2016 / 2017م

وزارة التربية

التوجيه الفني العام

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $\gamma = 20^\circ$, $b = 5 \text{ cm}$, $a = 11 \text{ cm}$ (5 درجات)

(9 درجات)

تابع السؤال الأول :

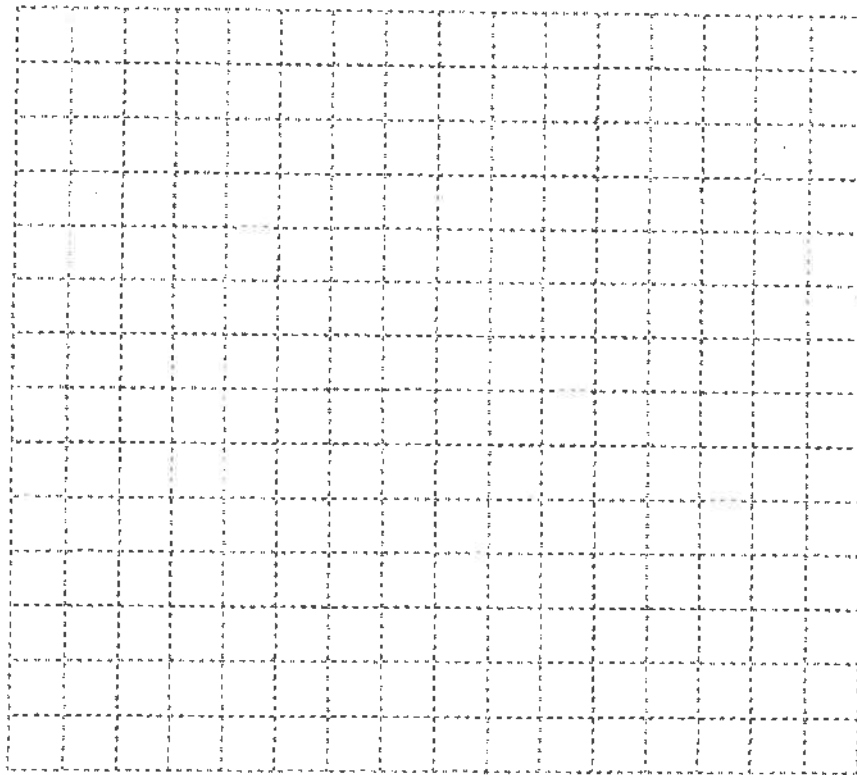
(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$ (4 درجات)

تابع السؤال الثالث :

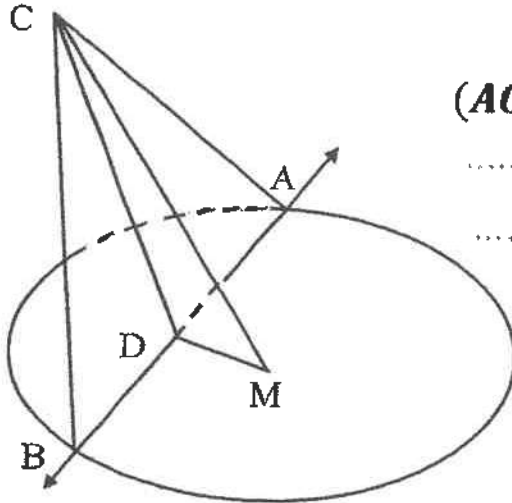
(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M
D منتصف $\overline{AB}$ ، مثلث فيه $CA = CB$ إذا كان

$$DC = DM = 5 \text{ cm} , MC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$

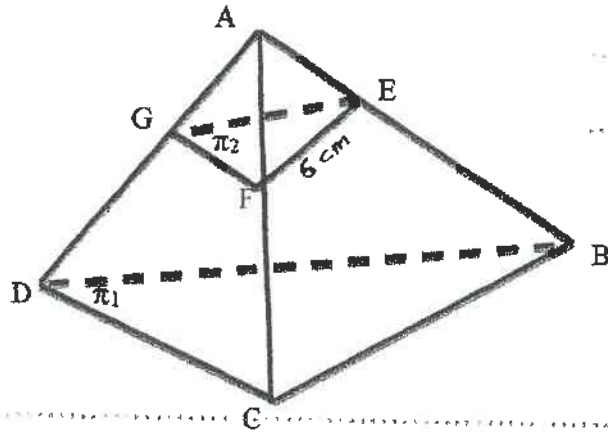


السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $FE = 6cm$ ، $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB



تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

(b) حل المعادلة : $6p_r = 4 \times 6p_{r-1}$

ثانيا: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2 - i , 2 + i \}$.

(2) إذا كان المستقيمان L, M متخالفان وكان $\vec{N} \perp \vec{M}$ فإن $\vec{L} \perp \vec{N}$.

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي :

- (a) $\frac{1}{2}a^2 \text{ units}^2$ (b) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ units}^2$ (c) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$ (d) $a^2 \text{ units}^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1 + 2i)^2$ هي :

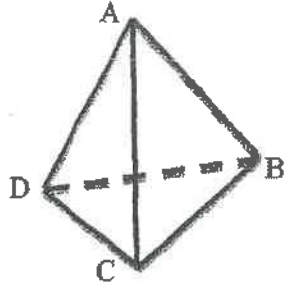
- (a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

(5) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي :

- (a) $1 + \cos 2x$ (b) $1 + \cos x$ (c) $\frac{1 - \cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1 + \cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2 \cos 4x = 1$ حيث $x \in [0, \frac{\pi}{8})$ هو :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :

- (a) تعين مستويا واحد
- (b) تعين مستويين اثنين
- (c) لا يمكن ان تعين مستويا
- (d) تعين عدد لا منته من المستويات

(8) اذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :

- (a) متعامدان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) متوازيان

(9) اذا كان $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 17 \text{ cm}$, $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

- (a) 118°
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 100°

(10) إذا كان الحدثان t, r متنافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

- (a) 28%
- (b) 42%
- (c) $\frac{16}{35}$
- (d) $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

القسم الأول - أسئلة المقالأجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منهاالسؤال الأول :

(6 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - 4i$ (1) أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$ (2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

تابع السؤال الأول :
(b) حل المعادلة :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

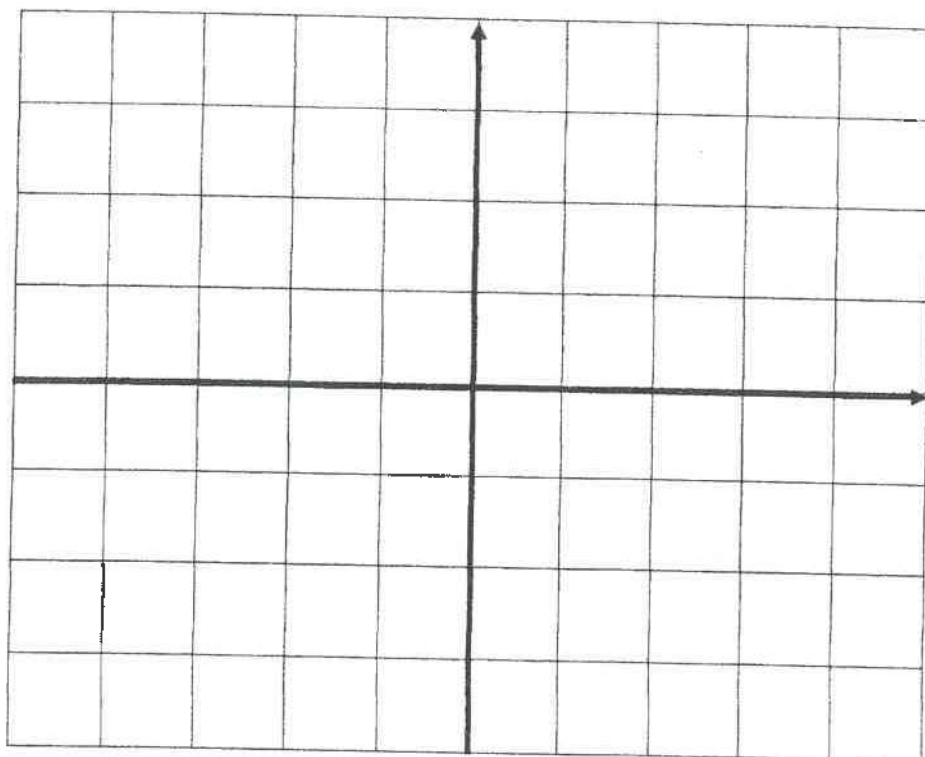
(4 درجات)

السؤال الثاني :

(4 درجات)

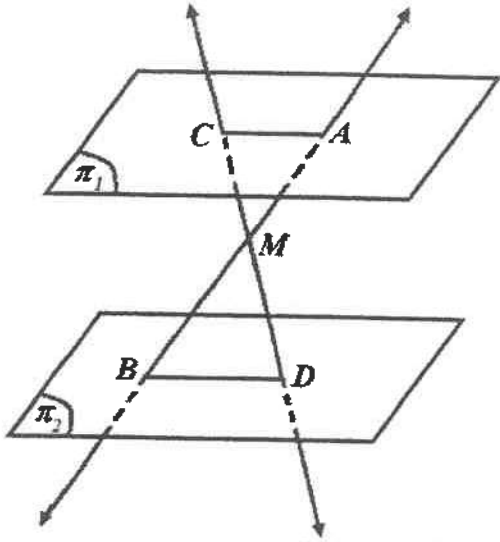
(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos (2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$



تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)



(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،

$\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{ M \}$ نقطة واقعة بينهما ، حيث

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$$

أثبت أن :

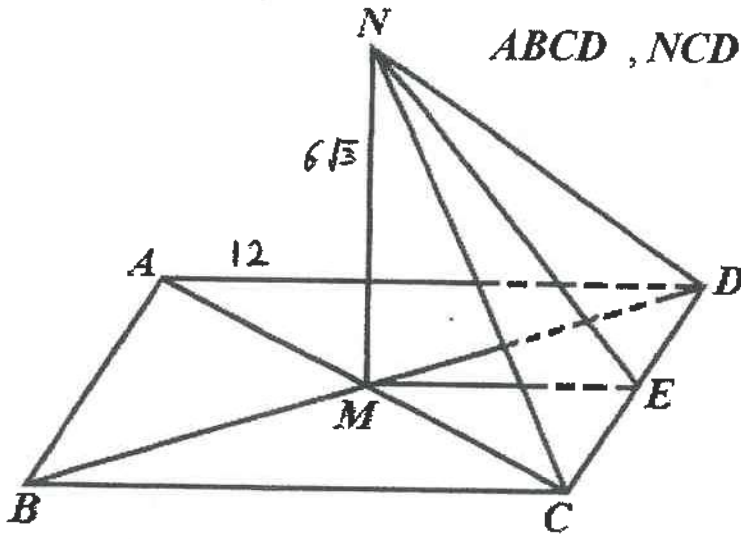
السؤال الثالث :
(a) أثبت صحة المتطابقة :

(4 درجات)

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

تابع السؤال الثالث :

- (b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ،
 وفيه $AD = 12$ أقيم $\overline{NM}$ عمودًا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
 بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف $\overline{CD}$
 أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD



السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$ (5 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد قيمة n حيث : $\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \frac{6}{5}$ (5 درجات)

ثانيا: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

(2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\vec{\ell}$ ليس عمودياً على أي مستقيم محتوي في π .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm , 8 cm , 12 cm فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4°

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$

(b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$

(d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

(a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$ (c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

(6) إذا كان $\pi_1 \neq \pi_2$, $\pi_1 // \pi_2$, $\vec{\ell} \subset \pi_1$, $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

(a) $\vec{\ell} // \vec{m}$ (b) $\vec{\ell} \perp \vec{m}$ (c) $\vec{\ell}$, $\vec{m}$ متخالفان (d) $\vec{\ell} \cap \vec{m} = \phi$

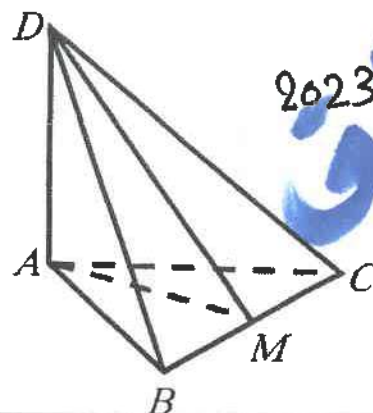
(7) في الشكل المقابل : إذا كان $\overline{AD}$ عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف $\overline{BC}$ فإن :

(a) $(ABC) \perp (DAC)$

(b) $(DBC) \perp (DAC)$

(c) $(AMD) \perp (ACD)$

(d) $(ABD) \perp (BCD)$



(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm ، 8 cm ، 9 cm هي :

(a) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(9) $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

(a) $1 + \tanh$

(b) $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$

(c) $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$

(d) $1 - \tanh$

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو الحد :

(a) الثاني

(b) الثالث

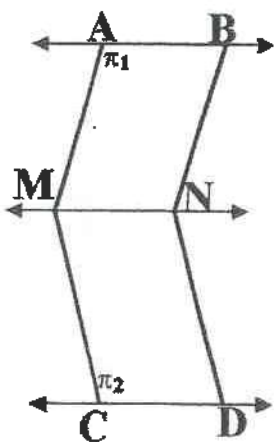
(c) الرابع

(d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100
 101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247
 248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290
 291
 292
 293
 294
 295
 296
 297
 298
 299
 300
 301
 302
 303
 304
 305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312
 313
 314
 315
 316
 317
 318
 319
 320
 321
 322
 323
 324
 325
 326
 327
 328
 329
 330
 331
 332
 333
 334
 335
 336
 337
 338
 339
 340
 341
 342
 343
 344
 345
 346
 347
 348
 349
 350
 351
 352
 353
 354
 355
 356
 357
 358
 359
 360
 361
 362
 363
 364
 365
 366
 367
 368
 369
 370
 371
 372
 373
 374
 375
 376
 377
 378
 379
 380
 381
 382
 383
 384
 385
 386
 387
 388
 389
 390
 391
 392
 393
 394
 395
 396
 397
 398
 399
 400
 401
 402
 403
 404
 405
 406
 407
 408
 409
 410
 411
 412
 413
 414
 415
 416
 417
 418
 419
 420
 421
 422
 423
 424
 425
 426
 427
 428
 429
 430
 431
 432
 433
 434
 435
 436
 437
 438
 439
 440
 441
 442
 443
 444
 445
 446
 447
 448
 449
 450
 451
 452
 453
 454
 455
 456
 457
 458
 459
 460
 461
 462
 463
 464
 465
 466
 467
 468
 469
 470
 471
 472
 473
 474
 475
 476
 477
 478
 479
 480
 481
 482
 483
 484
 485
 486
 487
 488
 489
 490
 491
 492
 493
 494
 495
 496
 497
 498
 499
 500
 501
 502
 503
 504
 505
 506
 507
 508
 509
 510
 511
 512
 513
 514
 515
 516
 517
 518
 519
 520
 521
 522
 523
 524
 525

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \text{ اثبت } \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$$


السؤال الثاني :

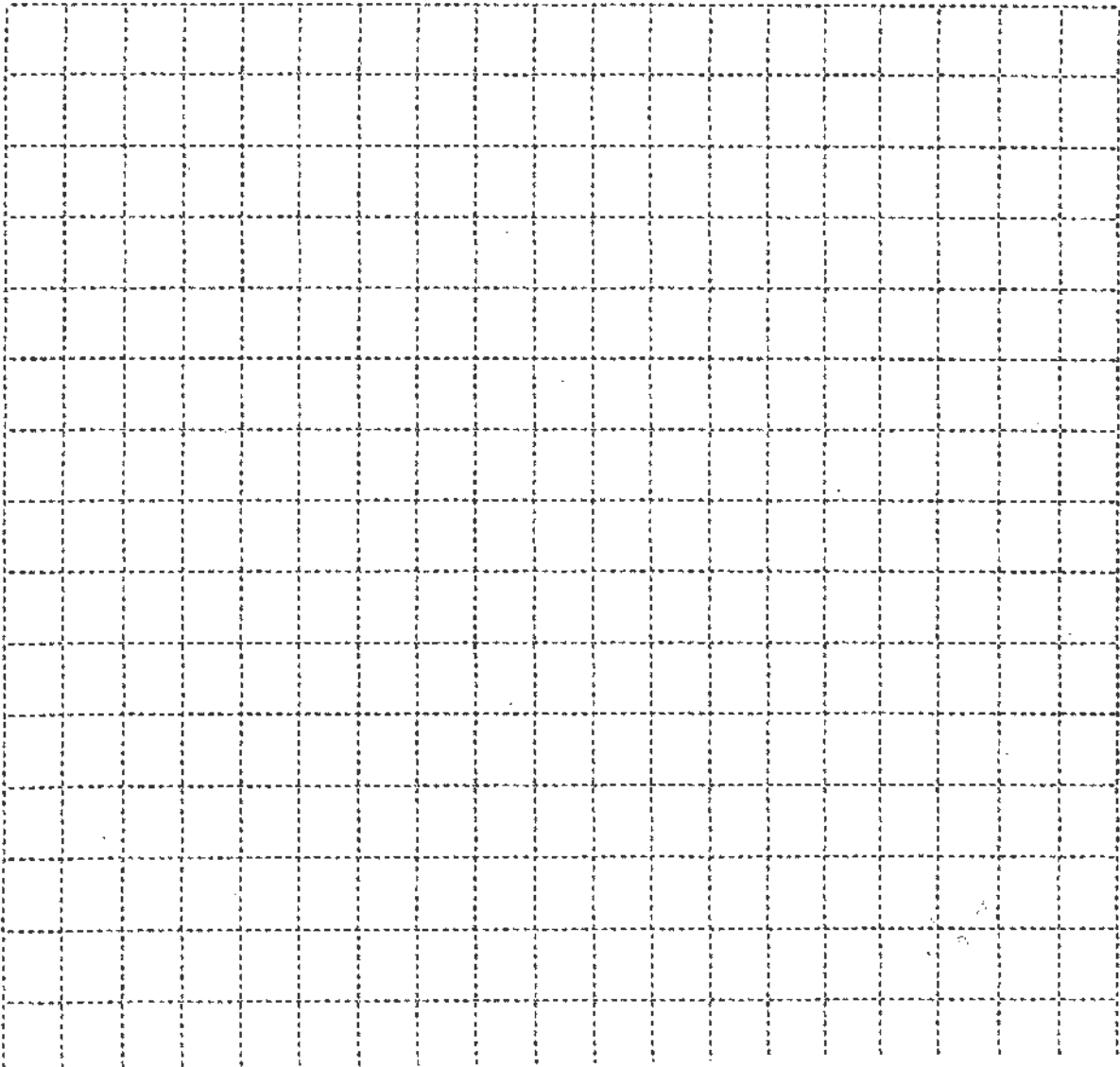
(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$ ، $z_2 = 3 + i$ فاوجد : (3 درجات)

(1) $z_2 \cdot z_1$ (2) $(\overline{z_2 + z_1})$ (3) $(z_2)^{-1}$

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7 \text{ cm}$ ، $b = 6 \text{ cm}$ ، $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = - 3 \cos 4 x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيانها

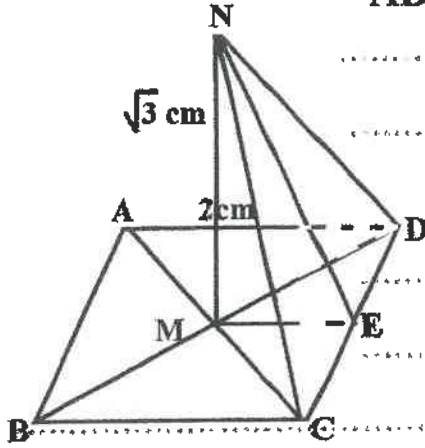


السؤال الثالث :

(a) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$ ، E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فاوجد : (5 درجات)

$$\sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \quad (1) \quad \tan 2\theta \quad (2)$$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$ (5 درجات)

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$ ، $AC = 9\text{cm}$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ، فإن $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ، فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $\vec{l} \parallel \pi$ ، $\vec{m} \parallel \pi$ فإن $\vec{l} \perp \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة
الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة
 $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

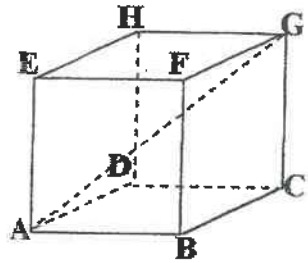
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$ ، $AB = 30 \text{ cm}$ ، $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

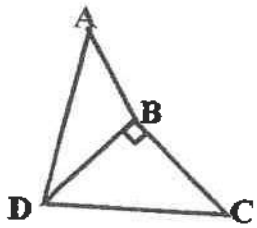
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \csc x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC)



فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overrightarrow{BD}$ هي :

- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في 8 صفحات)

دولة الكويت
وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

القسم الأول – أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحة خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لا يساوي الصفر)

السؤال الأول:

(7 درجات)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$

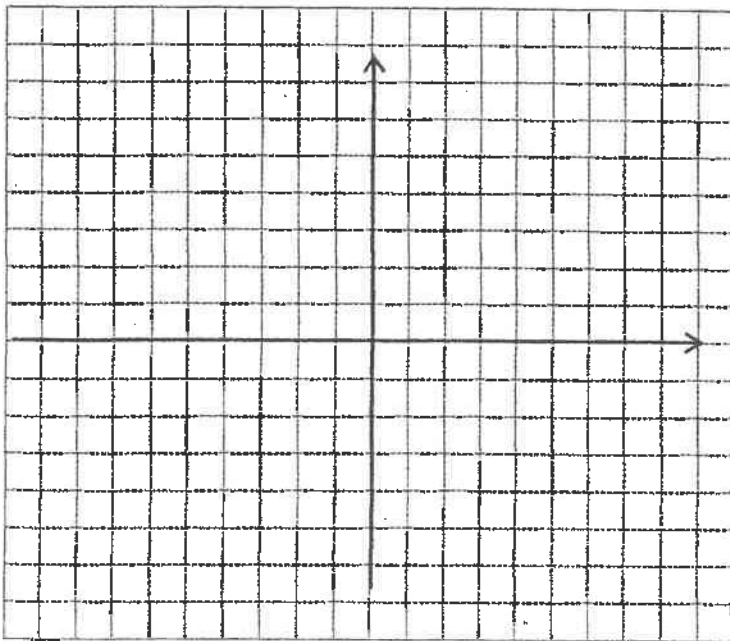
الحل:

(3 درجات)

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:

$$y = 3 \cos 2x$$

الحل:



السؤال الثاني :

(5 درجات)

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 7\text{ cm}$

أوجد : ① قياس أكبر زاوية

② مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

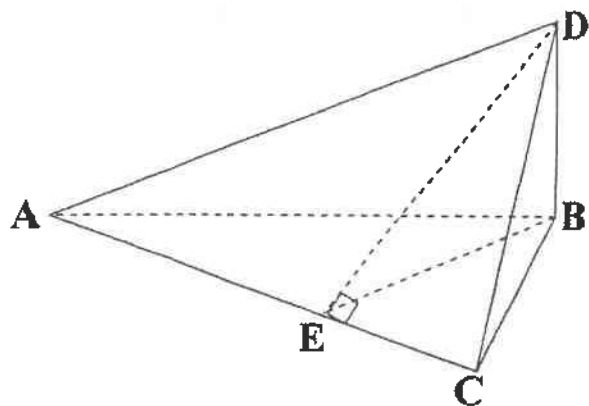
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE ① : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

② قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

الحل:



السؤال الثالث :

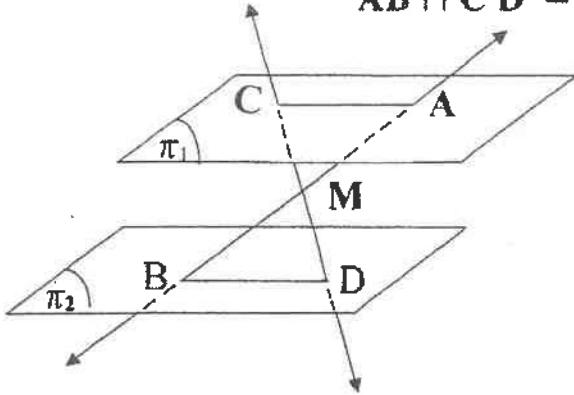
(5 درجات)

(a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD} \text{ أثبت أن}$$

الحل:



(5 درجات)

(b) حل المعادلة : $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

السؤال الرابع :

(4 درجات) $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$: أثبت صحة المتطابقة :
الحل :

(3 درجات) ${}_nC_2 = 105$: حل المعادلة :
الحل :

② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد
اليسرى للكتابة.
(3 درجات)
الحل :

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

- (4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $\theta \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
(c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos x - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
(d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)
(1) أكتب العدد $\frac{2}{3-i}$ في الصورة الجبريةالحل:

$$\begin{aligned}
 1 \quad \frac{2}{3-i} &= \frac{2}{3-i} \times \frac{3+i}{3+i} \\
 2 \quad &= \frac{6+2i}{9+1} \\
 1 \quad &= \frac{6}{10} + \frac{2}{10}i \\
 1 \quad &= \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i
 \end{aligned}$$

(2) أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في Cالحل :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \quad \Delta &= b^2 - 4ac \\
 \frac{1}{2} \quad \Delta &= 4 - 4(1)(4) = -12 \\
 \frac{1}{2} \quad &= 12 \times i^2 \\
 \frac{1}{2} \quad z_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{2 \times 1} = 1 + \sqrt{3}i \\
 \frac{1}{2} \quad z_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{2 \times 1} = 1 - \sqrt{3}i
 \end{aligned}$$

مجموعة الحل = $\{1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i\}$

تليع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بيئها
(5 درجات)

الحل :

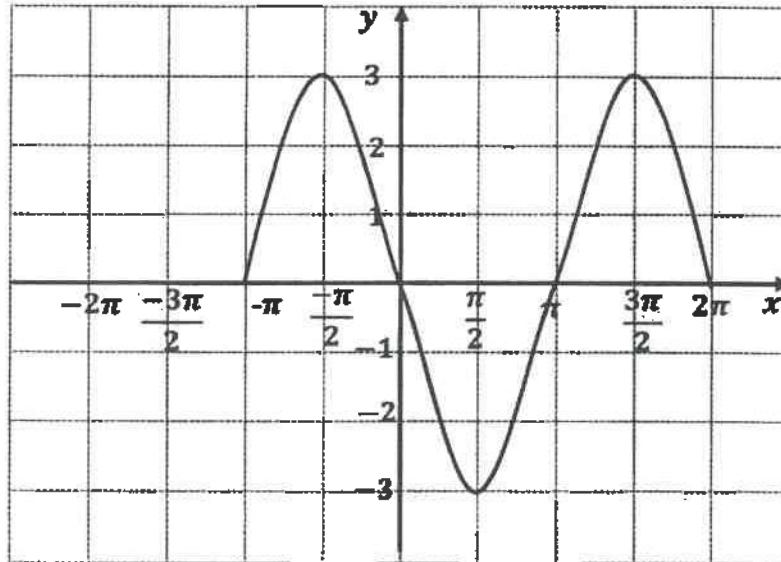
هي دالة دورية $y = -3\sin x$

السعة : $|a| = |-3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

ربع الدورة : $\frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y = -3\sin x$	0	-3	0	3	0



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(7 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{(4)^2 + (5)^2 - (2)^2}{2 \times 4 \times 5} = \frac{37}{40} \end{aligned}$$

$$\alpha \approx 22.3^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{(2)^2 + (5)^2 - (4)^2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{13}{20} \end{aligned}$$

$$\beta \approx 49.5^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 49.5^\circ) \approx 108.2^\circ$$



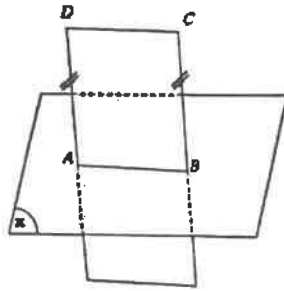
تابع السؤال الثاني :

(b)

(8 درجات)

(1) أكمل ما يلي :

2 إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه يوازي المستوي



(2) في الشكل المقابل :

$$\overline{AB} \subset \pi , \overline{AD} // \overline{BC} , AD = BC$$

اثبت أن : $\overline{CD} // \pi$

الحل :

$$\therefore \overline{AD} // \overline{BC}$$

$\therefore \overline{AD} , \overline{BC}$ يعينان مستويين وحيداً وليكن $(ABCD)$ فيه

$$\overline{AD} // \overline{BC} , AD = BC$$

$\therefore ABCD$ متوازي أضلاع

ومنه $\overline{DC} // \overline{AB}$

$$\therefore \overline{AB} \subset \pi$$

$$\therefore \overline{CD} // \pi$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = \frac{-1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha)$$

$$= \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$$\theta = (2\pi - \alpha)$$

$$= \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6} \text{ أو } \theta = \frac{7\pi}{6}$$

حل المعادلة :



تابع السؤال الثالث :

(b) في احدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل ؟

(7 درجات)

الحل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(A) = m = 0.9$$

ليكن الحدث A تخدم البطارية مدة عام كامل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(B) = 1 - m = 0.1$$

ليكن الحدث B لا تخدم البطارية مدة عام كامل :

الحدث E تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل:

$$k = 4, n = 4$$

نستخدم احتمال ذات الحدين

$$1$$

$$P(E) = {}_n C_k \cdot (m)^k \cdot (1 - m)^{n-k}$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$= {}_4 C_4 \cdot (0.9)^4 \cdot (0.1)^0$$

$$1$$

$$= 0.6561$$

$$\frac{1}{2}$$

احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل يساوي 0.6561



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فاوجد $\sin 2\theta$

(5 درجات)

الحل :

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ أو } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < 0$$

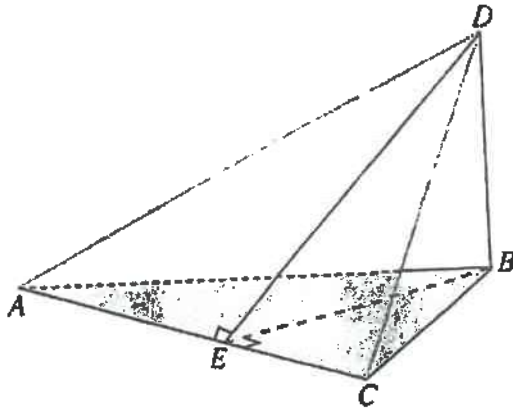
$$\therefore \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = 1$$



تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$$BD = 5cm, AB = 10cm, m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{BD} \perp (ABC), \overline{BE} \perp \overline{AC}, \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC

(10 درجات)

الحل:

$$1) \because \overline{BE} \perp \overline{AC} \Rightarrow m(\widehat{BEA}) = 90^\circ$$

$$\because m(\widehat{BAC}) = 45^\circ \therefore m(\widehat{ABE}) = 45^\circ$$

$\therefore$ المثلث ABE قائم في E ، متطابق الضلعين

$$2(BE)^2 = 100 \rightarrow BE = 5\sqrt{2} cm$$

$$\therefore BE = AE = 5\sqrt{2} cm$$

2) $\overline{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC, DAC

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوي BAC

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوي DAC

$\widehat{BED}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC

$$\because \overline{BD} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC)$$

$$\therefore \overline{BD} \perp \overline{BE}$$

$$\therefore \triangle BED \text{ قائم في } B, DB = 5 cm$$

$$\therefore \tan(\widehat{BED}) = \frac{BD}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore m(\widehat{BED}) = 35^\circ 16'$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC يساوي $35^\circ 16'$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات القطبية للنقطة $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي : $M\left(1, \frac{5\pi}{4}\right)$

(2) $\cos 112^\circ$ يساوي $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$

(3) إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عمودياً على المستوي الآخر

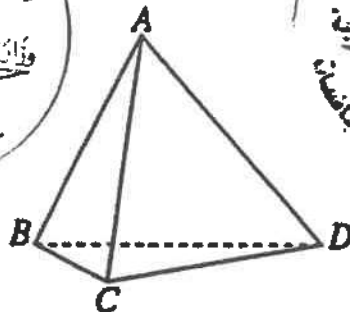
ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما :

- (a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$
- (c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

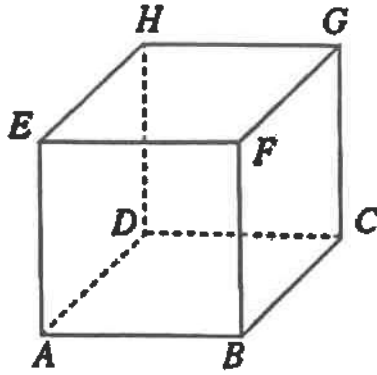
(5) إذا كان: $a = 2cm, b = 3cm, m(\hat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

- (a) $4.6 cm^2$ (b) $3.86 cm^2$ (c) $1.93 cm^2$ (d) $2.3 cm^2$



(6) النقاط B, C, D تعين :

- (a) عدد لا منته من مستويات مختلفة
(b) مستوي واحد
(c) لا يمكن أن تعين مستوي
(d) مستويين مختلفين



(7) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{EG}$ هما :

- (a) متوازيان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) يحويهما مستو واحد

(8) إذا كان $\pi \cap \pi_2 = \vec{m}$ ، $\pi \cap \pi_1 = \vec{l}$ ، $\pi_1 // \pi_2$ فإن :

- (a) $\pi // \pi_1$
- (b) $\pi // \pi_2$
- (c) $\vec{l} \perp \vec{m}$
- (d) $\vec{l} // \vec{m}$

(9) في مفكوك $(3x + 2y)^8$ الحد الذي يحوي $x^3 y^5$ هو :

- (a) T_3
- (b) T_5
- (c) T_6
- (d) T_8

(10) إذا كان ${}_nP_3 = 60$ فإن n تساوي :

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 4
- (d) 3

" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5 + i}{2 - 3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{-5 + i}{2 - 3i} &= \frac{-5 + i}{2 - 3i} \times \frac{2 + 3i}{2 + 3i} \\ 2 \quad &= \frac{-10 - 15i + 2i + 3i^2}{2^2 + 3^2} \\ 1 \quad &= \frac{-13 - 13i}{4 + 9} = -1 - i \end{aligned}$$



(2) ضع العدد : $z = -1 - i$ في الصورة المثلثية

$$\begin{aligned} 1 \quad &\because x = -1, y = -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore r = |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore \tan \alpha = \left| \frac{-1}{-1} \right| = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{2} \quad &\because x < 0, y < 0 \\ 1 \quad &\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \\ 1 \quad &z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

بفرض α زاوية الاسناد :

θ تقع في الربع الثالث

الصورة المثلثية هي :



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بياتها :

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

(5 درجات)

الحل :

هي دالة دورية $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

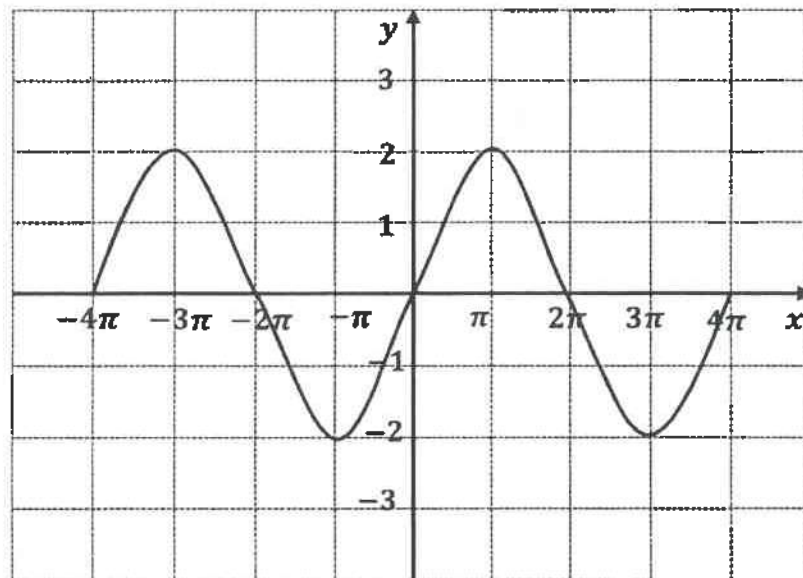
السعة : $|a| = |2| = 2$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

ربع الدورة : π



x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	2	0	-2	0



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $m(\hat{c}) = 95^\circ$, $b = 21$, $a = 12$ (7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos (\hat{c})$$

1

$$= 12^2 + 21^2 - 2 \times 12 \times 21 \times \cos (95^\circ)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 144 + 441 - 504 \cos (95^\circ) \approx 628.926$$

$\frac{1}{2}$

$$c \approx 25.08 \text{ cm}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 b c}$$

1

$$= \frac{(21)^2 + (25.08)^2 - (12)^2}{2 \times 21 \times 25.08}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha \approx 0.879$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha \approx 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha$$

1

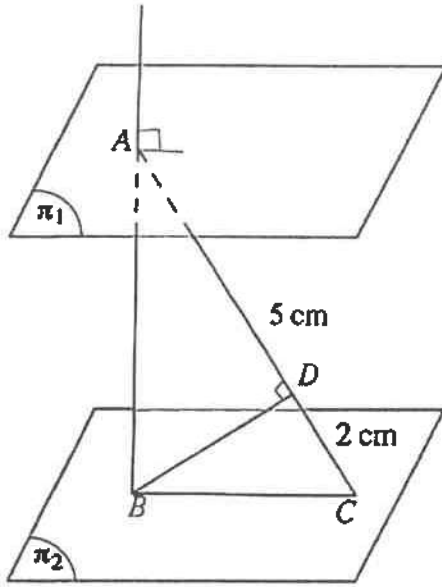
$$\approx 180^\circ - 95^\circ - 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\approx 56.53^\circ$$



تابع السؤال الثاني :



(8 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$, $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $A \in \pi_1$

$\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$, رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان $AD = 5 \text{ cm}$, $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد : BD

الحل :

$$\because \pi_1 // \pi_2 , \overrightarrow{AB} \perp \pi_1$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \pi_2$$

$\therefore \overrightarrow{AB}$ عمودي على كل مستقيم في π_2

$$\because \overrightarrow{BC} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$$

في المثلث ABC القائم الزاوية في B

$$\therefore \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$$

$$\therefore (BD)^2 = AD \times DC$$

$$= 5 \times 2 = 10$$

$$BD = \sqrt{10} \text{ cm}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $2 \sin \theta + 1 = 0$ (8 درجات)

الحل :

$$2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما θ تقع في الربع الرابع:

$$\theta = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$ حل المعادلة : $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد قيمة n حيث : $\frac{{}^nC_7}{{}^{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{{}^nC_7}{{}^{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$$

$$n = 8$$



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $180^\circ < \theta < 270^\circ$, $\sin \theta = \frac{-24}{25}$ (5 درجات)

أوجد $\sin \frac{\theta}{2}$

الحل :

نوجد أولاً $\cos \theta$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta + \left(\frac{-24}{25}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = \frac{49}{625}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{7}{25}$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث

$$\therefore \cos \theta = \frac{-7}{25}$$

$$\therefore 180^\circ < \theta < 270^\circ$$

$$\therefore 90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ$$

$\therefore \frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$$\sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\therefore \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = \frac{4}{5}$$

لأن $\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي $B(-1, 1)$

(2) $\cos \frac{\pi}{12}$ يساوي $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

(3) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي:

- (a) $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$ (b) $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$
(c) $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$ (d) $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

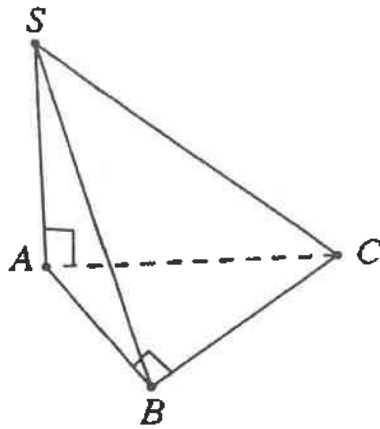
(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $5\text{ cm}, 6\text{ cm}, 7\text{ cm}$ هي:

- (a) $6\sqrt{6}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$
(c) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(6) الحالة التي لا تعين مستويًا وحيداً فيما يلي هي:

- (a) أي ثلاث نقاط مختلفة
(b) أي مستقيم ونقطة خارجة عنه
(c) أي مستقيمان متوازيان مختلفان
(d) أي مستقيمان متقاطعان في نقطة





(7) في الشكل المقابل إذا كان $\overline{SA} \perp (ABC)$

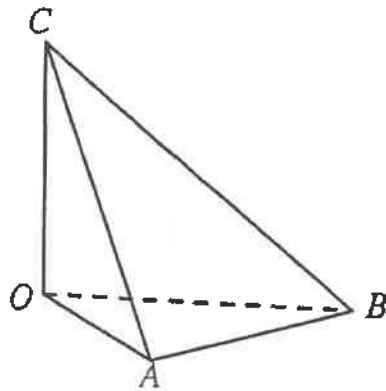
فإن $m(\widehat{B}) = 90^\circ$

(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overline{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$



(8) في الشكل المقابل إذا كان OAB مثلث فيه

$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ, OB = 2x, OA = x$

$\overline{OC}$ متعامد مع المستوي OAB فإن

قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overline{OC}, BOC)$ هو :

(a) 30°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 90°

(9) الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

(a) $-21a^5b^2$

(b) $-7a^6b$

(c) $21a^5b^2$

(d) $7a^6b$

(10) الحدثان n, m مستقلان ، $P(m) = \frac{1}{3}$ ، $P(n) = \frac{9}{10}$ إذا $P(m \cap n)$ تساوي

(a) $\frac{25}{30}$

(b) $\frac{3}{10}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{11}{30}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10



نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول - أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في C (7 درجات)

الحل:

1 $a = 1$, $b = -2$, $c = 4$

$\frac{1}{2}$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $= (-2)^2 - 4(1)(4)$

$\frac{1}{2}$ $= 4 - 16$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= -12 = 12i^2$

1 $z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

1 $= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}i}{2}$

1 $= 1 \pm \sqrt{3}i$

1 $\therefore 1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i$ حلان للمعادلة



تابع السؤال الأول :

(8 درجات) (b) إذا كان : $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $\sin 2\theta$

الحل :

1 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

1 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

1 $= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$

1 $\therefore \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos \theta < 0$

1 $\therefore \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

1 $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

1 $= 2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

1 $= 1$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) : (7 درجات)

$$L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$$

الحل :

1 + 1

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

1 + 1

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\sqrt{3}}{1} \right| = \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore x > 0, y < 0$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore L$ تنتمي إلى الربع الرابع

1

$$\therefore \theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore$ الإحداثيات القطبية هي $L(2, \frac{5\pi}{3})$



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leq x < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\cos \alpha = |\cos x| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\because \cos x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما x تقع في الربع الثاني :

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

عندما x تقع في الربع الثالث :

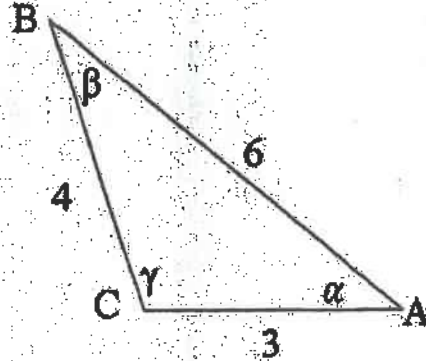
$$x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

ومنه يكون حل المعادلة هو $x = \frac{2\pi}{3}$ أو $x = \frac{4\pi}{3}$



السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ (6 درجات)



الحل:

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{(2)(3)(6)}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{29}{36}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{29}{36}\right) \approx 36.3^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{(2)(4)(6)}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{43}{48}$$

$\frac{1}{2}$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{43}{48}\right) \approx 26.4^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

1

$$\approx 180 - (36.3^\circ + 26.4^\circ)$$

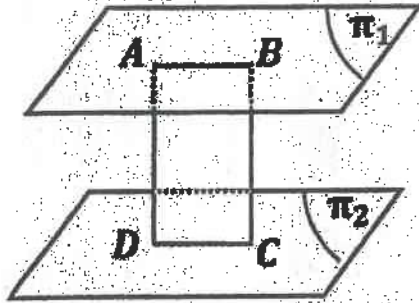
$\frac{1}{2}$

$$= 117.3^\circ$$



تعليم السؤال الثالث :

(9 درجات)



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$

- A, B نقطتان في π_1
 - C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
 - $\overline{AD} \perp \pi_2$, $\overline{BC} \perp \pi_2$
- اثبت ان $ABCD$ مستطيل

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

(نظرية)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

1

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AD} \perp \pi_2 , \overline{BC} \perp \pi_2$$

$$\therefore \overline{AD} // \overline{BC} \dots\dots(1)$$

$\pi_1 // \pi_2$ و A, B, C, D في مستوى واحد هو $(ABCD)$:

$$\pi_1 \cap (ABCD) = \overline{AB} , \pi_2 \cap (ABCD) = \overline{DC}$$

$$\therefore \overline{AB} // \overline{DC} \dots\dots(2)$$

من (1) و (2)

$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع

$$\overline{DC} \subset \pi_2 , \overline{AD} \perp \pi_2 \text{ لكن}$$

$$\therefore \overline{AD} \perp \overline{DC} \text{ (نظرية)}$$

$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع احدي زواياه قائمة

$\therefore$ الشكل $ABCD$ مستطيل

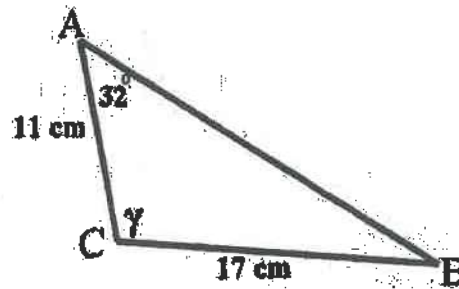


السؤال الرابع: (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^\circ$ ، $b = 11 \text{ cm}$ ، $a = 17 \text{ cm}$ ، أوجد γ (6 درجات)

الحل :



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin 32^\circ}{17} = \frac{\sin \beta}{11} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{11 \sin 32^\circ}{17} \approx 0.34 > 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \beta \approx 20.1^\circ$$

توجد زاويتان β تحققان $\sin \beta \approx 0.34$ و $0^\circ < \beta < 180^\circ$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^\circ + 32^\circ = 52.1^\circ < 180^\circ$$

$$\beta_2 \approx 180^\circ - 20.1^\circ \quad \text{أو}$$

$$= 159.9^\circ$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^\circ + 32^\circ = 191.9^\circ > 180^\circ \quad \text{مرفوضه}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \gamma \approx 180^\circ - (32^\circ + 20.1^\circ)$$

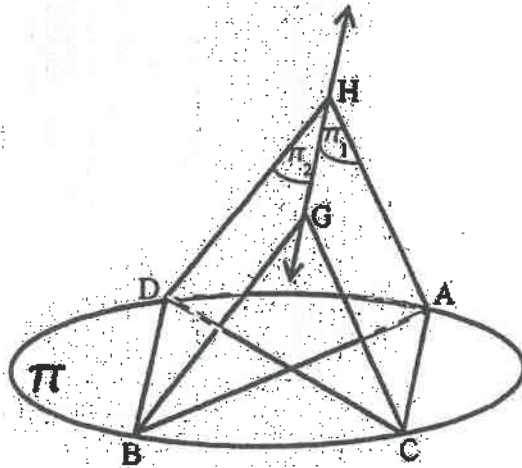
$$\frac{1}{2}$$

$$\approx 127.9^\circ$$

تابع السؤال الرابع:

(9 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
 أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$ ، $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$



الحل :

1

$\therefore \overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

1

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

1

$\therefore$ الشكل ACBD مستطيل

1

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB} \dots\dots\dots (1)$

1

$\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{DB} \subset \pi_2$

1

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH} \dots\dots\dots (2)$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB} \dots\dots\dots (2) \cdot (1)$ من

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

$\therefore$ أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



ثانيا: البنود الموضوعية

- أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الصورة الجبرية للعدد $\sqrt{-4} + 3$ هي $3 + 2i$

(2) $\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$

(3) إذا كان $\vec{m} // \pi$ ، $\vec{l} // \pi$ فإن $\vec{l} // \vec{m}$.

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

(a) $18 + 17i$

(b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c) $6 + 17i$

(d) 18

(5) $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

(a) i^{-2n}

(b) -1

(c) 0

(d) 1

(6) $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

(b) $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول - أسئلة المقال

تراجعى الحلول الأخرى فى جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية

الحل :

$$\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \right| = \sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

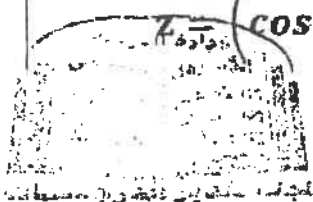
$$x > 0, y < 0$$

 θ تقع في الربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

الصورة المثلثية هي :



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\cos(2x)$, $-\pi \leq x \leq \pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

1

السعة : $|a| = |-3| = 3$

1

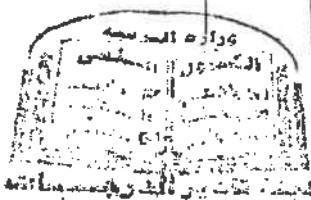
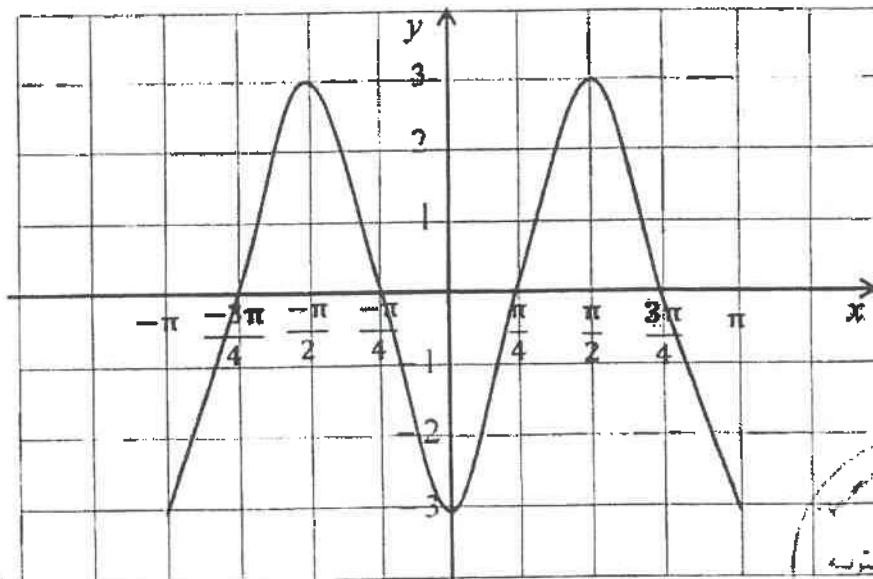
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = -3\cos(2x)$	-3	0	3	0	-3

الرسم
كل دورة

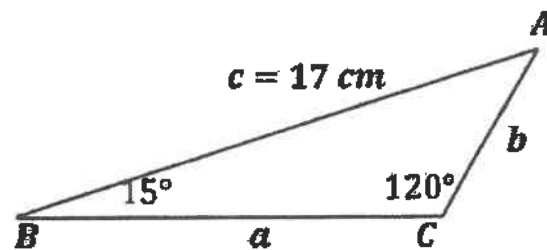
$1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC

(6 درجات)



الحل: لحل المثلث نوجد α, b, a

$$\alpha = 180^\circ - (15^\circ + 120^\circ) = 45^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

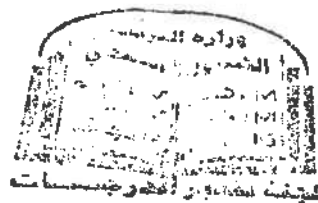
$$\frac{\sin 45^\circ}{a} = \frac{\sin 15^\circ}{b} = \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

$$b = \frac{17 \times \sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$b \approx 5.08 \text{ cm}$$

$$a = \frac{17 \times \sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$a \approx 13.88 \text{ cm}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ (8 درجات)

الحل :

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$(2\sin x + 1) = 0 \text{ أو } (\sin x - 2) = 0$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \text{ أو } \sin x = 2$$

$$\sin x = 2 \quad \text{عندما}$$

$$y = \sin x \quad \text{مداها } [-1, 1]$$

$$2 \notin [-1, 1]$$

$$\sin x = 2 \quad \therefore \text{ ليس لها حل}$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \quad \text{نأخذ}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية x

$$\therefore \sin \alpha = |\sin x| = \left| \frac{-1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x < 0 \quad x \text{ تقع في الربع الثالث أو الرابع}$$

$$x = (\pi + \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{عندما } x \text{ تقع في الربع الثالث}$$

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

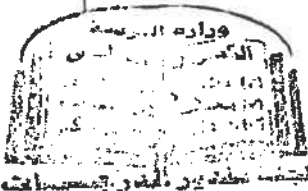
$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{عندما } x \text{ تقع في الربع الرابع}$$

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$x = \left(\frac{11\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\text{حل المعادلة: } k \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$



السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$

الحل :

L.H.S : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$

1 + 1

$$= \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

1

$$= \frac{2}{(1 + \cos x)(1 + \cos x)}$$

1

$$= \frac{2}{1 - \cos^2 x}$$

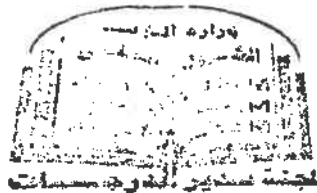
1

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

1

$$= 2\csc^2 x$$

$$= R.H.S$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

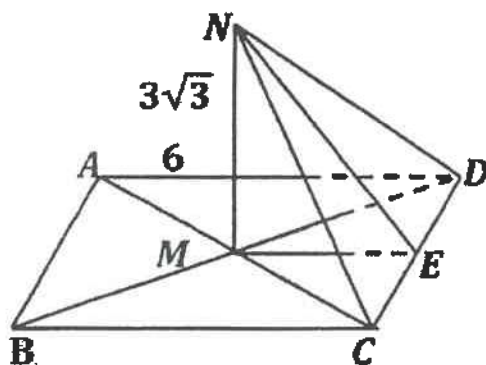
(b) مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3} cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD

الحل:



$$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD} \quad (1)$$

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\therefore E$ منتصف $\overline{CD}$ معطى

$$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD} \quad (2) \quad \text{خواص المثلث المتطابق الضلعين}$$

$$\therefore \overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$$

$$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$$

$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD$ ، NCD

$\therefore \widehat{MEN}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في المثلث BCD E منتصف $\overline{CD}$ معطى

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

$$\therefore ME = \frac{1}{2} BC , AD = BC = 6cm$$

$$\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3 cm$$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M (من خواص المستقيم العمودي مع مستو)

$$\tan(\widehat{MEN}) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD هو 60°

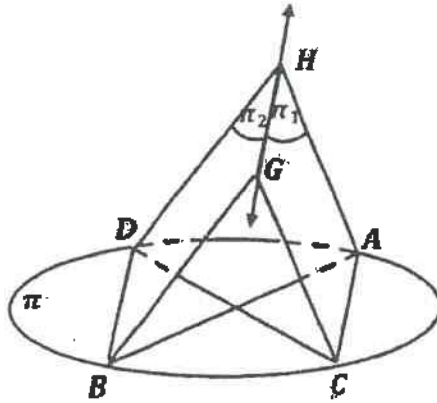
(7 درجات)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π ،

$$\pi_1 \cap \pi_2 = \overline{GH}$$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overline{GH}$



الحل :

$\therefore \overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل

$$\therefore \overline{AC} // \overline{DB} \quad (1)$$

$$\therefore \overline{AC} \subset \pi_1 , \overline{BD} \subset \pi_2 , \pi_1 \cap \pi_2 = \overline{GH} \quad (2)$$

من (1) و (2)

$$\therefore \overline{GH} // \overline{AC} // \overline{DB}$$

$$\overline{GH} // \overline{AC} , \overline{AC} \subset \pi$$

$$\therefore \overline{GH} // \pi$$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overline{GH}$



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

الحل:

1

$$\frac{n!}{(n-4)! \times 4!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$$

1 + 1

$$\frac{1}{(n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!} = \frac{1}{2! \times (n-2)(n-3)(n-4)!}$$

1

$$\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{(n-2)(n-3)}$$

$\frac{1}{2}$

$$4 \times 3 = (n-2)(n-3)$$

$\frac{1}{2}$

$$12 = n^2 - 5n + 6$$

$\frac{1}{2}$

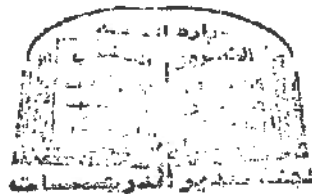
$$n^2 - 5n - 6 = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$(n-6)(n+1) = 0$$

1

$$n = 6, \quad n = -1 \text{ مرفوضة}$$



القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي $B(-1, 1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية $y = a \sin(b\theta)$ حيث السعة 5 و الدورة 3π

يمكن أن تكون $y = 5 \sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازي مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \quad (4)$$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 33 - 56i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

(b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

(d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(6) في المثلث ABC : $AC = 40 \text{ cm}$, $AB = 30 \text{ cm}$, $m(\hat{A}) = 120^\circ$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

(a) 68 cm

(b) 36 cm

(c) 60.8 cm

(d) 21 cm

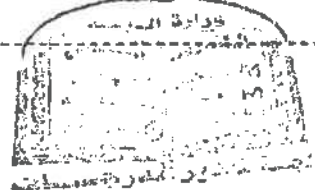
(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

(a) $6\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(b) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(c) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(d) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$



(8) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

(b) $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(9) $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$ تساوي :

(a) $\csc x$

(b) $\csc 2x \cos x$

(c) $\tan 2x$

(d) $\tan x$

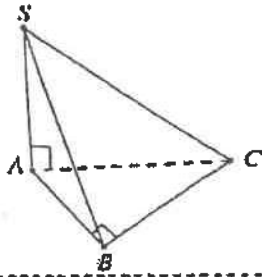
(10) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن : معلوم 2023

(a) $\vec{l} // \vec{m}$

(b) $\vec{l} \perp \vec{m}$

(c) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(d) $\vec{l}, \vec{m}$ متخالفان



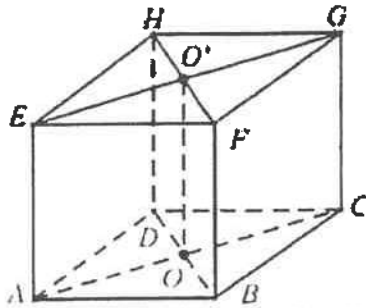
(11) في الشكل المقابل إذا كان $\vec{SA} \perp (ABC)$ ، $m(\hat{B}) = 90^\circ$ فإن :

(a) $\vec{CB} \perp (SAB)$

(b) المثلث SCB قائم في $\hat{C}$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SAB قائم في $\hat{B}$



(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،
O مركز المربع ABCD ، O' مركز المربع EFGH

فإن (DHFB) ، (EACG) هما :

(a) متطابقان

(b) متعامدان

(c) متوازيان

(d) ليس أيا مما سبق

(13) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو :

(a) الحد الخامس

(b) الحد الرابع

(c) الحد الثالث

(d) الحد الثاني

(14) إذا كان الحدثان m, l مستقلان ، $P(m) = \frac{1}{3}$ ، $P(l) = \frac{9}{10}$ فإن $P(m \cap l)$ تساوي :

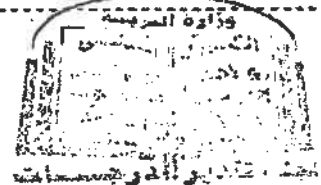
(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{25}{30}$

(c) $\frac{11}{30}$

(d) $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

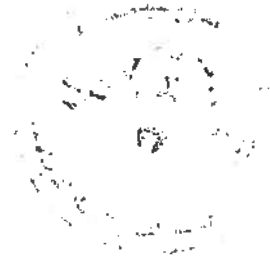
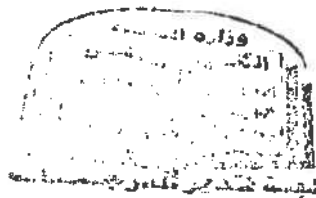


ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(3)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(5)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(6)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(7)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(9)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(10)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(11)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(12)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(13)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(14)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d

14

لكل بند درجة واحدة فقط



القسم الأول - أسئلة المقال

تراجعى الحلول الأخرى فى جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$

فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $\overline{3z_1 - 2z_2}$

$$\begin{aligned}
 \overline{3z_1 - 2z_2} &= \overline{3(3 + 4i) - 2(5 - 2i)} && \text{الحل :} \\
 &= \overline{9 + 12i - 10 + 4i} \\
 &= \overline{-1 + 16i} \\
 &= -1 - 16i
 \end{aligned}$$

2) $\frac{z_2}{z_1}$

$$\begin{aligned}
 \frac{z_2}{z_1} &= \frac{5 - 2i}{3 + 4i} \times \frac{3 - 4i}{3 - 4i} && \text{الحل :} \\
 &= \frac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2} \\
 &= \frac{7 - 26i}{25} \\
 &= \frac{7}{25} - \frac{26}{25}i
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

1

السعة : $|a| = |3| = 3$

1

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

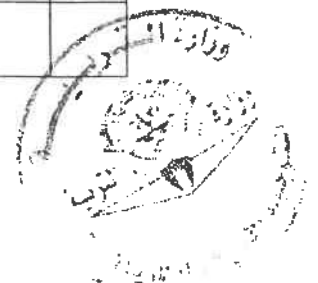
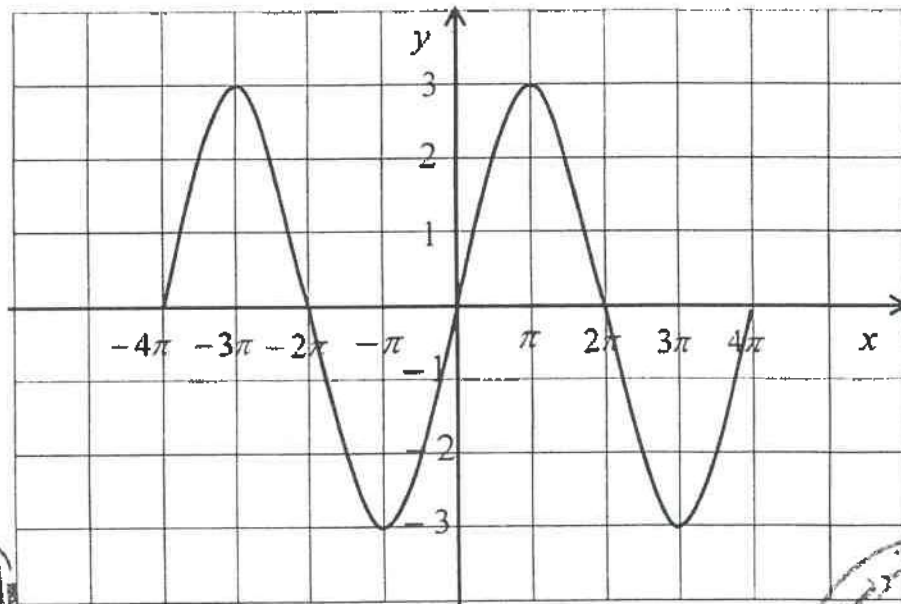
ربع الدورة $\pi =$

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	3	0	-3	0

رسم كل

دورة

$\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه :

(6 درجات)

$$a = 9 \text{ cm} , b = 7 \text{ cm} , c = 6 \text{ cm}$$

الحل:

1

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

1

$$s = \frac{1}{2}(9 + 7 + 6) = \frac{1}{2}(22) = 11$$

1

$$A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

1

$$A = \sqrt{11(11 - 9)(11 - 7)(11 - 6)}$$

1

$$A = \sqrt{11 \times 2 \times 4 \times 5}$$

1

$$A = 2\sqrt{110} \text{ cm}^2$$



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5\sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4\sin \theta = 3$$

$$\sin \theta = \frac{3}{4}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radians}$$

$$\sin \theta > 0 \quad \therefore$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

$$\therefore \theta = \alpha$$

عندما θ تقع في الربع الأول

$$\therefore \theta \approx 0.848 \quad 0.848 \in [0, 2\pi)$$

$$\therefore \theta = \pi - \alpha$$

عندما θ تقع في الربع الثاني

$$\therefore \theta \approx \pi - 0.848$$

$$\therefore \theta \approx 2.2935 \quad 2.2935 \in [0, 2\pi)$$

حل المعادلة : $\theta \approx 0.848$ أو $\theta \approx 2.2935$



السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) إذا كان $\sin\theta = \frac{-12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

أوجد : $\sin 2\theta$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{-12}{13}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

1

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13} \text{ أو } \cos\theta = -\frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \cos\theta > 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13}$$

1

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

1

$$= 2 \left(\frac{-12}{13}\right) \left(\frac{5}{13}\right)$$

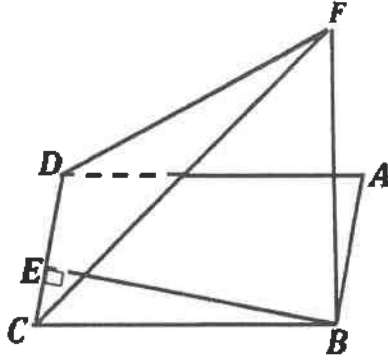
$\frac{1}{2}$

$$= -\frac{120}{169}$$



تابع السؤال الثالث:

- (b) في الشكل المقابل $ABCD$ شكل رباعي ، $\overline{FB}$ عمودي على المستوى $ABCD$ ، $\overline{BE} \perp \overline{CD}$ فإذا كان $FB = BE$ أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (FCD) ، $(ABCD)$



سؤال

الحل:

$$\because \overline{FB} \perp (ABCD) , \quad \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{FB} \perp \overline{CD} \quad (1)$$

$$\overline{BE} \perp \overline{CD} , \overline{BE} \subset (ABCD) \quad (2)$$

$$\therefore \overline{CD} \perp (FBE)$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{FE} , \overline{FE} \subset (FCD) \quad (3)$$

$\overline{CD}$ هو خط تقاطع المستويين (FCD) ، $(ABCD)$

من (2) و (3)

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين (FCD) ، $(ABCD)$ هي $\widehat{FEB}$

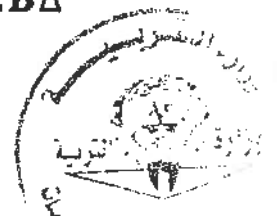
$$FCD \text{ في المستوى } \overline{CD} \perp \overline{FE}$$

$$ABCD \text{ في المستوى } \overline{CD} \perp \overline{BE}$$

$$\overline{FB} \perp \overline{BE} , \overline{FB} = \overline{BE} : \text{ فيه } \triangle FEB$$

$$\therefore m(\widehat{FEB}) = \frac{\pi}{4}$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (FCD) ، $(ABCD)$ يساوي $\frac{\pi}{4}$



(7 درجات)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) (1) أكمل ما يلي :

إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

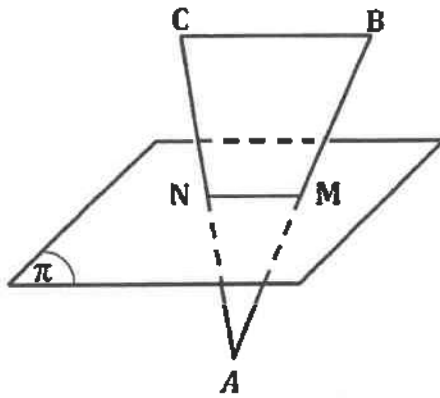
فانه يوازي المستوى

2

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان الى المستوى π

اثبت أن : $\overrightarrow{BC} // \pi$



الحل :

المثلث ABC فيه

$\therefore M$ منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

$\therefore \overline{CB} // \overline{NM}$

$\overline{CB} // \overline{NM}$

$\overline{CB}$ خارج المستوى π

N, M تنتميان الى المستوى π

$\therefore \overline{NM} \subset \pi$

$\therefore \overline{BC} // \pi$



تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون . أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

(1) الكرتان زرقاوان

(2) كرة زرقاء و كرة حمراء

الحل:

1) $n(S) = {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = 15$

الحدث A : الكرتان زرقاوان

$n(A) = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

الحدث B : كرة زرقاء و كرة حمراء

$n(B) = {}_4C_1 \times {}_2C_1$

$= \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} \times \frac{2!}{(2-1)! \times 1!} = 4 \times 2 = 8$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$



القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

(2) سعة الدالة $y = 3 \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ هي 3 .

(3) $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

(4) إذا كان $\vec{m} \subset \pi$, $\vec{l} \perp \vec{m}$ فإن $\vec{l} \subset \pi$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد المركب $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi)$ هي :

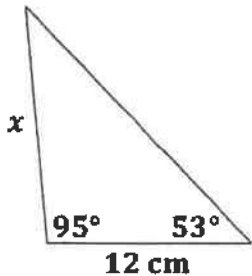
(a) $z = 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

(b) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(c) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

(d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) في المثلث المقابل x تساوي تقريباً :



(a) 8.6 cm

(b) 15 cm

(c) 18.1 cm

(d) 19.2 cm

(7) في المثلث ABC : $BC = 20 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$, $m(\angle C) = 60^\circ$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

(a) $10\sqrt{7} \text{ cm}$

(b) $10\sqrt{3} \text{ cm}$

(c) 12.4 cm

(d) 29 cm

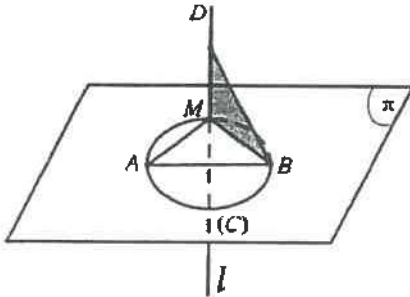


(8) المقدار : $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

- (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) -2

(9) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ تساوي :

- (a) $\sin \frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin \frac{10\pi}{21}$ (c) $\cos \frac{4\pi}{21}$ (d) $\cos \frac{10\pi}{21}$



(10) في الشكل المقابل : إذا كان $\vec{l} \perp (AMB)$ ،
 $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن :

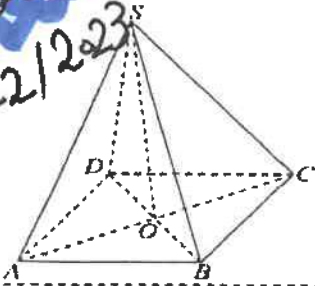
- (a) $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ (b) $\vec{l} \perp (BMD)$
 (c) $\overline{AB} \perp \overline{BM}$ (d) $\overline{AM} \perp (BMD)$

(11) إذا كان $\vec{l} \subset \pi_2$, $\vec{l} \perp \pi_1$ فإن :

- (a) $\pi_1 // \pi_2$ (b) $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$ (c) $\pi_1 \perp \pi_2$ (d) $\pi_1 = \pi_2$

(12) في الشكل المقابل إذا كان ABCD مربع مركزه O ، $\overline{SO} \perp ABCD$ ، فإن :

- (a) $(SAC) \perp (SBD)$ (b) $(SAB) \perp (SBC)$
 (c) $(SAB) // (SCD)$ (d) $(SAD) \perp (ABCD)$



(13) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي :

- (a) 7560 (b) 75600 (c) 2100 (d) 210

(14) مفكوك $(a - b)^3$ هو :

- (a) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ (b) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 (c) $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ (d) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$



"انتهت الأسئلة"



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(3)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(5)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(6)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(7)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(9)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(11)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(12)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(13)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(14)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d

14

لكل بند درجة واحدة فقط



دولة الكويت

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2017/2018

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)

(تراجع الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)

السؤال الأول: (14 درجة)

9 درجات



(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 - 4i$

الحل:

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z ، فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = -3 - 4i$$

بالتعويض

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$$

خاصية ضرب كثيرات الحدود

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 & \text{--- -- --} \rightarrow (1) \end{cases}$$

خاصية المساواة لعددين مركبين

$$\begin{cases} 2mn = -4 & \text{--- -- --} \rightarrow (2) \end{cases}$$

$$|w|^2 = |z|$$

نضيف المعادلة:

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = (\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2})$$

$$m^2 + n^2 = 5 \quad \text{--- -- --} \rightarrow (3)$$

بجمع المعادلتين (1) ، (3) نحصل على:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$$

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$\therefore n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2 \quad \text{بالتعويض في (1) نحصل على:}$$

$$\begin{cases} m = 1 , m = -1 \\ n = 2 , n = -2 \end{cases}$$

من المعادلة $2mn = -4$ نستنتج أن m, n لهما إشارتان مختلفتان

$$\therefore m = 1 , n = -2 \text{ أو } m = -1 , n = 2$$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = -3 - 4i$

$$\text{هما: } w_1 = 1 - 2i , w_2 = -1 + 2i$$

تابع السؤال الأول:

(5 درجات)

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm, 5cm, 8cm$

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(8 + 5 + 7) = 10$$

$$\frac{1}{2}$$

$$Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$2$$

$$= \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{10(2)(5)(3)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



$$Area \approx 17.32 \text{ cm}^2$$

السؤال الثاني: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$

الحل:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6) \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 63$$

$$a = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \beta = \frac{(3\sqrt{7})^2 + (6)^2 - (9)^2}{2(3\sqrt{7})(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\beta \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma \approx 180 - (60^\circ + 79.1^\circ)$$

$$\gamma = 40.9^\circ$$



تابع السؤال الثاني:

(8 درجات)

(b) إذا كان: $\sin \theta = \frac{-3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

الحل:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \cos \theta < 0$$

$$\cos \theta = \frac{-4}{5}$$



$$(1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$(2) \tan(\theta) = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{3}{4}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \times \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

(4)

السؤال الثالث: (14 درجة)

(4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sec x \cdot \csc x$$



تابع السؤال الثالث:

(10 درجات)

(ب) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC ،

$$DB = 5 \text{ cm}, AB = 10 \text{ cm}, m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \perp \overline{AC}, \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد:

BE (1)

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC

الحل:

(1) في المثلث ABC $\because \overline{BE} \perp \overline{AC}$

$$\therefore \sin(45^\circ) = \frac{BE}{AB}$$

$$BE = 10 \cdot \sin(45^\circ)$$

$$BE = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

(2) $\overline{AC}$ هي خط تقاطع المستويين $(BAC), (DAC)$ (هي حافة الزاوية الزوجية)

$$\overline{BE} \subset (BAC), \overline{BE} \perp \overline{AC}$$

$$\overline{DE} \subset (DAC), \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

$\therefore \widehat{BED}$ هي الزاوية المصنوية للزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC), (DAC)$

لإيجاد قياس الزاوية الزوجية

$$\because \overline{DB} \perp (ABC)$$

$$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

المثلث DBE قائم في B

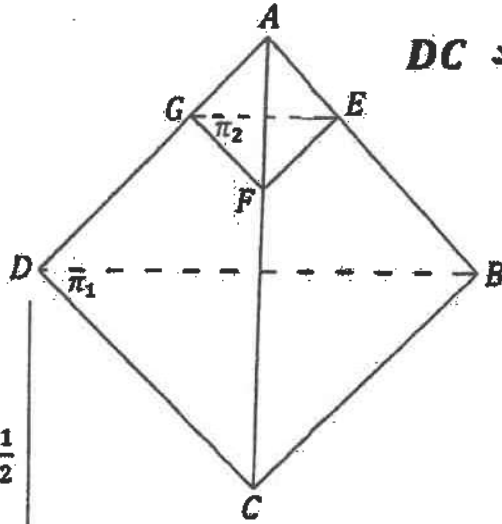
$$\tan(\widehat{BED}) = \frac{DB}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore m(\widehat{BED}) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.2644^\circ$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC), (DAC)$ حوالي $35^\circ 15' 52''$

السؤال الرابع: (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل ، هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)



إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ ، $FG = 6 \text{ cm}$ ، فأوجد DC

الحل:

$$\because (ABC) \cap \pi_1 = \overline{BC}$$

$$\because (ABC) \cap \pi_2 = \overline{EF} , \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{EF} // \overline{BC} \Rightarrow \overline{EF} // \overline{BC}$$

$$\Delta BAC$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_1 = \overline{DC}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_2 = \overline{GF} , \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{GF} // \overline{DC} \Rightarrow \overline{GF} // \overline{DC}$$

$$\therefore \Delta DAC$$

$$\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore CD = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}$$



تابع السؤال الرابع:

(4 درجات)

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x - 2y)^3$

الحل:

$$4 \times \frac{1}{2} \quad (x - 2y)^3 = {}_3C_0(x)^3 + {}_3C_1(x)^2(-2y) + {}_3C_2(x)(-2y)^2 + {}_3C_3(-2y)^3$$

$$1 \quad (x - 2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$$

$$1 \quad (x - 2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$$



(2) حل المعادلة: ${}_nP_4 = 5 \times {}_nP_3$, $n \geq 4$ (2 درجات)

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{n!}{(n-4)!} = 5 \times \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{(n-4)!} = \frac{5}{(n-3)(n-4)!}$$

$$\frac{1}{2} \quad n - 3 = 5$$

$$\frac{1}{2} \quad n = 8$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

أولاً: في البنود من (1-2) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الصورة المبسطة للتعبير $(2 - i) - (12 + 5i)$ هي $(10 - 6i)$

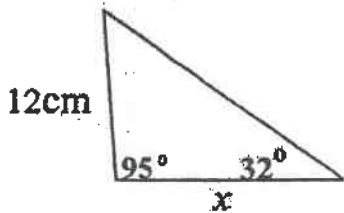
(2) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

ثانياً: في البنود من (3-10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة



(3) قيمة i^{40} تساوي

- (a) $-i$ (b) 1 (c) i (d) -1



(4) في المثلث المقابل ، x تساوي حوالي:

- (a) 8.6 cm (b) 15 cm
(c) 18.1 cm (d) 19.2 cm

(5) في الدالة المثلثية $y = -2 \sin(3x)$ السعة هي:

- (a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن الربع الذي تقع فيه x هو

- (a) الأول أو الثالث
(b) الثاني أو الرابع
(c) الثالث
(d) الأول

(7) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ يساوي

- (a) $\cos \frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin \frac{4\pi}{21}$ (c) $\cos \frac{10\pi}{21}$ (d) $\sin \frac{10\pi}{21}$

(8) المنشور القائم خماسي القاعدة يعين:

- (a) خمسة مستويات مختلفة
- (b) ستة مستويات مختلفة
- (c) سبعة مستويات مختلفة
- (d) ثمانية مستويات مختلفة

الحل
مستوى
2023

(9) إذا كان $\vec{l} \subset \pi_2$, $\vec{l} \perp \pi_1$ فإن:

- (a) $\pi_1 = \pi_2$
- (b) $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$
- (c) $\pi_1 // \pi_2$
- (d) $\pi_1 \perp \pi_2$

الحل
مستوى
2023



(10) الحداث m, n متنافيان ، $P(n) = \frac{3}{5}$, $P(m) = \frac{1}{3}$ فإن $P(n \cup m)$ تساوي

- (a) $\frac{14}{15}$
- (b) $\frac{3}{15}$
- (c) $\frac{1}{5}$
- (d) 0

انتهت الأسئلة

إجابة الموضوعي

1	(a)	●	(c)	(d)
2	●	(b)	(c)	(d)
3	(a)	(b)	●	(d)
4	(a)	(b)	●	(d)
5	(a)	(b)	(c)	●
6	(a)	●	(c)	(d)
7	(a)	●	(c)	(d)
8	(a)	(b)	●	(d)
9	(a)	(b)	(c)	●
10	●	(b)	(c)	(d)



- البنود [1 - 2] لكل بند درجة واحدة فقط

- البنود [3 - 10] لكل بند درجة ونصف

14

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(5 درجات) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C

$\frac{1}{2}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

الحل : نصيب المميز Δ :

$\frac{1}{2}$

$$\Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$$

$$= -144$$

$$= (-1) \times (12)^2$$

$$= i^2 \times (12)^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$$

$\frac{1}{2}$

$$\left\{ -2 - \frac{3}{2}i, -2 + \frac{3}{2}i \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

(2) أوجد الزوج المربع (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(4 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{3}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore x > 0, y > 0 \rightarrow D \text{ تنتمي إلى الربع الأول}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

$\frac{1}{2}$

وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D(6, \frac{\pi}{6})$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(5 درجات) (b) حل المثلث ABC حيث $\alpha = 36^\circ$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $a = 8 \text{ cm}$

الحل :

$$\gamma = 180^\circ - (36^\circ + 48^\circ)$$

$$= 96^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

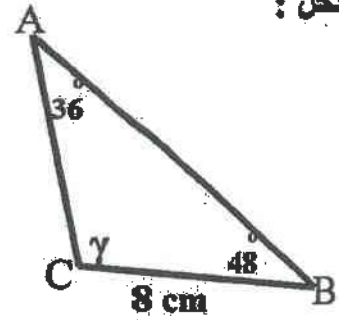
$$b = \frac{8 \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$b \approx 10.11 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$c = \frac{8 \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$c \approx 13.54 \text{ cm}$$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = \frac{1}{2} \cos (-x) \quad : x \in [-2\pi, 2\pi]$$

الحل :

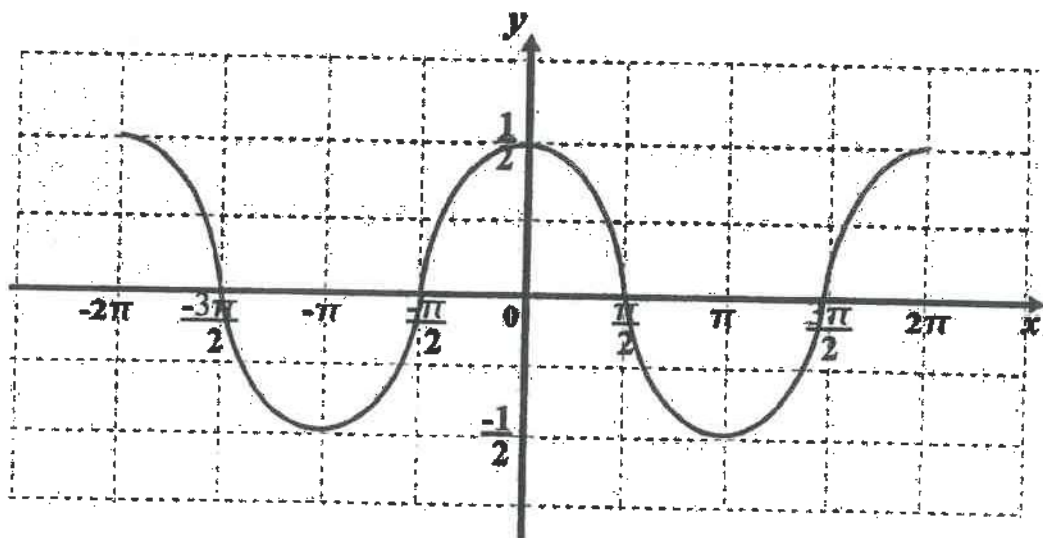
$$|a| = \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} \quad \text{السعة :}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi \quad \text{الدورة :}$$

$$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \text{ربع الدورة :}$$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$\cos (-x)$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2} \cos (-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$



تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أوجد كلاً مما يلي : $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\tan 2\beta$

الحل :

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$\cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$

$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$

$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\sin^2 \beta = 1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2$

$\sin^2 \beta = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \pm \frac{5}{13}$

$\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$

$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$

$= \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$

(1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$= \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{63}{65}$

(2) $\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2 \times \frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2}$

$= \frac{120}{119}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) اثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$



$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

(10 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$ ،

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $BD = 5 \text{ cm}$ ، $AB = 10 \text{ cm}$ ،

أوجد : $BE(1)$

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (BAC) ، (DAC)

الحل : $(1) \because \overline{BE} \perp \overline{AC}$

$$\therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$\therefore AEB$ مثلث ثلاثيني مستوي

$$BE = \frac{1}{2}AB = 5 \text{ cm}$$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC ، DAC

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوى BAC ،

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوى DAC

$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC ، DAC هي $\hat{BED}$

(معطى) $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $\overline{BE} \subset (ABC)$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$ (المستقيم العمودي على مستو)

$\therefore$ المثلث DBE قائم في $\hat{B}$ و متطابق الضلعين

$$\therefore m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC ، DAC يساوي $\frac{\pi}{4}$



السؤال الرابع :

(a) (1) أكمل :

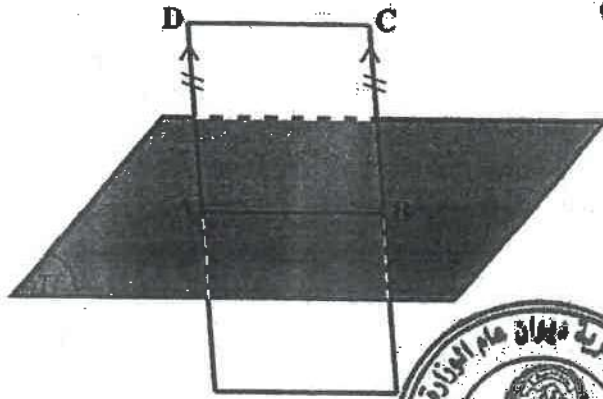
(7 درجات)

1

إذا وازى مستقيم خارج مستويين مستقيما في المستوى ، فإنه يوازي المستويين

(2) في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ ، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $AD = BC$:

اثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$



الحل :



$$\therefore \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$$

$\therefore \overleftrightarrow{AD}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ يعينان مستويين وحيداً وليكن (ABCD) فيه

$$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC} , \quad AD = BC$$

$\therefore$ ABCD متوازي أضلاع

$$\text{ومنه } \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \subset \pi \quad (\text{معطى})$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi \quad (\text{نظرية})$$

تابع السؤال الرابع :

- (b) خلال شهر التصويق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل (7 درجات)
على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الربحية
بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟
الحل :

نفرض الحدث A : فوز راشد بجائزة

1

$$P (A) = m = 0.30$$

نفرض الحدث B : عدم فوز راشد بجائزة

1

$$P (B) = 1 - m = 0.70$$

نفرض الحدث E : فوز راشد بجائزتين

1

$$k = 2 , \quad n = 4$$

1

$$P (E) = {}_n C_k (m)^k (1 - m)^{n - k}$$

2

$$= {}_4 C_2 (0.3)^2 (0.7)^2$$

1



0.2646

القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو $\bar{z} = 3 - 4i$

(2) إذا كان : $\vec{l} \parallel \pi$, $\vec{m} \parallel \pi$ فإن $\vec{l} \parallel \vec{m}$

ثانياً في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) الصورة المثلثية للعدد المركب : $z = \frac{-4}{1-i}$ هي $0 \leq \theta < \pi$ تساوي :

- (a) $4 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ (b) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$
(c) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ (d) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

(4) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاع 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

- (a) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (b) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (c) 24 cm^2 (d) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(5) في مثلث ABC : $m(\hat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10 \text{ cm}$, $BC = 20 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

- (a) $10\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) $10\sqrt{7} \text{ cm}$ (c) 12.4 cm (d) 29 cm

(6) $\cos \left(h + \frac{\pi}{2} \right)$ يساوي :

- (a) $-\sin h$ (b) $\sin h$ (c) $\cos h$ (d) $-\cos h$

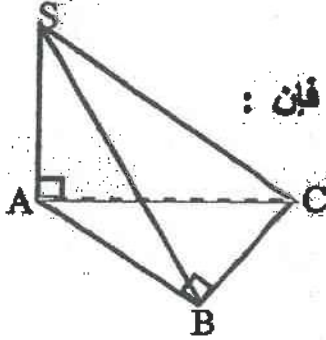
(7) مجموعة حل المعادلة : $\tan(x) = -\sqrt{3}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي x تساوي:

(a) $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$

(b) $\{ \frac{2\pi}{3} \}$

(c) $\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$

(d) $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \}$



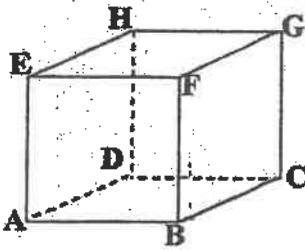
(8) في الشكل المقابل : إذا كان $\widehat{m(ABC)} = 90^\circ$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ ، فإن :

(a) المثلث SAB قائم في $\hat{B}$

(b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SCB قائم في $\hat{C}$



(9) في المكعب ABCDEFGH ، $\overleftrightarrow{BD}$ ، $\overleftrightarrow{EG}$ هما :



(a) متوازيان

(b) متقاطعان

(c) متخالفان

(d) يحويهما مستو واحد

(10) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c - 4b)^5$ هو :

(a) 5170

(b) 3312

(c) 4320

(d) 2316

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(3)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(5)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(6)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(7)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(8)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(9)	☐ a	☐ b	☒	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☒	☐ d

- البنود 1-2 لكل بند درجة واحدة فقط

- البنود 3-10 لكل بند درجة ونصف

14



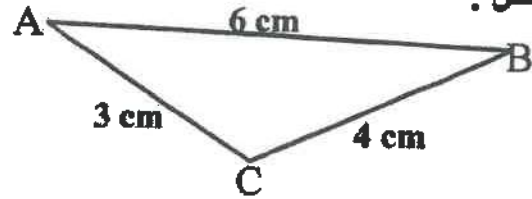
القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(5 درجات) (a) حل المثلث ABC حيث $a = 4 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = 6 \text{ cm}$

الحل :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$

$$= \frac{29}{36}$$

$$\alpha \approx 36.3^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$

$$= \frac{43}{48}$$

$$\beta \approx 26.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 26.4^\circ - 36.3^\circ$$

$$\approx 117.3^\circ$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

الحل :

(1) $z_1 = -2 + 2i$

$x = -2$ ، $y = 2$

1 $r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1 $\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = |-1| = 1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$x < 0$ ، $y > 0$

$\frac{1}{2}$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

1

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$2z + (-2 + 2i) = 3i (1 - i)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$2z + -2 - 2i = 3i (1 - 2i - 1)$

$2z + -2 - 2i = 3i (-2i)$

$\frac{1}{2}$

$2z + -2 - 2i = -6i^2$

$\frac{1}{2}$

$2z + -2 - 2i = 6$

$\frac{1}{2}$

$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$

$\frac{1}{2}$

$z = 4 + i$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

مستخدماً قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm} , b = 19 \text{ cm} , c = 12 \text{ cm}$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

1

$$= \frac{1}{2} (23 + 19 + 12)$$

$$= \frac{1}{2} (54)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 27$$

1

$$\text{Area} = \sqrt{s (s - a) (s - b) (s - c)}$$

1

$$= \sqrt{27 (27 - 23) (27 - 19) (27 - 12)}$$

1

$$= \sqrt{(27) (4) (8) (15)}$$

$$= \sqrt{12960}$$

1

$$= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$



∴ مساحة المثلث ABC = 113.84 cm^2 تقريباً

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$

(2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $\cos^2 \alpha = 1 - (\frac{3}{5})^2$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$

α زاوية حادة



$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2 \beta = 1 - (\frac{24}{25})^2$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2 \beta = \frac{49}{625} \quad \sin \beta = \pm \frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin \beta = \frac{7}{25}$

β زاوية حادة

1 (1) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

1 $= (\frac{4}{5})(\frac{24}{25}) + (\frac{3}{5})(\frac{7}{25})$

1 $= \frac{117}{125}$

1 (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos \beta$

1 $= \frac{24}{25}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\sin \alpha = | \sin x |$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما x تقع في الربع الثالث :

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$



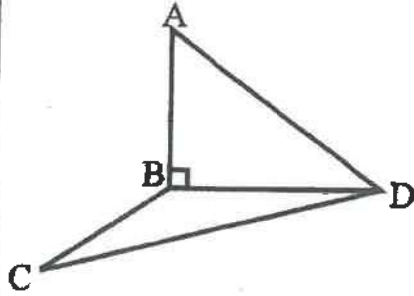
تابع السؤال الثالث :

(b) A, B, C, D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

اثبت أن : (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ (2) $(ABD) \perp (CBD)$

الحل :



محلولة
2023



1 $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$

1 $\overrightarrow{BD} \subset (BCD)$

1 $\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$

$\therefore ABD$ مثلث قائم الزاوية في $\hat{B}$ ومنه :

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2$ (1)

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$ (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

2 $(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$

$\therefore BDC$ مثلث قائم الزاوية في $\hat{C}$ (عكس نظرية فيثاغورث) ومنه :

1 $\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$

-- $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (معطى)

1 $\overrightarrow{AB} \subset (ABD)$

1 $\therefore (ABD) \perp (CBD)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

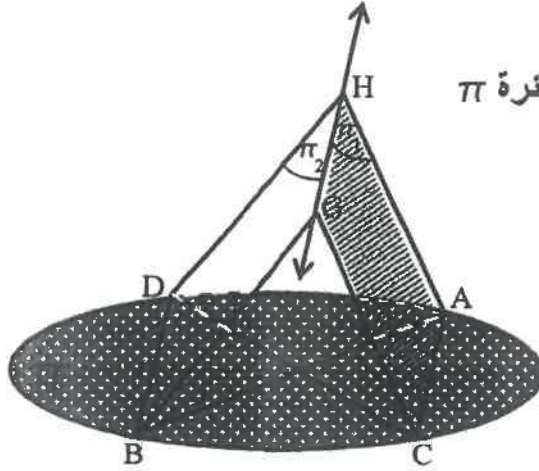
(7 درجات)

(a) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

الحل :

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
1
 $\frac{1}{2}$
1
1
1
1
1



$\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

∴ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

∴ الشكل ABCD مستطيل

$$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB} \dots\dots\dots (1)$$

$$\overline{AC} \subset \pi_1 , \overline{DB} \subset \pi_2$$

$$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH} \dots\dots\dots (2)$$

$$\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB} \text{ من (1) ، (2)}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} , \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$$

$$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



(7 درجات)

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$

الحل:

1
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
2
1
1
1

الحد الذي رتبته $r + 1$ هو : $T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$ ، $n = 7$

∴ أس y يساوي 4 ∴ $r = 4$

$$T_5 = {}_7 C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$$

$$= (35) 2^3 x^3 \cdot 3^4 y^4$$

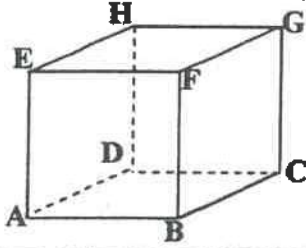
$$= (35) (8) (81) x^3 y^4$$

$$= 22680 x^3 y^4$$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد $3 + \sqrt{-4}$ هي : $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل: إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{HG}$ يعينان مستويًا

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in \mathbb{C}$ هي :

- (a) $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$ (b) $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$
(c) $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$ (d) $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos(bx)$ للدورة 6 يمكن أن تكون :

- (a) $y = -\frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ (b) $y = -4 \cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$
(c) $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ (d) $y = 4 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

(5) مثلث قياسات زواياه 50° , 60° , 70° فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

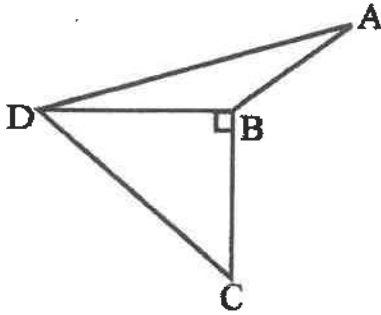
(6) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\cot^2 x$ (b) $\tan^2 x$ (c) $\cot^2 x \cos^2 x$ (d) $\tan^2 x \sin^2 x$

(7) $\sin(2\theta) =$

- (a) $\cos \theta \sin \theta$ (b) $\sin^2 \theta$ (c) $\cos^2 \theta$ (d) $2 \cos \theta \sin \theta$

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overrightarrow{BD}$ هي :



- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(9) إذا كان $\pi_2 \parallel \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{l} \parallel \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان $\vec{l}, \vec{m}$ (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار مجموعة من 7 أعلام هي :

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	☒	c	d
(2)	☒	b	c	d
(3)	a	b	c	☒
(4)	a	b	☒	d
(5)	☒	b	c	d
(6)	a	b	c	☒
(7)	a	b	c	☒
(8)	a	☒	c	d
(9)	a	b	c	☒
(10)	a	☒	c	☒

14

البنود [1 - 2] لكل بند درجة واحدة فقط
- البنود [3 - 10] لكل بند درجة ونصف



القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 11\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $\gamma = 20^\circ$ (5 درجات)

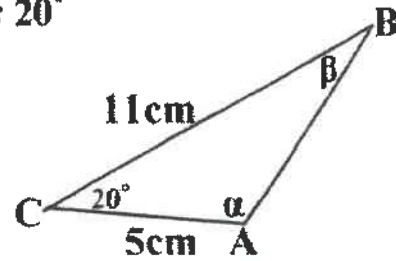
الحل :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$= 121 + 25 - (2)(11)(5) \cos 20^\circ$$

$$= 42.6$$

$$c \approx 6.5 \text{ cm}$$



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$$

$$\alpha \approx 145.2^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$$

$$\beta \approx 14.8^\circ$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(9 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

الحل :

(1) $z_2^{-1} = \frac{1}{3 - 5i} \times \frac{3 + 5i}{3 + 5i}$

$= \frac{3 + 5i}{9 + 25}$

$= \frac{3}{34} + \frac{5}{34}i$



$z_1 = -2 - 2i$

$x_1 = -2$, $y_1 = -2$

$r_1 = | z_1 | = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$\tan \alpha = \left| \frac{y_1}{x_1} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$\therefore x_1 < 0$, $y_1 < 0 \longrightarrow \therefore \theta$ تقع في الربع الثالث .

$\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ الصورة المثلثية هي :

السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات) (a) اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$ ثم ارسم بيانها

الحل :

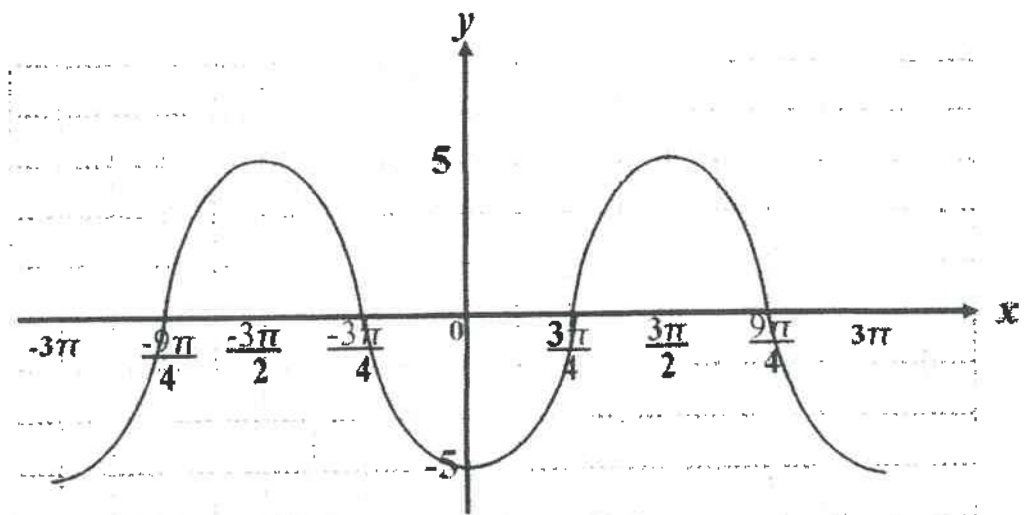
السعة = $|a| = |-5| = 5$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi$

$\therefore$ ربع الدورة = $\frac{3\pi}{4}$



x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos \left(\frac{2x}{3} \right)$	1	0	-1	0	1
$-5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$	-5	0	5	0	-5



الرسم
3

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 2$$

$$4 \sin \theta = 2$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$



نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

$$\begin{aligned} \theta &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات) (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

$$= \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$



$$= \frac{1+\cos x + 1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2 \csc^2 x$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$

تابع السؤال الثالث :

(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M
D منتصف $\overline{AB}$ ، مثلث فيه $CA = CB$ إذا كان

$$DC = DM = 5 \text{ cm} , MC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$

الحل :

في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\therefore D$ منتصف $\overline{AB}$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \dots\dots (1)$$

في مستوى الدائرة

$\therefore D$ منتصف $\overline{AB}$ ، M مركز الدائرة

$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \dots\dots (2)$$

من (1) ، (2) نجد أن :

$$\overline{AB} \perp (CDM)$$

$$\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$$

$$(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

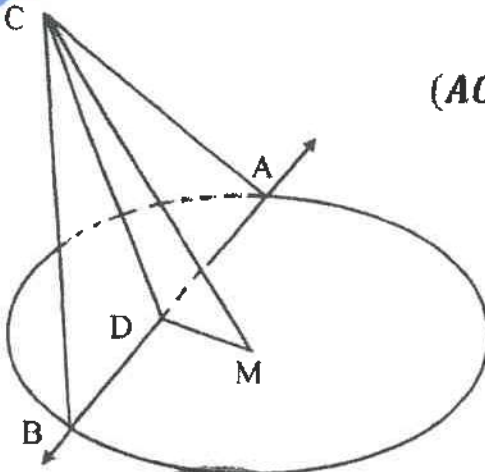
$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM} \dots\dots (3)$$

$\therefore$ المثلث CDM قائم الزاوية في $\hat{D}$

من (1) ، (3) نجد أن :

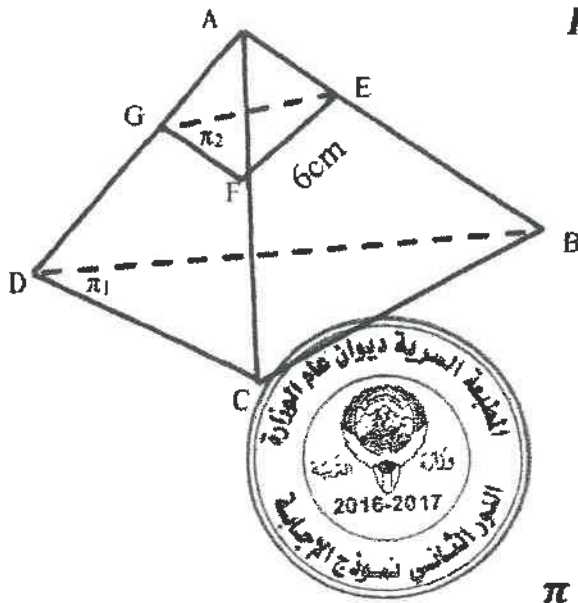
$$\therefore \overline{CD} \subset (ACB) , \overline{CD} \perp \text{مستوى الدائرة}$$

$\therefore$ مستوى الدائرة $\perp (ACB)$ (نظرية)



السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)



إذا كان $FE = 6cm$ ، $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB

الحل :

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$$

$\therefore$ يعينان مستوي وحيد ليكن π

$$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$$

$$\therefore \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$CB = 24 \text{ Cm}$$

تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$

الحل :

$${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$$

1 + 1

$$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1

$$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$

1



$$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1

$$7-r=4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=7-4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=3$$

ثانيا: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2 - i , 2 + i \}$.

(2) إذا كان المستقيمان L, M متخالفان وكان $\vec{N} \perp \vec{M}$ فإن $\vec{L} \perp \vec{N}$.

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .



(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي
(a) $\frac{1}{2}a^2 \text{ units}^2$ (b) $a^2 \text{ units}^2$ (c) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$ (d) $a^2 \text{ units}^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1 + 2i)^2$ هي :

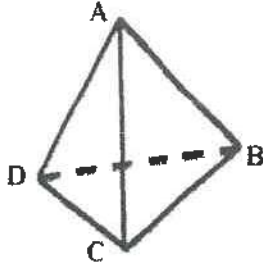
- (a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

(5) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي :

- (a) $1 + \cos 2x$ (b) $1 + \cos x$ (c) $\frac{1 - \cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1 + \cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2 \cos 4x = 1$ حيث $x \in [0, \frac{\pi}{8})$ هو :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :

- (a) تعين مستويا واحد
- (b) تعين مستويين اثنين
- (c) لا يمكن ان تعين مستويا
- (d) تعين عدد لا منته من المستويات

(8) اذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :



- (a) متعامدان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) متوازيان

(9) اذا كان $AB = 12 \text{ cm}$ ، $AC = 17 \text{ cm}$ ، $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في

المثلث ABC يساوي تقريبا :

- (a) 118°
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 100°

(10) إذا كان الحدثان t ، r متنافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

- (a) 28%
- (b) 42%
- (c) $\frac{16}{35}$
- (d) $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(3)	☐ a	☐ b	☒	☐ d
(4)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(5)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(6)	☐ a	☐ b	☒	☐ d
(7)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(9)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☐ c	☒



14

في البنود (2 - 1) لكل بند درجة
في البنود (10 - 3) لكل بند درجة ونصف

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(a) إذا كان : $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - 4i$ أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$ (1)

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

الحل

$$\begin{aligned} (1) \quad 2z_1 - \bar{z}_2 &= 2(1 + i) - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - 3 + 4i \\ &= -1 + 6i \end{aligned}$$

$$(2) \quad z_1 = 1 + i \Rightarrow x = 1, y = 1$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{1} \right| = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\because x > 0, y > 0$$

$$\therefore \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

(4 درجات)

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

تابع السؤال الأول :
(b) حل المعادلة :

الحل

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1 \Rightarrow 2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$



$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث

$$\theta = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$$\theta = \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$ حل المعادلة هو :

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

السؤال الثاني :

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$

الحل

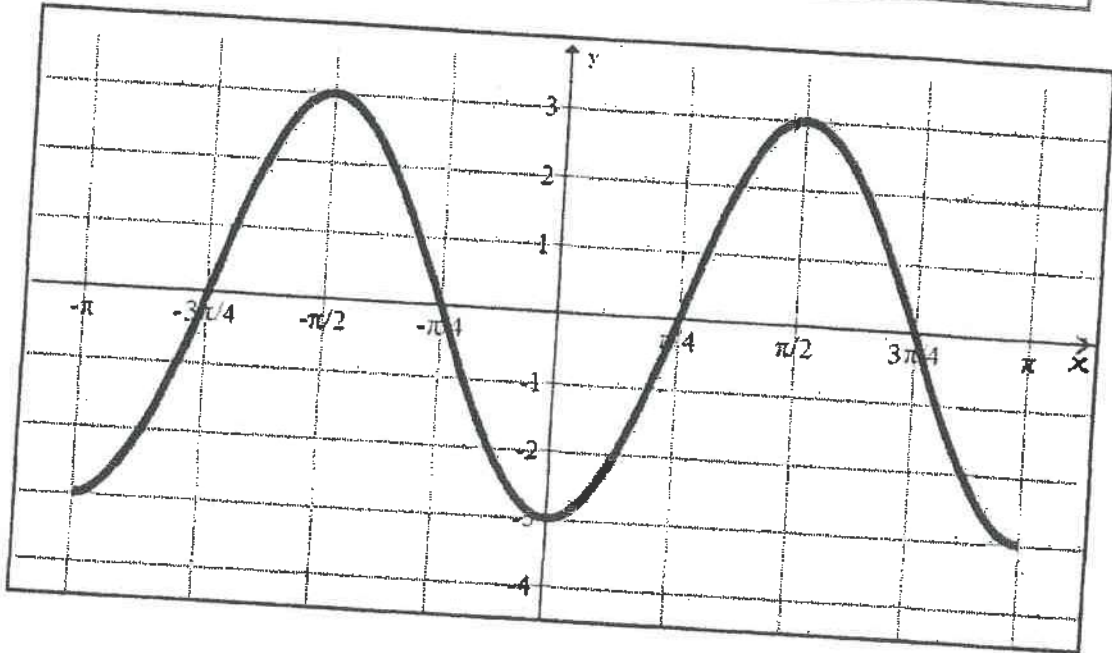
$$3 = |-3| = |a| = \text{السعة}$$

$$\pi = \frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} = \text{ربع الدورة}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos 2x	1	0	-1	0	1
-3 cos 2x	-3	0	3	0	-3



نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

الرسم

2

3
تراجع الحل الأخرى

تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)

(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،
 $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{ M \}$ حيث نقطة واقعة بينهما ،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$$

الحل

$\therefore \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان

$\therefore$ يعينان مستويين وحيداً وليكن π

$$\pi_1 // \pi_2$$

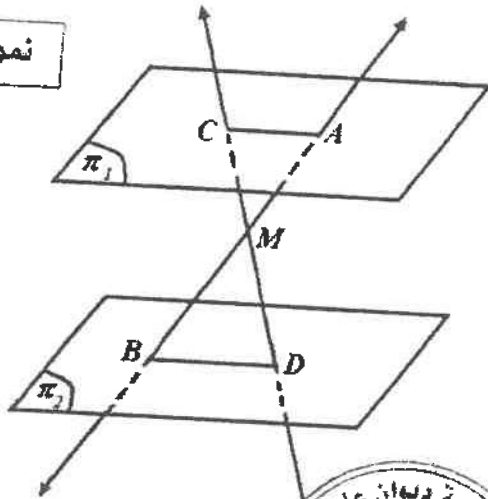
$$\pi \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$\pi \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BD}$$

$\therefore$ المثلثان MCA , MDB متشابهان

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$



نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

1

1

(4 درجات)

السؤال الثالث :
(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل

نبسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)}{\cos x}$$



∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

نموذج إجابة

1

1

1

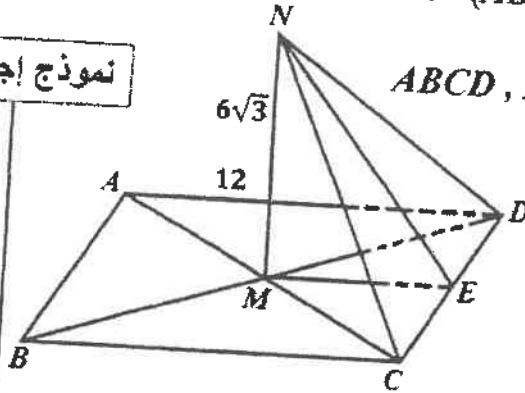
1

تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 12$ أقيم NM عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف $\overline{CD}$ أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD

نموذج إجابة



الحل

البرهان :

$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD$ ، NCD

$$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$$

(1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (من المستطيل)

$\therefore E$ منتصف $\overline{CD}$

$$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$$

(2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$$\overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$$

$$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$$

$\therefore \widehat{MEN}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في المثلث ACD :

$\overline{CA}$ ، $\overline{CD}$: واصله بين منتصف الضلعين

$$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6 \text{ cm}$$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M :

$$\therefore \tan(\widehat{MEN}) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD هو 60°

السؤال الرابع :
(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)} \\ &= \frac{-1}{10}\end{aligned}$$

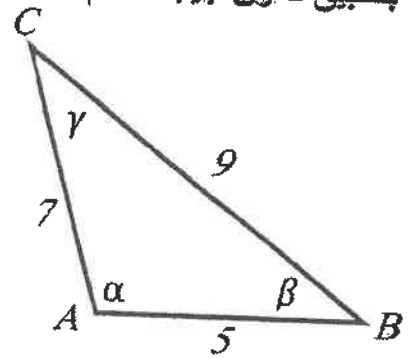
$$\alpha \approx 95.7^\circ$$

$$\begin{aligned}\cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)} \\ &= \frac{19}{30}\end{aligned}$$

$$\beta \approx 50.7^\circ$$

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ) \\ &= 33.56^\circ\end{aligned}$$

بتطبيق قانون جيب التمام :



تابع السؤال الرابع :

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5} \quad (b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ حيث :}$$

(5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)! 4!}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-5)! 5 \cdot 4!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n}{5} = \frac{6}{5}$$

$$n = 6$$



$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

نموذج إجابة

ثانيا: البنود الموضوعية

- أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

(2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\vec{p}$ ليس عموديا على أي مستقيم محتوي في π .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4°

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند إجابة واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

- (a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$
(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$ (c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

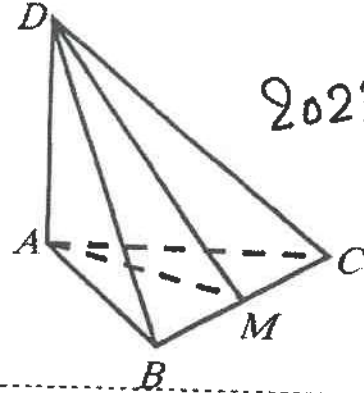
(6) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi_1 \neq \pi_2$ ، $\vec{\ell} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{\ell} // \vec{m}$ (b) $\vec{\ell} \perp \vec{m}$ (c) $\vec{\ell}$ ، $\vec{m}$ متخالفان (d) $\vec{\ell} \cap \vec{m} = \phi$

نموذج إجابة

(7) في الشكل المقابل : إذا كان $\overline{AD}$ عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف $\overline{BC}$ فإن :

- (a) $(ABC) \perp (DAC)$
 (b) $(DBC) \perp (DAC)$
 (c) $(AMD) \perp (ACD)$
 (d) $(ABD) \perp (BCD)$



معلم 2023

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm ، 8 cm ، 9 cm هي :

- (a) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$



(9) $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

- (a) $1 + \tanh$ (b) $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$
 (c) $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$ (d) $1 - \tanh$

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو الحد :

- (a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

نموذج إجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(3)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(5)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(6)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(7)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(8)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(9)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(10)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d



10

لكل بند درجة واحدة فقط

نموذج الاجابة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(5 درجات)

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$

ليكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = 5 + 12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad (1)$$

$$2mn = 12 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 13 \quad (3)$$

$$m^2 - n^2 = 5$$

$$2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9$$

$$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$$

$$m = 3, n = 2$$

$$m = -3, n = -2$$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $5 + 12i$ هما :

$$w_1 = 3 + 2i, w_2 = -3 - 2i$$

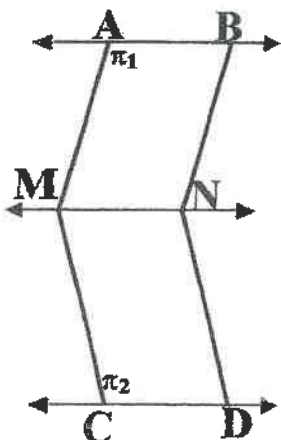


بالعوض في (1)

من المعادلة (2)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويين متقاطعين في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)

اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$



$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (1)$ (نظرية)

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (2)$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (نظرية) من (1) و (2)

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فاجد :

(3) $(z_2)^{-1}$

(2) $(\overline{z_2 + z_1})$

(1) $z_2 \cdot z_1$

$\frac{1}{2}$ (1) $z_2 \cdot z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$
 $= 15 - 12i + 5i + 4$

$\frac{1}{2}$ $= 19 - 7i$

$\frac{1}{2}$ (2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$\frac{1}{2}$ $(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

$\frac{1}{2}$ (3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7$ cm , $b = 6$ cm , $\alpha = 26.3^\circ$

$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_2$ مرفوضه

$\frac{1}{2}$ $\delta = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4^\circ}{c}$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 11.85$ cm

نموذج الاجابة

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيانها

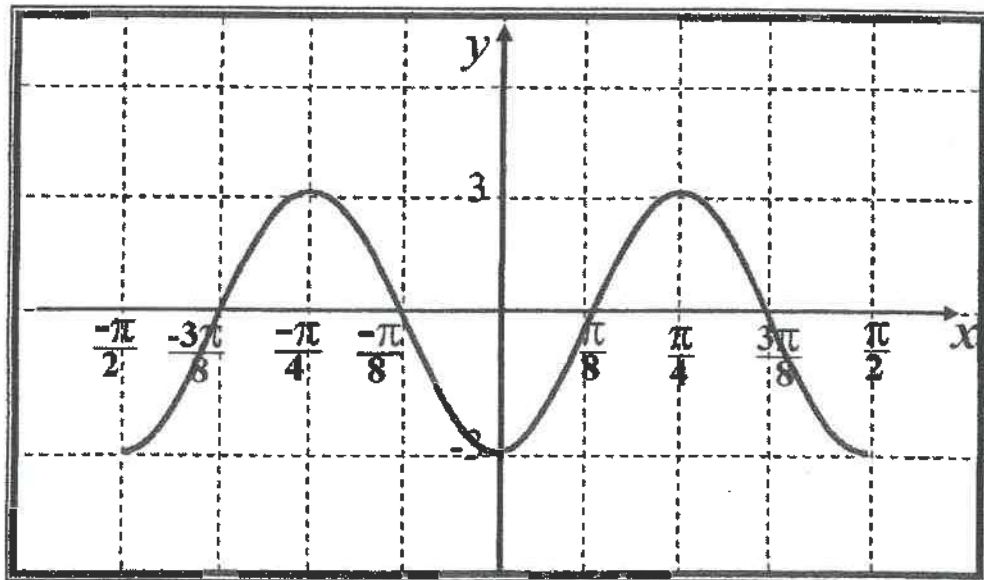
الحل : $|-3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة : $\frac{\pi}{8}$



x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3 \cos 4x$	-3	0	3	0	-3



نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$, E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD
 $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD

$\overline{MN} \perp (ABCD)$ و $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في مثلث CDM ، $\overline{CD} \perp \overline{ME}$ (من خواص مستطيل)
 $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2)

من (1) و (2) نجد أن : $\overline{ME} \perp \overline{CD}$

$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ هي الزاوية الزوجية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في مثلث BCD

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص مستطيل)

E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \rightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{cm}$

في مثلث MEN ، $\overline{ME} \perp \overline{CD}$ (من خواص مستطيل)

$$\tan(\hat{MEN}) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\hat{MEN}) = 60^\circ$$

$\therefore$ مياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو 60°

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

$$\text{الطرف الايسر} = \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$$

الطرف اليمين

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(5 درجات)

فاوجد : $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

(a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

(2) $\tan 2\theta$

(1) $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} =$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - \theta))$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{24}{7}$$

(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

$$1 + 1 \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!5!}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} \times \frac{(2n-5)!5!}{2n!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!4!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$$

$$\frac{1}{2} \quad 2n = 14 \rightarrow n = 7$$

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AC = 9\text{cm}$ ، $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$:
فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $90^\circ > \theta > 0$ فإن $\cos \theta = \frac{4}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن $\sin \theta = \frac{1}{2}$ فإن $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة
الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة

$g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

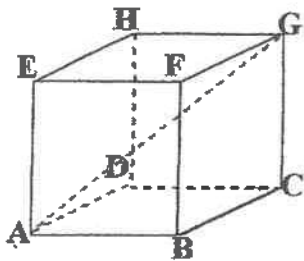
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

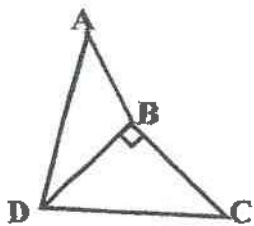
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \csc x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل، مخططاً كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overline{AB}$ عمودي على (DBC)



فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{BD}$ هي :

- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(3)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(5)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(6)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(7)	☐ a	☐ b	☒	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(9)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☐ c	☒



لكل بند درجة واحدة فقط

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(5 درجات)

(a) مثلث فيه $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$

أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$\frac{1}{2}$ (1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع
1 $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2(3)(7)} = \frac{-1}{7}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \beta \approx 98.21^\circ$

$\frac{1}{2}$ $s = \frac{1}{2} (a + b + c)$ (2)

$\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} (3 + 8 + 7) = 9$

1 $\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$

$\frac{1}{2}$ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$



نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

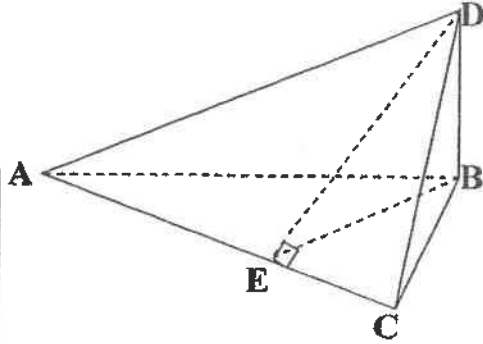
$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

أوجد : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ (1)

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان :

(1) في المستوى ABC:



$$\therefore \overline{BE} \perp \overline{AC} \rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta AEB \text{ مثلث قائم الزاوية عند E}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5\text{ cm}$$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\hat{BED}$

$$\therefore \overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC) \rightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

$$\therefore \Delta DBE \text{ قائم الزاوية عند B وهو متطابق الضلعين} \leftarrow m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(5 درجات)

(a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

البرهان:

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$$

$\therefore$ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

$$\therefore (ADBC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AC}$$

$$, (ADBC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$$

$$\therefore \pi_1 \parallel \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CA} \parallel \overleftrightarrow{BD}$$

في المستوى ADBC:

$$\Delta BMD \sim \Delta AMC \quad (\text{لتطابق زواياهما})$$

وينتج أن:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$



(5 درجات)

(b) حل المعادلة: $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \quad \left| \quad \sin x = \frac{1}{2} \right.$$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \text{في الربع الأول:}$$

$$x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad \text{في الربع الثاني:}$$

$$\therefore \text{حل المعادلة هو: } x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$$

(4 درجات)

$$\sec^2 x - 1 = \tan x \cdot \sec x$$

السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

الحل:

1

1

1/2

1/2

1/2 + 1/2

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن}$$

(3 درجات)

$${}_nC_2 = 105$$

(b) 1 حل المعادلة :

الحل:

1

$$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$n(n-1) = 210$$

1/2 + 1/2

$$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$$



2 يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.

يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد

(3 درجات)

اليسرى للكتابة.

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

الحل:

1/2 + 1/2

$$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11, \quad P(B) = 1 - m = 0.89$$

1/2

للحدث E يكون $k = 4, n = 30$

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

1/2

$$P(E) = {}_nC_k (m)^k (1-m)^{n-k}$$

1/2

$$= {}_{30}C_4 (0.11)^4 (0.89)^{26}$$

1/2

$$= 0.19388$$

نموذج الإجابة

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1-4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً: في البنود من (5-10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $\theta \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
(c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
(d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة



معلم 2023

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d



لكل بند درجة واحدة فقط

