قناة الفلاح للرياضيات

2025 – 2024

الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

حلول

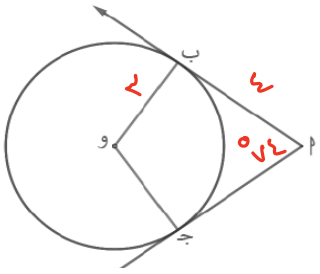
المراجعة النهائية

@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح

@MOHAMMAD.FALAH_MATH

١) في الشكل المقابل :
دائرة مركزها و . أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ .
أ ب = ٤ سم ، و ب = ٣ سم ، ق (ب أ جـ) = ٧٤° أوجد :
(١) ق (أ ب̂ و) (٢) ق (ب و̂ جـ)
(٣) محيط الشكل أ ب و جـ

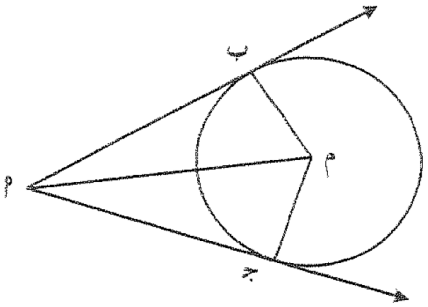


١) أ ب مماس للدائره
و ب نصف قطر التماس
ق (أ ب̂ و) = ٩٠° نظرية

٢) أ جـ مماس للدائرة
و جـ نصف قطر التماس
ق (أ جـ̂ و) = ٩٠° نظرية
مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
ق (ب و̂ جـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٧٤) = ١٠٦°

٣) أ جـ = أ ب = ٤ سم نظرية
و جـ = و ب = ٣ سم أنصاف أقطار
محيط الشكل أ ب و جـ =
٤ + ٤ + ٣ + ٣ = ١٤ سم

٢) في الشكل المقابل :
دائرة مركزها م طول نصف قطرها ٣ سم . أ نقطة خارج الدائرة
حيث أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب .
ق (ب م̂ جـ) = ١٢٠° أوجد :
(١) ق (أ ب̂ م) (٢) ق (ب أ̂ جـ)
(٣) طول أ م



١) أ ب مماس للدائرة
م ب نصف قطر التماس
ق (أ ب̂ م) = ٩٠° نظرية

٢) أ جـ مماس للدائرة
م جـ نصف قطر التماس
ق (أ جـ̂ م) = ٩٠° نظرية
مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠°
ق (ب أ̂ جـ) =
= ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°

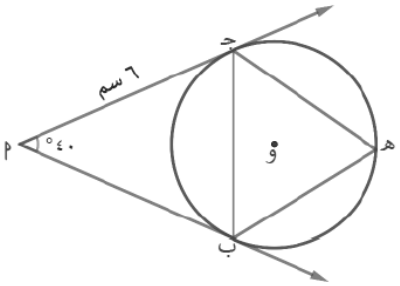
٣) م م ينصف ∠ أ م جـ
ق (∠ أ م م) = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠°
فالمثلث ب م م ثلاثيني ستيني
ب م = ½ م م
م م = ٢ × ٣ = ٦ سم

٣) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب .

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٠° ، أجـ = ٦ سم أوجد :

(١) أ ب (٢) ق (أ $\hat{جـ}$ ب) (٣) ق (جـ $\hat{هـ}$ ب)



١) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان للدائرة

أب = أجـ = ٦ سم

٢) المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

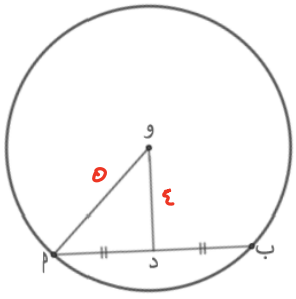
٣) ق (جـ $\hat{هـ}$ ب) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٧٠°

محاسية ومحيطية تشتركان بنفس القوس

٤) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها و ، إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٥ سم ، و د = ٤ سم

فأوجد طول $\overline{أب}$



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة

د منتصف $\overline{أب}$

$\overline{ود} \perp \overline{أب}$

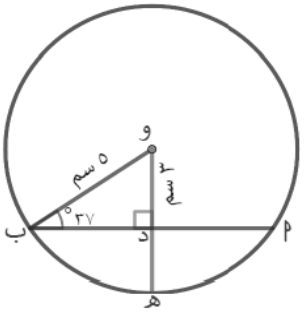
فالمثلث و د أ قائم في د حسب فيثاغورث

أد = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣ سم

ب د = أد = ٣ سم

أب = ٣ + ٣ = ٦ سم

٥) في الشكل المقابل :



ق (أ$\hat{ب}$ و) = ٣٧° ، و د = ٣ سم ، و ب = ٥ سم . أوجد :

(١) أب (٢) ق (ب$\overset{\frown}{هـ}$)

١) المثلث و د ب قائم في د حسب فيثاغورث

ب د = $\sqrt{(٥)^{٢} - (٣)^{٢}}$ = ٤ سم

∵ و د ⊥ م ب

م د = ب د = ٤ سم

م ب = ٤ + ٤ = ٨ سم

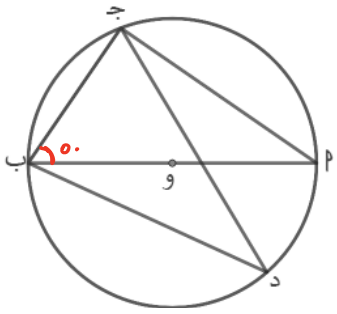
٢) مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (ب$\hat{و}$ د) = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٧) = ٥٣°

ق (ب$\overset{\frown}{هـ}$) = ق (ب$\hat{و}$ هـ) = ٥٣°

مركزية مرسومة على القوس ب هـ

٦) في الشكل المقابل :



دائرة مركزها و ، ق (جـ ب$\hat{أ}$) = ٥٠°

أوجد كلا مما يلي مع ذكر السبب:

(١) ق (أ$\hat{جـ}$ ب) (٢) ق (جـ أ$\hat{ب}$) (٣) ق (جـ د$\hat{ب}$)

١) م جـ ب محيطية تقابل نصف دائرة فهي زاوية قائمة

ق (م جـ$\hat{ب}$) = ٩٠°

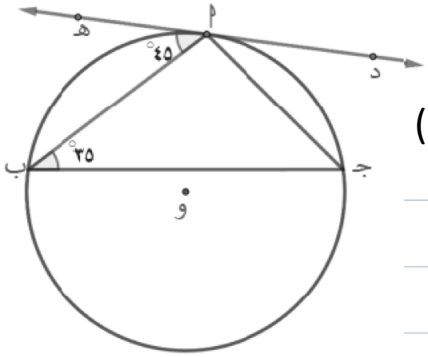
٢) مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (د م$\hat{ب}$) = ١٨٠ − (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

٣) ق (جـ د$\hat{ب}$) = ق (جـ م$\hat{ب}$) = ٤٠°

محيطيتان تشتركان بنفس القوس

٧) في الشكل المقابل : د هـ ↔ مماساً للدائرة عند أ ، ق (أ ب̂ جـ) = ٣٥° ، ق (هـ أ̂ ب) = ٤٥°



أوجد مع ذكر السبب :

(١) ق (أ جـ̂ ب)　　(٢) ق(أ ب̂)　　(٣) ق (أ جـ ب̂)

١) ق (أ جـ̂ ب) = ق (هـ أ̂ ب) = ٤٥° نظرية

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

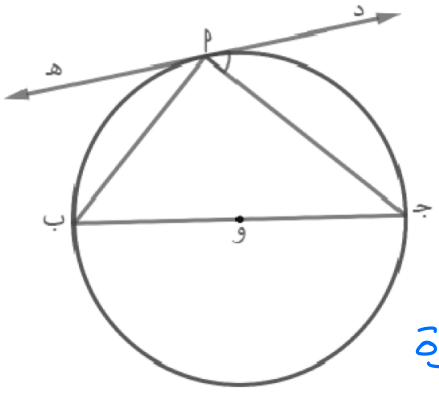
ق (جـ أ̂ ب) = ١٨٠ - (٤٥ + ٣٥) = ١٠٠°

٢) ق (أ ب̂) = ٢ ق (هـ أ̂ ب)

= ٢ × ٤٥ = ٩٠°

٣) ق (أ جـ ب̂) = ٣٦٠ - ٩٠ = ٢٧٠°

٨) في الشكل المقابل : دائرة مركزها " و " ، إذا كان د هـ ↔ مماساً للدائرة ق (د أ̂ جـ) = ٥٠° ، أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

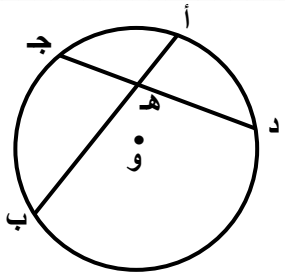


ق (جـ أ̂ ب) = ٩٠° محيطية تحصر نصف دائرة

ق (أ ب̂ جـ) = ق (د أ̂ جـ) = ٥٠° نظرية

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

ق (أ جـ̂ ب) = ١٨٠ - (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°



٩) في الشكل المقابل : جـ هـ = ١٨ سم ، هـ د = ٢٠ سم ، هـ ب = ٤٠ سم ،
أوجد طول $\overline{أ هـ}$

نظرية

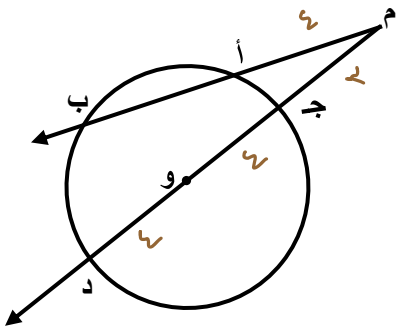
هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ د

١٨ × ٤٠ = ٢٠ × هـ أ

٧٢٠ / ٤٠ = ٤٠ هـ أ / ٤٠

هـ أ = ٩

١٠) في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftarrow{م ب}$ ، $\overleftarrow{م د}$ يقطعان الدائرة التي مركزها و ،
وكان أ م = ٤ سم ، م جـ = ٣ سم ، نق = ٤ سم .
أوجد طول $\overline{أ ب}$.



م أ × م ب = م جـ × م د

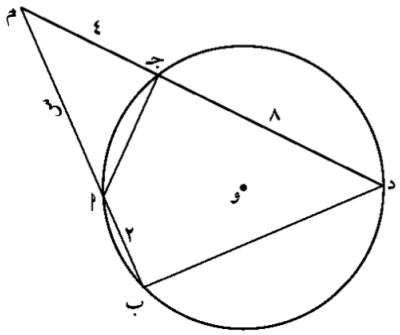
٤ × (٤ + ٤ + ٣) = ٣ × م ب

٣٣ / ٤ = ٤ م ب / ٤

م ب = ٨,٢٥

أ ب = م ب − م أ = ٨,٢٥ − ٤ = ٤,٢٥

١١) في الشكل المقابل : أوجد قيمة س .



م أ × م ب = م جـ × م د

س (س + ٢) = ٤ × (٨ + ٤)

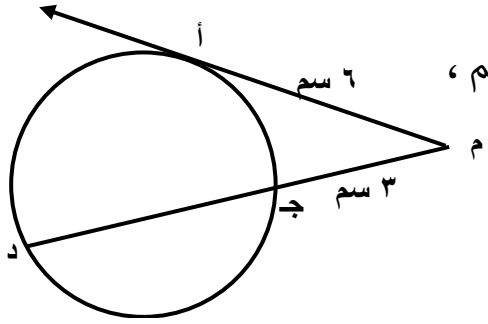
$س^2$ + ٢ س = ٤٨

$س^2$ + ٢ س − ٤٨ = ٠

س = ٦

س = − ٨ مرفوضة

١٢) في الشكل المقابل : $\overleftarrow{م أ}$ مماساً للدائرة عند أ ، م أ = ٦ سم ،
م جـ = ٣ سم . أوجد جـ د .



$(م أ)^2$ = م جـ × م د

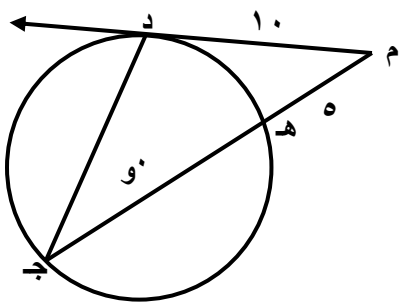
$(٦)^2$ = ٣ × م د

٣٦ = ٣ م د

م د = ١٢

جـ د = ١٢ − ٣ = ٩ سم

١٣) في الشكل المقابل : $\overline{م د}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠ ، م هـ = ٥



أوجد بذكر السبب :

طول كلا من : $\overline{م جـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$

$(م د)^2 = م جـ \times م هـ$

$(١٠)^2 = م جـ \times ٥$

$م جـ \times \frac{٥}{٥} = \frac{١٠٠}{٥}$

$م جـ = ٢٠$

$هـ جـ = ٢٠ - ٥ = ١٥$

١٤) إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س+٤ \\ ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ص-٥ \\ ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص-٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ فأوجد كل من س ، ص

$٢س+٤ = ٤$

$٢س = ٤-٤$

$\frac{٢}{٢}س = \frac{٠}{٢}$

$س = ٠$

$ص-٥ = ٢ص-٢$

$ص-٢ص = -٢+٥$

$\frac{-١}{-١}ص = \frac{٣}{-١}$

$ص = -٣$

١٥) حل المعادلة : $٤س + ٢\begin{bmatrix} ٣ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

$٤س + \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

$٤س = \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix}$

$٤س = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٨ & ٠ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٨ & ٠ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٤}$

$س = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

١٦) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة . أوجد قيمة س .

ب مصفوفة منفردة

| ب | = صفر

$\begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{vmatrix}$ = ٠

٦ × س − ٤ × ١٢ = ٠

٦ س − ٤٨ = ٠

$\frac{٦ س}{٦} = \frac{٤٨}{٦}$

س = ٨

١٧) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة . أوجد قيمة س .

ب مصفوفة منفردة

| ب | = صفر

$\begin{vmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{vmatrix}$ = ٠

٥ × ٢س − ١٠ × −٤ = ٠

١٠ س + ٤٠ = ٠

$\frac{١٠ س}{١٠} = \frac{-٤٠}{١٠}$

س = −٤

١٨) إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

أوجد : $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ ، $\underline{ب}^{-١}$

$٢\underline{أ} - \underline{ب} = ٢ \times \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤ & -٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -١ & -٢ \end{bmatrix}$

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{vmatrix} = (-٢ \times -٤) - (٢ \times ٥) = ٨ - ١٠ = -٢ \neq ٠$ لها نظير ضربي

$\underline{ب}^{-١} = \frac{١}{-٢} \begin{bmatrix} -٤ & -٢ \\ -٥ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{٥}{٢} & ١ \end{bmatrix}$

١٩) إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٠ & -٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

أوجد $\underline{أ} \times \underline{ب}$

$\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٠ & -٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (-١ \times ٣) + (٣ \times ٥) & (-١ \times -٣) + (٣ \times ٠) \\ (٠ \times ٣) + (-٤ \times ٥) & (٠ \times -٣) + (-٤ \times ٠) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٣ \\ -٢٠ & ٠ \end{bmatrix}$

٢٠) حل النظام باستخدام قاعدة كرامر :

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٣ \times -٣) - (٢ \times -٤) = -٩ + ٨ = -١$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (-٦ \times -٣) - (٢ \times ٧) = ١٨ - ١٤ = ٤$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = (٣ \times ٧) - (-٦ \times -٤) = ٢١ - ٢٤ = -٣$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤ \quad ، \quad ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

٢١) استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ ٣ص - ٦س + ٣ = ٠ \end{cases}$$

$$٤س - ٥ص = -٧$$

$$-٦س + ٣ص = -٣$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ -٦ & ٣ \end{vmatrix} = (٤ \times ٣) - (-٥ \times -٦) = ١٢ - ٣٠ = -١٨$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٧ & -٥ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = (-٧ \times ٣) - (-٥ \times -٣) = -٢١ - ١٥ = -٣٦$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٤ & -٧ \\ -٦ & -٣ \end{vmatrix} = (٤ \times -٣) - (-٧ \times -٦) = -١٢ - ٤٢ = -٥٤$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{-٣٦}{-١٨} = ٢ \quad ، \quad ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٥٤}{-١٨} = ٣$$

٢٢) حل النظام ٥ س + ٣ ص = ٧ ، ٣ س + ٢ ص = ٥ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ع} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١ \neq ٠$$

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{١} \times \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \times ٢ + ٥ \times -٣ \\ ٧ \times -٣ + ٥ \times ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix}$$

$س = -١$ ، $ص = ٤$

٢٣) أوجد س بحيث : $\begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{vmatrix} = -٣ \times ٤ - -٢ \times ٥ = ٢ \neq ٠$$

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{٥}{٢} \\ ١ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{٥}{٢} \\ ١ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ \times -\frac{٥}{٢} + ٥ \times ٢ \\ ١٠ \times -\frac{٣}{٢} + ٥ \times ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$$

$س = ١٥$ ، $ص = ١٠$

٢٤) أثبت أن :

جا (٩٠° + س) + جتا (١٨٠° - س) + جا (٢٧٠°) + جتا (١٨٠°) = - ٢

جا (٩٠ + س) + جتا (١٨٠ - س) + جا (٢٧٠°) + جتا ١٨٠°

= جتا س - جتا س - ١ - ١

= - ٢

٢٥) بسّط التعبير التالي لأبسط صورة :

جا س + جا (٩٠° + س) + جا (١٨٠° + س) + جا (٩٠° - س)

جا س + جا (٩٠ + س) + جا (١٨٠ + س) + جا (٩٠ - س)

= جا س + جتا س - جا س + جتا س

= ٢ جتا س

٢٦) بسّط التعبير التالي لأبسط صورة :

جتا (- θ) + جتا (π - θ) - جا (π + θ)

جتا (- θ) + جتا (π - θ) - جا (π + θ)

= جتا θ - جتا θ + جا θ

= جا θ

٣٥) أثبت صحة المتطابقة التالية : جتا^{٣}س + جتا س × جا^{٢} س = جتا س

جتا^{٣}س + جتاس × جا^{٢}س = جتاس (جتا^{٢}س + جا^{٢}س)

= جتاس × ١

= جتا س

٣٦) أثبت صحة المتطابقة التالية : $\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta}$ = قا$^{٢}\theta$ حيث المقام ≠ صفر

$\frac{(\text{قا}^{٢}\theta + ١)(\text{قا}^{٢}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta} = \frac{\text{قا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١ + \text{ظا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١}{\text{جا}^{٢}\theta} \times \text{ظا}^{٢}\theta$

$= \frac{١}{\text{جا}^{٢}\theta} \times \frac{\text{جا}^{٢}\theta}{\text{جتا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\theta} = \text{قا}^{٢}\theta$

٥٥) في تجربة عشوائية أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل ($\bar{أ}$) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ ،

أوجد : (١) ل(أ) (٢) ل (أ ∪ ب) (٣) ل(أ | ب)

١) ل (أ) = ١ − ل($\bar{أ}$) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

٢) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
= ٠,٣ + ٠,٦ − ٠,٢
= ٠,٧

٣) ل(أ | ب) = $\frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(ب)}$ = $\frac{٠,٢}{٠,٦}$ = $\frac{١}{٣}$

٥٦) إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل(أ) = ٠,٥ ، ل ($\bar{ب}$) = ٠,٢ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : (١) ل(ب) (٢) ل ($\overline{أ ∪ ب}$) (٣) ل(أ | ب)

١) ل (ب) = ١ − ل($\bar{ب}$) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

٢) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
= ٠,٥ + ٠,٨ − ٠,٤ = ٠,٩

ل($\overline{أ ∪ ب}$) = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٩ = ٠,١

٣) ل(أ | ب) = $\frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(ب)}$ = $\frac{٠,٤}{٠,٨}$ = $\frac{١}{٢}$