التفوق

100%

Excellence

التفوق في الرياضيات

Mr. Ashraf Hafez

الرياضيات

الصف

الثاني عشر علمي

الفصل الثاني

أثبت أن: $F(x) = 5 - \frac{1}{3}x^3$ هي مشتقة عكسية للدالة $f(x) = -x^2$

ثم اكتب مشتقة عكسية أخرى لها.

أثبت أن: $F(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$ هي مشتقة عكسية للدالة: $f(x) = 1 - \frac{2}{x^3}$

$$\int \frac{x^2+5x+4}{x+1}dx$$

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}}\,dx$$

$$\int \frac{x^2-3x}{\sqrt[3]{x}}\,dx$$

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}dx$$

$$\int \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 dx$$

$$\int \frac{5+2x}{\sqrt{x}}dx$$

إذا كان: $F(x) = \int (2x+5)dx$ ، $F(-1) = 0$ فأوجد $F(x)$

$$\int (x^3+4x^2+x)^7 (3x^2+8x+1)\,dx$$

(الدور الأول 2019)

أوجد $\displaystyle\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx$

$$\int \sqrt[3]{x^2-5x+2}\;(2x-5)\,dx$$

$$\int \sqrt[5]{(3x+7)}\,dx$$

$$\int \frac{3(\sqrt[3]{x}-5)dx}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3}\, dx$$

أوجد: $\int x(x+1)^5\, dx$

$$\int x(2x-1)^3\,dx$$

أوجد: $\int x^5 \sqrt{4-x^2}\,dx$

أوجد: $\int x^5 \sqrt{3+x^2}\, dx$

$\int x^5 \sqrt[3]{x^3+1}\, dx$

التكامل غير المحدد	
1	$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$
2	$\int \sin kx\, dx = -\frac{\cos kx}{k} + C$
3	$\int \cos x\, dx = \sin x + C$
4	$\int \cos kx\, dx = \frac{\sin kx}{k} + C$
5	$\int \sec^2 x\, dx = \tan x + C$
6	$\int \csc^2 x\, dx = -\cot x + C$
7	$\int \sec x \tan x\, dx = \sec x + C$
8	$\int \csc x \cot x\, dx = -\csc x + C$

$$\int \sec x(\tan x + \sec x)dx$$

أوجد:

$$\int x\csc^2(x^2-1)\,dx$$

$$\int \sqrt{1+\sin x}\,\cos x\,dx$$

$$\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$$

أوجد: $\int \sec^4 x \tan x \, dx$

أوجد: $\int \csc^5 x \cot x \, dx$

$\int \cos^3(2x-3) \cdot \sin(2x-3) dx$

$$\int x^2 \cdot \sin(x^3 - 1)dx$$

$$\int (3 + \sin 2x)^5 \cos 2x \, dx$$

$$\int x^3 \cdot \cos(x^4 + 5)dx$$

قاعدة المشتقة	التكامل غير المحدد
$\frac{d}{dx}e^{x} = e^{x}$	$\int e^{x}\,dx = e^{x}+C$
$\frac{d}{dx}e^{u} = e^{u}\frac{du}{dx} = u'e^{u}$	$\int u'e^{u}\,dx = e^{u}+C$
$\frac{d}{dx}\ln\lvert x\rvert = \frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert+C$
$\frac{d}{dx}\ln\lvert u\rvert = \frac{1}{u}\frac{du}{dx} = \frac{u'}{u}$	$\int \frac{u'}{u}\,dx = \ln\lvert u\rvert+C$

$$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}\,dx$$

$$\int \frac{-5}{3x-2}dx$$

$$\int \frac{3t^2-6t}{t^3-3t^2+8}dt$$

$$\int \frac{x^2-5x+6}{x}dx$$

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x+7}\,dx$$

أوجد: $\int \tan x \, dx$

أوجد: $\int \cot x \, dx$

Integration by Parts Formula **قاعدة التكامل بالتجزيء**

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

أوجد: $\int x \cos x\,dx$

أوجد: $\int x \sin x\,dx$

$$\int (x-3)e^{x-3}\,dx$$

$$\int 4x\,e^{-5x}\,dx$$

$$\int 3x\,e^{2x+1}\,dx$$

أوجد: $\int x \ln x \, dx$

أوجد: $\int x^2 \cos x \, dx$

أوجد: $\int x^2 \sin x \, dx$

أوجد: $\int x^2 e^x \, dx$

أوجد: $\int x^2 e^{x+2}\, dx$

لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2-4x+3}$

فأوجد:

a الكسور الجزئية

b $\int f(x)\,dx$

أوجد: $\int \frac{x^2 - 2}{2x^3 - 5x^2 - 3x}\, dx$

$$\int \frac{-6x+25}{x^3-6x^2+9x}\,dx$$

أوجد: $\int \frac{x^2+1}{x^3+4x^2}\,dx$

إذا كانت f دالة متصلة على الفترة I ، $k \in \mathbb{R}$ ، $a, b, c \in I$ فإن:

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$
2. $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$
3. $\int_a^b k\,dx = k(b-a)$
4. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$
5. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

لاحظ في خاصية 3 أنه: إذا كان $k = 1$ فإن: $\int_a^b dx = b - a$

$$\int_2^{-1} (\sqrt{x+1} - 3)dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}\sin 2x - \csc^2 x\right)dx$$

$$\int_{-3}^{4} |2x - 4| \, dx$$

$$\int_{1}^{2} \left(3e^{x} + \frac{e}{x}\right) dx$$

لتكن f دالة متصلة على $[a, b]$

6 إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \quad \forall \quad x \in [a, b]$

فإن: $\int_a^b f(x)dx \geqslant 0$

7 إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \quad \forall \quad x \in [a, b]$

فإن: $\int_a^b f(x)dx \leqslant 0$

دون حساب قيمة التكامل أثبت أن: $\int_3^5 (x^2 + x)dx \geqslant 0$

دون حساب قيمة التكامل أثبت أن: $\int_{-1}^0 (x^2 + x)dx \leqslant 0$

$$\int_{-5}^{5} \sqrt{25 - x^2}\, dx$$

$$\int_{0}^{4} -\sqrt{16 - x^2}\, dx$$

أوجد: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$

$\int_{-1}^{1} \left((x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\right) dx$

$$\int_{2}^{5} x\sqrt{x-1}\,dx$$

أوجد: $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} x\sec^{2}x\,dx$

أوجد: $\int_4^7 \frac{3x^2-17}{x^2-x-6}\,dx$

أوجد التكامل :

$$\int (4x - 1) \ln x \; dx$$

(الدور الأول 2019)

(الدور الأول 2019)

أوجد التكامل : $\int \frac{3\,x-13}{x^2-8x+15}\,dx$

أوجد :

$$\int (2x+1)\ln x \, dx$$

(الدور الأول 2017)

أوجد :

(الدور الأول 2017)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(الدور الأول 2017)

أوجد :

$$\int \frac{1}{x^2(\frac{1}{x}+2)^5}\, dx$$

(الدور الثاني 2017)

أوجد :

$$\int_1^4 |x-2|\, dx$$

أوجد

(الدور الثاني 2017)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3}\, dx$$

أوجد :

(الدور الثاني 2017)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x)\sqrt{1+\cot x}}$$

(الدور الاول 2016)

أوجد :

$$\int_{-2}^{0} \frac{5x-1}{x^2+2x-3}\,dx$$

(الدور الاول 2016)

أوجد :

$$\int (x+1)\, e^{x^2+2x+3}\, dx$$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 8x^3$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = 1$.

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 5x + 4$ ومحور السينات.

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

a $f(x) = x^3 - 9x \quad , \quad [-2 \, , \, 1]$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 3$

ومنحنى الدالة g : $g(x) = x^2 + 1$ والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$

علمًا بأن: $f(x) > g(x) \quad , \quad \forall x \in [-1, 1]$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 1$

ومنحنى الدالة g : $g(x) = -x^2 - 3$ والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$

علمًا بأن المنحنيين للدالتين f , g غير متقاطعين.

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (y_1 - y_2)dx \right| = \left| \int_{-1}^{2} (y_2 - y_1)dx \right|$$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالتين: $y_2 = -2x + 5 \quad , \quad y_1 = x^2 + 2$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالتين: $f(x) = -2x^2 + 2 \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى القطع المكافئ

$y_1 = 2 - x^2$ والمستقيم $y_2 = -x$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$
والمستقيم : $y_2 = -2x$

(الدور الاول 2019)

(الدور الاول 2018)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 9$
ومحور السينات

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة g : $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 2 , x = 0$

علما بأن منحنيي الدالتين f, g غير متقاطعين

(الدور الاول 2016)

$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2 dx$$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f:

$f(x) = \sqrt{x-1}$ ومحور السينات في الفترة $[1, 5]$.

$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين :

$$f(x) = x^2 \quad , \quad g(x) = \sqrt{x}$$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بين منحنيي الدالتين

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 1 \quad , \quad g(x) = \frac{x}{2} + 2$$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(الدور الثاني 2017)

$$y_1 = x + 3 \quad , y_2 = x^2 + 1$$

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات و المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 2$ و محور السينات في الفترة $[-1, 1]$

(الدور الاول 2017)

قاعدة طول القوس

إذا كانت الدالة f' متصلة على $[a, b]$ فإن طول القوس من منحنى $y = f(x)$ في $[a, b]$ هو:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1$ في الفترة $[3 , 8]$

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0 , 6]$

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2 , 5]$

أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي $3x^2 + x$ ويمر بالنقطة $(2\,,2)$

أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي $-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ ويمر بالنقطة $(-1\,,-5)$

إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x , y) هو $2x - 1$

فأوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة $B(1 , 0)$

أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $P(0, 1)$

(الدور الثاني 2018)

إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو $3x^2$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$

(الدور الاول 2017)

إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x , y) يساوي $\sqrt{5-4x}$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(-5 , 3)$

(كتاب الطالب)

حل المعادلة: $y' = 8x^3 - 3x^2 + 4$، والتي تحقق $y = 5$ عند $x = 1$

حل المعادلة التفاضلية:

$$y' - 2xy = 0$$

حل المعادلة التفاضلية: $y' = 4y$

حل المعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$

III المعادلات التفاضلية على الصورة $y' = ay$ حيث $a \neq 0$ حلولها هي $y = k\,e^{ax}$ حيث $k \in \mathbb{R}^*$.

أوجد حلًّا للمعادلة: $y' = -2y$ إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$

IV المعادلات التفاضلية على الصورة $y' = ay + b$ حيث $b \neq 0$, $a \neq 0$ تكون حلولها: $y = k\,e^{ax} - \frac{b}{a}$

حل المعادلة $3y' - 2y = 4$ ، ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 0$

V المعادلات التفاضلية على الصورة: $y'' = f(x)$

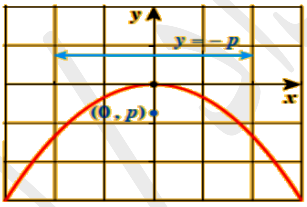
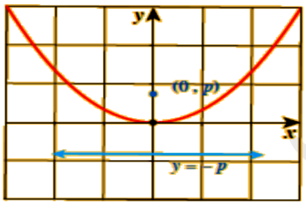
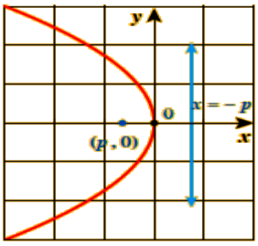
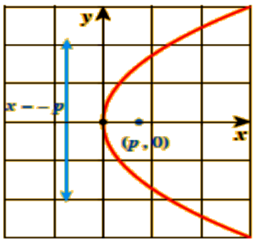
يتم حل هذه المعادلات بخطوتين: $y' = \int f(x)dx = F(x) + C_1$

ثم $y = \int (F(x) + C_1)dx$

حل المعادلة: $y'' = 3x^2 - 2x$

حل المعادلة: $y'' = -3x^2 + 6x$

قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل $(0, 0)$

الصورة العامة	$x^2 = 4py$		$y^2 = 4px$	
الفتحة	إلى أعلى أو إلى أسفل		إلى اليمين أو إلى اليسار	
البؤرة	$(0, p)$		$(p, 0)$	
الدليل	$y = -p$		$x = -p$	
محور التناظر	محور الصادات $(y - axis)$		محور السينات $(x - axis)$	
المسافة من الرأس إلى البؤرة المسافة من الرأس إلى الدليل	$\lvert p \rvert$			
إشارة p	$p < 0$	$p > 0$	$p < 0$	$p > 0$
الشكل				

a أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(-4, 0)$

---

b أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $F(0, 2)$ ودليله المستقيم $y = -2$

أوجد البؤرة والدليل لقطع مكافئ، ثم ارسم شكلًا تقريبيًا لهذا القطع في كل مما يلي:

a المعادلة: $y = \frac{x^2}{4}$

---

b المعادلة: $x = -\frac{1}{5}y^2$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(1,1)$ وخط تماثله $y-axis$.

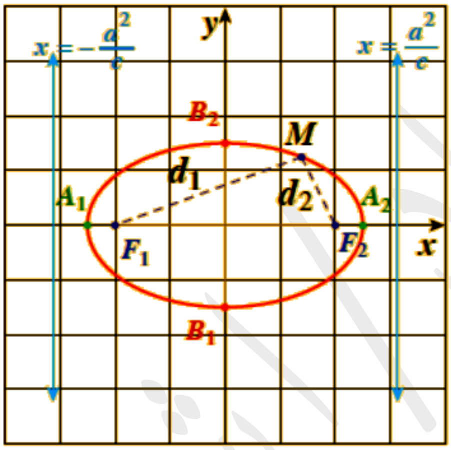
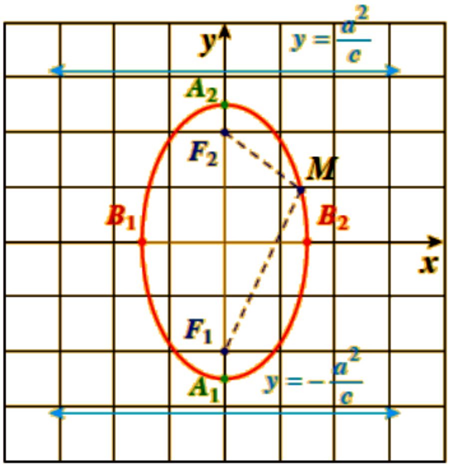
أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله $x = -3$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله $y = 1$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين
$B(1\,,4)$, $A(-1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

(الدور الاول 2018)

معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل $(0,0)$ كالتالي:

	$a>b>0$	$a>b>0$
المعادلة	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$
بيان القطع		
المحور الأكبر	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
الرأسان طرفا المحور الأكبر	$A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)$, $A_2(0,a)$
طول المحور الأكبر	$2a$	
طرفا المحور الأصغر	$B_1(0,-b)$, $B_2(0,b)$	$B_1(-b,0)$, $B_2(b,0)$
طول المحور الأصغر	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0), F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$, $F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$a^2=b^2+c^2$	
معادلتا الدليلين	$x=-\frac{a^2}{c}$, $x=\frac{a^2}{c}$	$y=-\frac{a^2}{c}$, $y=\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع الناقص متناظر حول كل من محوريه ومركزه	

إذا كانت: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

a رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

b البؤرتين.

c معادلة دليلي القطع.

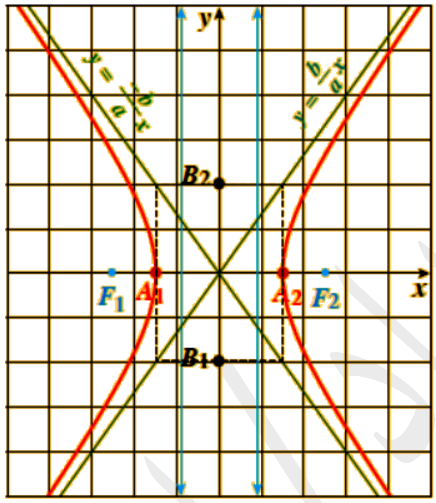
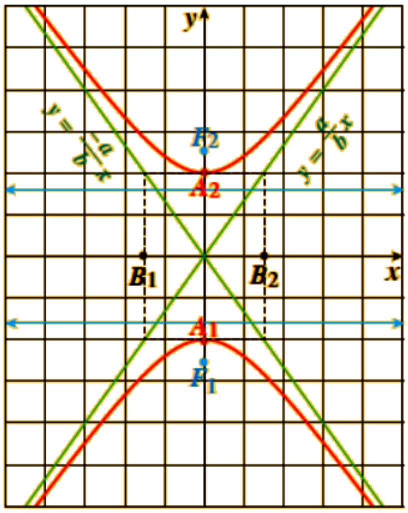
d طول كل من المحورين، ثم ارسم شكلًا تقريبيًا للقطع.

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه: $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$ وطول محوره الأكبر 6، وارسم شكلًا تقريبيًا لهذا القطع.

أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $x^2+4y^2=16$

أوجد معادلة قطع ناقص إذا كان محوره الأكبر 16 cm والمسافة بين البؤرتين 10 cm .

معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل كالتالي:

المعادلة	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
بيان القطع		
طرفا المحور القاطع الرأسان	$A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)$, $A_2(0,a)$
المحور القاطع (الأساسي)	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
طول المحور القاطع	$2a$	
طرفا المحور المرافق	$B_1(0,-b)$, $B_2(0,b)$	$B_1(-b,0)$, $B_2(b,0)$
طول المحور المرافق	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$, $F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$c^2=a^2+b^2$	
معادلة الخطين المقاربين	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
معادلة الدليلين	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع متناظر حول محوريه ومركزه	

لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد، أوجد:

- a) رأسي القطع الزائد.
- b) البؤرتين.
- c) معادلتي دليلي القطع.
- d) طول كل من المحورين.
- e) معادلة كل من الخطين المقاربين ثم ارسم شكلًا تخطيطيًا للقطع.

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4\,,0)\,,\,F_2(4\,,0)$ ورأساه $A_1(-2\,,0)\,,\,A_2(2\,,0)$، ثم أوجد معادلة كلّ من خطيه المقاربين، وارسم شكلًا تقريبيًّا للقطع.

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0,0)$ وطول محوره الأكبر $16\ cm$ و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين $10\ cm$

(الدور الثاني 2017)

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

(الدور الاول 2016)

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$ وإحدى بؤرتيه $F(0,\sqrt{34})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربين هي: $y=\frac{3}{5}x$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$ وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41},0)$ ومعادلة أحد خطية المقاربين $y=\frac{4}{5}x$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0 , 0)$ وأحد رأسيه $(-4 , 0)$ ويمر بالنقطة $(5 , -2)$.

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وأحد رأسيه $\left(0 , \frac{5}{4}\right)$ ويمر بالنقطة $\left(-\sqrt{3} , -\frac{5}{2}\right)$

$$e = \frac{c}{a}$$

a إذا $e = 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا مكافئًا**

b إذا $e < 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا ناقصًا**

c إذا $e > 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا زائدًا**

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته

a اختلافه المركزي $(e = 1)$ وبؤرته $F(-1,0)$

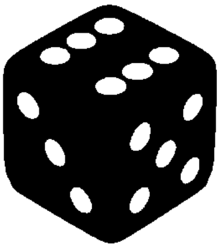
b اختلافه المركزي $\left(e = \frac{4}{5}\right)$ وإحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2}\ ,0)$

c اختلافه المركزي $(e = \sqrt{3})$ ومعادلة أحد دليليه $x = \frac{1}{3}$

أوجد طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي اختلافه المركزي $\left(e = \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ وطول محوره الأصغر 4 وحدات.

أوجد طول المحور القاطع للقطع الزائد الذي اختلافه المركزي $(e = 2)$ وطول محوره المرافق 6 وحدات.

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة، المتغير العشوائي X يعبّر عن:
الجذر التربيعي للعدد الظاهر على الوجه العلوي عندما يكون الجذر التربيعي عددًا كليًا والصفر لغير ذلك.



فأوجد:

a فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X: $f(x_i) = P(X = x_i)$

d دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X.

عند رمي حجر نرد مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن:

«مربع العدد الظاهر مطروحًا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4، و -1 لغير ذلك».

فأوجد:

a) فضاء العينة S وعدد عناصر فضاء العينة $n(S)$.

b) مدى المتغير العشوائي X.

c) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن «عدد الكتابات».

فأوجد ما يلي:

a فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن «عدد الصور»، فأوجد ما يلي:

a فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي متقطع X.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

فأوجد:

a التوقع (μ).

b التباين (σ^2).

c الانحراف المعياري(σ).

الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

إذا كانت F دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X.

فأوجد: $F(0)\ ,\ F(1)\ ,\ F(3.5)\ ,\ F(4)\ ,\ F(5)\ ,\ F(8)$

يبيّن الجدول التالي بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	4
$F(x)$	0.25	0.40	0.65	1

أوجد:

a. $P(2 < X \leqslant 4)$

b. $P(X > 3)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & : 1 \leqslant x \leqslant 5 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

فأوجد:

a. $P(1 < X \leqslant 5)$

b. $P(X < 3)$

c. $P(X \geqslant 1.5)$

d. $P(X = 2)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & : -3 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

a) $P(X < 2)$ b) $P(-1 < X < 1)$ c) $P(-1.5 < X < 2.5)$ d) $P(X = 0)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & : 0 < x \leqslant 4 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

a $P(0 \leqslant X \leqslant 4)$

b $P(X \leqslant 2)$

c $P(X > 2)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا، ودالة كثافة الاحتمال له هي: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

فأوجد:

a) $P(X < 1)$

b) $P(X \geqslant 1)$

c) $P(X = 1)$

لتكن الدالة f:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

a. أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.

b. أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

c. أوجد $P(1 < X \leqslant 3)$

d. أوجد التوقع والتباين للدالة f.

لتكن الدالة f:
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & : 1\leqslant x\leqslant 3\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

a أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

b أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

c أوجد: $P(2<X\leqslant 3)$

d أوجد التوقع والتباين للدالة f .

إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

a) $P(z \leq 0.95)$

b) $P(z > 0.71)$

c) $P(1.45 \leqslant z \leqslant 3.26)$

إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

a) $P(z \leq -0.12)$

b) $P(-3.2 \leq z \leq -0.1)$

c) $P(-5.26 \leq z \leq 0.69)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئــة

---

(1) إذا كانت $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، $f(2) = 1$ فإن $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

---

(2) إذا كان $y = 1$ عند $x = 0$ و $y' + y = 0$ فإن : $y = 2e^{-x}$

---

(3) . $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$

---

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$ فإن $P(X \ge 2) = 1$

ثانياً : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x}\ csc^2 x\ dx =$

$a)\ \frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$ $\qquad$ $b)\ -\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

$c)\ -\frac{3}{4}\sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$ $\qquad$ $d)\ 3\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

---

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0\ , x = 2$ بالوحدات المكعبة هو :

$a)\ 4\pi$ $\qquad$ $b)\ 16\pi$ $\qquad$ $c)\ 8\,\pi$ $\qquad$ $d)\ 2\,\pi$

وزارة التربية
الكنترول العلمي
لجنة تقدير الدرجات

(9)

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

(7) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx =$

a) $2\ln(x^2+1)+c$ b) $\ln(x^2+1)+c$

c) $\frac{x^2}{x^2+1}+c$ d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3}+x}+c$

---

8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2 + 2xy = 0$ من :

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

---

(9) $\int (2x+1)\sin x \, dx =$

a) $(2x+1)\cos x + 2\sin x + c$ b) $-(2x+1)\cos x - 2\sin x + c$

c) $-(x+1)\cos x - 2\sin x + c$ d) $-(2x+1)\cos x + 2\sin x + c$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي :

a) $\frac{-x^2}{2}+3x-4$ b) $3-\ln|3-x|$

c) $\ln|3-x|+3$ d) $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

---

(11) إذا كانت $y = x^2e^x - xe^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

a) $e^x(x^2+x+1)$ b) $e^x(x^2-x)$

c) $e^x(x^2+x-1)$ d) $2x\,e^x - e^x$

وزارة التربية
الكنترول العلمي
لجنة تقدير الدرجات

(10)

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئــة

---

(1) إذا كانت : $f(2) = 1 \, , f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ فإن : $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

---

(2) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X > a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(3) إذا كان : $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

$a)\ y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$ $\qquad$ $b)\ y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

$c)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$ $\qquad$ $d)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

---

(4) $\int (\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2)^2 \, dx =$

$a)\ 2x + c$ $\qquad$ $b)\ x^2 + c$

$c)\ \frac{x^2}{2} + 2x + c$ $\qquad$ $d)\ \frac{1}{3}x^3 + c$

---

(5) إذا كانت : $y = ln\left(\frac{10}{x}\right)$, فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

$a)\ -\frac{10}{x}$ $\qquad$ $b)\ \frac{10}{x}$ $\qquad$ $c)\ \frac{1}{x}$ $\qquad$ $d)\ -\frac{1}{x}$

(6) إذا كان $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4 \quad , \int_{3}^{-1} g(x)dx = 2$

فإن $\int_{-1}^{3} (2f(x) + 3\, g\,(x) + 1\,)dx$ يساوي :

$a)$ 6 $\quad$ $b)$ 18 $\quad$ $c)$ 12 $\quad$ $d)$ − 6

---

(7) $\displaystyle\int \frac{csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + cotx}}\, dx =$

$a)\ \frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c \qquad b)\ -\frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c$

$c)\ \frac{1}{x}$

$c)\ -2\sqrt{2 + cotx} + c \qquad d)\ \frac{4}{3}(2 + cotx)^{\frac{4}{3}} + c$

---

(8) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته $\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1$ هي :

$a)$ 9 *units* $\quad$ $b)$ 2 *units* $\quad$ $c)$ 4.5 *units* $\quad$ $d)$ 16.25 *units*

---

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بين منحنيي $y = \frac{1}{2}x \quad , \quad y = \sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

$a)\ \frac{64\pi}{15} \qquad b)\ \frac{32\pi}{15} \qquad c)\ \frac{64\pi}{5} \qquad d)\ \frac{8\pi}{3}$

---

(10) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما :

$a)\ y = \pm 2x \qquad b)\ y = \pm\frac{1}{2}x \qquad c)\ y = \pm 4x \qquad d)\ y = \pm\frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

(10)

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

<u>أولا</u> : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئــة

---

(1) $\int csc^2 x \, d\, x = -cot x + c$

---

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(3) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx =$

$a)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

$b)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

$c)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

$d)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

---

(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

$a)\ 9\,\pi\ units^2$

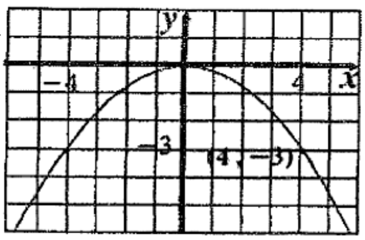
$b)\ 6\,\pi\ units^2$

$c)\ 3\,\pi\ units^2$

$d)\ \frac{9}{2}\,\pi\ units^2$

---

(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :



$a)\ y = \frac{4}{3}$

$b)\ y = \frac{9}{20}$

$c)\ y = \frac{-1}{12}$

$d)\ y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = sin\theta$ فإن y تساوي :

$a) -cos\theta$ $b) 2 - cos\theta$ $c) -2 - cos\theta$ $d) 4 - cos\theta$

---

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

$a) \frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ $b) \frac{e^{-x} - e^{x}}{2} + c$

$c) \frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ $d) \frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

---

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

$a)$ 12 $units$ $b) 2\sqrt{41}$ $units$ $c)$ 16 $units$ $d)$ 20 $units$

---

(9) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

$a) y = 2e^{\frac{5}{2}}$ $b) y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

$c) y = 2e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ $d) y = 2e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

---

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$: فإن $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

$a) R - R^-$ $b) R - R^+$ $c) R^-$ $d) R^+$

انتهت الأسئلة

(10)