

يمكنك مراجعه الحلول من خلال المذكرة المحلولة
للتأكد من حلك والتدرب على الحل الصحيح

مراجعته القصير

الإحصاء

الصف الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الأول

"لا تبحث عن الحل الأسرع ... بل عن الفهم الذي لا يُنسى"

للحصول على المذكرة المحلولة اشترك في قناتي اليوتيوب والتيليجرام
وسيصلك كل ما هو جديد



اضغط هنا

للاضمام لجروب التيليجرام

YouTube

اضغط هنا

للاشتراك في قناة اليوتيوب



HOSAMBAYOUMI195

رياضيات

إعداد: أ. حسام بيومي



الوحدة الأولى: التقدير واختبارات الفروض

١-١

التقدير

المعلمة: هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ

الإحصاءة: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي $\bar{S}$ أو الانحراف المعياري $\bar{C}$

تقدير المعلمة: هو إحصاءة تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه

التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع

فترة الثقة: هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع $(\bar{S} - \bar{H}, \bar{S} + \bar{H})$ (حيث $\bar{H}$: هو هامش الخطأ)

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

فترة الثقة	هامش الخطأ ($\bar{H}$)	حجم العينة (ن)	الانحراف المعياري (σ)
$(\bar{S} - \bar{H}, \bar{S} + \bar{H})$	$\bar{H} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} U$	$n < 30$ أو $n \geq 30$	معلوم
	$\bar{H} = \frac{C}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} U$	$n < 30$	غير معلوم
	$\bar{H} = \frac{C}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} T$	$n \geq 30$	(نستبدل σ بـ C)



أ) أوجد القيمة الحرجة $\alpha_{\frac{1}{4}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

ب) أوجد القيمة الحرجة $\alpha_{\frac{1}{4}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٧٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

ج) أوجد القيمة الحرجة $\alpha_{\frac{1}{4}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

د) أوجد القيمة الحرجة $\alpha_{\frac{1}{4}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري



- أ) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن ، فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12,5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76,3$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة

- ب) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن ، فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 100$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3,6$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18,4$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة



- أ) أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالب حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية أسبوعياً فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = ١,٨$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{س} = ١٥$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة

- ب) أجريت دراسة لعينة من ٢٤ طالب حول متوسط عدد ساعات مشاهدة التلفزيون أسبوعياً فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = ٢,٥$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{س} = ٢١$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة



- أ) قامت شركة عالمية بدراسة لمعرفة كفاءة أداء سيارتها ، فأخذت عينة حجمها ١٠٠٠ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{S} = ٥$ سنوات والانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = ٠,٥$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة

- ب) أخذت عينة حجمها $n = ٦٤$ فوجد أن متوسطها الحسابي $\bar{S} = ١٦٠$ ، والانحراف المعياري $\sigma = ٥٠$ بمستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة



- أ) عينة عشوائية حجمها ٣٦، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة ٦٠ وتباينها ١٦ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة

- ب) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = ٨١$ ، ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = ٥٠$ وانحرافها المعياري $\sigma = ٩$ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة



- أ) في دراسة للمدة الزمنية المطلوبة من طلاب جامعيين لإنهاء دراستهم ، اختير عشوائياً ٨٠ طالباً فكان المتوسط الحسابي للعينه $\bar{S} = ٨,٤$ سنوات والانحراف المعياري $\sigma = ٢,٢$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة

- ب) أخذت عينة حجمها $n = ٣٢$ فوجد أن متوسطها الحسابي $\bar{S} = ٣,١٤$ ، وانحرافها المعياري $\sigma = ٠,٨$ بمستوى ثقة ٩٥ %
- (١) أوجد هامش الخطأ
 - (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ
 - (٣) فسر فترة الثقة



أ) أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها $n = 23$ من مجتمع طبيعي
أوجد القيمة الحرجة t_{α} المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت

ب) أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها $n = 20$ من مجتمع طبيعي
أوجد القيمة الحرجة t_{α} المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت



- ١) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري $(\sigma) = 10$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 15$ ، باستخدام مستوى ثقة 95%
- ١) أوجد هامش الخطأ
- ٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ

- ٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ ، علماً أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي
- إذا كان لدينا $\bar{x} = 8.4$ ، $\sigma = 2.3$ ، $n = 13$



- أ) أخذت عينة حجمها $n = 13$ فوجد أن متوسطها الحسابي $\bar{x} =$ وانحرافها المعياري $\sigma = 3,5$ بمستوى ثقة ٩٥% .
- (١) أوجد هامش الخطأ
- (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

- ب) يعتبر الخفاش الطنان من أصغر الثدييات في العالم ويبلغ حجمه حجم نحلة طنانة تقريباً .
- أخذت عينة عشوائية حجمها $n = 15$ ، وجد أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 1,7$ ، وانحرافها المعياري $\sigma = 4,2$ بمستوى ثقة ٩٥% .
- (١) أوجد هامش الخطأ
- (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ



- أ) عينة عشوائية حجمها $n = 60$ ، فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = 18$ المتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 36$ ، باستخدام مستوى ثقة 95%
- (١) أوجد هامش الخطأ
- (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

- ب) أخذت عينة عشوائية من 20 نبتة لدراسة نموها، فإذا كان المتوسط الحسابي للنمو $\bar{x} = 36$ سم خلال عام والانحراف المعياري للعينة $\sigma = 4,6$ سم باستخدام مستوى ثقة 95%
- (١) أوجد هامش الخطأ
- (٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ



الفرض الاحصائي: هو ادعاء معين مبني على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ

المقياس الاحصائي: هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة

اختبارات الفروض الإحصائية (اختبار المعنوية) :
هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع

الانحراف المعياري (σ)	المقياس الإحصائي (و أو ت)	حجم العينة (ن)
معلوم	$u = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	لا يشترط حجم معين للعينة
غير معلوم (نستبدل σ بـ $\hat{\sigma}$)	$u = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$	$n < 30$
	$t = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$	$n \geq 30$



أ) تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها ٤٠٠٠ دينار كويتي، إذ أخذت عينة من ٢٥ موظفاً ووجد أن متوسط رواتب العينة ٣٩٥٠ ديناراً كويتياً، فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = ١٢٥$ ديناراً، وضح كيفية إجراء **الاختبار** الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.



ب) يزعم صانع إطارات أن متوسط عمر الإطارات التي يصنعها $\mu = 25000$ كم
 إذ أخذت عينة من ١٥ إطاراً أظهرت أن المتوسط الحسابي $\bar{x} = 27000$ كم
 فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 5000$ كم ، وضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي
 بمستوى ثقة ٩٥ %



أ) بينت الدراسة أن قوة تحمل أسلاك معدنية لها متوسط حسابي $\mu = 1800$ كجم مع انحراف معياري $\sigma = 150$ كجم ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الأسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك وتأكيداً على ذلك تم اختيار عينة من ٤٠ سلكاً فُتِبن أن متوسط تحمل هذه الأسلاك يساوي ١٨٤٠ كجم ، هل يمكن قبول هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ؟



- (ب) متوسط العمر لعينة من ١٥٠ مصباحاً كهربائياً مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{x} = ١٥٨٠$ ساعة مع انحراف معياري $\sigma = ١٢٥$ ساعة يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر $\mu = ١٦٢٠$ ساعة اختبر الفرض $\mu = ١٦٢٠$ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq ١٦٢٠$ ساعة باختبار مستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$



في مجتمع احصائي إذا كانت $\bar{S} = 40$ ، $\sigma = 7$ ، وحجم المجتمع $N = 50$
 اختبر الفرض $\mu = 35$ مقابل الفرض $\mu \neq 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$



يزعم مسؤول في متجر لبيع الأدوات الكهربائية أم متوسط الأسعار ٣٠٠ دينار
أخذت عينة من ٢٠ آلة فوجد أن المتوسط الحسابي $\bar{x} = 280$ ديناراً والانحراف المعياري
 $\sigma = 32,2$ اختبر فرضية المسؤول ع عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$



مثال (٣) ص ٣١

أ) إذا كانت $n = 80$ ، $\bar{S} = 37,2$ ، $E = 1,79$ اختبر الفرض $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$ 

(ب) متوسط العمر لعينة من ١٠٠ مصباحاً كهربائياً مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{X} = ١٥٧٠$ ساعة بانحراف معياري $\sigma = ١٢٠$ ساعة يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر $\mu = ١٦٠٠$ ساعة للمصابيح المصنعة في المصنع، اختبر الفرض $\mu = ١٦٠٠$ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq ١٦٠٠$ ساعة باختبار مستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$



أخذت عينة عشوائية من مجتمع قيد الدراسة حجمها $n = 150$ فوجد أن المتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 30.3$ ، $E = 6.5$ **اختبر** الفرض $\mu = 30$ مقابل الفرض $\mu \neq 30$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$



أ) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الانفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتياً ، فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{S} = ٢٨٣$ ديناراً وانحرافها المعياري $\sigma = ٣٢$ ديناراً ، فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه ؟ استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ (علماً أن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً)



(ب) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الانفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتياً، فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{S} = ٢٩٦$ ديناراً وانحرافها المعياري $\sigma = ٥$ دنانير، فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه ؟ استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ (علماً أن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً)



في عينة عشوائية إذا كانت $n = 25$ ، $\bar{s} = 40$ ، $c = 3$
 اختبر الفرض $\mu = 42$ مقابل الفرض $\mu \neq 42$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$



في البنود التالية، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة		
١	إذا سحبت عينة عشوائية حجمها $n = 9$ من مجتمع طبيعي تباينه $\sigma^2 = 9$ وكان $\bar{s} = 7,96$ فإن فترة الثقة للمعلمة μ بمستوى ثقة ٩٥٪ هي: (٦ ، ٩,٩٢)	(أ) (ب)
٢	إذا كانت μ تقع في الفترة (٢٥,٦٤١ ، ٣٤,٣٥٩) فإن $\mu = 30$	(أ) (ب)
٣	المعلمة: هي ثابت يصف العينة أو يصف توزيع العينة كالوسط الحسابي أو الانحراف المعياري لها	(أ) (ب)
٤	التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة من معالم المجتمع المجهولة	(أ) (ب)
٥	إذا كان توزيع المجتمع طبيعي و σ غير معلومة وكان حجم العينة $n < 30$ ، فإن المقياس الاحصائي لقبول أو رفض فرض العدم للمعلمة μ هو $U = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	(أ) (ب)
٦	(١ - α) هي معامل مستوى الثقة	(أ) (ب)
٧	لتعين فترة ثقة للمعلمة μ إذا كان المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي وتباينه σ^2 غير معلوم وكان حجم العينة $n = 16$ ، فإن درجة الحرية للتوزيع ت تساوي ١٥	(أ) (ب)
٨	إذا كانت فترة الثقة للوسط الحسابي للمجتمع (μ) هي (٣٦,٦٤٤ ، ٣٨,٩٥٦) ، فإن $\bar{s} = 37,8$	(أ) (ب)
٩	إذا كانت درجات الحرية هي ٣٠ ، فإن حجم العينة هو ٢٩	(أ) (ب)
١٠	الإحصاءة: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي $\bar{s}$ أو الانحراف المعياري s	(أ) (ب)



لكل بند من البنود التالية أربعة خيارات ، واحد منها صحيح ، ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة

أخذت عينة من مجتمع طبيعي حجمها $n = 100$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 40$ وانحرافها المعياري $\sigma = 10$ باستخدام مستوى ثقة 97% ، فإن :

٢٠ القيمة الحرجة $t_{\alpha/2}$ هي :

- (أ) ٢,١٦ (ب) ٢,١٨ (ج) ٢,١٧ (د) ليس أي مما سبق

٢١ هامش الخطأ يساوي

- (أ) ٢,١٧ (ب) ٢,١٦ (ج) ٤,٣٤ (د) ٦,٥١

٢٢ القيمة الحرجة $t_{\alpha/2}$ المناظرة لمستوى ثقة 99% تساوي

- (أ) ٢,٥٨ (ب) ٢,٥٧ (ج) ٢,٥٧٥ (د) ٢,٥

٢٣ إذا كانت فترة الثقة عند مستوى ثقة 95% لعينة أخذت من مجتمع طبيعي هي $(12, 38)$

فإن التقدير بنقطة لمعلمة المجتمع المجهولة μ يساوي

- (أ) ١٢ (ب) ٣٨ (ج) ٢٥ (د) ٥٠

٢٤ أخذت عينة من مجتمع طبيعي حجمها $n = 30$ وتباين المجتمع $\sigma^2 = 9$ ، فإذا كان الحد

الأعلى لفترة الثقة عند مستوى ثقة 95% يساوي $31,96$ ، فإن $n =$

- (أ) ١٦ (ب) ٩ (ج) ٣٠ (د) ١٥

٢٥ من جدول التوزيع الطبيعي المعياري $t_{0,4898} =$

- (أ) ٢,٣ (ب) ٢,٣٢ (ج) ٢,٣١ (د) ٢,٣٣

٢٦ إذا كانت $n = 16$ ، $\bar{x} = 35$ ، $\sigma = 8$ ، عند اختبار الفرض $\mu = 30$ عند مستوى مغنوية $\alpha = 0,05$ ، فإن القياس الإحصائي

- (أ) $t = 2,5$ (ب) $t = -2,5$ (ج) $t = 2,5$ (د) $t = -2,5$

٢٧ منطقة القبول هي :

- (أ) $(1,96, 1,96)$ (ب) $(-2,5, 2,5)$ (ج) $(-2,132, 2,132)$ (د) ليس أي مما سبق

٢٨ إذا كانت $n = 16$ ، $\bar{x} = 70$ ، $\sigma = 5$ ، عند اختبار الفرض $\mu = 72$ عند مستوى مغنوية $\alpha = 0,05$ ، فإن القياس الإحصائي

- (أ) $t = 1,6$ (ب) $t = -1,6$ (ج) $t = 1,6$ (د) $t = -1,6$

٢٩ منطقة القبول هي :

- (أ) $(1,96, 1,96)$ (ب) $(-2,132, 2,132)$ (ج) $(-2,120, 2,120)$ (د) $(-1,753, 1,753)$