

الصف الثاني عشر عام

الوحدة السادسة

"أنظمة المعادلات و المصفوفات"

$$x + 3y + 2z = 5$$

$$3x + y - 2z = 7$$

$$2x + 2y + 3z = 3$$

[1] ما هو حل النظام الموضح جانباً ؟

✓

(B) $(1, 2, -1)$

(A) $(-1, 2, 1)$

(D) $(1, -2, 1)$

(C) $(1, 2, 1)$

$$2x + 3y - z = 1$$

$$x + y - 2z = 5$$

$$x + 2y + z = 8$$

[2] أوجد حلاً لنظام المعادلات

(B) $(-2, 3, 1)$

(A) $(2, 3, -1)$

✓

(D) ليس لها حل

(C) عدد لا نهائي من الحلول

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x + 3y - z = 13$$

$$x + y - 2z = 15$$

[3] أوجد حلاً لنظام المعادلات

(B) $(4, -3, -1)$

(A) $(3, -2, 1)$

(D) ليس لها حل

✓

(C) عدد لا نهائي من الحلول

[4] أي مما يلي تمثل مصفوفة درجة صف ؟

(B) $\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$

(A) $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -8 & 12 \\ 1 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$

(D) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right]$

✓

(C) $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

[5] أي مما يلي لا يمثل مصفوفة درجة صف ؟

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & | & 9 \\ 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 8 & | & 7 \\ 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

✓

$$\begin{bmatrix} 1 & -8 & | & 12 \\ 1 & 3 & | & -7 \\ 0 & 1 & | & 4 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & | & 10 \\ 0 & 1 & | & -6 \\ 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 6 \\ -3x - 2y &= -4 \end{aligned}$$

[6] ما المصفوفة الموسعة التي تمثل نظام المعادلات الخطية جانباً ؟

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & | & 6 \\ 2 & 2 & | & -4 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

✓

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & | & 6 \\ -3 & -2 & | & -4 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & | & 23 \\ 4 & 2 & | & 18 \end{bmatrix}$$

[7] ما هو نظام المعادلات الذي يمثل المصفوفة الموسعة جانباً ؟

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= -23 \\ 4x + 2y &= -18 \end{aligned} \text{ (B)}$$

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= -23 \\ 4x - 2y &= 18 \end{aligned} \text{ (A)}$$

✓

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 23 \\ 4x + 2y &= 18 \end{aligned} \text{ (D)}$$

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 23 \\ 4x - 2y &= 18 \end{aligned} \text{ (C)}$$

[8] حدد عملية الصف التي تم القيام بها للحصول على المصفوفة

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -6 & | & 3 \\ 0 & 1 & -3 & | & -2 \\ 0 & -1 & 2 & | & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 5 & -6 & | & 3 \\ 0 & 1 & -3 & | & -2 \\ 0 & 0 & -1 & | & -1 \end{bmatrix}$$

$$R_1 - R_3 \text{ (B)}$$

$$R_2 - R_3 \text{ (A)}$$

$$R_1 + R_3 \text{ (D)}$$

✓

$$R_2 + R_3 \text{ (C)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & -3 \\ 0 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 2 & | & 10 \end{bmatrix}$$

[9] حل نظام المعادلات الموضح في المصفوفة الموسعة

$$(-8, 7, 5) \text{ (B)}$$

✓

$$(2, 7, 5) \text{ (A)}$$

$$(-3, 2, 5) \text{ (D)}$$

$$(-8, 2, 5) \text{ (C)}$$

[10] استعارت ليلي كتباً وأسطوانات مضغوطة وأسطوانات DVD من المكتبة وبلغ إجمالي ما استعارته 16 عنصراً وكان إجمالي عدد الأسطوانات المضغوطة وأسطوانات DVD مساوياً لعدد الكتب. واستعارت ليلي أسطوانتين مضغوطتين زيادة عن أسطوانات DVD بفرض أن b يمثل عدد الكتب ، و c يمثل الأسطوانات المضغوطة و d عدد أسطوانات DVD اكتب نظاماً من 3 معادلات خطية لتمثيل الموقف

$$\begin{aligned} b + c + d &= 16 \\ -b + c + d &= 0 \quad (B) \\ c - d &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b + c - d &= 16 \\ -b + c + d &= 0 \quad (A) \\ c - d &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b + c + d &= 16 \\ b - c + d &= 0 \quad (D) \\ c - d &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b + c + d &= 16 \\ b + c + d &= 0 \quad (C) \\ c - d &= 2 \end{aligned}$$

$$[11] \text{ لديك المصفوفة الموسعة : } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & -5 \\ 2 & -3 & 5 & 8 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & -3 & 5 & 8 \end{array} \right] \text{ حدد عملية الصف الاولى التي أجريت للحصول على المصفوفة}$$

$$R_1 - R_2 \quad (B)$$

$$R_2 + R_3 \quad (A)$$

$$R_1 + R_2 \quad (D)$$

$$R_2 - R_3 \quad (C)$$

[12] إذا كان المصفوفة $A_{2 \times 3}$ ، و المصفوفة $B_{3 \times 1}$ فإن حاصل ضرب المصفوفتين AB يكون

$$AB_{2 \times 1} \quad (B)$$

$$AB_{1 \times 2} \quad (A)$$

$$\text{غير ممكن} \quad (D)$$

$$AB_{3 \times 3} \quad (C)$$

$$[13] \text{ إذا كان } A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 9 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \text{ أوجد } AB$$

$$\begin{bmatrix} 38 & 25 & 44 \\ 30 & 54 & 73 \\ 44 & 73 & -30 \end{bmatrix} \quad (B)$$

$$\begin{bmatrix} 38 & -25 & -30 \\ 32 & 45 & 73 \\ 44 & 24 & 18 \end{bmatrix} \quad (A)$$

$$\begin{bmatrix} 38 & 30 & 44 \\ 25 & 54 & 73 \\ -48 & -18 & -30 \end{bmatrix} \quad (D)$$

$$\begin{bmatrix} -38 & -25 & -30 \\ -18 & 24 & 55 \\ 32 & 45 & 18 \end{bmatrix} \quad (C)$$

[14] يُقال لمصفوفتين A & B أنهما متعاكستان إذا كان

$$A = -B \text{ (B)}$$

$$B = -A \text{ (A)}$$

$$A + B = I \text{ (D)}$$

✓

$$AB = BA = I \text{ (C)}$$

[15] أوجد قيمة المحدد ، إذا كان $A = \begin{bmatrix} -4 & -7 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

✓

$$6 \text{ (B)}$$

$$3 \text{ (A)}$$

$$5 \text{ (D)}$$

$$-3 \text{ (C)}$$

[16] إذا كان $X = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ ؛ احسب قيمة $|X|$

$$15 \text{ (B)}$$

$$-15 \text{ (A)}$$

$$25 \text{ (D)}$$

✓

$$-25 \text{ (C)}$$

[17] إذا كان $B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ أوجد $B - A$

$$\begin{bmatrix} -20 & -3 \\ 6 & 15 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

✓

$$\begin{bmatrix} -20 & -3 \\ 6 & -15 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$\begin{bmatrix} -20 & -3 \\ -6 & -15 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} -20 & -3 \\ -6 & 15 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[18] إذا كان $A = \begin{bmatrix} 2x & -y \\ -3y & 5x \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ ، $AB = \begin{bmatrix} -2 \\ 31 \end{bmatrix}$ أوجد قيمتي x, y

$$x = -\frac{1}{2} , y = -3 \text{ (B)}$$

$$x = \frac{1}{2} , y = 3 \text{ (A)}$$

✓

$$x = \frac{1}{2} , y = -3 \text{ (D)}$$

$$x = -\frac{1}{2} , y = 3 \text{ (C)}$$

[19] إذا كان $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ ، أوجد A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

✓

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[20] أى من المصفوفات الآتية تكون منفردة ؟

✓

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[21] حدد المصفوفة المحايدة من المصفوفات التالية

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

✓

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[22] أى زوج من المصفوفات التالية يكونا متعاكسين ؟

✓

$$\begin{bmatrix} -9 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[23] أوجد حلاً للنظام ، إذا عُلم أن $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

$$(19, -1) \text{ (B)}$$

$$(4, -1) \text{ (A)}$$

✓

$$(7, -5) \text{ (D)}$$

$$(-5, 0) \text{ (C)}$$

[24] أوجد حلاً للنظام ، إذا عُلم أن $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$(-4, -3) \text{ (B)}$$

$$(-4, 3) \text{ (A)}$$

✓

$$(4, 3) \text{ (D)}$$

$$(4, -3) \text{ (C)}$$

[25] أى من المصفوفات الآتية تكون منفردة ؟

✓

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \text{ (B)}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \text{ (A)}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ (D)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \text{ (C)}$$

[26] إذا كان $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ ، أوجد A^{-1}

(B) $\begin{bmatrix} -44 & -5 & -14 \\ -16 & -2 & 5 \\ 9 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} -44 & -5 & -14 \\ -16 & -2 & 5 \\ 9 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

✓ (D) $\begin{bmatrix} -44 & -5 & -14 \\ 16 & 2 & 5 \\ 9 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -44 & -5 & -14 \\ 16 & 2 & -5 \\ 9 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

[27] أوجد x, y ، إذا كان $A = \begin{bmatrix} 2x & -y \\ -3y & 5x \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ ، $AB = \begin{bmatrix} -2 \\ 31 \end{bmatrix}$

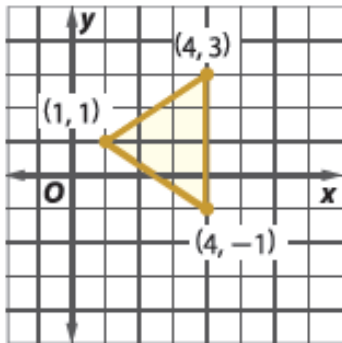
(B) $x = -\frac{1}{2}$ ، $y = -3$

(A) $x = \frac{1}{2}$ ، $y = 3$

(D) $x = -\frac{1}{2}$ ، $y = 3$

✓ (C) $x = \frac{1}{2}$ ، $y = -3$

[28] أوجد المساحة A للمثلث الذي رؤوسه (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) ، (x_3, y_3) ،



باستخدام $A = \frac{1}{2} |(det X)|$ حيث $X = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$

(B) 8 وحدات مربعة

✓ (A) 6 وحدات مربعة

(D) 4 وحدات مربعة

(C) 5 وحدات مربعة

[29] حل المعادلة لإيجاد قيمة X حيث $A + B = 2X$ ، إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}$

✓ (B) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

[30] أوجد قيمة n بحيث لا يمكن حل النظام الذي تعبر عنه المصفوفة

$$\left[\begin{array}{cc|c} n & -8 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

−3 (B)

4 (A)

3 (D)



−4 (C)

[31] أوجد حل معادلة المصفوفة الموضحة جانباً : $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ (B)

$\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$ (A)



$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ (D)

$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$ (C)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 1 \\ x + 2y - 4z &= 3 \\ 4x + 3y - 7z &= -8 \end{aligned}$$

[32] استخدم قاعدة كرامر لايجاد حل لنظام المعادلات الموضح جانباً :



(B) ليس لها حل فريد

(2 , −1 , 3) (A)

(−2 , −1 , 3) (D)

(−2 , 1 , −3) (C)

$$-x - 2y = -4z + 12$$

$$3x - 6y + z = 15$$

$$2x + 5y + 1 = 0$$

[33] لديك نظام المعادلات الخطية :

فإذا علمت أن $|A| = 109$ ، $|A_x| = 218$ ، $|A_y| = -109$ ، $|A_z| = 327$ ،

أوجد قيمة x



−1 (B)

$\frac{1}{2}$ (A)

2 (D)

3 (C)

[34] إذا عُلِمَ أن $|A| = -44$ ، $|A_x| = 176$ ، $|A_y| = -88$ ، $|A_z| = -44$ ،

فإن حل هذا النظام هو

(B) $(4, 2, 1)$

(A) $(-4, -2, 1)$

(D) $(-4, -2, -1)$

✓

(C) $(-4, 2, 1)$

[35] على فرض أنه تمت إزاحة مثلث ABC ثلاث وحدات لليمين ووحدة واحدة للأسفل فإن مصفوفة الإزاحة تكون

(B) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$

✓

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

[36] أي من المصفوفات الآتية تمثل الانعكاس حول محور- x ؟

(B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

✓

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

[37] إذا كان $A(1, 1)$ ، $B(1, 4)$ ، $C(5, 1)$ أوجد إحداثيات صورة المثلث ABC

بعد التمدد بمعامل مقداره 2

✓

(B) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 2 & 8 & 2 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & -6 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 10 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

[38] للمربع ABCD الرؤوس $A(-1, 3)$ ، $B(3, 3)$ ، $C(3, -1)$ ، $D(-1, -1)$ أوجد

المصفوفة التي تمثل إحداثيات المربع بعد تحريكه بالإزاحة وحدة واحدة إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأسفل

(B) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$

✓

(C) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

[39] أى من المصفوفات الآتية تمثل الدوران بزاوية 90° باتجاه معاكس لعقارب الساعة عن نقطة الاصل؟

(A) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ✓ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

[40] إذا كان $A(2, 0)$ ، $B(0, 4)$ ، $C(5, 1)$ أوجد إحداثيات صورة المثلث ABC

بدوران بزاوية 270° عكس اتجاه عقارب الساعة

(A) $\begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 \\ -2 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ✓ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -5 \end{bmatrix}$

[41] مثلث ABC إحداثيات رؤوسه $A(-6, 2)$ ، $B(-4, 6)$ ، $C(-2, 4)$ أوجد إحداثيات

صورة المثلث ABC بالانعكاس حول محور x

(A) $\begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 \\ -2 & -6 & -4 \end{bmatrix}$ ✓ (D) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ -2 & -6 & -4 \end{bmatrix}$