

MR
ESLAM EL-Rashed

TERM 1



054 362 6195



rashedmath



mreslamelrashed@gmail.com



الرياضيات

الثاني عشر المتقدم

mathematics

12 advanced

2024 - 2025

الملزمة لا تغنى عن الكتاب المدرسى
ولا يسمح ببيعها

unit 3

التفاضل
Differentiation

ESLAM EL-RASHED

1

المماسات والسرعة المتجهة
Tangent Lines and Velocity

2

الاشتقاق
The Derivative

3

حساب المشتقات : قاعدة القوة
Computation of Derivatives: The Power Rule

4

قواعد الضرب والقسمة
The Product and Quotient Rules

5

قاعدة السلسلة
The Chain Rule

6

مشتقات الدوال المثلثية
Derivatives of Trigonometric Functions

7

اشتقاق الدوال الأسية و
الدوال اللوغاريتمية
Derivatives of Exponential
and Logarithmic Functions

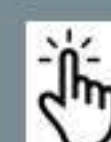
8

الاشتقاق الضمني و
الدوال المثلثية العكسية
Implicit Differentiation and Inverse
Trigonometric Functions

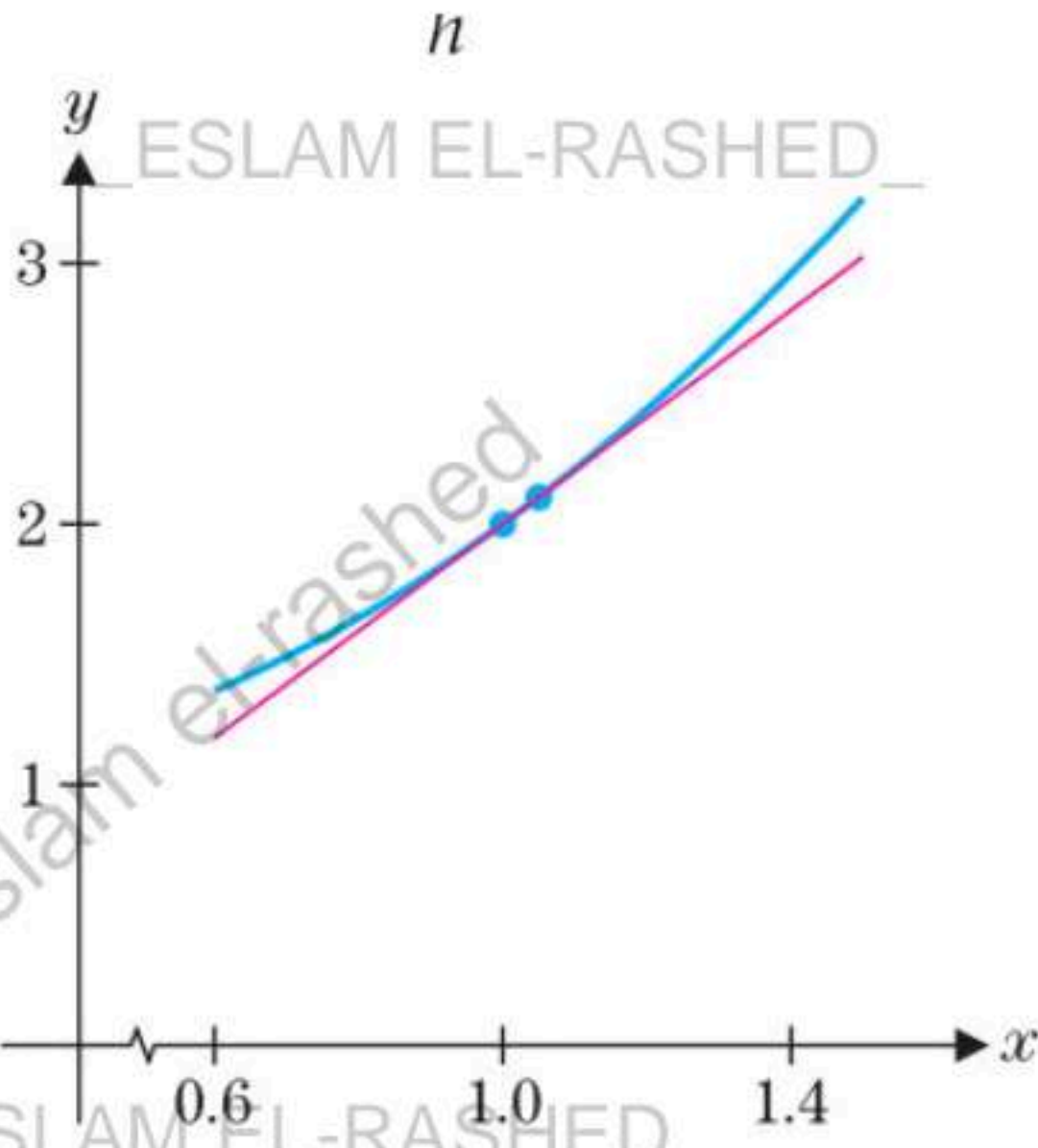
9

دوال القطع الزائد
The Hyperbolic Functions

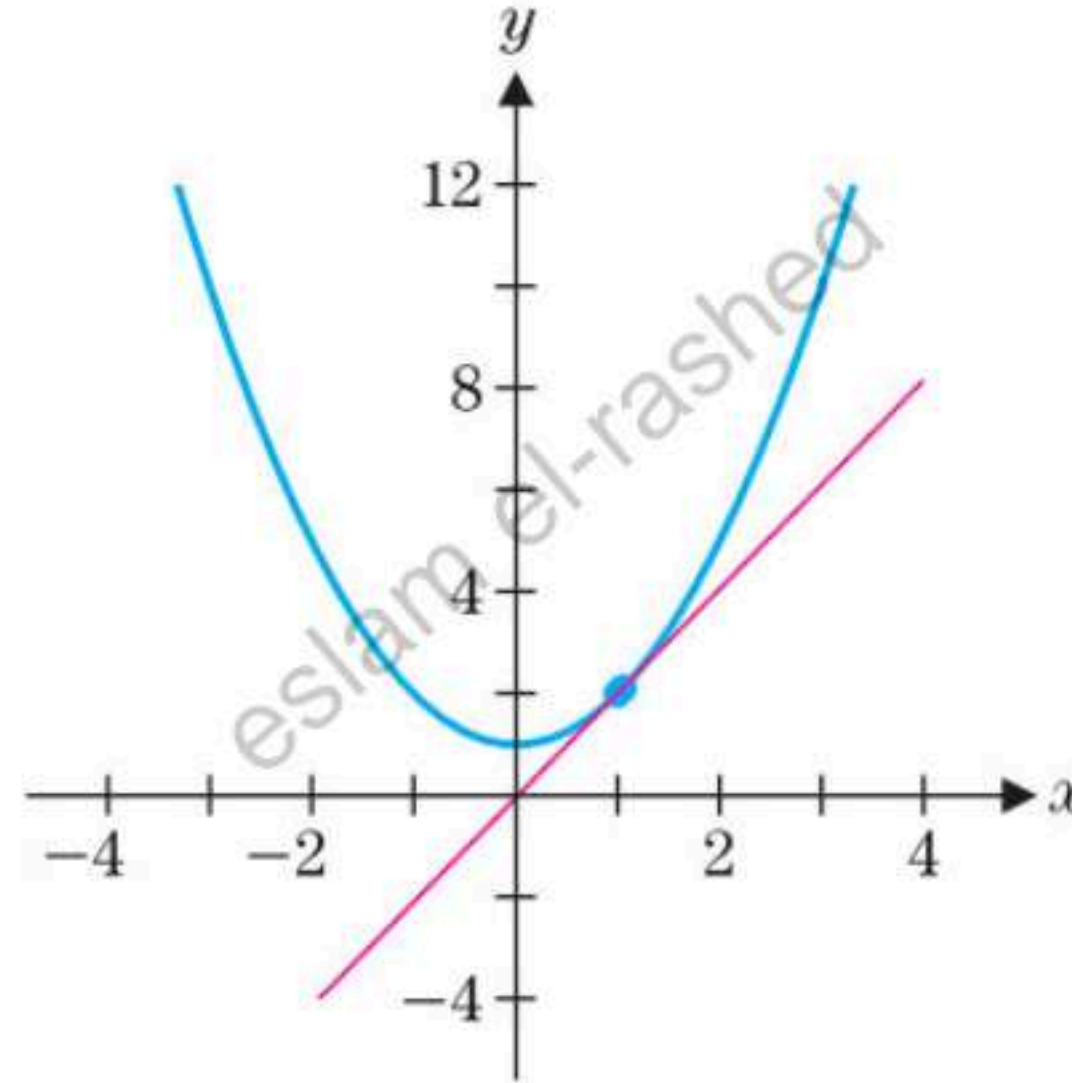
10

نظرية القيمة المتوسطة
The Mean Value Theorem

3-1

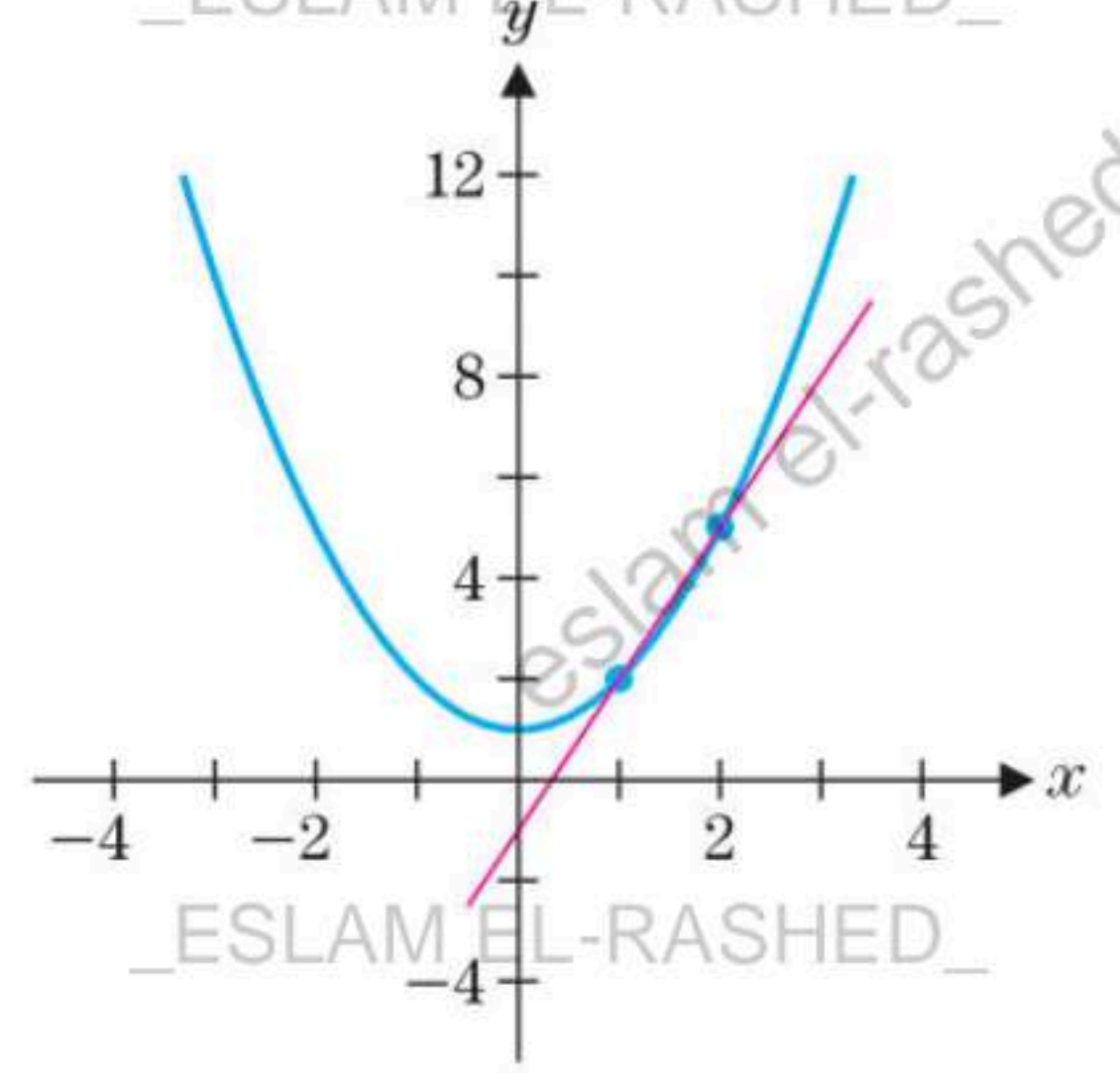
المماسات والسرعة المتجهة
Tangent Lines and Velocity

القاطع عن قرب
Close-up of secant line



القاطع الذي يربط بين
(1.05, 2.1025) و (1, 2)

Secant line joining (1, 2) and
(1.05, 2.1025)



القاطع الذي يربط بين
(2, 5) و (1, 2)

Secant line joining (1, 2) and (2, 5)

DEFINITION 1.1

The **slope** $m_{\tan}$ of the tangent line to $y = f(x)$ at $x = a$ is given by

$$m_{\tan} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \quad (1.2)$$

provided the limit exists.

تعريف 1.1

ميل المماس $m_{\tan}$ على المنحنى $y = f(x)$ عند $x = a$ يُعطى بالصيغة

$$m_{\tan} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad (1.2)$$

بشرط وجود النهاية.

The tangent line is then the line passing through the point $(a, f(a))$ with slope $m_{\tan}$, with equation given by

يمثل المماس المار بالنقطة $(a, f(a))$ ميل $m_{\tan}$ ، والذي يُعطى بالصيغة

$$m_{\tan} = \frac{y - f(a)}{x - a}$$

أو

$$y = m_{\tan}(x - a) + f(a)$$

Find an equation of the tangent line

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Q 1 $y = x^2 + 1$ at $x = 1$.

Q 2 $f(x) = x^2 - 2$, $x = 1$

Q 3 $y = \frac{2}{x}$ at $x = 2$.

Q 4 $f(x) = x^2 - 3x$, $x = -2$

Q 5 $f(x) = x^2 - 2, x = 0$

Q 6 $f(x) = \frac{2}{x+1}, x = 1$

Q 7 $f(x) = \sqrt{x+3}, a = -2$

Q 8 $f(x) = \cos x, x = 0$

compute the slope of the secant line between the points at (a) $x = 1$ and $x = 2$

احسب ميل القاطع بين النقاط عند (a) $x = 1$ و $x = 2$

Q9 $f(x) = x^3 - x$

Q10 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

Q11 $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

Q12 $f(x) = e^x$

Find an equation of the tangent line

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Q13 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$, $x = 1$

Velocity

السرعة المتجهة

distance = rate $\times$ time.

المسافة = المعدل (السرعة) $\times$ الزمن

The average velocity v_{avg} is then given by

السرعة المتجهة المتوسطة v_{avg} تحددتها

$$v_{\text{avg}} = \frac{\text{signed distance}}{\text{time}} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}.$$

$$v_{\text{avg}} = \frac{\text{المسافة الموجهة}}{\text{الزمن}} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$$

DEFINITION 1.2

If $s(t)$ represents the position of an object relative to some fixed location at time t as the object moves along a straight line, then the **instantaneous velocity** at time $t = a$ is given by

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{(a+h) - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}, \quad (1.5)$$

provided the limit exists. The **speed** is the absolute value of the velocity.

تعريف 1.2

إذا كان $s(t)$ يمثل موقع جسيم ما بالنسبة إلى مكان ثابت في الزمن t عندما تحرك الجسيم في خط مستقيم، فإن **السرعة اللحظية** في الزمن $t = a$ تحددها الصيغة

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{(a+h) - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h} \quad (1.5)$$

بشرط وجود النهاية. **السرعة** هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة.

use the position function s (in meters) to find the velocity at time $t = a$ seconds.

استخدم دالة الموقع s (بالأمتار) لإيجاد السرعة المتجهة عند الزمن $t = a$ ثانية

Q14 $s(t) = -4.9t^2 + 5$, (a) $a = 1$ (b) $a = 2$

Q15 $s(t) = 4t - 4.9t^2$, (a) $a = 0$ (b) $a = 1$

Q16 $s(t) = \sqrt{t + 16}$, (a) $a = 0$ (b) $a = 2$

Q17 $s(t) = 4/t$, (a) $a = 2$ (b) $a = 4$

the function represents the position in feet of an object at time t seconds. Find the average velocity between

تمثل الدالة موقع جسم ما بالقدم عند الزمن t ثانية. أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين

Q18 $s(t) = 16t^2 + 10$ $t = 0$ and $t = 2$

Q19 $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ $t = 0$ and $t = 2$

Q20 $s(t) = 3t^3 + t$ $t = 0$ and $t = 2$

Q21 $s(t) = 3 \sin(t - 2)$ $t = 0$ and $t = 2$

use graphical and numerical evidence to explain why a tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$ does not exist.

استخدم البرهان البياني والعددي لشرح سبب عدم وجود مماس للتمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ عند $x = a$.

Q22 $f(x) = |x - 1|$ $a = 1$

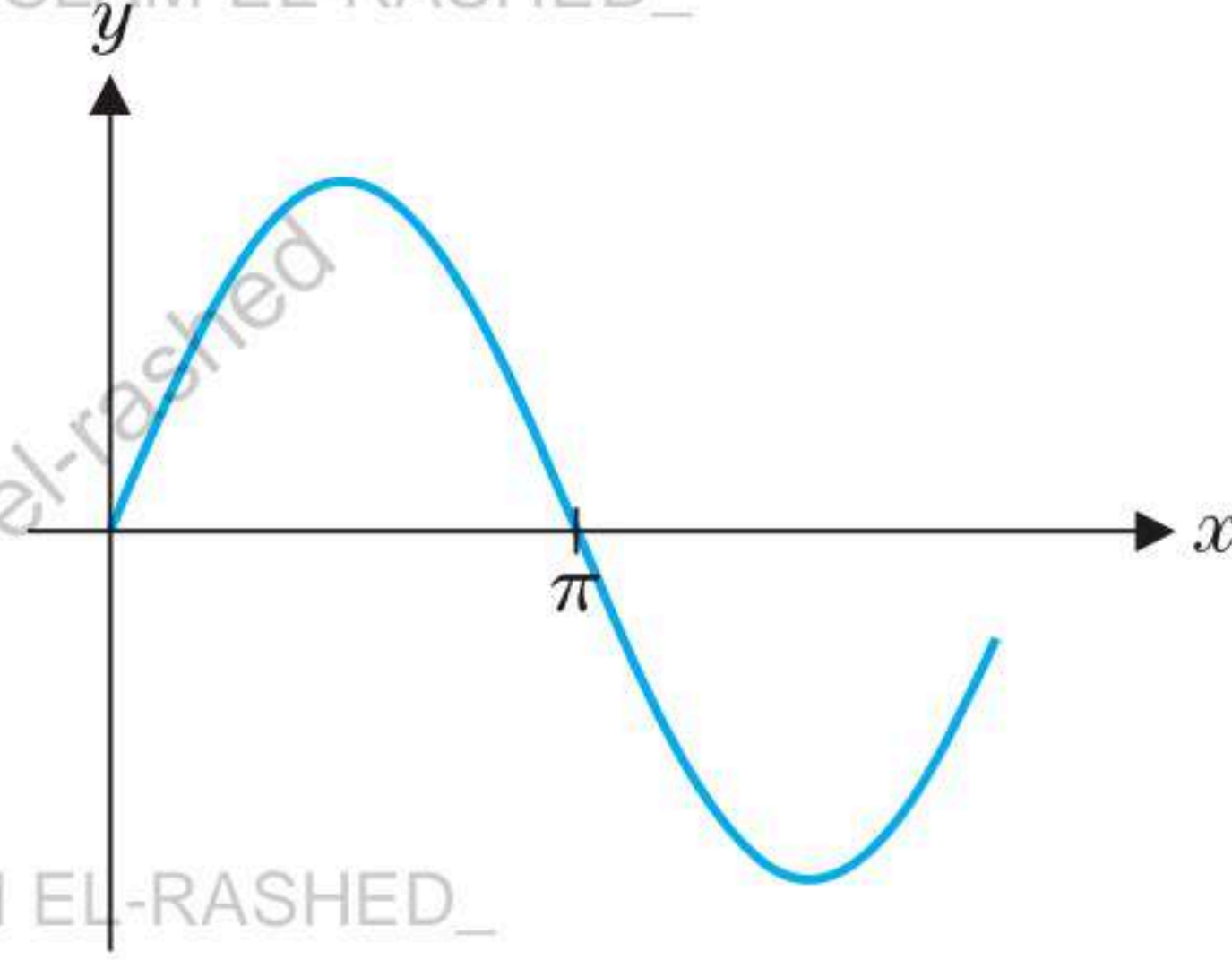
Q23 $f(x) = \frac{4x}{x - 1}$ $a = 1$

Q24 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 0 \\ x + 1 & , x \geq 0 \end{cases}$ عند $a = 0$

sketch in a plausible tangent line at the given point, or state that there is no tangent line.

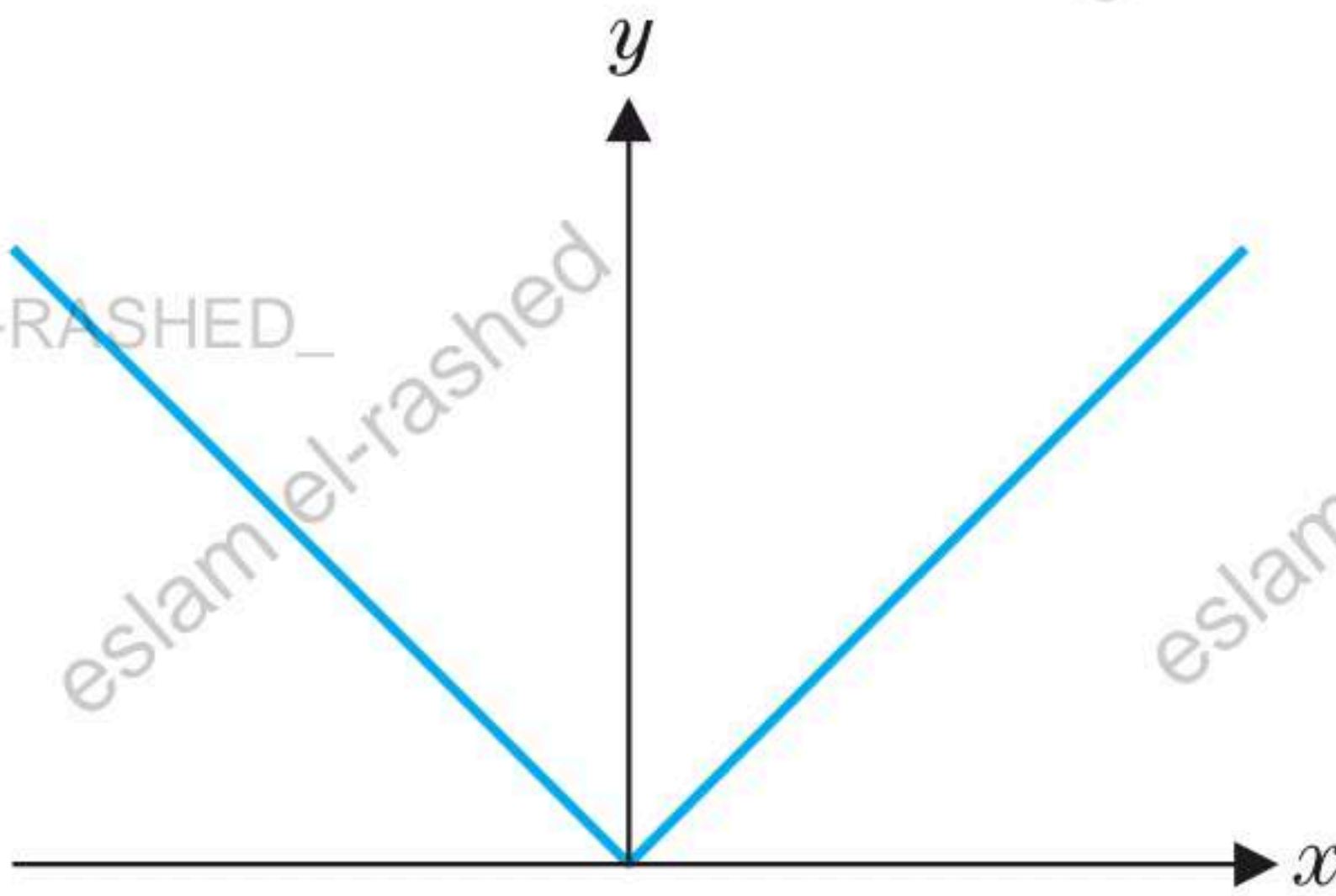
ارسم مماسًا مقبولًا عند النقطة المعلومة أو حدد إذا كان غير موجود.

Q25



عند $x = \pi$ $y = \sin x$

Q26

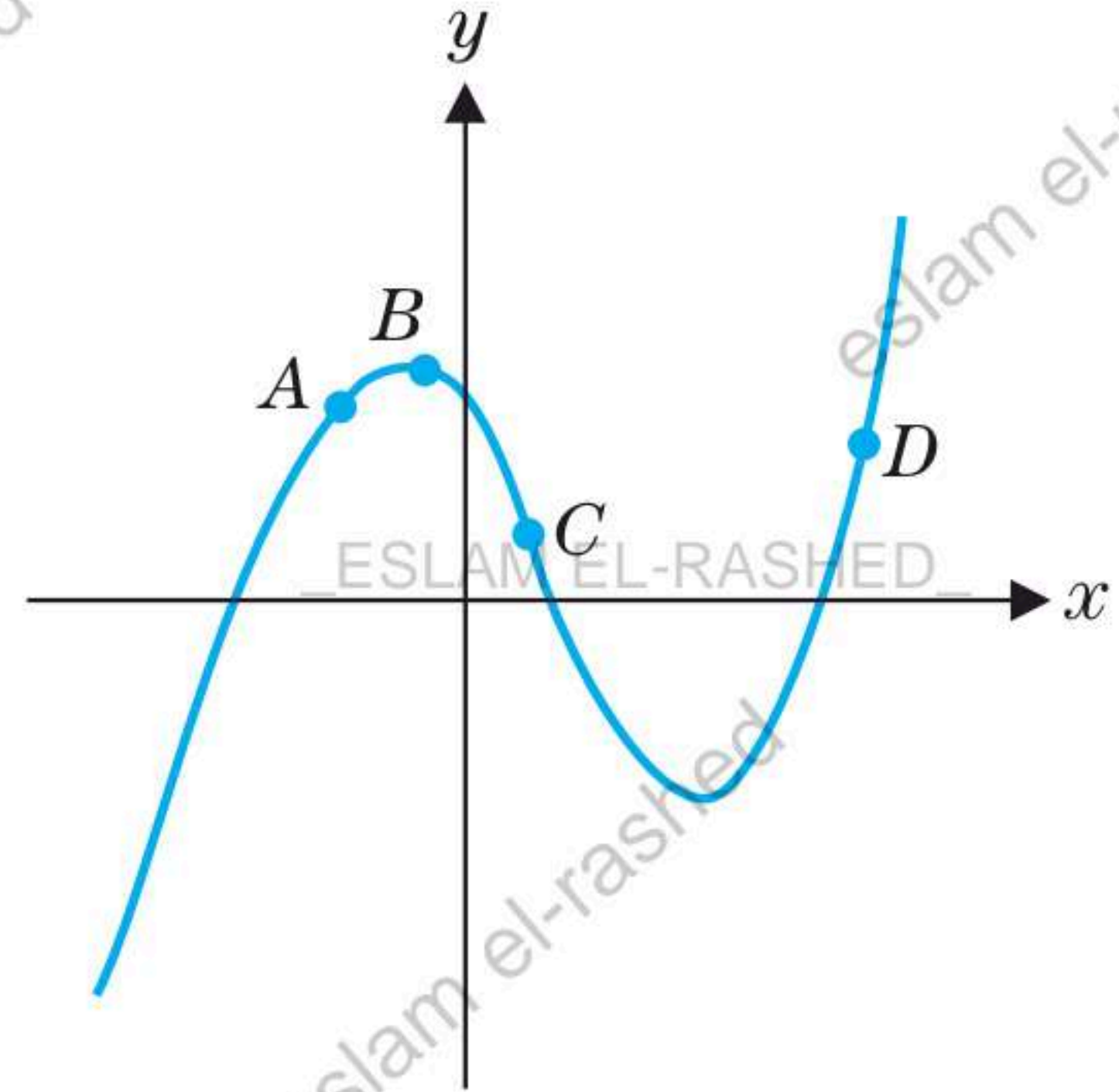


عند $x = 0$ $y = |x|$

list the points A , B , C and D in order of increasing slope of the tangent line.

نظّم لائحة للنقاط A و B و C و D تمثل اشارات قيم الميل اشارات قيم للمماسات.

Q27



Q28

