سر التفوق

رتب أفكار الفاينل

11

علمي

@MATHWITHMRSHOKRY

مع Mr. Shokry

سر التفوق

أ/ شكري

ترتيب أفكار الفاينل

الأعداد المركبة

تساوي عددين مركبين

أوجد قيم كل من $x , y \in \mathbb{R}$ في كل مما يلي:

- $(x+3)+y^2 i = 5 - yi$

- $14i^2 - 3i = 2x + (y+5)i$

الجمع والطرح الضرب والقسمة

$M(a , b) \longleftrightarrow z = a + bi$

الصورة الديكارتية — الصورة الجبرية

- مرافق العدد المركب $z = a + bi$ هو العدد المركب $\bar{z} = a - bi$

- المعكوس الضربي $z^{-1} = \dfrac{\bar{z}}{a^2 + b^2}$

- خواص المرافق:
  - $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$
  - $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
  - $\overline{(\overline{z_1})} = z_1$
  - $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \ , \ z_2 \neq 0$

إذا كان $z_2 = 3 + 5i$, $z_1 = 2 - 7i$ فأوجد:

(1) $z_1 + \bar{\bar{z}}_2$ (2) $\overline{z_1 - z_2}$ (3) $z_1 \cdot z_2$

إذا كان $z_2 = 5 - 2i$, $z_1 = 3 + 4i$ فأوجد :

(1) أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$ (2) أوجد z_2^{-1} (3) $\dfrac{z_1}{z_2}$

اكتب كلًّا مما يلي في الصورة الجبرية:

(1) $\frac{2}{3-i}$ (2) $\frac{3+i}{2+5i}$ (3) $\frac{\overline{5+i}}{2-3i}$

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية

- يمكن التحويل بين الإحداثيات القطبية (r,θ) والإحداثيات الديكارتية (x,y) باستخدام:

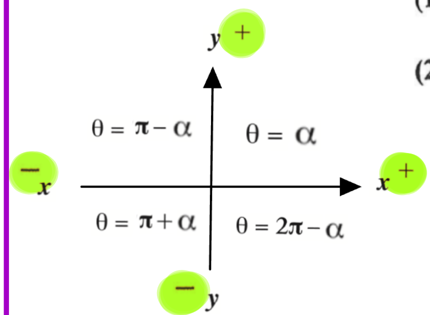
$$y = r\sin\theta$$
$$x = r\cos\theta$$

- يمكن التحويل بين والإحداثيات الديكارتية (x,y) الإحداثيات القطبية (r,θ) باستخدام:

(1) $r = \sqrt{x^2+y^2}$

(2) نفرض أن α زاوية الإسناد

$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$



- **الصورة المثلثية:**

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

إذا كانت $\theta \in [0, 2\pi)$ أو $0^\circ \leqslant \theta < 360^\circ$ فتسمى السعة في هذه الحالة **بالسعة الأساسية**.

- أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين:

(1) $A(5, 300^\circ)$

(2) $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$

أوجد الزوج المرتب (r,θ) لكل نقطة مما يلي حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$

(1) $D(3\sqrt{3}, 3)$

(2) $C(4, -2\sqrt{5})$

ضع كلًّا مما يلي في الصورة المثلثية:

(1) $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$

(2) $z_2 = -1 - i$

(3) $z_3 = -2 + 2\sqrt{3}\,i$

اكتب العدد $\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

سر التفوق

مستر شكري

حل المعادلات

أوجد مجموعة حل المعادلة: $5z - 4 + 2i = 3z + 1 - 4i$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + iz = 5 - 2i$ في $\mathbb{C}$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في $\mathbb{C}$.

أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C

أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + \frac{4}{z} = 2$

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4\,i$

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 5 - 12i$.

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 7 + 24i$

Mr. Shokry

التمثيل البياني للدوال المثلثية

$y = a \sin bx$

السعة $= |a|$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

اجمع ربع الدورة

x	0	ربع الدورة			الدورة
y	0	a	0	$-a$	0

$y = a \cos bx$

السعة: $= |a|$

الدورة: $= \frac{2\pi}{|b|}$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

اجمع ربع الدورة

x	0	ربع الدورة			الدورة
y	a	0	$-a$	0	a

$y = a \tan bx$

السعة: ليس لها سعة

الدورة: $= \frac{\pi}{|b|}$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

x	-نصف الدورة	-ربع الدورة	0	ربع الدورة	نصف الدورة
y	غير معرف	$-a$	0	a	غير معرف

أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

(1) $y = \frac{1}{2} \sin 4x$

(2) $y = 3 \sin 2x$

(3) $y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ ، $[-4\pi, 4\pi]$

(4) $y = -4 \sin x$ ، $x \in [-\pi , 2\pi]$

(1) $y = 3\cos 2x$

(2) $y = -5\cos\left(\frac{2}{3}x\right)$ ، $[-3\pi , 3\pi]$

(3) $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$ ، $0 \le x \le 2\pi$

أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

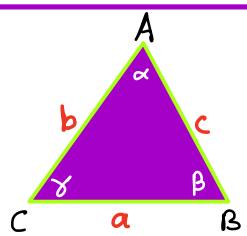
(1) $y = \frac{1}{2} \tan x$

(2) $y = 2\tan\left(\frac{1}{2}x\right)$

اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\cos bx$ إذا كانت:

الدورة هي $\frac{\pi}{3}$ ، $a = -2$

قانون الجيب

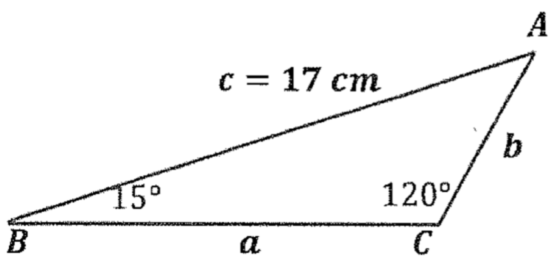


$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

تطبيق القانون مباشر

● حل المثلث ABC الذي فيه $a = 4\ cm, \alpha = 40^\circ, \beta = 60^\circ$

● حل المثلث ABC



حل ΔABC حيث: $a = 7\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$, $\alpha = 26.3^{\circ}$

يوجد مثلثين $a > b$
أحدهما مرفوض

حل ΔABC حيث: $a = 6\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$, $\alpha = 45^{\circ}$

$a < b$
يوجد مثلثين كلاهما مقبول

قانون جيب التمام

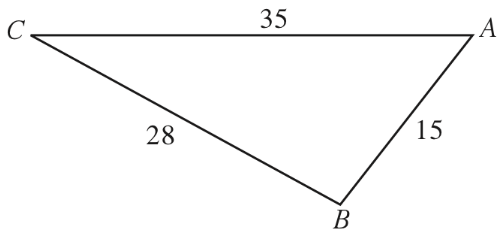
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

- حل ΔABC حيث: $a = 11\,\text{cm}\ ,\ b = 5\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 20^{\circ}$

- حل المثلث ABC حيث $a = 9\ cm\ ,\ b = 7\ cm\ ,\ c = 5\ cm$

حل ΔABC



في ΔABC حيث: $a = 9\text{ cm}\ ,\ b = 7\text{ cm}\ ,\ c = 5\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الأكبر.

قياس أكبر زاوية تقابل أكبر ضلع

Mr. Shokry

قاعدة هيرون

$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ (نصف محيط المثلث).

$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

- أوجد مساحة المثلث ABC حيث

$a = 23$ cm ، $b = 19$ cm ، $c = 12$ cm مستخدماً قاعدة هيرون

- أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 4\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$, $c = 3\,\text{cm}$

إثبات صحة المتطابقة

سر التفوق

م/ شكري

ملخص للقوانين على نفس طريقة المسائل

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \begin{cases} 1 - \cos^2 x = \sin^2 x \\ 1 - \sin^2 x = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x \Rightarrow \tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x \Rightarrow \cot^2 x = \csc^2 x - 1$$

$$(1 - \cos x)(1 + \cos x) = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x$$

$$(1 + \cos x)(1 + \cos x) = (1 + \cos x)^2 \Rightarrow 1 + 2\cos x + \cos^2 x$$

$$\frac{1}{\sin x} = \csc x \qquad \frac{1}{\cos x} = \sec x \qquad \frac{1}{\tan x} = \cot x$$

$$\tan x = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

توحيد المقام

$$\frac{x}{y} \pm \frac{A}{B} = \frac{x \cdot B \pm A \cdot y}{y \cdot B}$$

اثبت صحة المطابقة :

$$\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2\csc^2 x$$

$$\frac{\tan x}{\sec x-1}=\frac{\sec x+1}{\tan x}$$

$$\frac{1}{\sec x-1}+\frac{1}{\sec x+1}=2\cot x\csc x$$

$$\frac{\sec^2 x-1}{\sin x}=\tan x\,.\,\sec x$$

$$\frac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{\cos^2\theta}=\tan^2\theta$$

Mr. Shokry

$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=2\csc\theta$

$(\cos x)(\tan x+\sin x\cot x)=\sin x+\cos^2 x$

$\tan x+\cot x=\sec x \,.\, \csc x$

$(\sin x)(\cot x+\cos x\tan x)=\cos x+\sin^2 x$

$\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \; \tan^2 x$

$(1-\tan x)^2=\sec^2 x-2\tan x$

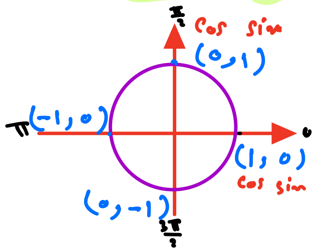
$\cot^2 x-\cos^2 x=\cos^2 x\cot^2 x$

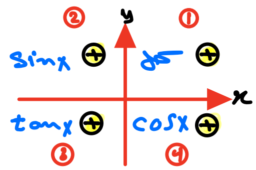
$\frac{1-\cos x}{1+\cos x}=(\csc x-\cot x)^2$

$\sin x = 0$ أو 1 أو -1
$\cos x = 0$ أو 1 أو -1

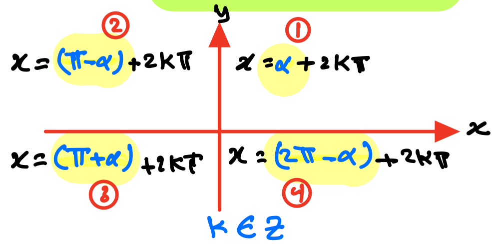
حل المعادلة المثلثية

زاوية ربعية





الحل يكون على الصورة



- حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leqslant x < 2\pi$

- حل المعادلة :- $2\cos x = -\sqrt{3}$

حل المعادلة: $\sqrt{2}\cos x = 1$

حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

حل المعادلة: $\tan x = 1$

حل المعادلة : $5\sin\theta - 3 = \sin\theta$

حل المعادلة : $3\sin\theta + 1 = \sin\theta$

حل المعادلة: $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

حل المعادلة : $2\cos x\ \sin x - \cos x = 0 \quad , x \in [\,0\,, 2\pi\,)$

حل المعادلة: $\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$

حل المعادلة : $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

حل المعادلة: $4\sin^2 x - 8\sin x + 3 = 0$

المتطابقات

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha . \tan\beta}$

$\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$

$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

مفتاح الحل

$\sin x = \pm\sqrt{1-\cos^2 x}$

$\cos x = \pm\sqrt{1-\sin^2 x}$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

إذا كان $\sin\alpha = \frac{4}{5}\ ,\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos\beta = \frac{-12}{13}\ ,\ \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\sin(\alpha + \beta)$ (2) $\tan 2\beta$

إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\sin\theta = \frac{-3}{5}$ ، فأوجد:

(1) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (2) $\tan(2\theta)$

إذا كان $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos\beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين

أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ ، $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فاوجد :

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

(2) $\tan 2\theta$

إذا كان $\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $(2)\ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ $(1)\ \sin 2\theta$

إذا كان $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, $sin\theta = \frac{-12}{13}$

أوجد : $sin\, 2\theta$

إذا كان : $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $sin\,\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ فأوجد $sin\ 2\theta$

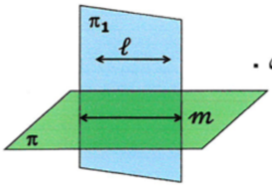
إذا كانت: $180° < \theta < 270°$ ، $\sin\theta = -\frac{24}{25}$ ، فأوجد $\tan\frac{\theta}{2}$, $\cos\frac{\theta}{2}$, $\sin 2\theta$

هندسة الفضاء

نظرية (1)

تفيد في اثبات توازي مستقيم مع مستوي

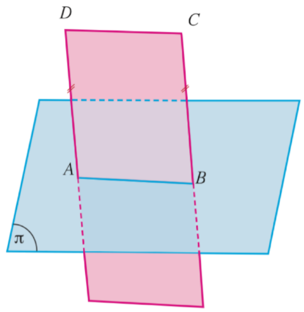
إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي .



$$\left.\begin{array}{l}\overleftrightarrow{\ell} \parallel \overleftrightarrow{m} \\ ,\overleftrightarrow{m} \subset \pi\end{array}\right\} \overleftrightarrow{\ell} \parallel \pi$$

في الشكل المقابل: $AD = BC$ ، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$

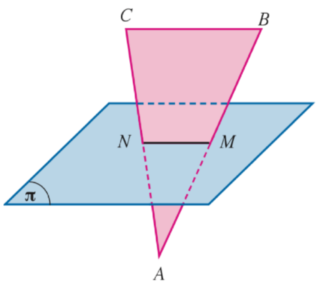
أثبت أن: $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$



في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$، N منتصف $\overline{AC}$،

M ، N تنتميان إلى المستوي π .

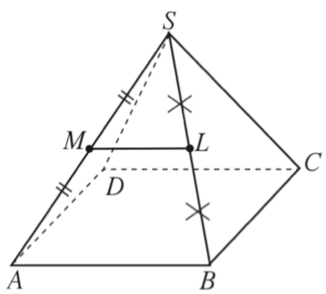
أثبت أن $\overleftrightarrow{BC} \parallel \pi$.



$SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل.

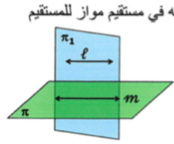
M منتصف $\overline{SA}$، L منتصف $\overline{SB}$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$



نظرية (2)

إذا وازى مستقيم مستويا، فكل مستو مار بالمستقيم و يقطع المستوي، يقطعه في مستقيم مواز للمستقيم المعلوم .

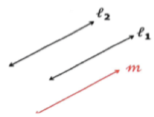


$$\left.\begin{array}{l} \because\ \overleftrightarrow{\ell} \,//\, \pi \\ \overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_1 \\ \pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{m} \end{array}\right\} \overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (3)

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان.

$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{\ell_1} \,//\, \overleftrightarrow{m} \\ \overleftrightarrow{\ell_2} \,//\, \overleftrightarrow{m} \end{array}\right\} \therefore\ \overleftrightarrow{\ell_1} \,//\, \overleftrightarrow{\ell_2}$$

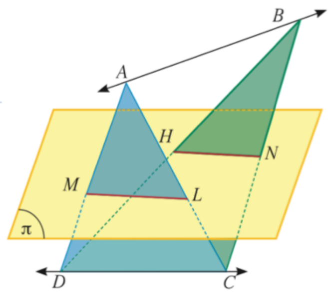


في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متخالفان، $\overleftrightarrow{CD} \,//\, \pi$.

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L .

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N .

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \,//\, \overleftrightarrow{NH}$

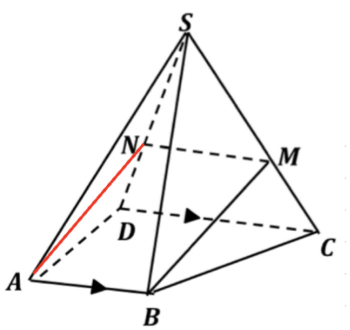


$SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف $ABCD$ حيث إن $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{DC}$

$M \in \overline{SC}$، المستوي ABM يقطع $\overleftrightarrow{SD}$ في N

(a) أثبت أن : $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC

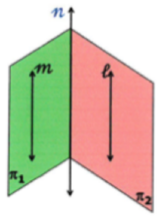
(b) أثبت أن : $\overleftrightarrow{MN} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$



نتيجة (1)

إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان ،

فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

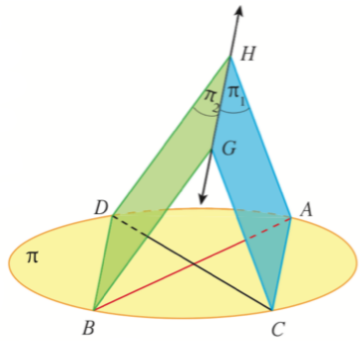


$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{\ell} \,/\!/\, \overleftrightarrow{m} \ , \\ \overleftrightarrow{m} \subset \pi_1 , \\ \overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_2 \\ \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n} \end{array}\right\} \overleftrightarrow{\ell} \,/\!/\, \overleftrightarrow{m} \,/\!/\, \overleftrightarrow{n}$$

في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوي الدائرة π.

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوي الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$.

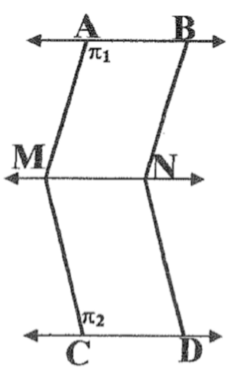


ليكن π_2, π_1 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث:

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \,/\!/\, \pi_2$

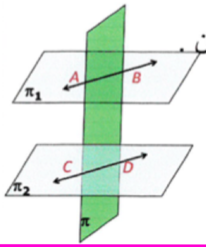
و $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{CD} \,/\!/\, \pi_1$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB} \,/\!/\, \overleftrightarrow{CD}$



نظرية (4) — تفيد في اثبات توازي مستقيمين

إذا قطع مستو مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين .



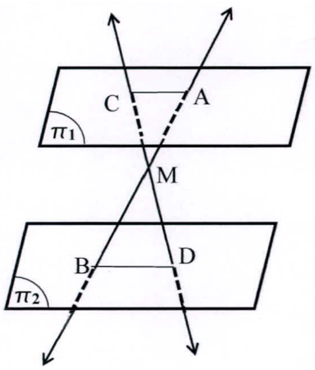
$$\left.\begin{array}{l} \pi_2 \;//\; \pi_1 \\ \pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB} \\ \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD} \end{array}\right] \overleftrightarrow{AB} \;//\; \overleftrightarrow{CD}$$

في الشكل المقابل :

π_1 , π_2 مستويان متوازيان ، M نقطة واقعة بينهما ،

حيث $\overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{ M \}$

اثبت أن $\dfrac{AC}{BD} = \dfrac{AM}{MB}$

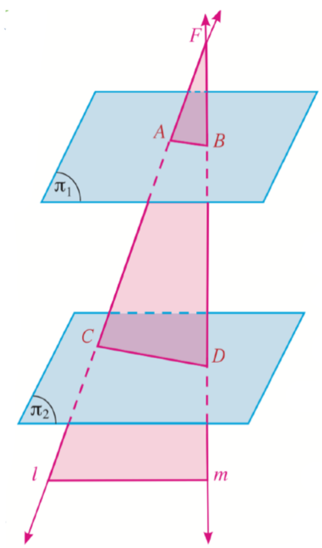


في الشكل المقابل: π_1 , π_2 مستويين متوازيين.

$\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلًّا من π_1 في A, B، π_2 في C, D

إذا كان $BD = 4\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$, $CD = 9\text{ cm}$, $FB = 5\text{ cm}$

فأوجد محيط المثلث FAB

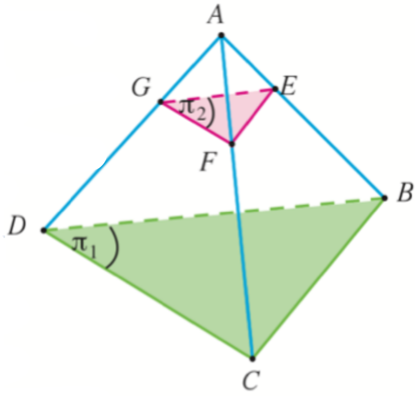


في الشكل المقابل، $ABCD$ هرم ثلاثي.

المستويان π_2 , π_1 متوازيان.

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ ، $FG = 6\text{ cm}$

فأوجد DC



تعريف

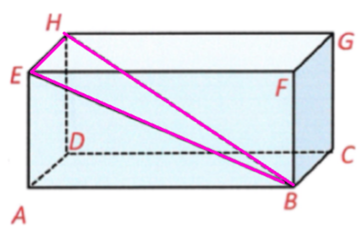
$$\left.\begin{array}{l}\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \\ \overleftrightarrow{m} \subseteq \pi\end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} \perp \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (5)

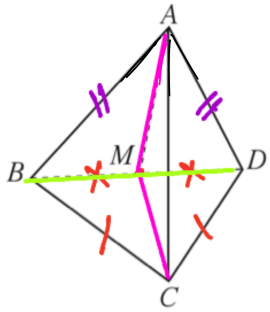
المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديًّا على مستويهما.

في شبه المكعب المقابل،

أثبت أن المثلث BEH قائم في $\widehat{E}$.



Mr. Shokry



$ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

$AD = AB$ ، $CD = CB$

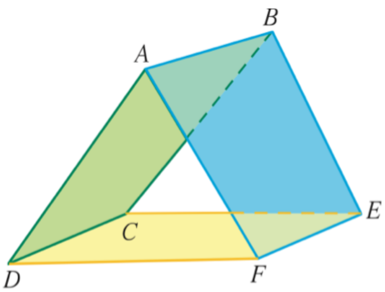
النقطة M منتصف $\overline{DB}$

(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{BD} \perp (AMC)$

(b) استنتج أن: $\overleftrightarrow{BD} \perp \overleftrightarrow{AC}$

نظرية (6) $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1 \ , \ \overleftrightarrow{l} \perp \pi_2 \Longrightarrow \pi_1 /\!/ \pi_2$

نظرية (7) $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1 \ , \ \pi_1 /\!/ \pi_2 \Longrightarrow \overleftrightarrow{l} \perp \pi_2$



في الشكل المقابل:

$ABEF, ABCD$ مستطيلان

أثبت أن: $(AFD) /\!/ (BEC)$

في الشكل المقابل:

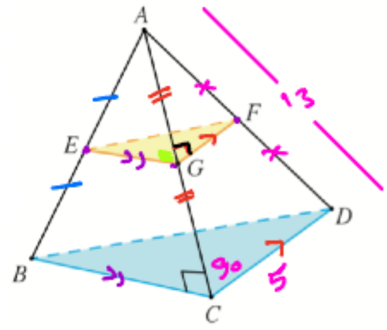
A نقطة خارج المستوى BCD،

والنقاط E, G, F منتصفات $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ على الترتيب.

إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$

وكان $AD = 13\ \text{cm}$، $AC = 12\ \text{cm}$، $CD = 5\ \text{cm}$

فأثبت أن: $(EGF) /\!/ (BCD)$.

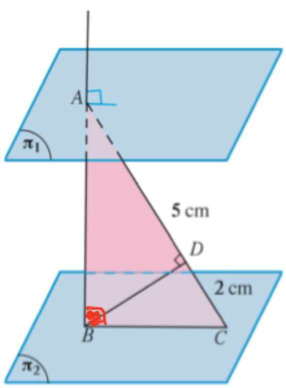


في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2$, $A \in \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $\pi_1 /\!/ \pi_2$

رسم: $\overleftrightarrow{BD} \perp \overleftrightarrow{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان: $DC = 2\ \text{cm}$, $AD = 5\ \text{cm}$

أوجد: BD



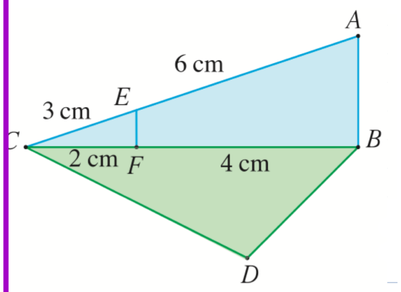
نظرية (8) $\overleftrightarrow{l} \perp \pi \; , \; \overleftrightarrow{m} \perp \pi \;\Longrightarrow\; \overleftrightarrow{l} \,/\!/\, \overleftrightarrow{m}$

نظرية (9) $\overleftrightarrow{l} \,/\!/\, \overleftrightarrow{m} \; , \; \overleftrightarrow{l} \perp \pi \;\Longrightarrow\; \overleftrightarrow{m} \perp \pi$

في الشكل المقابل إذا كان $\overline{AB} \perp (BCD)$

وكان $CE = 3\text{ cm} \; , \; EA = 6\text{ cm} \; , \; CF = 2\text{ cm} \; , \; FB = 4\text{ cm}$

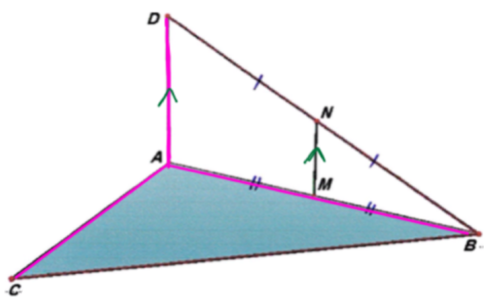
أثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{DB}$



ABC مثلث، اخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان:

$\overline{DA}$ عمودي على كل من $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{AB}$ فإذا كانت M منتصف $\overline{AB}$

N منتصف $\overline{DB}$ أثبت أن: $\overleftrightarrow{MN} \perp (ABC)$.



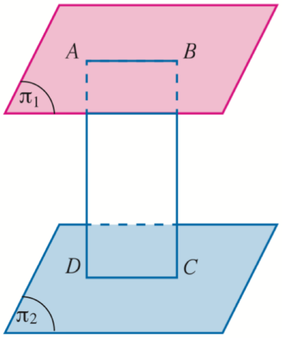
في الشكل المقابل: $\pi_1 \parallel \pi_2$

A, B نقطتان في π_1،

C, D نقطتان في π_2 حيث: A, B, C, D في مستوى واحد

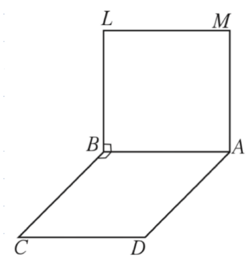
$\overline{AD} \perp \pi_2 \;,\; \overline{BC} \perp \pi_2$

أثبت أن $ABCD$ مستطيل.



$ABCD$ ،$ABLM$ مربعان ليسا في مستو واحد، لهما ضلع مشترك $\overline{AB}$

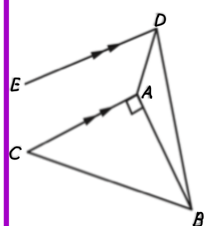
أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \perp (LBC)$



في الشكل المقابل، ABC مثلث قائم الزاوية في A

رسم $\overleftrightarrow{AD}$ عمودي على مستوي المثلث ABC، ورسم $\overleftrightarrow{ED} \parallel \overleftrightarrow{CA}$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{ED} \perp \overleftrightarrow{AB}$



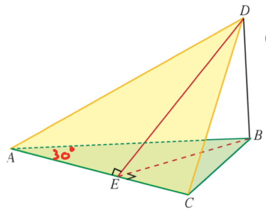
الزاوية الزوجية

في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC،

$B = 5\text{ cm}$ ، $AB = 10\text{ cm}$ ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$

$\overline{DB} \perp (ABC)$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ،$\overline{DE} \perp \overline{AC}$



أوجد:

a) BE , DE

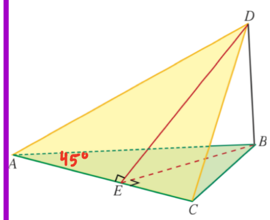
b) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC،

$DB = 5\text{ cm}$ ، $AB = 10\text{ cm}$ ، $m(\widehat{BAC}) = 45°$

$\overline{DB} \perp (ABC)$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ،$\overline{DE} \perp \overline{AC}$



أوجد:

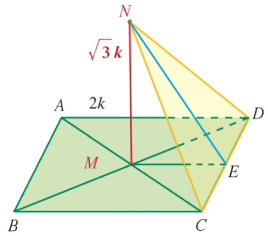
a) BE , DE

b) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M، وفيه $AD = 2k$

أقيم $\overline{NM}$ عمودًا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\,k$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين NCD ، D

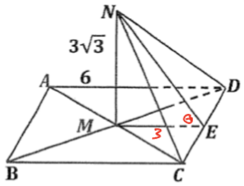


$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3}\ cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح ابـ مر

أستاذ/ شكري الجميعي