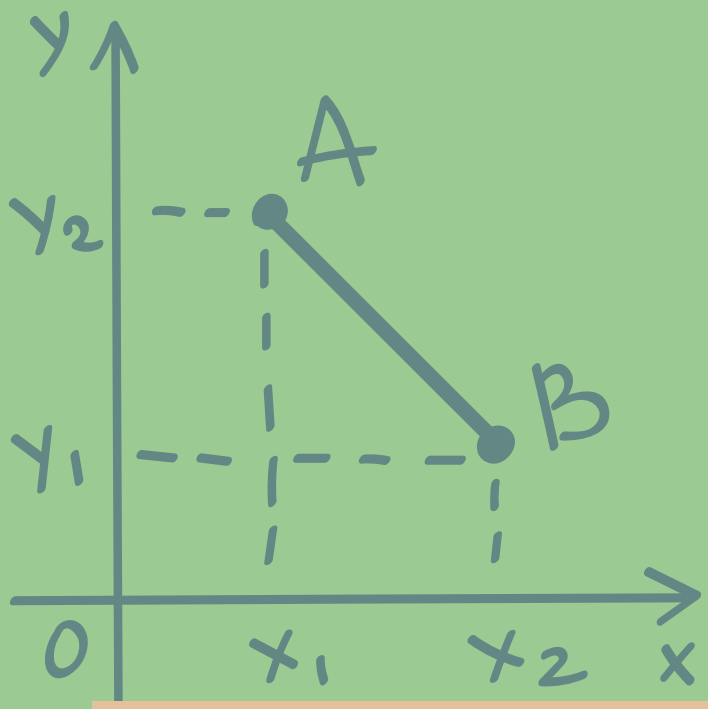
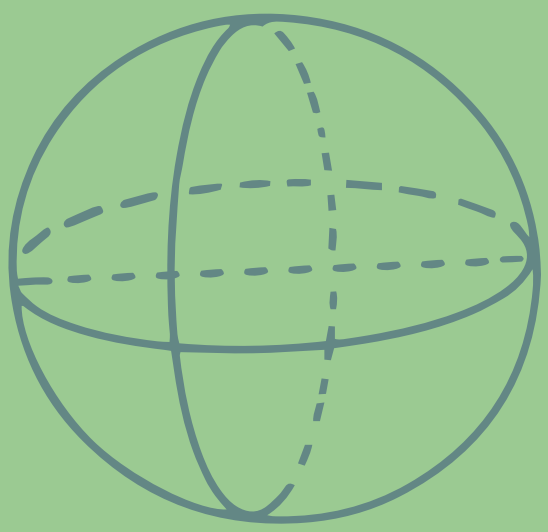
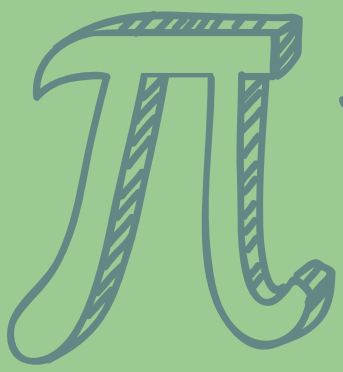


$$y = ax^2 + bx + c$$

الصف
الثاني عشر
علمي

الكورس
الأول





3.141592
65358
97932...

تمكن Tmkn

12 علمي

الكورس الأول

الرياضيات

مجاناً
مذكرات التدريب غير المحلولة

خدمة عملاء

فيديوات شرح

نماذج اختبارات

الدردشة مع الأستـــاذ

Mobile
(Android | iphone | Huawei)

TMKN | تمكن

Desktop
(Windows | Mac)

Tablet
(ipad | Android | Huawei)

حمل التطبيق

الملغي والمعلق

هذه المذكرة شاملة المنهج كاملاً ، والملغي تجدونه في أي من الأماكن التالية:

المذكرات غير المحلولة في التطبيق

موقعنا
WWW.TMKNKW.COM

قناة تيليجرام
Tmkn_kw

او امسح الرابط

TMKN_KW
22250101

WWW.TMKNKW.COM

جميع حقوق الطبع محفوظة

رقم الإيداع لدى مكتبة الكويت الوطنية: 2023/0127-7

الفهرس

الوحدة الأولى:النهايات والاتصال

النهايات 2

نهايات تشمل على ∞ ، $-\infty$ 21

صيغ غير معينة 24

نهايات بعض الدوال المثلثية 30

الاتصال 37

نظريات الاتصال 41

الاتصال على فترة 49

الوحدة الثانية:الاشتقاق

ميل المماس 57

المشتقة 58

قواعد الاشتقاق 73

مشتقات الدوال المثلثية 81

قاعدة السلسلة 86

مشتقات ذات الرتب العليا والاشتقاق الضمني 94

الوحدة الثالثة:تطبيقات على الاشتقاق

القيم القصوى(العظمى / الصغرى)للدوال 104

تزايد وتناقص الدوال 114

ربط المشتقة الأولى f' والمشتقة الثانية f'' 119

رسم بيان دوال كثيرات الحدو 126

تطبيقات على القيم القصوى 133

الوحدة الرابعة:الإحصاء

التقدير 141

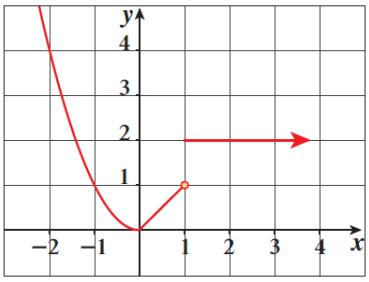
اختبارات الفروض الإحصائية 147

س ١

الشكل المقابل، يمثل بيان الدالة، أوجد إن أمكن:

1) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 2) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

3) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ 4) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$

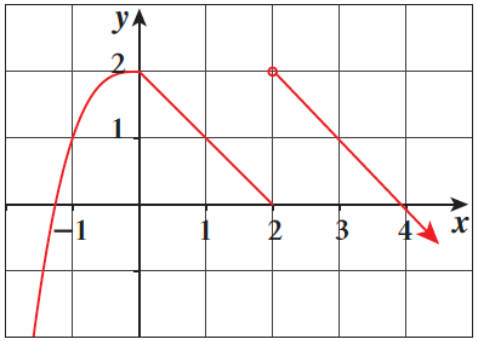


س ٢

الشكل المقابل، يمثل بيان الدالة، أوجد إن أمكن:

1) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

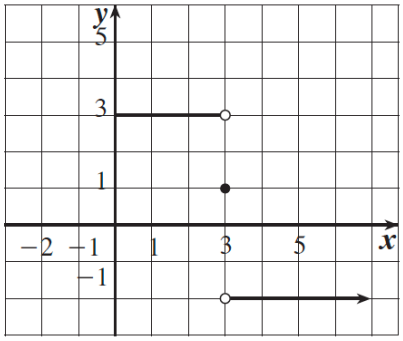
3) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ 4) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$



في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

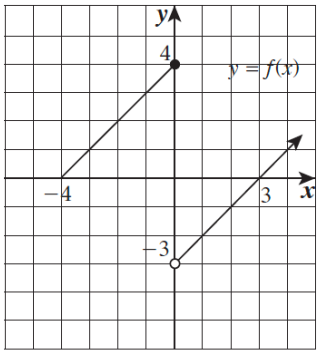
(a) (b)

(1) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -2$ (في الرسم البياني أدناه)



في التمارين (14–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) الشكل المقابل هو بيان دالة f.



العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 4$

(b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -3$

(c) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 4$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -3$

س ٣

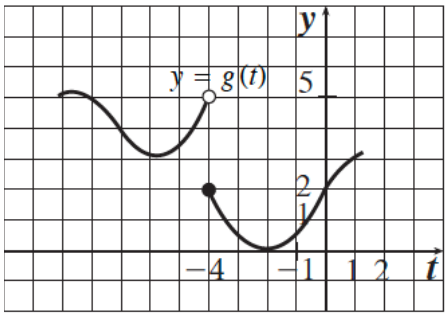
الشكل المقابل، يمثل بيان الدالة g، أوجد إن أمكن:

1) $\lim\limits_{t\to -4^-} g(t)$

2) $\lim\limits_{t\to -4^+} g(t)$

3) $\lim\limits_{t\to -4} g(t)$

4) $g(-4)$



س ٤

بفرض أن: $\lim_{x\to 2} g(x) = -3$, $\lim_{x\to 2} f(x) = 7$

أوجد: 1) $\lim_{x\to 2}(f(x) + g(x))$ 2) $\lim_{x\to 2}(f(x).\, g(x))$ 3) $\lim_{x\to 2}(\frac{8\, f(x).g(x)}{f(x)+g(x)})$

س ٥	أوجد	$\lim_{x\to 1}(x^3+3x^2-2x-17)$

س ٦	أوجد	$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+5x+6}{x+2}$

س ٧	أوجد	$\lim_{x\to -0.5}(3x(2x-1))$

س ٨ إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & : x < 2 \\ x - 1 & : x > 2 \end{cases}$ فأوجد إن أمكن $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

س ٩ إذا كانت الدالة g : $f(x) = \begin{cases} x^3 + x & : x > 1 \\ \frac{x}{x^2+1} & : x \leq 1 \end{cases}$ فأوجد إن أمكن $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

س ١٠	أوجد $\lim\limits_{x\to -2}(x^2-\lvert x+2\rvert)$

س ١١	أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{x-3}$

س ١٢	أوجد $\lim\limits_{x\to 5}\sqrt{x^2-5}$

س ١٣	أوجد $\lim\limits_{x\to -1} (x^2 - 3x - 1)^5$

س ١٤	أوجد $\lim\limits_{x\to 4} \left(x + \sqrt{x}\right)^4$

س ١٥	أوجد $\lim\limits_{x\to -1} \frac{\sqrt[3]{x^3-4x+5}}{x-2}$

س١٦ أوجد $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{3x^2-2}}{x-2}$

س١ أوجد $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-x}$

س٢ أوجد $\lim_{x\to -2} \frac{x^2+3x+2}{x^2-4}$

س ٣	أوجد $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}$

س ٤	أوجد $\lim\limits_{x\to -7}\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$

س ٥	أوجد $\lim_{x\to 1} \frac{\lvert x-1\rvert}{x^2-1}$

س ٦	أوجد $\lim_{x\to 5} \frac{\lvert x+2\rvert-7}{x^2-25}$

س ٧ أوجد $\lim_{x\to -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2}$

س ٨ أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{(4+x)^2-16}{x}$

س ٩	أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

س ١٠ أوجد $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$

س ١١	أوجد	$\lim\limits_{x\to 9}\frac{x-9}{3-\sqrt{x}}$

س ١٢	أوجد	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$

س ١٣ أوجد $\lim_{x\to -2} \frac{x^2-4}{\sqrt[3]{x+2}}$

س ١٤ أوجد $\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt[3]{x+1}}$

س ١٥	أوجد $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-2x^2-4x+3}{x-3}$

س ١٦	أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\frac{-x^5+x^3+x+22}{x-2}$

س ١٧	أوجد $\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right)$ معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(2) $\lim\limits_{y\to 2} \dfrac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$ (a) (b)

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2} = 0$ (a) (b)

(4) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$ (a) (b)

(5) $\lim\limits_{x\to 1^+} (2x-|x|+2) = 3$ (a) (b)

(7) $\lim\limits_{x\to -2} (x^3+3x^2-2x-17) =$

(a) 17 (b) -17 (c) 9 (d) -9

(8) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{x^2-1} =$

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) غير موجودة

(9) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2} =$

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

(10) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

(a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(11) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{|x-2|}{x^2-4} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x} =$

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(13) $\lim\limits_{x\to -8} \dfrac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$

(a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

(14) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3} =$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

نظرية(10):

إذا كان n عدد صحيح فردي موجب فإن:

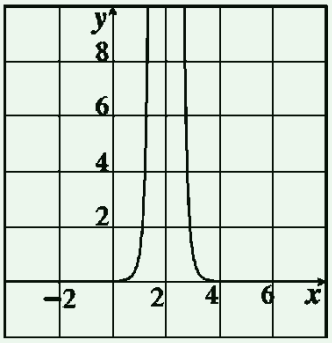
1) $\lim\limits_{x\to c^-} \dfrac{1}{(x-c)^n} = -\infty$

2) $\lim\limits_{x\to c^+} \dfrac{1}{(x-c)^n} = +\infty$

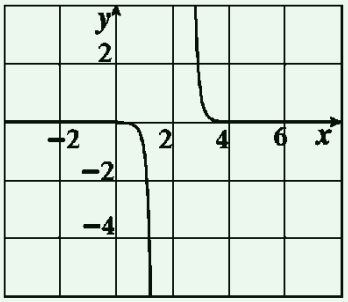
إذا كان n عدد صحيح زوجي موجب فإن:

1) $\lim\limits_{x\to c} \dfrac{1}{(x-c)^n} = \infty$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥



$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{(x-2)^6} = \infty$



$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{(x-2)^7} = \infty$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{1}{(x-2)^7} = -\infty$

س ١	أوجد $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{\lvert x-2\rvert}$

س ٢	أوجد $\lim\limits_{x\to -1} \frac{3}{\lvert x+1\rvert}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to -4^-} \frac{1}{(x+4)^9} = -\infty$ معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥ (a) (b)

(2) $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{2x-1}{\lvert x\rvert - 3} = 2$ (a) (b)

(3) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\lvert x\rvert - 3}{x+3} = -1$ (a) (b)

(4) $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$ (a) (b)

(5) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{\lvert 2x-3\rvert} = \frac{1}{2}$ (a) (b)

في التمارين (6 — 13)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{\lvert x\rvert}{\lvert x\rvert + 1} =$

(a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) $\frac{1}{2}$

(7) $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{x}{x+3} =$

(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 1 (d) 0

(8) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{x}+1\right)\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right)=$

(a) 0 (b) 5 (c) 1 (d) $-\infty$

(9) $\lim_{x\to\infty}\frac{-|x+3|}{2x}=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) ∞ (d) $-\infty$

(10) $\lim_{x\to2^-}\left(\frac{3}{x-2}\right)^5=$

(a) 0 (b) 2 (c) ∞ (d) $-\infty$

(11) $\lim_{x\to4^+}\frac{2}{(x-4)^3}=$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(a) ∞ (b) 2 (c) $-\infty$ (d) 0

س ٣ أوجد $\lim_{x\to\infty}(2x^2-3x+1)$

س ٤ أوجد $\lim_{x\to\infty}(-3x^2+2x-4)$

س ٥ أوجد $\lim_{x\to-\infty}(-3x^4+2x-4)$

س ٦ أوجد $\lim_{x\to-\infty}(x^3+2x^4+5)$

نظرية(11):

إذا كانت كل من f, g دالة حدودية:

1) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\text{المعامل الرئيسي للدالة } f}{\text{المعامل الرئيسي للدالة } g}$ درجة البسط = درجة المقام

2) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$ درجة البسط أصغر من درجة المقام

س١ أوجد إن أمكن:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x-2}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x+2}{x^2+9}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3-3x+1}{x^3+5}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x^2+5x+1}{6x^2-x+1}$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+1}{4x^3-2x+3}$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4-3x^3}{2x^3+5}$

g) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2+x-1}{3x^4-1}$

h) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^4-1}{7-2x^4}$

س ٢ أوجد قيمة كل من الثابتين a , b إذا كانت $\lim_{x\to\infty} \frac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$

س ٣ أوجد قيمة كل من الثابتين a , b إذا كانت $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$

س ٤	أوجد $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

س ٥	أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$

س٦	أوجد $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2+7x-8)=\infty$ (a) (b)

(2) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3-2x+1)=-\infty$ (a) (b)

(3) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2+x-3)=-\infty$ (a) (b)

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-2x+4}{3x^2-5x+1}=0$ (a) (b)

(5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^3+7x^2-1}{2x^3-4}=2$ (a) (b)

(6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\dfrac{3}{2}$ (a) (b)

في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2}=$

(a) ∞ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $-\infty$

(8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2+1}}=$

(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 3 (d) -3

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-5x+3}{\sqrt{9x^2-2x+4}}=$

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{5}{3}$ (c) $\frac{5}{9}$ (d) $-\frac{5}{9}$

(10) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

(a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(11) إذا كان: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=-2$ فإن قيم n , m هي:

(a) $m=0\ ,\ n=-2$ (b) $m=0\ ,\ n=2$ (c) $m=1\ ,\ n=-1$ (d) $m=1\ ,\ n=1$

(12) إذا كانت: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+3}}{mx^2+nx-4}=1$ فإن قيم n , m هي:

(a) $m=0\ ,\ n=-2$ (b) $m=0\ ,\ n=2$ (c) $m=0\ ,\ n=4$ (d) $m=0\ ,\ n=-4$

قواعد مهمة	قواعد مهمة
1) $\lim_{x\to 0}(\sin x) = 0$	1) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$
2) $\lim_{x\to 0}(\tan x) = 0$	2) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = 1$
3) $\lim_{x\to 0}(\cos x) = 1$	3) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
4) $\lim_{x\to 0}(\cos ax) = 1$	4) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
	5) $\lim_{x\to 0}\frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$

س ١ أوجد $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x}$

س ٢ أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$

س ٣ أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$

س ٤	أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \frac{5x + \sin x}{x}$

س ٥	أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x \sin x - x^2}{3x^2}$

س٦ أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{5\tan x - 3\sin x}{4x}$

س٧ أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$

س ٨	أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3\tan x + x^2 \cos x}{5x}$

س ٩	أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$

س ١٠	أوجد	$\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-3}{\cos x}$

س ١١	أوجد	$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{2x}$

س ١٢	أوجد	$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{3x \cos x}$

س ١٣	أوجد	$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{2\tan x}$

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$ (a) (b)

(4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$ (a) (b)

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

(9) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2} =$

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

س ١

لتكن f : $f(x) = \begin{cases} x^3 + x & : x \leq 0 \\ \frac{x^2}{x+1} & : x > 0 \end{cases}$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$

س ٢

لتكن f : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases}$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

س ٣ لتكن f : $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & : x < 2 \\ 1 & : x = 2 \\ x^2+1 & : x > 2 \end{cases}$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$

س ٤ ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$ حيث: $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$

س ٥ ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x-4}{x+1} & : x \neq -1 \\ -1 & : x = -1 \end{cases}$$

س ٦ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f: $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$ متصلة عند $x = -2$ (a) (b)

(2) الدالة: $y = \frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x \in \mathbb{R}$ (a) (b)

(3) الدالة: $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ متصلة عند $x = -1$ (a) (b)

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim_{x \to -1} (f(x) - 2) = -1$ فإنّ $f(-1) = 1$ (a) (b)

في التمارين (5–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) $\frac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (c) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x - 5 & : x \leqslant 2 \end{cases}$

(9) إذا كانت الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن:

(a) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim_{x \to 2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

(10) لتصبح الدالة f: $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}$ متصلة عند $x = 1$، يجب إعادة تعريفها على الشكل التالي:

(a) $\begin{cases} \frac{x^3-1}{x^3-1} & , x \neq 1, \quad x \neq -1 \\ \frac{3}{2} & , x = 1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \frac{x^3-1}{x^2-1} & , x > 1 \\ \frac{3}{2} & , x = 1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} \frac{x^3-1}{x^2-1} & , x \neq 1, \quad x \neq -1 \\ \frac{1}{2} & , x = 1 \end{cases}$ (d) لا يمكن إعادة تعريفها

(11) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2} (x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5

(c) 9 (d) 11

(12) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x = 1$ وكانت النقطة $(1, -3)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x \to 1} (g(x))^2$ تساوي:

(a) -6 (b) -3

(c) 1 (d) 9

قواعد مهمة:

1) الدالة $f(x) = k$ حيث k ثابت متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

2) دالة كثيرة الحدود متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

3) الدالة $f(x) = |x|$ متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

4) الدالة $f(x) = sinx$ متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

5) الدالة $f(x) = cosx$ متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

6) الدالة $f(x) = tanx$ متصلة عند كل عدد حقيقي c ينتمي لمجالها أي $c \in D$

7) الدالة الحدودية النسبية $\frac{f}{g}$ متصلة عند كل عدد حقيقي c ينتمي لمجالها أي $c \in D$

نظرية(14):

إذا كانت f, g دالتين متصلتين عند $x = c$ ، فإن الدوال التالية هي دوال متصلة عند $x = c$

1) $f + g$ الجمع

2) $f - g$ الطرح

3) $k.f$ الضرب في ثابت : $k \in R$

4) $f.g$ الضرب

5) $\frac{f}{g}$ القسمة $g(c) \neq 0$

س ١ ابحث اتصال الدالة f عند $x = \frac{\pi}{2}$ حيث: $f(x) = sinx - cocx$

س ٢	ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$ حيث: $f(x) = x^2 - 4x + 3 + \|x\|$

س ٣	ابحث اتصال الدالة f عند $x = \frac{\pi}{4}$ حيث: $f(x) = \frac{\tan x}{x+1}$

س ٥	ابحث اتصال الدالة f عند $x = 1$ حيث : $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{2x}{x-2}$

نظرية(15):

a) الدالة الجذرية $y = \sqrt[n]{x}$ متصلة عند كل $x = c : c \in R^+$ ، n عدد صحيح زوجي موجب،

ومتصلة عند كل $x = c : c \in R^+$ ، n عدد صحيح فردي أكبر من 1.

b) إذا كانت f دالة متصلة عند كل $x = c$ وكانت $f(c) > 0$

فإن الدالة: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصلة عند $x = c$

س ٦ ابحث اتصال الدالة f عند $x = -2$ حيث : $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

س ٧ ابحث اتصال الدالة f عند $x = -2$ حيث $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+4}$

تعريف: إذا كانت كل من g, f دالتين حقيقيتين وكان مدى الدالة f مجموعة جزئية من مجال الدالة g فإنه يتعين دالة مركبة h: $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$

س ٨

الدالتين f, g معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2x + 3 \ , \ g(x) = x^2 + 3$

فأوجد: $(fog)(-1)$ $(fog)(x)$ $(gof)(-1)$ $(gof)(x)$

س ٩

لتكن: $g(x) = \frac{3}{x^2+4} \ , \ f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ فأوجد: $(gof)(\sqrt{3})$ ، $(fog)(x)$

س ١٠ لتكن: $g(x) = \sqrt{x+7}$ ، $f(x) = x^2 + 5$ ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

س ١١ لتكن: $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2 + 5$ ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

س ١٢ لتكن: $g(x) = 2x + 3$, $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$ ابحث اتصال الدالة fog عند $x = 1$

س ١٣ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f : $f(x) = x^2 + |x-1|$ متصلة عند $x = 3$ (a) (b)

(2) الدالة f : $f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x = 0$ (a) (b)

(3) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$ (a) (b)

(4) الدالة f : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$ (a) (b)

(5) الدالة f : $f(x) = \sqrt{-x^2+5x-4}$ متصلة عند $x = 2$ (a) (b)

في التمارين (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ ، الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن: $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{4x^2-18x+27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2-3}$ (c) $\frac{x^2+3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2+3}$

(9) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ ، فإن: $(f \circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

(10) لتكن الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن: $(f \circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4 (b) -4

(c) 1 (d) -1

(11) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$

(c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

(12) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي:

(a) 4 (b) 9

(c) 16 (d) 25

تعريف:

لتكن الدالة f معرفة على الفترة (a,b) فإننا نقول أن الدالة f متصلة على الفترة المفتوحة (a,b) إذا كانت متصلة عند كل x تنتمي إلى الفترة (a,b)

تعريف:

لتكن الدالة f معرفة على الفترة $[a,b]$ فإننا نقول عن الدالة f متصلة على الفترة المغلقة $[a,b]$ إذا تحققت الشروط الثلاث التالية:

1) الدالة f متصلة على الفترة المفتوحة (a,b)

2) الدالة f متصلة $x=a$ من جهة اليمين أي أن: $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$

3) الدالة f متصلة $x=b$ من جهة اليسار أي أن: $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$

س ١ ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث:

$$f(x)=\begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2-3 & : 1<x<3 \\ 6 & : x=3 \end{cases}$$

س ٢

ادرس اتصال الدالة f على $[1,5]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases} 2 & : \quad x=1 \\ \frac{x^2+1}{x} & : 1<x<5 \\ \frac{26}{5} & : \quad x=5 \end{cases}$$

س ٣

ادرس اتصال كل من الدوال التالية في الفترة المبينة:

$a)\ f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+2}\quad ,[0\,,3]$

$b)\ g(x)=\dfrac{x}{x^2-1}\quad ,[0\,,2]$

س ٤ ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

س ٦ لتكن: $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & : x < 0 \\ 2 & : x = 0 \\ ax + b & : x > 0 \end{cases}$ متصلة على مجالها $\mathbb{R}$ أوجد قيمة الثابتين a , b

س ٧ لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$ متصلة على $[1, 4]$

أوجد قيم الثابتين a , b

س ٨ أوجد D_f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-5,0]$ حيث $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

س ٩ ادرس اتصال الدالة f على $[6,10]$ حيث $f(x)=\sqrt{x^2-7x+10}$

س ١٠	أوجد D_f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-3,3]$ حيث $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

س ١١	ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث $f(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$

ملاحظة: ناتج تركيب دالتين كل منهما متصلة على $\mathbb{R}$ هو دالة متصلة على $\mathbb{R}$

س ١٢ لتكن: $f(x) = \sqrt[3]{-x^2 + 2x + 5}$ ادرس اتصال الدالة f على $\mathbb{R}$

(10) الدالة f: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+m}{x-2} & : \quad x < 1 \\ x+n & : \quad x > 1 \\ 2m & : \quad x = 1 \end{cases}$ متصلة على $\mathbb{R}$ إذا كان:

(a) $m = -1 \quad , \quad n = 3$

(b) $m = 1 \quad , \quad n = -3$

(c) $m = -1 \quad , \quad n = -3$

(d) $m = 1 \quad , \quad n = 3$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(11) الدالة g: $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & : \quad x > 1 \\ 3x & : \quad x \le 1 \end{cases}$ متصلة على:

(a) $(-\infty , 1] , (1 , \infty)$

(b) $(-\infty , 1) , [1 , \infty)$

(c) $(-\infty , \infty)$

(d) $(-\infty , 3]$

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على كل من $[1 , 3)$, $[3 , 5]$ فإن f متصلة على $[1 , 5]$ (a) (b)

(2) الدالة f : $f(x) = x^2 - |x|$ متصلة لكل قيم $x \in \mathbb{R}$ (a) (b)

(3) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2 , 2]$ (a) (b)

(4) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ متصلة على $(-\infty , 0)$ (a) (b)

(5) الدالة f : $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ متصلة على $(-\infty , 2)$ فقط (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x+1}{x-4}$ فإن الدالة f :

(a) لها نقطتي انفصال عند كل من $x = 4$, $x = -1$

(b) متصلة على $(-\infty , 4]$

(c) متصلة على كلٍ من $(-\infty, 4)$, $(4, \infty)$

(d) ليس أي مما سبق

(7) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2 , 3]$ فإن:

(a) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = f(3)$

(c) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = f(-2)$

(d) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = f(-2)$

مغلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(8) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - 25}}$ متصلة على:

(a) $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right]$

(b) $(5 , \infty)$

(c) $\mathbb{R}$

(d) $(-5 , 5)$

(9) لتكن f : $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2} & : \quad x \leqslant -3 \\ \frac{\sqrt{x^2+16}}{2} & : \quad -3 < x < 0 \\ \frac{4-x^2}{x-2} & : \quad x \geqslant 0 , x \neq 2 \end{cases}$ ، فإن f دالة متصلة على:

(a) $(-\infty , \infty)$

(b) $(-\infty , 2)$

(c) $(-\infty , 0]$

(d) $(-\infty , -3]$

ميل المماس

ميل المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة $(a, f(a))$ ، هو $\text{ميل المماس} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

س ١ أوجد ميل المماسّ للقطع المكافئ $y = (x-2)^2 + 2$ عند النقطة $A(1,3)$

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ (a) (b)

(2) السرعة المتوسطة لجسيم متحرك على خط مستقيم هي: $\bar{v} = \frac{d(t_1+h)-d(t_1)}{h}$ (a) (b)

معلق ٢٠٢٥-٢٠٢٤

(3) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = x^2$ عند $x = -2$ هو 4 (a) (b)

(4) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = |x|$ عند $x = -2$ هو 2 (a) (b)

(5) يكون مماس منحنى الدالة f: $f(x) = 4$ عند النقطة $(-1\ ,\ 4)$ موازيًا لمحور السينات. (a) (b)

في التمرينين (6–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = 9 - x^2$ عند $x = 2$ هو:

(a) -5 (b) -4 (c) 4 (d) 5

(7) ليكن منحنى الدالة f: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

(a) $(3\ ,\ 0)$ (b) $(1\ ,\ 0)$ (c) $(2\ ,\ -1)$ (d) $(-1\ ,\ 2)$

WWW.TMKNKW.COM

تعريف الاشتقاق	الصيغة البديلة
مشتقة الدالة f عند $x = a$ ، هي $f'(a)$	مشتقة الدالة f عند $x = a$ ، هي $f'(a)$
$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$	$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

س ١ باستخدام التعريف، أوجد مشتقة الدالة f: $f(x) = 3x^2$ عند $x = -2$.

س٢ باستخدام التعريف البديل، أوجد مشتقة الدالة: $f(x) = \sqrt{x}$ عند $x = a$ حيث $a > 0$

س ٣ أوجد مشتقة الدالة f: $f(x) = \frac{1}{x}$ عند $x = b$ حيث $b \neq 0$

س ٤

بيّن أن الدالة: $f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \leq 0 \\ 2x & : x > 0 \end{cases}$ لها مشتقّة لجهة اليمين

ومشتقّة لجهّة اليسار عند $x = 0$، لكن ليس لها مشتقّة عند $x = 0$

س ٥ لتكن f: $f(x) = |x - 2|$ ابحث قابلية اشتقاق الدالة f عند $x = 2$

س٦

لتكن الدالة: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & : x \leq -1 \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} & : x > -1 \end{cases}$ بيّن أن للدالة f مشتقّة

لجهة اليمين مساوية للمشتقّة لجهّة اليسار عند $x = -1$

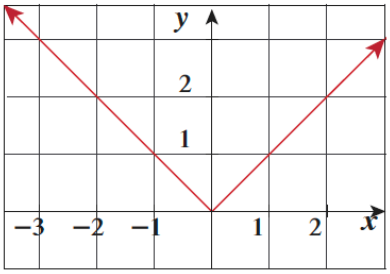
معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س ٧ لتكن $f(x) = x^3$ أوجد $f'(x)$ باستخدام التعريف المشتقة إن وجدت.

س ٨ لتكن $f(x) = x^2 + 2$ أوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة.

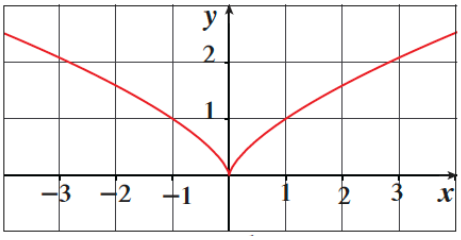
1) ركن: تكون المشتقتان من جهة اليمين ومن جهة ليسار عند التقاء الشعاعين غير متساويين

مثال: $f(x) = |x|$



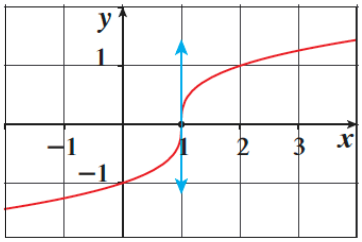
2) ناب: يكون ميل المماس للمنحنى عند نقطة تقاطع محددة يقترب من ∞ في إحدى الجهات ويقترب من −∞ في الجهة الثانية

ويوجد مماس رأسي مثال: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$



3) مماس رأسيا: يكون المماس للمنحنى عند نقطة محددة رأسيا.

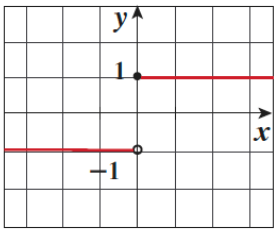
مثال: $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$



4) عدم اتصال: تكون لمشتقة من جهة واحدة أو كل من الجهتين غير موجودة.

مثال:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & : x < 0 \\ 1 & : x \geq 0 \end{cases}$$



س ٩ لتكن f: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & : x \leq 2 \\ 3x - 2 & : x > 2 \end{cases}$ ابحث قابلية الاشتقاق للدالة f عند $x = 2$

س ١٠	$f(x) = \begin{cases} -x-1 & : x > -\frac{1}{3} \\ 5x+1 & : x \le -\frac{1}{3} \end{cases}$ بين أن f دالة متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = -\frac{1}{3}$ معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س ١١ ادرس اتصال الدالة f عند $x = 1$ وقابلية الاشتقاق عندها $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2+1} & : x \leq 1 \\ 2x - 1 & : x > 1 \end{cases}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س ١٢ لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x + 5 & : x \leq 3 \\ x^2 - 1 & : x > 3 \end{cases}$ أوجد إن أمكن $f'(3)$.

س ١٣ لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$ أوجد إن أمكن

س ١٤ لتكن الدالة f: $g(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & : x \leq 0 \\ 2x+1 & : x > 0 \end{cases}$ أوجد إن أمكن $g'(0)$.

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

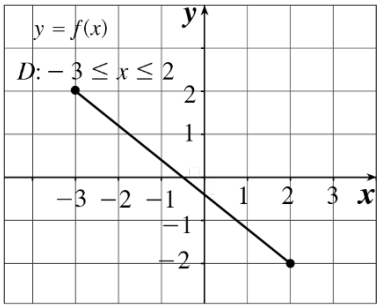
(1) إذا كانت f : $f(x) = 3x - 12$ فإن $f'(x) = 3$. (a) (b)

(2) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$. (a) (b)

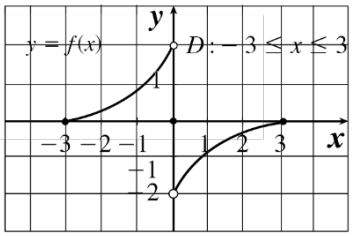
(3) إن الدالة f : $f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$ غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي -1 فقط. (a) (b)

(4) الدالة f : $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : \quad x < 4 \\ x^2 - 9 & : \quad x > 4 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 4$. (a) (b)

(5) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه قابلة للاشتقاق على الفترة $[-3 , 2]$. (a) (b)



(6) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه هي متصلة على الفترة $[-3 , 3]$ ولكن غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$



(a) (b)

(7) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو:

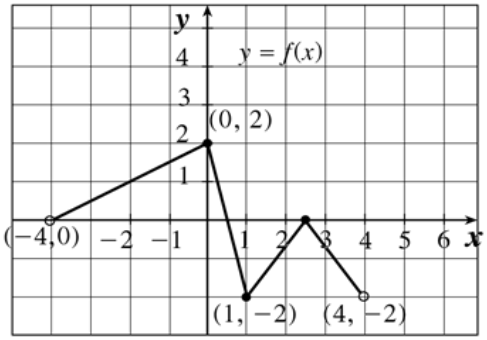
(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(8) تكون الدالة f ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل ... $= x$



(a) $0 , 1 , 2\frac{1}{2}$

(b) $-2 , +2$

(c) $-4 , 0 , 1 , 4$

(d) $1 , 4$

WWW.TMKNKW.COM

(9) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي:

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b) $\sqrt{3-x}$

(c) $\begin{cases} 3x-1 & : \quad x \leqslant 3 \\ 1 & : \quad x > 3 \end{cases}$

(d) $\sqrt[3]{x+2}$

(10) إذا كانت $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ فإن مجال f' هو:

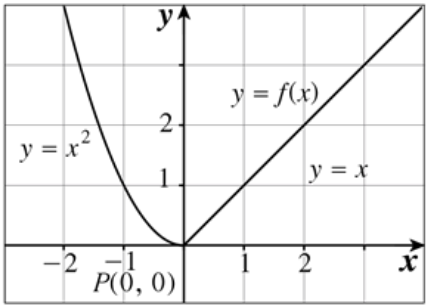
(a) $\mathbb{R} - \{-2 , 2\}$

(b) $\mathbb{R} - \{-2\}$

(c) $\mathbb{R} - \{2\}$

(d) $\mathbb{R} - (-2 , 2)$

(11) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



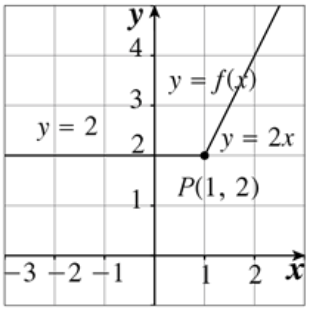
(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

(c) الدالة قابلة للإشتقاق.

(d) ليس أيّ مما سبق.

(12) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



(a) $f'_+(1) = 1$

(b) $f'_-(1) = 0$

(c) $f'_-(1) = 2$

(d) f قابلة للاشتقاق

القواعد الأساسية في الاشتقاق

1) $y = k \rightarrow y' = 0$

2) $y = x \rightarrow y' = 1$

3) $y = x^n \rightarrow y' = n.x^{n-1}$

4) $y = k.f(x) \rightarrow y' = k.f'(x)$

5) $y = f(x) + g(x) \rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$

6) $y = f(x) - g(x) \rightarrow y' = f'(x) - g'(x)$

7) $y = f(x) \times g(x) \rightarrow y' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$

8) $y = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow y' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{(g(x))^2}$

9) $y = \frac{k}{g(x)} \rightarrow y' = \frac{-kg'(x)}{(g(x))^2}$

10) $y = \sqrt{x} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

WWW.TMKKW.COM

س ١ أوجد $\frac{dy}{dx}$ حيث $y = 5x^3 - 4x^2 + 6$

س ٢ أوجد $f'(x)$ إذا كان $f(x) = 4x^2(x + 6)$

س ٣ أوجد $f'(x)$ إذا كان $f(x) = (2x + 1)(3x - 2)$

س ٤ أوجد $f'(x)$ إذا كان $f(x) = (x^3 - 4)^2$

س٥ أوجد مشتقة: $f(x) = \frac{4x^2+2x}{2x^3+5}$

س٦ لتكن $y = \frac{3x^2+7}{8x^2}$ أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = -1$

معادلة المماس	معادلة الناظم
$y - f(a) =$ ميل المماس $(x - a)$	$y - f(a) =$ ميل الناظم $(x - a)$

س ٧ أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند النقطة $(1 , \frac{2}{3})$ لمنحنى الدالة: $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2}$

س ٩ أوجد $f'(x)$ إذا كان $f(x) = \frac{-4}{x^2+2x+5}$

س ٨ أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة: $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

س ١٠ أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

س ١١ لتكن f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & : x \leq 1 \\ 2x + 1 & : x > 1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن أمكن

س ١٢ لتكن f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن أمكن

س ١٣ لتكن f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن أمكن

س ١٤ لتكن f: $f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن أمكن

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(1) إذا كانت $y = -x^2 + 3$ فإن $\frac{dy}{dx} = -2$ (a) (b)

(2) إذا كانت $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{3} + x$ فإن $\frac{dy}{dx} = x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ (a) (b)

(3) إذا كانت $y = \frac{2x+5}{3x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{12x+11}{(3x-2)^2}$ (a) (b)

(4) إذا كانت $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$ (a) (b)

في التمارين (5—16)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = 1 - x + x^2 - x^3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-1 + 2x - 3x^2$ (b) $2 - 3x$ (c) $-6x + 2$ (d) $1 - x$

(6) إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي:

(a) $20x + 60x^3$ (b) $15x^2 - 15x^4$ (c) $30x - 30x^4$ (d) $30x - 60x^3$

(7) إذا كانت $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي:

(a) $\frac{-7}{2}$ (b) -3 (c) 3 (d) $\frac{7}{2}$

(8) ميل مماس منحنى $y = x^2 + 5x$ عند $x = 3$ يساوي:

(a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8

(9) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{2}{x}$ عند $x = -2$ هو:

(a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(10) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{-1}{x-1}$ عند $x = 0$ هو:

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

(11) للدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته:

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

(12) ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2\ ,\ 3)$ هي:

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{9}$

(13) النقاط على منحنى الدالة $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

(a) $(-1\ ,\ 27)$ (b) $(2\ ,\ 0)$

(c) $(2,0)\ ,\ (-1,27)$ (d) $(-1,27)\ ,\ (0,20)$

(14) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : \ x \geqslant 1 \\ 4x-1 & : \ x<1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو:

ⓐ $\{1\}$ ⓑ $\mathbb{R}-\{1\}$

ⓒ $[1\ ,\ \infty)$ ⓓ $\mathbb{R}$

(15) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x)=2x^2-13x+2$ عند $x=3$ هي:

ⓐ $y=x-16$ ⓑ $y=-x+16$

ⓒ $y=-x-13$ ⓓ $y=-x-16$

(16) إذا كانت $f(2)=3$ ، $f'(2)=5$ عند النقطة P على منحنى الدالة f فإن:

ⓐ معادلة خط المماس: $y=5x+7$

ⓑ معادلة الخط العمودي (الناظم): $y=-\frac{1}{5}x+7$

ⓒ معادلة الخط العمودي (الناظم): $y=-\frac{1}{5}x+\frac{17}{5}$

ⓓ معادلة خط المماس: $y=5x+3$

القواعد الأساسية في الاشتقاق للدوال المثلثية

1) $y = sinx \rightarrow y' = cosx$

2) $y = cosx \rightarrow y' = -sinx$

3) $y = tanx \rightarrow y' = sec^2x$

4) $y = cotx \rightarrow y' = -csc^2x$

5) $y = secx \rightarrow y' = secx.tanx$

6) $y = cscx \rightarrow y' = -cscx.cotx$

س ١

أوجد المشتقّات للدوال التالية:

a) $y = x^2sinx$

b) $u = \frac{cosx}{1-sinx}$

c) $f(x) = sin^2x$

س ٢

أوجد المشتقّات للدوال التالية:

$a)\ y = cos^2 x$

$b)\ u = \frac{x}{cosx}$

$c)\ f(x) = \frac{sinx}{sinx+cosx}$

س ٣

أوجد المشتقّات للدوال التالية:

$a)\ y = tanx + cotx \quad b)\ u = secx(1 + sinx) \quad c)\ f(x) = cscx + sinx.tanx$

س ٤

أوجد المشتقّات للدوال التالية:

$a)\ f(x) = \frac{1 + tanx}{tanx} \quad b)\ g(x) = secx + cscx \quad c)\ h(x) = \frac{secx}{cscx}$

س أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة: $y = tanx$ عند النقطة $p(\frac{\pi}{4}, 1)$

س أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة: $y = secx$ عند النقطة $p(\frac{\pi}{3}, 2)$

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$ (a) (b)

(2) إذا كانت $y = \frac{4}{\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$ (a) (b)

(3) ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \sin x + 3$ عند $x = \pi$ هو 1 (a) (b)

(4) إن منحنى الدالة $y = \tan x$ ومنحنى الدالة $y = \cot x$ ليس لهما مماسات أفقية. (a) (b)

معلق ٢٠٢٥-٠٢-٢٤

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$ (b) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(c) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$ (d) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(6) إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

(7) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(8) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ هي:

(a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ (b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$

(c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(9) إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي:

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

قاعدة السلسلة

مشتقة تركيب دالتين $(fog)'(x) = f'(g(x)).g'(x)$

س ١

إذا كان $g(x) = x^{10}$, $f(x) = 3x^2 + 1$

فأوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f\ o\ g)'(x)$, $(g\ o\ f)'(-1)$

س ٢

لتكن: $g(x) = x^{13}$, $f(x) = -2x^3 + 4$

أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f\ o\ g)'(x)$, $(g\ o\ f)'(0)$

س ٣ لتكن: $g(x) = x^2 + 1$, $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f\ o\ g)'(x)$

س لتكن: $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f\ o\ g)'(1)$

قاعدة السلسلة إذا كان $y = f(u)\ ,\ u = g(x)$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

س إذا كانت: $u = 5x^2 + 2$, $y = u^3 - 3u + 1$ أوجد باستخدام قاعدة التسلسل $\frac{dy}{dx}$

س٦ لتكن: $u = 2x^3 + x$, $y = u^2 + 4u - 3$ أوجد باستخدام قاعدة التسلسل $\frac{dy}{dx}$

قاعدة السلسلة $y' = cos(f(x)).f'(x)$ $\rightarrow$ $y = sin(f(x))$

س ٧ أوجد مشتقة: $y = sin(x^2 + x)$ بالنسبة إلى المتغيّر x.

قاعدة السلسلة $y' = n\, f'(x).(f(x))^{n-1}$ $\rightarrow$ $y = (f(x))^n$

س ٨ أوجد مشتقة الدالة: $f(x) = cos^5 x$ باستخدام قاعدة السلسلة.

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س ٩ لتكن: $y = \sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)^3}$ أوجد y'

س بيّن أن ميل أي مماس للمنحنى: $y = \frac{1}{(-2x-1)^3}$ دائمًا يكون موجبًا حيث $x \neq -\frac{1}{2}$

س ١١ أوجد ميل مماس المنحنى: $y = sin^5 x$ عند $x = \frac{\pi}{3}$

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = \cos(\sqrt{3}x)$ فإن $\frac{dy}{dx} = \sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$ (a) (b)

(2) إذا كانت $y = 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$ (a) (b)

(3) إذا كانت $y = (x+\sqrt{x})^{-2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -2(x+\sqrt{x})^{-1}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ (a) (b)

(4) إذا كانت $s = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt} = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$ (a) (b)

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = \sin^{-5}x - \cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $5\sin^{-6}x\cos x - 3\cos^2 x\sin x$
(b) $5\sin^{-6}x\cos x + 3\cos^2 x\sin x$
(c) $-5\sin^{-6}x\cos x - 3\cos^2 x\sin x$
(d) $-5\sin^{-6}x\cos x + 3\cos^2 x\sin x$

(6) إذا كانت $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$
(d) $3(2x+1)^{-1}$

(7) إذا كانت $s = \frac{4}{3\pi}\sin 3t + \frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$ تساوي:

(a) $\frac{4}{\pi}\sin 3t - \frac{4}{\pi}\cos 5t$
(b) $\frac{4}{\pi}\cos 3t + \frac{4}{\pi}\sin 5t$
(c) $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 3t$
(d) $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 5t$

(8) إذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي:

(a) $\sec^2(2-\theta)$
(b) $-\sec^2(2-\theta)$
(c) $\sec^2(\theta+2)$
(d) $\sec(2-\theta)$

(9) إذا كانت $f(u) = \cot\frac{\pi u}{10}$ و $u = g(x) = 5\sqrt{x}$ فإن $(f\circ g)'(x)$ عند $x = +1$ تساوي:

(a) $\frac{3\pi}{4}$
(b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $-\frac{\pi}{4}$
(d) $-\frac{3\pi}{4}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥
WWW.TMKUW.COM

س ١ أوجد المشتقات حتى رتبة الرابعة للدالة $y = 2x^7 - 4x^2 + 3x - 5$ بدلالة المتغير x

س ٢ إذا كانت : $y = 4x^5 - 5x^3 + 7$ فأوجد المشتقات حتى الرتبة الثالثة.

س ٣ إذا كانت : $y = \sin x$ بيّن أن $y^{(4)} = y$.

س ٤ لتكن الدالة: $y = \cos x$ بيّن أن $y^{(4)} + y'' = 0$.

س ٥ أوجد: y'' حيث $y = \frac{1}{\cos x}$

س ٦ أوجد: y'' حيث $y = \frac{1}{\sin x}$

القواعد الأساسية في الاشتقاق الضمني

1) $\frac{dy}{dx}(x) = 1$	$\rightarrow \frac{dy}{dx}(y) = 1y'$	$\frac{dy}{dx}(x+y) = 1 + y'$
2) $\frac{dy}{dx}(-x) = -1$	$\rightarrow \frac{dy}{dx}(-y) = -y'$	$\frac{dy}{dx}(x-y) = 1 - y'$
3) $\frac{dy}{dx}(x^2) = 2x$	$\rightarrow \frac{dy}{dx}(y^2) = 2y.y'$	$\frac{dy}{dx}(x.y) = 1.y + x.y'$
4) $\frac{dy}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\rightarrow \frac{dy}{dx}(\sqrt{y}) = \frac{1}{2\sqrt{y}}.y'$	$\frac{dy}{dx}(x^2.y^2) = 2x.y^2 + x.2yy'$
5) $\frac{dy}{dx}(sinx) = cosx$	$\rightarrow \frac{dy}{dx}(siny) = cosy.y'$	$\frac{dy}{dx}(x^2 + y^2) = 2x + 2y.y'$

س ٧ أوجد: $y' = \frac{dy}{dx}$ في الحالات التالية $b)\ y = x + x^2y^5$ $a)\ y^2 + xy = 7x$

س ٨ أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ عند النقطة

س ٩ أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته: $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ عند $(1 , 1)$

س ١٠ أوجد ميل المماس $(\frac{dy}{dx})$ للمنحنى الذي معادلته: $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

س ١١ أوجد ميل المماس $(\frac{dy}{dx})$ للمنحنى الذي معادلته: $x^2 + y^2 - 2xy = 1$ عند نقطة $(2, 1)$

س ١٢

منحنى معادلته: $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد y' ثم أوجد ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(1 , 3)$

س ١٣

للمنحنى الذي معادلته: $y^2 + \sqrt{y} + x^2 = 3$

1) أوجد y'

2) أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1 , 1)$

س ١٤ إذا كانت : $y = \sqrt{1 - 2x}$ فأثبت أن $yy'' + (y')^2 = 0$

س ١٥ إذا كانت : $y = x \sin x$ فأثبت أن $y''' + y' + 2\sin x = 0$

تذكر أن: $3 \times 2 \times 1 = 3!$

س١٦ لتكن $f(x) = \frac{1}{1-x}$ فأثبت أن: $f'''(x) = \frac{3!}{(1-x)^4}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (3–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان: $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن: $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$ (a) (b)

(2) إذا كان: $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فإن: $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$ (a) (b)

(3) معادلة المماس لمنحنى: $x^2 - y^2 - x^2y = 7$ عند النقطة $(2, -1)$ هي: $y = 4x - 9$ (a) (b)

في التمارين (7–4)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت: $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي:

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ (d) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(5) إذا كانت: $f(x) = \frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(a) $24(3x+2)^{-5}$ (b) $-24(3x+2)^{-5}$

(c) $648(3x+2)^{-5}$ (d) $-648(3x+2)^{-5}$

(6) ميل الخطّ العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3, 2)$ على منحنى: $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو:

(a) -5 (b) $-\frac{1}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) 5

(7) ميل المماس عند النقطة $A(1, 1)$ على منحنى: $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي:

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 2

تعريف النقطة الحرجة:

النقطة الداخلية للدالة f $(c, f(c))$ تسمى نقطة حرجة عندما $f'(c) = 0$ أو $f'(c)$ غير موجودة.

ملاحظة:

يسمى c العدد الحرج

س ١ أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة التالية: $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 10$

س ٢ أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \ x < 1 \\ 3x - 1 & , \ x \geq 1 \end{cases}$$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س٣ أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة التالية: $f(x) = |x - 5|$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

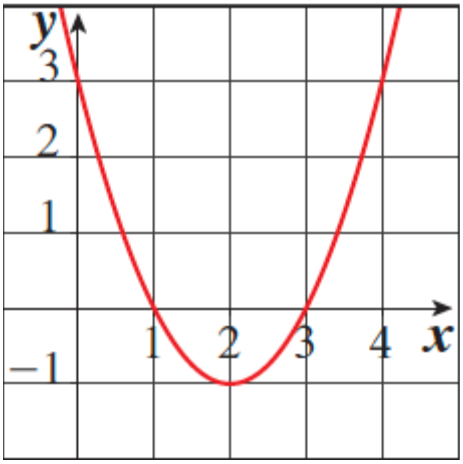
ملاحظة:

إذا كانت $(c, f(c))$ نقطة حرجة للدالة f فليس بالضرورة أن تكون $f(c)$ قيمة قصوى محلية.

نظرية القيم القصوى المحلية:

إذا كانت للدالة f قيمة قصوى محلية عند $x = c$ فإن $(c, f(c))$ نقطة حرجة.

س ٤ الشكل يمثل بيان: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ أوجد القيم القصوى للدالة على المجالات التالية:



$[3, 4)$

$(1, 3)$

$[2, 3]$

$(-\infty, \infty)$

س ٥ أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[-2, 1]$

نظرية القيم القصوى المطلقة:

إذا كانت f دالة متصلة على فترة مغلقة $[a, b]$ فإن لـ f قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

س٦ أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ في الفترة $[1, 8]$

س ٧ أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ في الفترة $[-2, 3]$

س ٨ أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = \frac{1}{x^2}$ في الفترة $[1, 3]$

س ٩

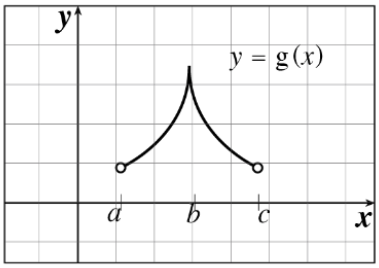
لتكن الدالّة f: $a, b \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ وكان للدالة قيمة قصوى محلية عند كل من: $x = 2$, $x = -1$ أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على (a , b) فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة. (a) (b)

(2) في الشكل التالي، للدالة g قيمة قصوى محليّة عند $x = c$. (a) (b)



(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها. (a) (b)

(4) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لها قيمة عظمى في مجالها. (a) (b)

(5) الدالة h : $h(x) = |3x - 5|$ لها قيمة حرجة عند $x = 5$. (a) (b)

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن $y = |x|$ ، فإن الدالة y:

(a) لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

(b) لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0 , 2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(8) الدالة k : $k(x) = |x^2 - 4|$ لها:

(a) قيمة عظمى مطلقة (b) قيمة صغرى مطلقة

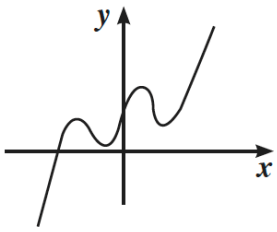
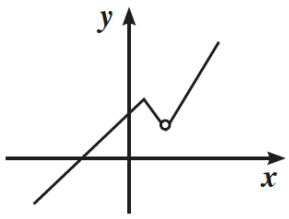
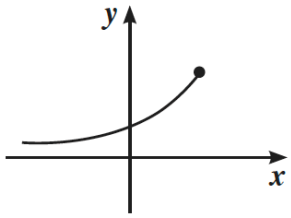
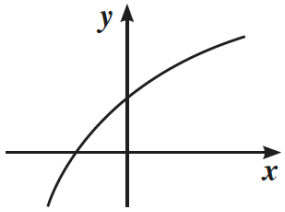
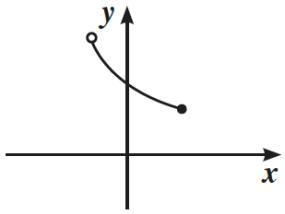
(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيّ مما سبق

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

في التمارين (12–10)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(10) لها قيمة عظمى مطلقة.	a 
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية.	b 
	c 
(12) ليس لها قيم قصوى محلية أو مطلقة	d 
	e 

في التمارين (13–16)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

القائمة (1)

(13)

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أكبر من الصفر

(14)

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أصغر من الصفر

(15)

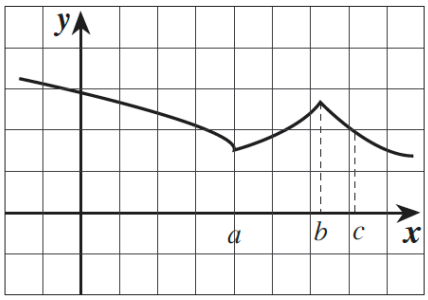
x	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	0
c	أصغر من الصفر

(16)

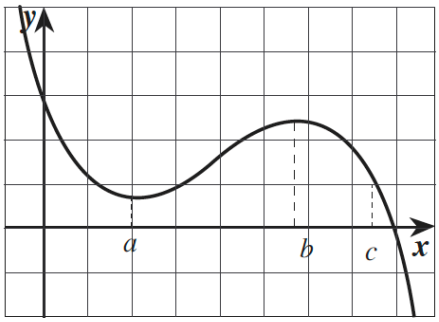
x	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	(غير موجودة)
c	أصغر من الصفر

القائمة (2)

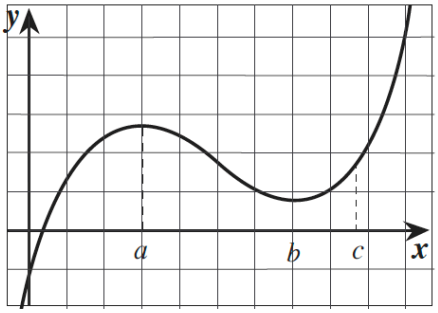
a



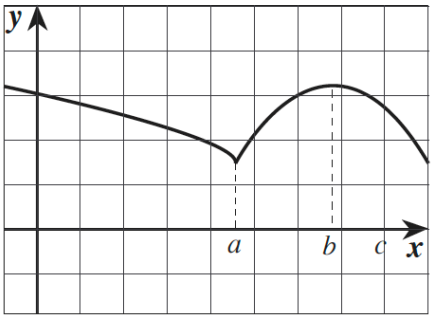
b



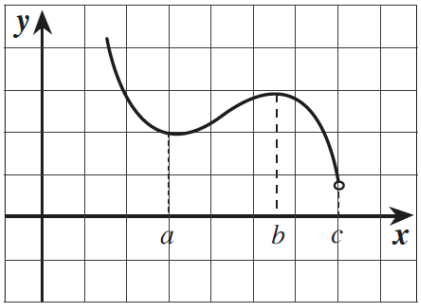
c



d



e



نظرية القيمة المتوسطة: إذا كانت f دالة:

1) متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ 2) قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b).

فإنه يوجد على الأقل $c \in (a, b)$ بحيث $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

س ١

بيّن أن الدالّة $f(x) = x^2 + 2x$ تحقّق شروط نظريّة القيمة المتوسّطة على الفترة $[-3, 1]$ ، ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسّر إجابتك.

س ٢

بيّن أن الدالّة $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقّق شروط نظريّة القيمة المتوسّطة على الفترة $[0, 4]$ ، ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسّر إجابتك.

نظرية الدوال المتزايدة والدوال المتناقصة والدوال الثابتة: لتكن f دالة قبالة للاشتقاق على (a, b):

1) إذا كانت $f'(x) > 0$ عند كل f تنتمي إلى الفترة (a, b)، فإن f تتزايد على الفترة (a, b)

2) إذا كانت $f'(x) < 0$ عند كل f تنتمي إلى الفترة (a, b)، فإن f تتناقص على الفترة (a, b)

3) إذا كانت $f'(x) = 0$ عند كل f تنتمي إلى الفترة (a, b)، فإن f دالة ثابته على الفترة

س ٣ حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

س ٤ أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

س ٥ إذا كانت الدالة: $f(x) = x^3 - 6x$ حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة g : $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right)$ (a) (b)

(2) الدالة f: $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ متناقصة على كل من الفترة $(-\infty , -\sqrt{5})$ والفترة $(\sqrt{5} , \infty)$ (a) (b)

(3) الدالة f: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$ (a) (b)

(4) الدالة f: $f(x) = x^3 + 1$ مطّردة على $\mathbb{R}$. (a) (b) معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (5–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) تكون الدالة k : $k(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

(a) متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

(b) متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

(c) متناقصة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(-2, 2)$ ومتزايدة على الفترة $(2 , \infty)$

(d) ليس أيّ مما سبق.

(6) الدالة R : $R(x) = |x|$

(a) متزايدة على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(0 , \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-\infty , 0)$

(d) متناقصة على الفترة $(0 , \infty)$ ومتزايدة على الفترة $(-\infty , 0)$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(7) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإنّ الدالة f :

(a) متزايدة على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

(d) متناقصة على الفترة $(0 , \infty)$ فقط

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ ، فإنّ الدالة f:

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها.

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0 , \infty)$

ربط المشتقة الأولى والمشتقة الثانية بمنحنى الدالة f

نظرية اختبار لمشتقة الأولى للقيم القصوى المحلية:

لتكن f دالة متصلة على مجالها $(c, f(c))$ نقطة حرجة

1) إذا تغيرت إشارة f' من موجب إلى سالب عند $x = c$، فإن لـ f قيمة عظمى محلية عند c.

2) إذا تغيرت إشارة f' من سالب إلى موجب عند $x = c$، فإن لـ f قيمة صغرى محلية عند c.

3) إذا لم تتغير إشارة f' عند $x = c$، فإن f لا يكون لها قيمة قصوى محلية عند c.

س ١

لتكن الدالّة f : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

أوجد كلاً مما يلي : 1) النقاط الحرجة للدالة.

2)الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها. 3)القيم القصوى المحلية.

س ٢

لتكن الدالّة f : $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

أوجد كلاً مما يلي : 1) النقاط الحرجة للدالة.

2)الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها. 3)القيم القصوى المحلية.

اختبار التقعر:

1) إذا كانت $\forall x \in I \ , \ f''(x) > 0$ فإن منحنى الدالة مقعراً لأعلى على I.

2) إذا كانت $\forall x \in I \ , \ f''(x) < 0$ فإن منحنى الدالة مقعراً لأسفل على I.

تعريف نقطة الانعطاف:

تسمى النقطة $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لمنحنى الدالة f إذا كانت f دالة متصلة عند c ومنحنى الدالة f يغير تقعره عند هذه النقطة من أعلى لأسفل أو من أسفل لأعلى.

س ٣ أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحلية:

1) إذا كانت $f'(c) = 0$, $f''(c) < 0$ فإن لـ f قيمة عظمى محلية عند $x = c$.

2) إذا كانت $f'(c) = 0$, $f''(c) > 0$ فإن لـ f قيمة صغرى محلية عند $x = c$.

س ٤ استخدم اختبار المشتقة الثانية لتجد القيم القصوى المحلية للدالة: $f(x) = 4x^3 - 12x^2$

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ مقعّرة لأسفل. (a) (b)

(2) الدالة $y = \frac{x}{x-1}$ على $(-\infty\ ,\ 0)$ مقعّرة لأعلى. (a) (b) **معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥**

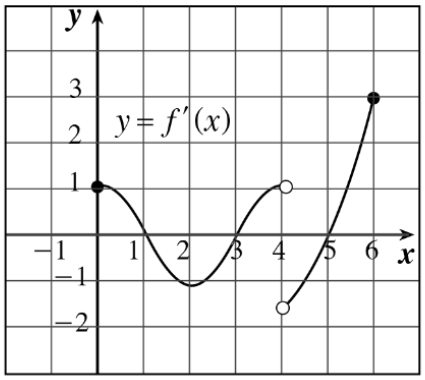
(3) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$. (a) (b)

(4) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$. (a) (b)

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف. (a) (b)

(6) منحنى الدالة $y = -3x^8$ مقعّرة للأعلى. (a) (b)

في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



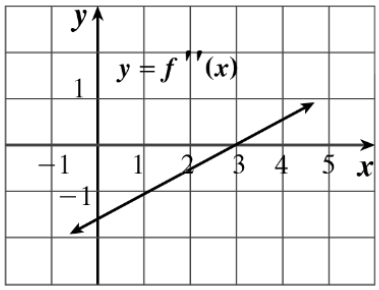
(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان دالة المشتقة (f') فإن الدالة f تكون:

(a) متزايدة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

(b) متناقصة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

(c) لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

(d) لها نقطة انعطاف عند كل من $x = 2$ ، $x = 4$.



(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:

(a) $(-\infty\ ,\ 3)$ (b) $(3\ ,\ \infty)$

(c) $(-1\ ,\ 4]$ (d) $(3\ ,\ 5)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(-1\ ,\ 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

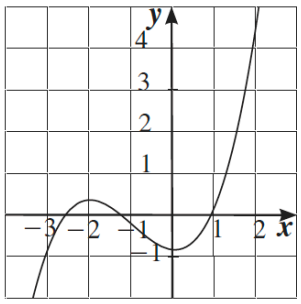
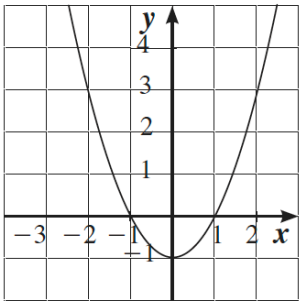
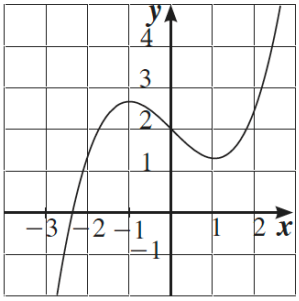
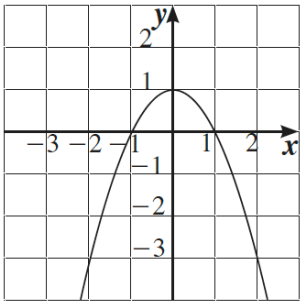
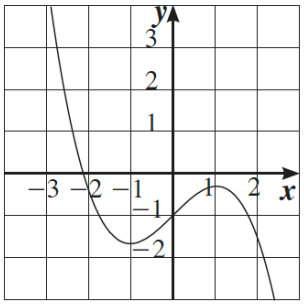
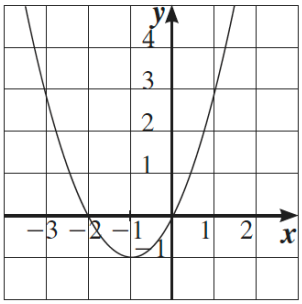
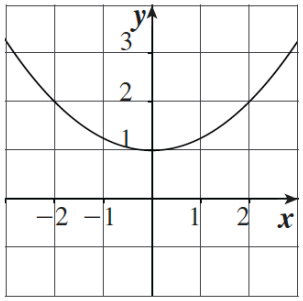
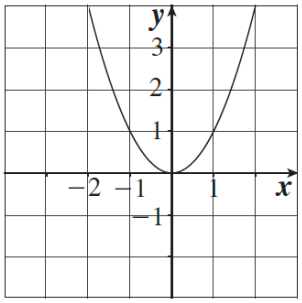
(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

(12) للدالة f: $f(x) = (x^2 - 3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.
المنحنيات في التمارين (13), (14), (15) تمثل الدوال والمنحنيات a, b, c, d, e تمثل دوال المشتقة.

القائمة (1) منحنى الدالة	القائمة (2) منحنى دالة المشتقة
(13) 	a 
(14) 	b 
(15) 	c 
	d 
	e 

س ١ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها.

س ٢ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها.

س ٣ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها.

س ٤ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها.

س ٥ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = x^4 - 2x^2$ وارسم بيانها.

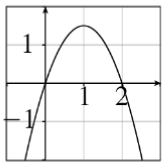
معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س٦ ادرس تغيرات الدالة f : $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$ وارسم بيانها.

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لتكن f : $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2$ و (C) منحناها.



(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل. (a) (b)

(2) الشكل المجاور يمثّل منحنى الدالة f'. (a) (b)

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات. (a) (b)

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية. (a) (b)

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty\ ,\ 1)$. (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

في التمارين (6–8)، الدالة f دالة كثيرة حدود جدول تغيرها:

x	$-\infty$		-1		5		∞
$f(x)$	∞	↘	-5	↗	3	↘	$-\infty$

(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

(a) $f(-2) > f(0)$ (b) $f(0) < f(6)$

(c) $f(-9) > f(-2)$ (d) $f(-1) > f(8)$

(7) للمعادلة $f(x) = 0$:

(a) حل واحد (b) حلّان

(c) ثلاثة حلول (d) لا حل لها.

(8) جدول تغير الدالة f يوضّح أن:

(a) -5 قيمة صغرى مطلقة.

(b) 3 قيمة عظمى مطلقة.

(c) -5 قيمة صغرى محلية، 3 قيمة عظمى محلية.

(d) -1 قيمة صغرى محلية، 5 قيمة عظمى محلية.

(9) لتكن الدالة f : $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

(a) لمنحنى f قيمة عظمى محلية.

(b) لمنحنى f نقطة انعطاف.

(c) منحنى f مقعر لأعلى.

(d) لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

(10) لتكن f : $a \neq 0$, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.

(b) نقطة انعطاف.

(c) تقعُّر لأسفل ثم تقعُّر لأعلى.

(d) لا تمر بنقطة الأصل.

(11) الدالة f كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة:

(a) لمنحنى f دائمًا نقطتي انعطاف.

(b) لمنحنى f أكثر من قيمة عظمى محلية.

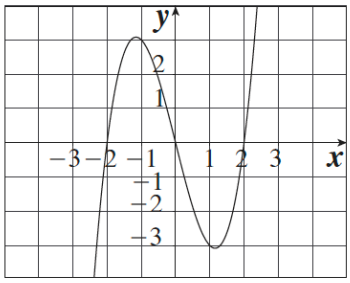
(c) منحنى f يقطع دائمًا محور السينات.

(d) قد لا يكون لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (12–14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

الشكل المقابل يمثّل بيان الدالة f .



القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $f'(x) = 0$	(a) $(-\infty , 0)$
(13) $f'(x) > 0$ في	(b) $(-\infty , -1)$, $(1 , \infty)$
(14) $f''(x) < 0$ في	(c) $-2 , 0 , 2$
	(d) $-1 , 1$
	(e) $(0 , \infty)$

س ١ عددان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن، ما العددان ؟

س ٢ أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن .

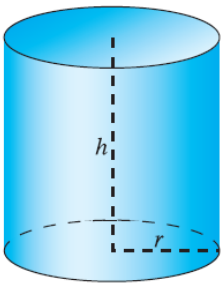
س ٣

يراد صنع صندوق بدون غطاء بقصّ مربّعات متطابقة طول ضلع كلّ منها x من أركان طبقة صفيح أبعادها $8cm$, $15cm$ وثني جوانبها إلى أعلى. أوجد قيمة x بحيث يكون حجم الصندوق أكبر ما يمكن. وما هو حجم أكبر صندوق يمكن صنعه بهذه الطريقة؟

س ٤

طلب إليك تصميم علبة زيت تسع لترًا واحدًا تكون على شكل أسطوانة دائريّة قائمة

ما أبعادها لتكون كمية المعدن المستخدم لصنعها أقل ما يمكن؟



س ٥

تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h.

1)أوجد الارتفاع $h\ (\mathrm{cm})$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانة. 2)ما قيمة هذا الحجم؟

س٦ أوجد أقصر مسافة بين النقطة $P(x, y)$ على المنحنى الذي معادلته $y = \sqrt{x}$ والنقطة $B(3, 0)$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س ٧

تصنع إحدى الشركات يوميًا x (بالآلاف) من المكثفات الكهربائية يعطى معدل كلفة إنتاج كل قطعة بالعلاقة: $C(x) = x - 2 + \frac{25}{x}$

1) أوجد كمية عدد المكثفات المنتجة يومياً لتحقيق أقل تكلفة ممكنة.

2) تباع ألف قطعة بسعر 10 دنانير، أوجد كمية المكثفات المنتجة لتحقق أكبر ربح؟

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

س٧ أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8m$، واحد منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً.

في التمرينين (2–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$ (a) (b)

(2) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$، هي $24\,units^2$ (a) (b) معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

في التمارين (6–3)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(3) مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\,cm\ ,\ 4\,cm$ (b) $12\,cm\ ,\ 3\,cm$

(c) $6\,cm\ ,\ 6\,cm$ (d) $18\,cm\ ,\ 2\,cm$

(4) أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ $y = 4 - x^2$ هي:

(a) $8\ ,\ \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{8}{3}\ ,\ \sqrt{3}$

(c) $4\ ,\ 4$ (d) $\frac{4\sqrt{3}}{3}\ ,\ \frac{8}{3}$

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

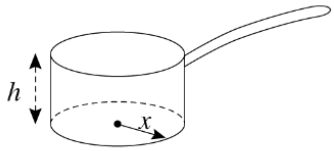
(5) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها $10\,cm, 16\,cm$، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) $2\,cm, 6\,cm, 12\,cm$ (b) $3\,cm, 4\,cm, 12\,cm$

(c) $2\,cm, 8\,cm, 12\,cm$ (d) $3\,cm, 6\,cm, 8\,cm$

(6) تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s = \pi x^2 + \frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته و V حجمه. (**تذكر:** $V = \pi x^2 h$).



إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:

(a) $x > h$ (b) $x = h$ (c) $x < h$ (d) ليس أيّ مما سبق

1- القيمة الحرجة

σ معلومة :

فإن القيمة الحرجة ← $z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

σ غير معلومة و $n\leq30$:

فإن القيمة الحرجة ← $t_{\frac{\alpha}{2}}$ = تعتمد قيمتها على درجات الحرية ($n-1$)

σ غير معلومة و $n>30$:

فإن القيمة الحرجة ← $z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

2- هامش الخطأ

$$E = \text{القيمة الحرجة} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3- فترة الثقة

$$(\bar{x} - E \quad , \quad \bar{x} + E)$$

4- التفسير

عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n =$)
وحساب فترة الثقة فإننا نتوقع 95 فترة ثقة تحوي القيمة الحقيقية ل μ

س ١

أوجد القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 95%

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

س ٢

أوجد القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 97%

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

س ٣

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم لعينة $n = 25$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3.6$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18.4$ بمستوى ثقة 95%

1-أوجد هامش الخطأ. 2-أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع μ 3-فسّر فترة الثقة.

س ٤

عينة عشوائية حجمها 36 فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 باستخدام مستوى ثقة 95%.

1-أوجد هامش الخطأ. 2-أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع μ 3-فسّر فترة الثقة.

س ٥	عينة عشوائية حجمها 81 فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 50 وانحرافها المعياري $s = 9$ باستخدام مستوى ثقة 95%. 1-أوجد هامش الخطأ. 2-أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع μ 3-فسّر فترة الثقة.

س٦ أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علمًا أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي، إذا كان لدينا $n = 13$, $S = 0.3$, $\bar{x} = 8.4$

في التمرينين (2–1)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055 معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥ (a) (b)

(2) إذا أخذنا عينة من 225 هاتفًا، ووجدنا أنّ متوسط صلاحية استخدامها $\bar{x}$ هو 1.7 سنة، والانحراف المعياري $S = 0.5$، ودرجة الثقة 95% فنجد أن فترة الثقة هي: $2.63 < \mu < 2.76$ (a) (b)

في التمارين (8–3)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(3) إنّ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي:

(a) 2.12 (b) 2.17 (c) 21.2 (d) 21%

(4) المتوسط الحسابي لدرجات 9 طلاب هو $\bar{x} = 2.76$ حيث النهاية العظمى 4 درجات والانحراف المعياري $S = 0.87$. إنّ فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي عند درجة ثقة 95% هي:

(a) (2.1916 , 3.3284) (b) (1.6232 , 3.8968)

(c) (2.1916 , 3.8968) (d) (2.0913 , 3.4287)

(5) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي:

(a) 56.34 (b) 62.96 (c) 6.62 (d) 66.15

(6) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%، وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي:

(a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26

(7) أنجز 16 طالبًا في كلية الطب قياس ضغط الدم لدى الشخص نفسه فحصلوا على النتائج التالية:

134، 138، 130، 135، 120، 125، 120، 130، 135، 144، 143، 140، 130، 150، 140، 130

على افتراض أن الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي $\sigma = 10\ \text{mm Hg}$ فإن فترة الثقة عند درجة ثقة 95% للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي هي:

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(a) (129.1 , 131.55) (b) (129.1 , 138.9)

(c) (131.55 , 136.45) (d) (136.45 , 138.9)

(8) تتقارب قيمتي t , Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن:

(a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

1- صياغة الفروض

$H_0 : \mu =$ مقابل $H_1 : \mu \neq$

2- المقياس الاحصائي

σ معلومة :

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

σ غير معلومة و $n \leq 30$:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

σ غير معلومة و $n > 30$:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

3- القيمة الحرجة

σ معلومة :

فإن القيمة الحرجة ← $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

σ غير معلومة و $n \leq 30$:

فإن القيمة الحرجة $t_{\frac{\alpha}{2}}$ = تعتمد قيمتها على درجات الحرية (n-1)

σ غير معلومة و $n > 30$:

فإن القيمة الحرجة ← $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

4- منطقة القبول

(القيمة الحرجة , - القيمة الحرجة)

5- القرار

إما قبول أو رفض فرض العدم

س ١

تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي 4000 دينار. إذا أخذت عينة من 25 موظفًا، ووجد أن متوسط رواتب العينة هو 3950 دينارًا، فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 125$ وضّح كيفية إجراء الاختبار الإحصائي بمستوى ثقة 95% .

س ٢

بينت دراسة أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل أسلاك معدنية هو $\mu = 1800$ مع انحراف معياري $\mu = 150$ ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الأسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل السلك وتأكيدا على ذلك تم اختيار عينة من 40 سلك فتبين أن متوسط قوة التحمل 1840 هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$

س ٣	متوسط العمر بالساعات لعينة من 100مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع $\bar{x} = 1570$ بانحراف معياري $S = 120$ يقول صاحب المصنع إنّ متوسط عمر المصابيح بالساعات $\mu = 1600$ اختبر صحة الفرض $\mu = 1600$ مقابل الفرض $\mu \neq 1600$ وباختبار مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

س ٤

يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي 290 دينارًا. فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 منازل تبيّن أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 296$ وانحرافها المعياري $S = 5$ فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه؟ استخدم مستوى ثقة 95% (علمًا بأن المجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًّا).

في التمارين (1–4)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1) في مجتمع إحصائي إذا كان المتوسط الحسابي $\mu = 860$ وعينة من هذا المجتمع حجمها $n = 25$ والمتوسط الحسابي $\bar{x} = 900$ والانحراف المعياري $S = 125$.
فإن المقياس الإحصائي هو: $t = 1.6$ (a) (b)

(2) متوسط العمر لعينة من 100 مصباح كهربائيّ بالساعات في أحد المصانع هو $\bar{x} = 1600$ بانحراف معياري $S = 125$. يقول صاحب المصنع أن متوسط عمر المصابيح بالساعات هو $\mu = 1640$. إن المقياس الإحصائي هو $Z = 3.2$ (a) (b)

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25\,000$، في دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27\,000$ مع انحراف معياري $S = 5\,000$.
إذا كان المقياس الإحصائي $t = 2$ فإنّ حجم العينة: $n = 25$ (a) (b)

(4) أخذت عينة عشوائية من مجتمع إحصائي حجمها $n = 81$ مع متوسط حسابي $\bar{x} = 3.6$ وانحراف معياري $S = 1.8$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = -1.5$ فإن المتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي $\mu = 3.3$ (a) (b)

في التمارين (5–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5
(c) 1.87 (d) -1.5

(6) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z = -1.5$ وفترة القبول $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن القرار يكون:

(a) رفض فرض العدم (b) قبول فرض العدم
(c) قبول الفرض البديل (d) Z لا تنتمي للفترة

معلق ٢٠٢٤-٢٠٢٥

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو (دينارًا) $\mu = 320$ وقد تبيّن أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلًا من هذه المدينة هو (دينارًا) $\bar{x} = 310$ مع انحراف معياري $S = 40$. إن المقياس الإحصائي هو:

(a) 1.25 (b) -1.25
(c) 0.8 (d) -0.8

(8) في دراسة على عينة أسلاك معدنية حجمها $n = 64$ تبيّن أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل السلك $\bar{x} = 360$ kg مع انحراف معياري $S = 50$ kg إذا كان المقياس الإحصائي لقوة تحمل كافة الأسلاك المعدنية المصنعة $Z = -2.4$ فإنّ المتوسط الحسابي μ هو:

(a) 346 (b) 396 (c) 376 (d) 326

(9) هدف إحدى الشركات الكبرى هو ربح صاف متوسطه الحسابي (دينار) $\mu = 200\,000$ في كل فرع من فروعها المنتشرة في عدد من الدول. في دراسة لعينة من عدد لهذه الفروع أعطت متوسطًا حسابيًّا (دينارًا) $\bar{x} = 195\,000$ مع انحراف معياري (دينارًا) $S = 80\,000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = -0.625$ فإنّ حجم العينة n هو:

(a) 100 (b) 125 (c) 90 (d) 110

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبيّن أنّ متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبيّن أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإنّ الانحراف المعياري σ هو:

(a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9