



المادة : الرياضيات

الصف : الثاني عشر

عدد صفحات الأسئلة : (9)

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2017 / 2018 م

المسار : المتقدم

السؤال الأول

40

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

(1) حدد مجال الدالة $g(x) = \sqrt{2x-12}$. $2x-12 \geq 0$

a) $(-\infty, 6]$

$2x \geq 12$

$x \geq 6$

✓ b) $[6, \infty)$

c) $[-6, \infty)$

$\rightarrow \infty$

d) $(-\infty, \infty)$

(2) أوجد معادلة مستقيم عمودي على $y = \frac{1}{3}x - 5$ ويمر بالنقطة $(0, 2)$.

a) $y = \frac{-1}{3}x - 2$

$m = \frac{1}{3} \rightarrow m = -3$
العكس

b) $y = \frac{1}{3}x + 2$

✓ c) $y = -3x + 2$

$y - 2 = -3(x - 0)$
 $y = -3x + 2$

d) $y = -3x - 2$

(3) حدد الدالة التي يوجد لها دالة عكسية .

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

b) $f(x) = x^2 - 4$

c) $f(x) = -1$

✓ d) $f(x) = x^3 - 2$

سلك
 $f(1) = -1$
 $f(-1) = -3$

(4) حدد الدورة للدالة $f(x) = 3\cos(2x - \pi)$.

a) 3

$\frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$

✓ b) π

c) $\frac{2}{\pi}$

$\frac{2\pi}{2} = \pi$

d) $\frac{\pi}{2}$

$$e^{\ln x^2} = 4$$

$$e^{2 \ln x} = 4 \quad \text{أوجد حل المعادلة الأسية} \quad (5)$$

a) ± 2

$$x^2 = 4$$

b) 4

c) 2

$$x = \pm 2$$

d) 16

$$x = 2$$

$$x > 0 \quad \text{حسب}$$

$$x = \csc^{-1}(2)$$

$$\csc^{-1}(2) \quad \text{أوجد قيمة الدالة المعكوسة} \quad (6)$$

a) $\frac{\pi}{6}$

$$\csc x = 2$$

b) $\frac{\pi}{4}$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

c) $\frac{\pi}{3}$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

d) $\frac{2\pi}{3}$

$$(f \circ g)(x) \quad \text{أوجد} \quad f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = \sec x \quad \text{إذا كانت} \quad (7)$$

a) $\sec^2 x + 1$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

b) $\sec(x+1)^2$

c) $\sec(x^2 + 1)$

$$= f(\sec x)$$

d) $\sec x^2 + 1$

$$= \sec^2 x + 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1} \quad \text{أوجد} \quad (8)$$

a) 1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{-\sin^2 x}$$

b) ∞

c) 0

$$= - \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 = -1$$

d) -1

$$= \sin(\tan^{-1} \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x) \quad \text{أوجد} \quad (9)$$

a) ∞

$$= \sin \frac{\pi}{2}$$

b) 1

c) 0

$$= 1$$

d) $-\infty$

$$(10) \text{ أوجد } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 6}{3x^3 + 2x + 1}$$

- a) 3 b) 2
 ✓ c) 0 d) ∞

أوجد النهاية > درجة المقام

(11) حدد الفترة التي تكون عندها الدالة $f(x) = \ln(3x - 6)$ متصلة .

- a) $(-2, \infty)$ b) $[2, \infty)$
 c) $(-\infty, 2)$ d) $(2, \infty)$

$$3x - 6 > 0$$

$$3x > 6$$

$$x > 2$$

$$0 \xrightarrow{\quad} \infty$$

$$(12) \text{ حدد خطوط التقارب المائلة للدالة } y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$$

- a) $y = -2$ b) $y = 2$
 ✓ c) $y = x + 2$ d) $y = x - 2$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x-2 \overline{) x^2 + 1} \\ \underline{\ominus x^2 + 2x} \\ 2x + 1 \\ \underline{\ominus 2x + 4} \\ 5 \end{array}$$

(13) أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ بين $t = 0$ و $t = 1$

حيث S بالامتار و t بالثواني .

- a) $\frac{5}{3} \text{ m/s}$ b) 3 m/s
 c) 0 m/s d) -3 m/s

(14) إذا كانت $f(x) = 2x - x^5 + 1$ ، أوجد $f''(-1)$

- a) $f''(-1) = -20$ b) $f''(-1) = 0$
 ✓ c) $f''(-1) = 20$ d) $f''(-1) = -3$

$$f'(x) = 2 - 5x^4$$

$$f''(x) = -20x^3$$

$$f''(-1) = -20(-1)^3$$

$$= 20$$

(15) إذا كانت $f(x) = \frac{3}{2x+1}$ ، أوجد $f'(x)$.

a) $f'(x) = \frac{-3}{(2x+1)^2}$

b) $f'(x) = \frac{3}{(2x+1)^2}$

✓ c) $f'(x) = \frac{-6}{(2x+1)^2}$

d) $f'(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$

$f'(x) = \frac{-3(2)}{(2x+1)^2}$

$f'(x) = e^x \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot e^x$

(16) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = e^x \ln x$.

a) $f'(x) = xe^x$

✓ b) $f'(x) = \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

c) $f'(x) = \frac{e^x}{x} + \ln x$

d) $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$

(17) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 2x + 1$ في الفترة $[0, 1]$.

a) 1

$f'(x) = 2x + 2$

$f'(c) = 2c + 2$

b) 0

✓ c) $\frac{1}{2}$

$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{4 - 1}{1} = 3$

d) $\frac{1}{3}$

$2c + 2 = 3$

$2c = 1 \rightarrow c = \frac{1}{2} \in (0, 1)$

(18) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cosh^{-1} 3x$.

a) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{3x^2 - 1}}$

$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{(3x)^2 - 1}} = \frac{3}{\sqrt{9x^2 - 1}}$

b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

✓ c) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2 - 1}}$

d) $f'(x) = \frac{-3}{\sqrt{9x^2 - 1}}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 8$$

متصلة

$$G'(2^-) = G'(2^+) = 4$$

فالمشتق مستمر

(19) حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$.

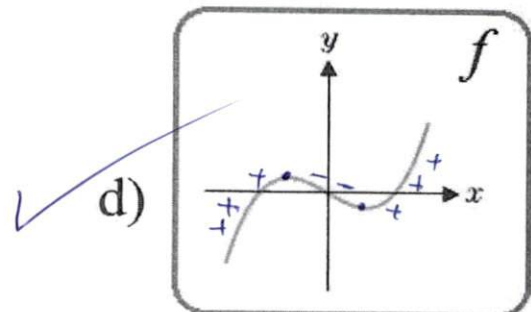
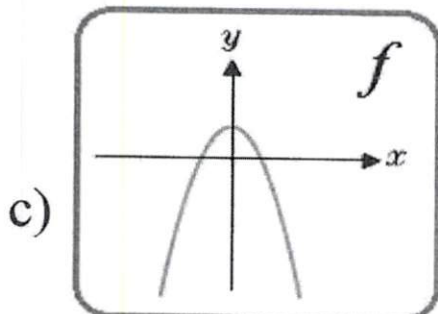
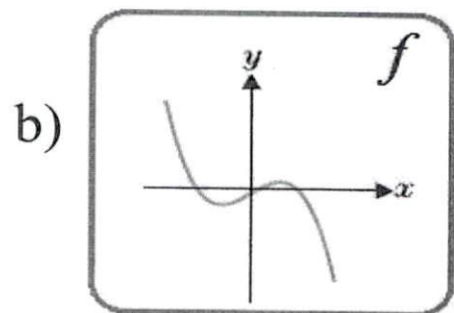
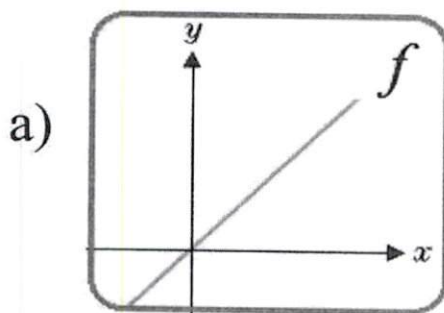
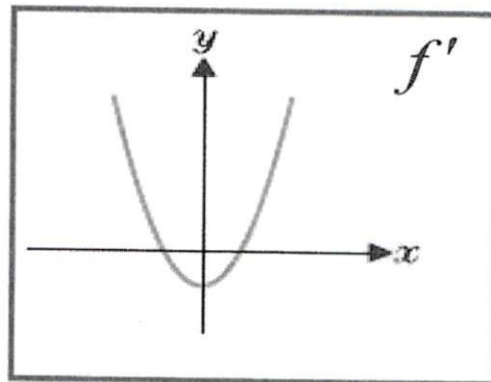
a) $f(x) = \begin{cases} 4x & , x < 2 \\ x^2 + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

c) $p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

d) $h(x) = \begin{cases} 3x & , x < 2 \\ x + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

(20) استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة f .



تكتب خطوات الحل التفصيلية لكافة المفردات الاختبارية من 21 إلى 28

(21) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{10 - x} - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{10 - x} - 3} \cdot \frac{\sqrt{10 - x} + 3}{\sqrt{10 - x} + 3}$$

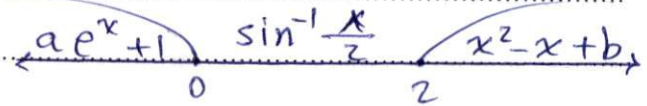
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(\sqrt{10 - x} + 3)}{10 - x - 9}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{10-x} + 3)}{1-x}$$

$$= -1 \cdot (1+1) \cdot (3+3) = -12$$

(22) حدد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة .

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x < 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b & , x > 2 \end{cases}$$



الدالة متصلة

في $x = 0$ الدالة متصلة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} ae^x + 1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin^{-1} \frac{x}{2}$$

$$ae^0 + 1 = \sin^{-1} 0$$

$$a = 0 - 1$$

$$\boxed{a = -1}$$

في $x = 2$ الدالة متصلة

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sin^{-1} \frac{x}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - x + b)$$

$$\sin^{-1} (1) = 2 + b$$

$$\frac{\pi}{2} = 2 + b$$

$$\boxed{b = \frac{\pi}{2} - 2}$$

(23) استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ عند $x = 3$.

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} & f(3) &= 3^2 - 2(3) \\ & & &= 9 - 6 = 3 \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 2(3+h) - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9 + 6h + h^2 - 6 - 2h - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} \\ &= 4 \end{aligned}$$

(24) إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ، أوجد $g'(-2)$.

$$\begin{aligned} x^3 + 2x + 1 &= -2 \\ x^3 + 2x + 3 &= 0 \\ &\text{باستخدام الآلة الحاسبة} \\ x &= -1 \\ g(-2) &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'(-2) &= \frac{1}{f'(g(-2))} \\ &= \frac{1}{f'(-1)} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 2 \\ f'(-1) &= 3(-1)^2 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$x = g(-2) = f^{-1}(-2) \longrightarrow f(x) = -2$$

(25) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 2) \sec^2(x^3 + 2x)}{2\sqrt{\tan(x^3 + 2x)}}$$

(26) أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2 y^2 = 3y + 1$ مماساً أفقياً. $m=0$
 $y' = 0$

$$x^2 \cdot 2y y' + y^2 \cdot 2x = 3y'$$

$$2x^2 y y' - 3y' = -2xy^2$$

$$y'(2x^2 y - 3) = -2xy^2$$

$$y' = \frac{-2xy^2}{2x^2 y - 3}$$

$$y' = 0 \rightarrow -2xy^2 = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } y = 0$$

$$x = 0 \rightarrow 0 \cdot (y^2) = 3y + 1$$

$$0 = 3y + 1$$

$$3y = -1$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

عندها المماس أفقي
 النقطة $(0, -\frac{1}{3})$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 0 + 1$$

ممنوع

(27) سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما 12 AED وقد بيعت 10,000 قطعة منها.

تريد الشركة زيادة الكمية المباعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار 15,000 AED

في نفس العام . فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

$f(x)$ ← سعر القطع

$g(x)$ ← عدد القطع

$f(0) = 12$ $f'(0) = ??$

$g(0) = 10000$ $g'(0) = 1000$

$h(x)$ ← الإيراد

$h'(x)$ ← زيادة الإيراد

$h(x) = f(x) \cdot g(x)$

$h'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$15000 = 12 \cdot 1000 + 10000 \cdot f'(x)$

$15000 - 12000 = 10000 \cdot f'(x)$

$3000 = 10000 \cdot f'(x)$

$f'(x) = \frac{3000}{10000} = 0.3$

معدل زيادة السعر هو 0.3 درهم لكل عام

(28) إذا كانت f و g دالتين متصلتين في الفترة $[a, b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة (a, b)

حيث $f(a) = g(a)$ و $f(b) = g(b)$

فأثبت أن f و g لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a, b) .

f و g قابلتان للإشتقاق على (a, b)

h قابلة للإشتقاق على (a, b) حيث $h(x) = f(x) - g(x)$

$h(b) = f(b) - g(b) = 0$ $f(b) = g(b)$

$h(a) = f(a) - g(a) = 0$ $f(a) = g(a)$

$h(b) = h(a) = 0$

وبمطبقهم نظرية رول فإننا نجد على الأقل عدد $c \in (a, b)$ حيث $h'(c) = 0$

$h'(x) = f'(x) - g'(x)$

$h'(c) = f'(c) - g'(c)$

$0 = f'(c) - g'(c)$

$f'(c) = g'(c)$

من هذا نستنتج أن f و g لهما مماسان متوازيان عند النقطة c في الفترة (a, b)

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح