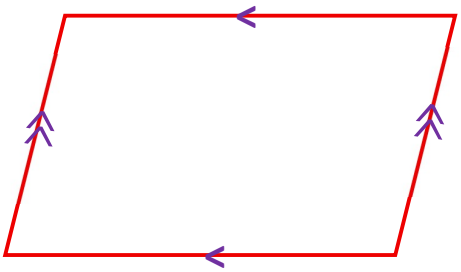
الكشف عن متوازي الأضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية:

(١)

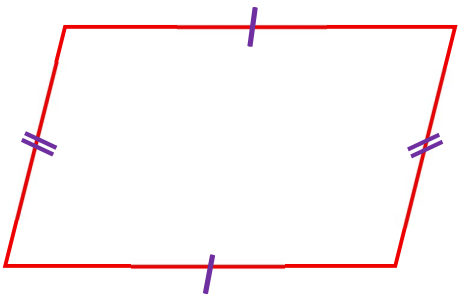
كل ضلعين متقابلين **متوازيين**



---

(٢)

كل ضلعين متقابلين **متطابقين**



---

(٣)

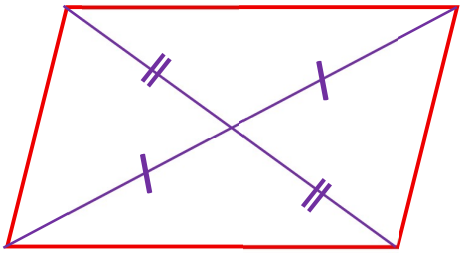
كل زاويتين متقابلتين **متطابقتين**



---

(٤)

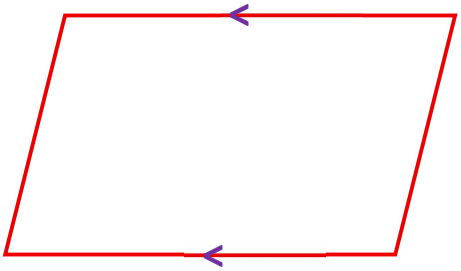
القطران **ينصف كل منهما الآخر**



---

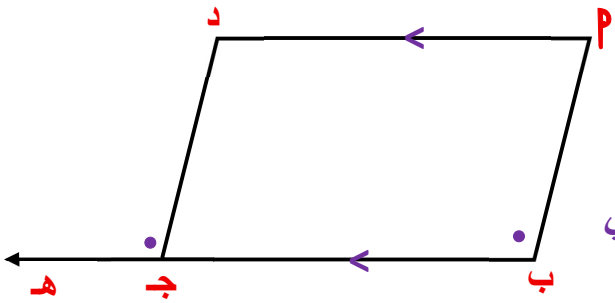
(٥)

ضلعان متقابلان **متطابقان ومتوازيان**



تمارين علي حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

$\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (١) معطي

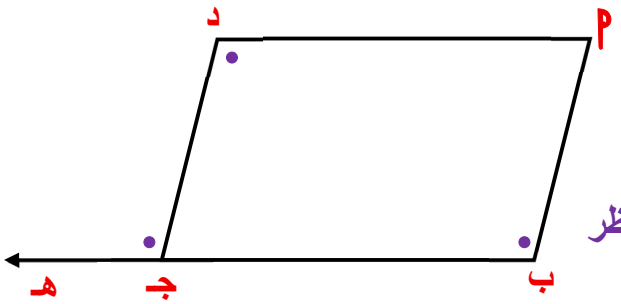
∵ ق (∠ب) = ق (∠د جـ هـ) معطي وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{أب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

∵ ق (∠ب) = ق (∠د جـ هـ) معطي وهما في وضع تناظر

$\overline{أب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (١)

∵ ق (∠د) = ق (∠د جـ هـ) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (٢)

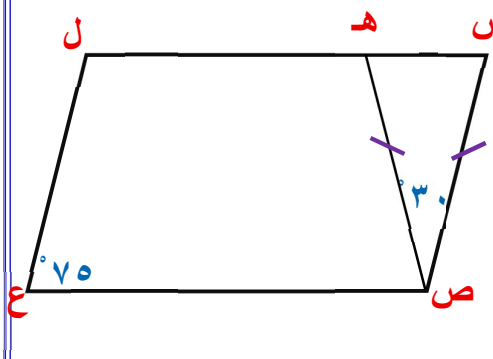
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

في الشكل المقابل س ل // ص ع ، ص س = ص هـ ،

ق(ع) = ٧٥° ، ق (س ص هـ) = ٣٠° ، برهن أن

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع



الحـل

∵ س ل // ص ع (١)

ق (ل) = ١٨٠° – ٧٥° = ١٠٥° تحالف وتوازي

س ص = هـ ص

∴ Δ س ص هـ متطابق الضلعين

∴ ق(س) = ق (س هـ ص) = $\frac{١٨٠° - ٣٠°}{٢}$ = $\frac{١٥٠°}{٢}$ = ٧٥°

لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ ق(س) + ق(ل) = ٧٥° + ١٠٥° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

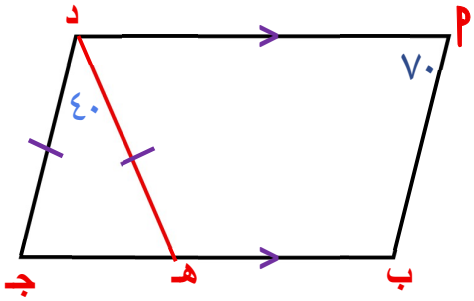
∴ س ص // ل ع (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

في الشكل المقابل $\overline{أ د} // \overline{ب جـ}$ ، ص س = ص هـ ،

ق(أ) = ٧٠° ، ق (هـ د جـ) = ٤٠° ، برهن أن الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

$\overline{أ د} // \overline{ب جـ}$ ⟵ (١)

ق (ب) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° تحالف وتوازي

د هـ = د جـ

∴ Δ د هـ جـ متطابق الضلعين

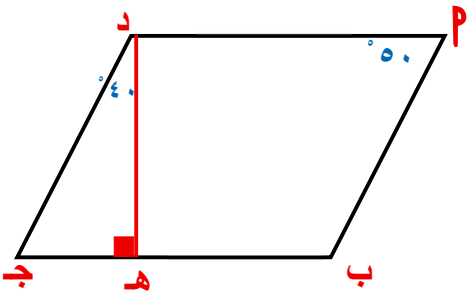
∴ق(جـ) = ق (د هـ جـ) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢} = \frac{١٤٠°}{٢}$ = ٧٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ق(جـ) + ق(ب) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أ ب} // \overline{د جـ}$ ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين



إذا كان ﺃ ب جـ د شكل رباعي فيه : $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ ،

$\overline{د هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ق(أ) = ٥٠° ، ق (هـ د جـ) = ٤٠° ،

فبرهن أن الشكل الرباعي ﺃ ب جـ د متوازي أضلاع

الحل

$\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (١)

ق (ب) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° تحالف وتوازي

∴ Δ د هـ جـ قائم مجموع زواياه = ١٨٠°

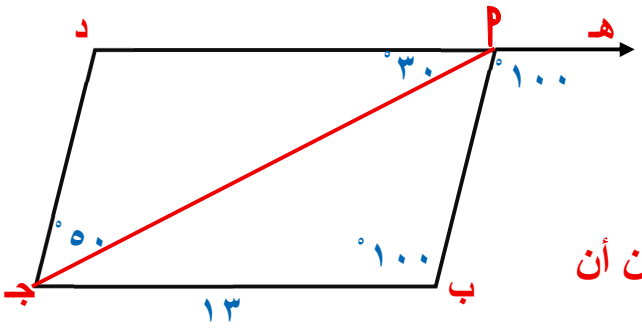
∴ ق(جـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٩٠°) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

∵ ق(ب) + ق(جـ) = ١٣٠° + ٥٠° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أ ب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

ﺃ ب جـ د متوازي ضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين



أب جـ د شكل رباعي فيه

ق (هـ أ ب) = ق(ب) = ١٠٠° ،

ق(د أ جـ) = ٣٠° ، ق (أ جـ د) = ٥٠° برهن أن

الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع

الحـل

∵ ق (هـ أ ب) = ق(ب) = ١٠٠° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

في Δ أ جـ د ، ق(د) = ١٨٠° - (٣٠° + ٥٠°)

= ١٨٠° ـ ٨٠° = ١٠٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ ق (هـ أ ب) = ق(د) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{د جـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين



في الشكل المقابل أب جـ د شكل رباعي فيه:

ق(أ) = ق (جـ) = س ، ق (ب) = ق (د) = ص

هل المعطيات كافية لأن يكون الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع؟

الحـل

س + ص + س + ص = ٣٦٠°

تـــذكـــر

مجموع قياسات زوايا الشكل لرباعي = ٣٦٠°

∵ ٢س + ٢ص = ٣٦٠ بالقسمة على ٢

∴ س + ص= ١٨٠°

ق (أ) + ق (ب) = ١٨٠° ← (١) وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ← (١)

وكذلك ق (أ) + ق (د) = ١٨٠° ← (٢) وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{د جـ}$ ← (٢)

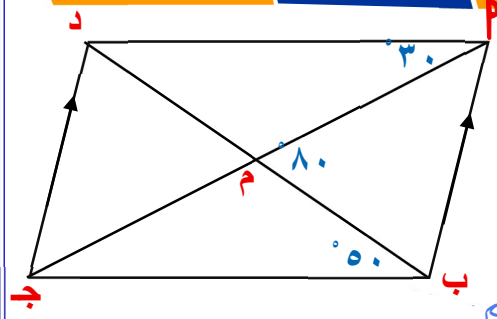
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع

وعلي ذلك نقول : نعم ، المعطيات كافية لإثبات أن الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع

في الشكل المقابل $\overline{أجـ} \cap \overline{ب د} = \{م\}$ ،

أثبت أن أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

ق (ب م جـ) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠° بالتجاور على خط مستقيم

في Δ ب م جـ :

ق (ب جـ م) = ١٨٠° − (٥٠° + ١٠٠°) = ٣٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°)

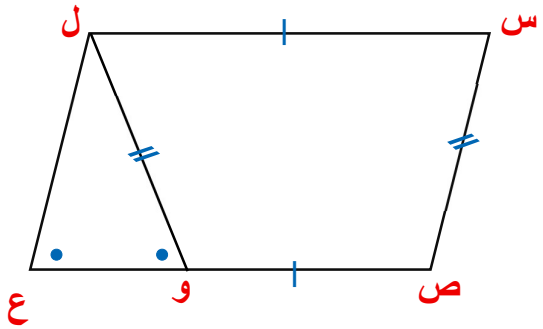
∵ ق (د أ جـ) = ق (ب جـ م) = ٣٠° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ (١)

∵ $\overline{أ ب} \parallel \overline{د جـ}$ (٢) معطي

∴ الشكل أب جـ د هو متوازي أضلاع فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

أثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



الحـل

∵ س ل = ص ع (١) معطي

في Δ ل و ع :

∵ ق(ل و ع) = ق (ع)

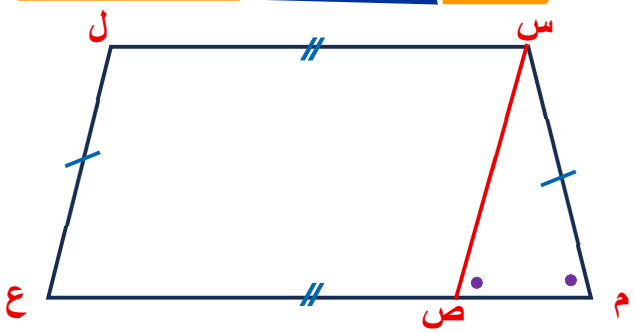
∴ ل و = ل ع

∵ ل و = س ص

∴ ل ع = س ص (٢) من خواص المساواة

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع

لأن كل ضلعان متقابلان متطابقان



إذا كان : س ل = ص ع ، س م = ل ع ،

$\overset{\frown}{م}$ ≅ س $\overset{\frown}{ص}$ م برهن أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع

الحـل

∵ س ل = ص ع ⟵ معطي (١)

Δ س ص م فيه:

∵ ق(س $\overset{\frown}{ص}$م) = ق ($\overset{\frown}{م}$)

∴ Δ س ص م متطابق الضلعين

س م = س ص

س م = ل ع

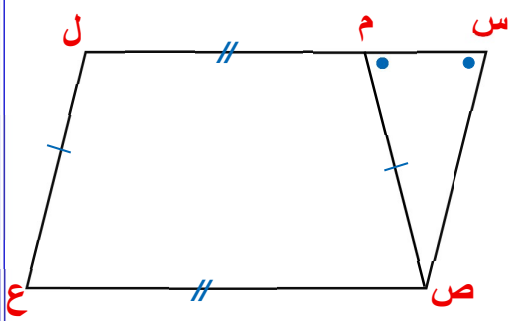
∴ س ص = ل ع خاصية المساواة ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

إذا كان س ل = ص ع ، م ص = ل ع ،

ق(س) = ق (س م ص) ،



برهن أن الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي الأضلاع

الحل

تذكر

لأي مثلث إذا كان فيه زاويتان متطابقتين ، فإن المثلث متطابق الضلعين

س ل = ص ع (معطي) (١)

في Δ س م ص :

∵ق(س) = ق (س م ص) (معطي)

∴ س ص = م ص من خواص المثلث المتطابق الضلعين

∵م ص = ل ع (معطي)

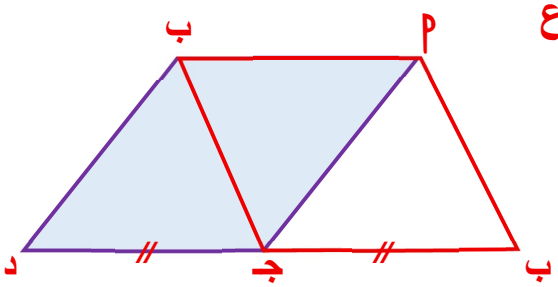
∴ س ص = ل ع من خواص المساواة (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين

إذا كان ﻫ ب جـ هـ متوازي أضلاع ، ب جـ = جـ د ، ب ، جـ ، د علي استقامة واحدة ،

فبرهن أن الشكل الرباعي ﻫ جـ د هـ متوازي أضلاع



الحـل

ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع

$\therefore \overline{ﻫ هـ} \parallel \overline{ب جـ}$ لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

ب ، جـ ، د علي استقامة واحدة

$\therefore \overline{ﻫ هـ} \parallel \overline{جـ د}$ ← (١)

ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع

ﻫهـ = ب جـ لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

ب جـ = جـ د (معطي)

∴ ﻫهـ = جـ د من خواص المساواة

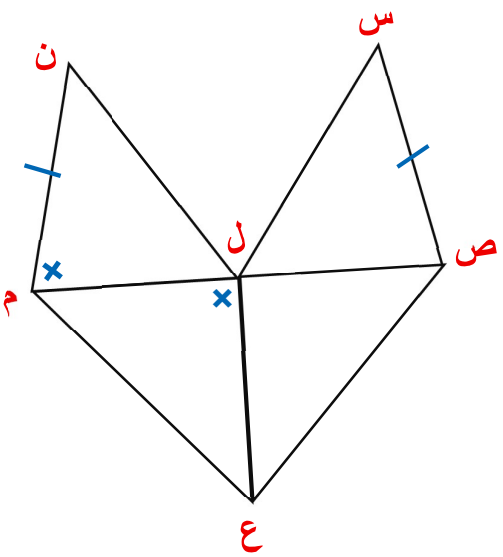
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين

في الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع ، س ص = ن م،

ق (ن م̂ ل) = ق (م ل̂ ع) ،

أثبت أن ل ع م ن متوازي أضلاع



الحل

∵ س ص ع ل متوازي

∴ س ص = ل ع

∵ س ص = ن م

∴ ل ع = ن م (١) من خواص المساواة

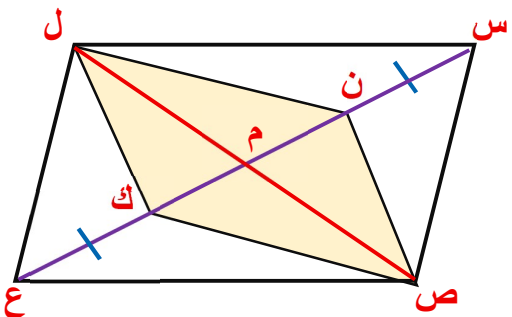
∵ ق(ن م̂ ل) = ق (م ل̂ ع) وهما في وضع تبادل

∵ $\overline{ل ع}$ // $\overline{ن م}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي ل ع م ن متوازي أضلاع فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان

إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطرية في م ، س ن = ك ع ، فأثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



الحل

∵ الشكل ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطي)القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ م ص = م ك (من خواص متوازي أضلاع)

أيضاً م ن = م ك (من خواص متوازي أضلاع)

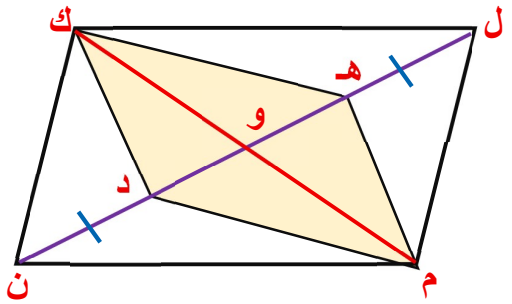
∵ س ن = ع ك (معطي)

∴ م ن + ن س = م ك + ك ع ∴ م س = م ع ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كل منهما الآخر

إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ، برهن أن الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع



الحل

∵ الشكل ل م ن ك متوازي أضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ م و = و م ك ← (١) (من خواص متوازي أضلاع)

∴ ل و = و ن (من خواص متوازي أضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطي)

∴ ل و – ل هـ = و ن - د ن ∴ و هـ = و د ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن :

هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)