

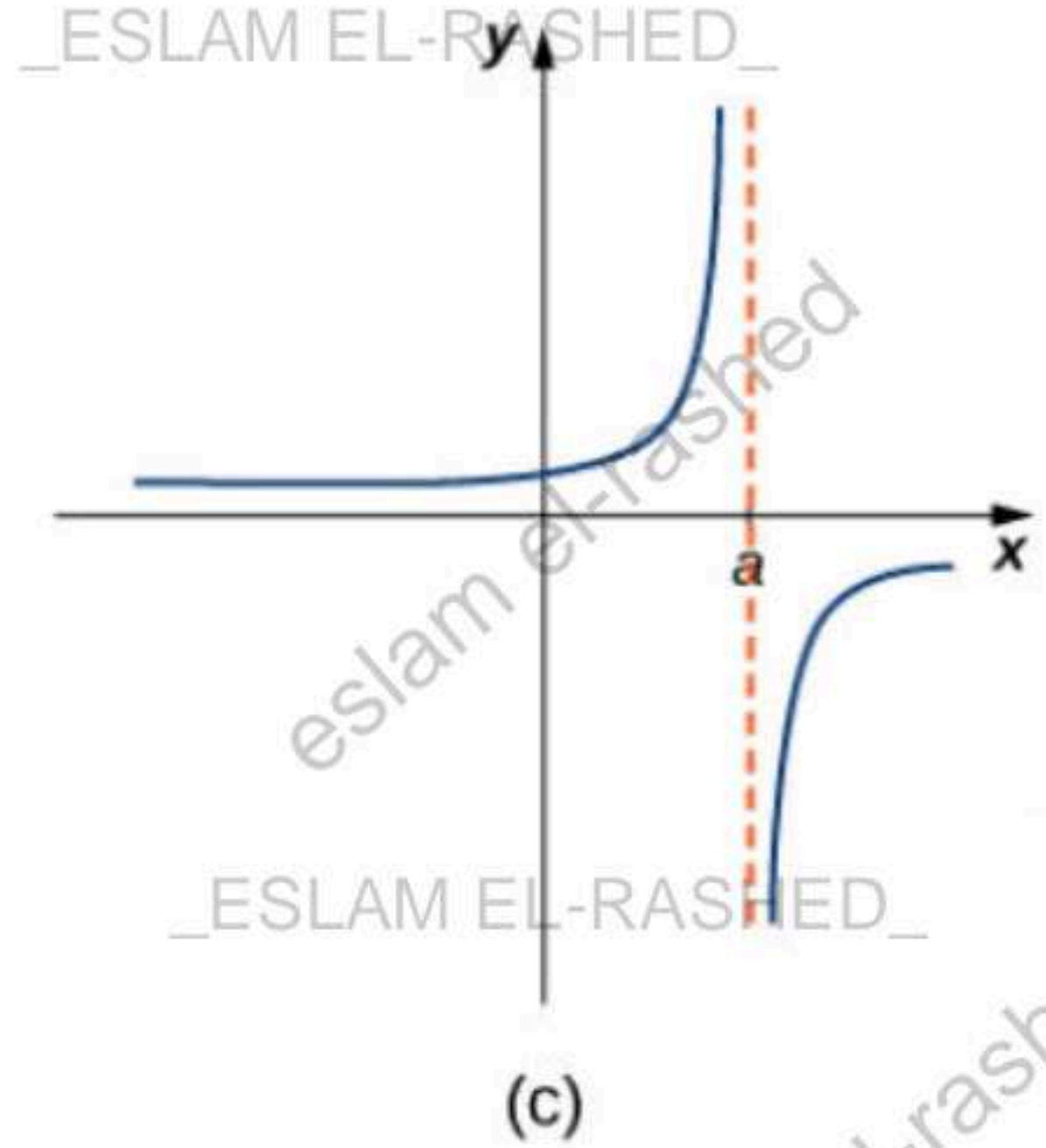
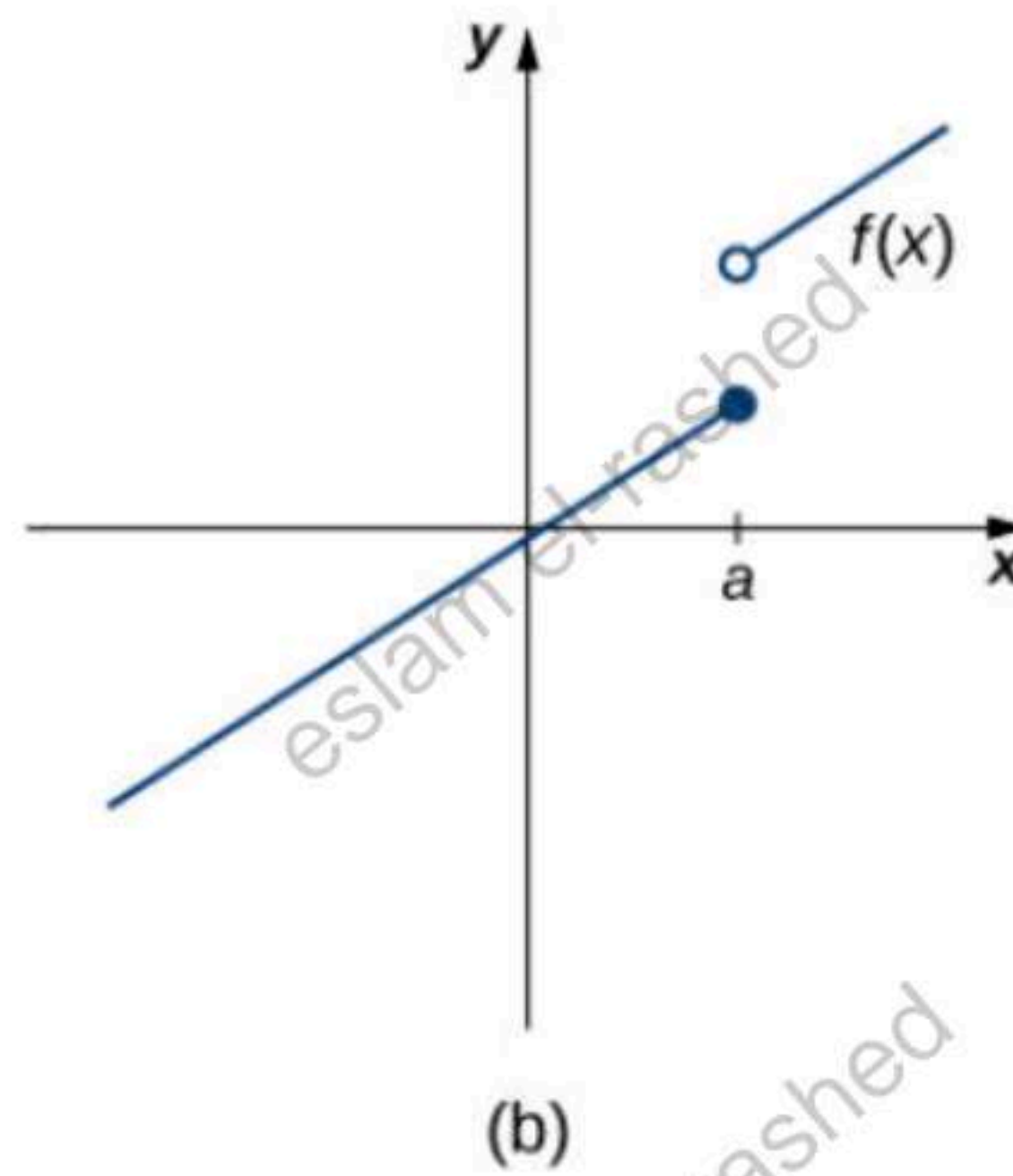
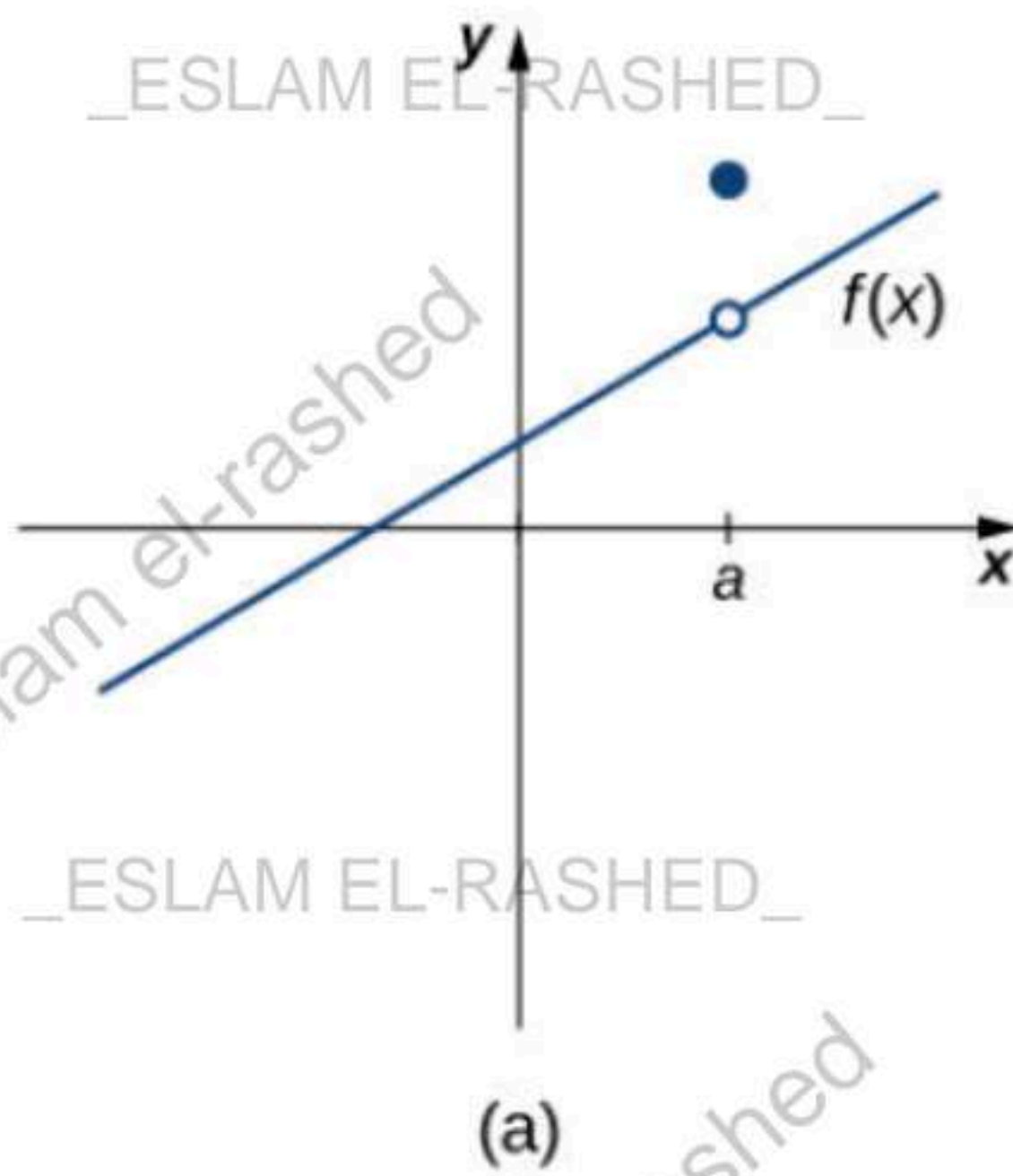
2-5

النهايات التي تتضمن اللانهاية : خطوط التقارب

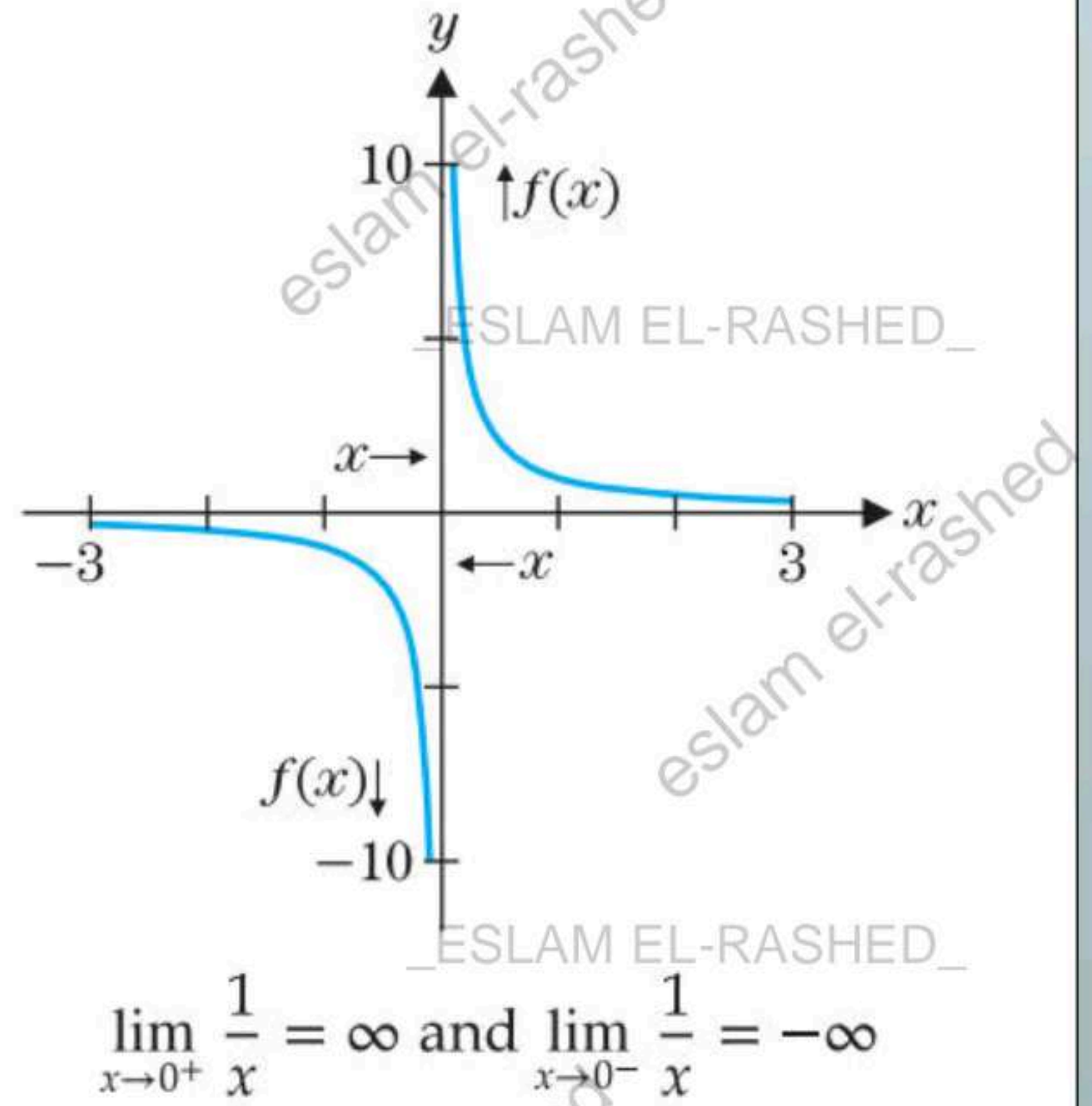
Limits Involving Infinity; Asymptotes

انواع عدم الاتصال

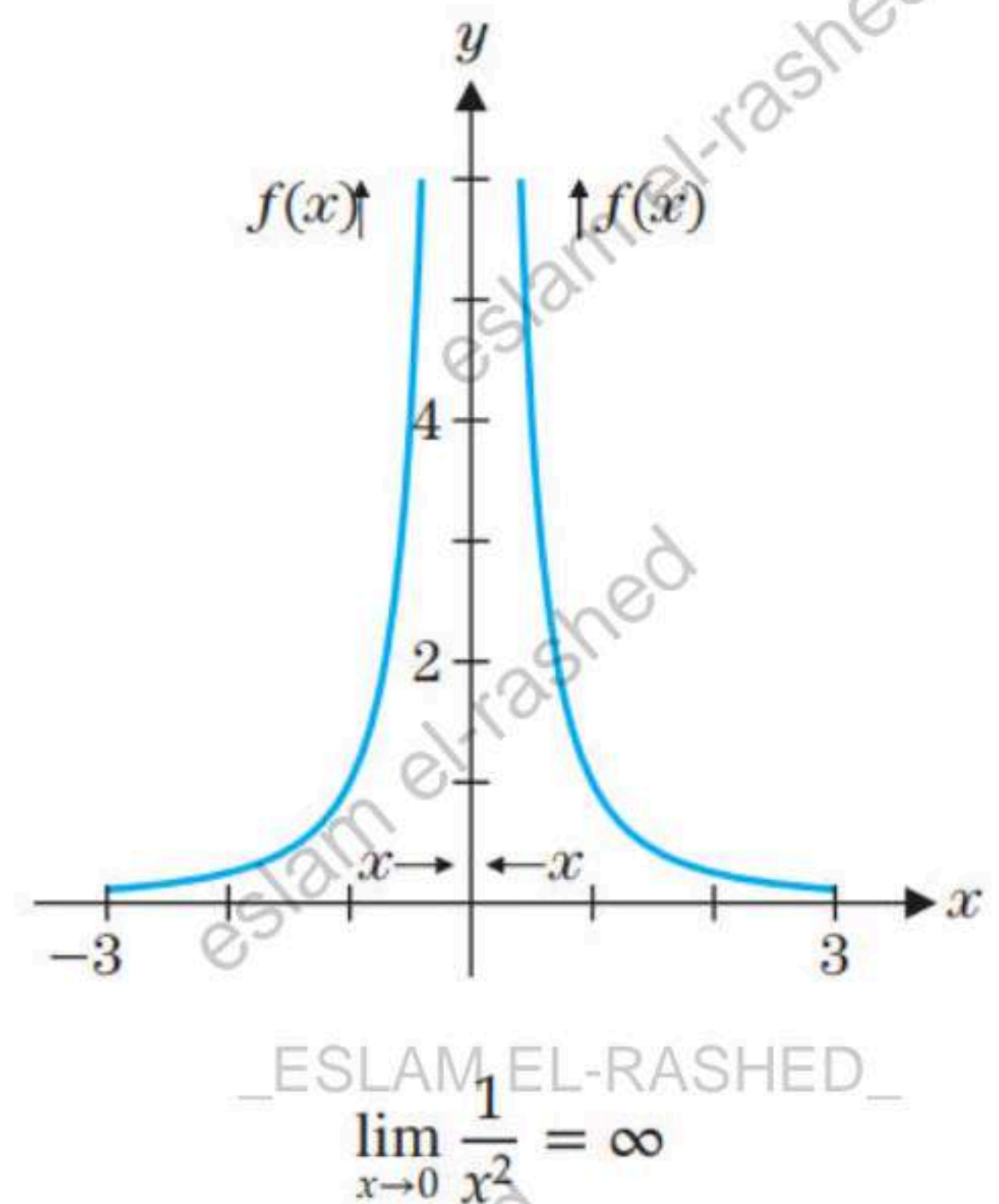
Types of Discontinuity



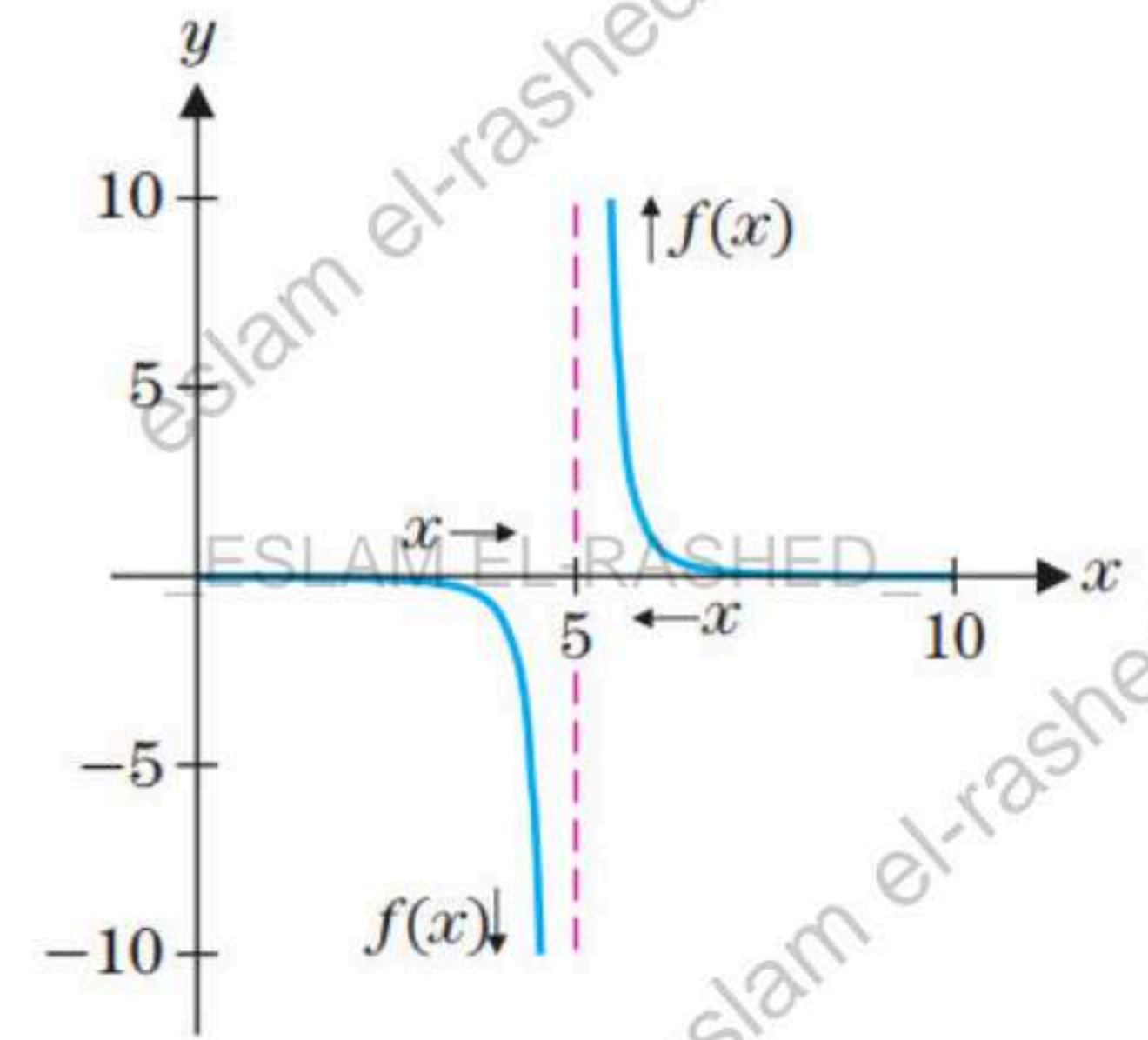
Q 1 Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$



Q 1 Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$



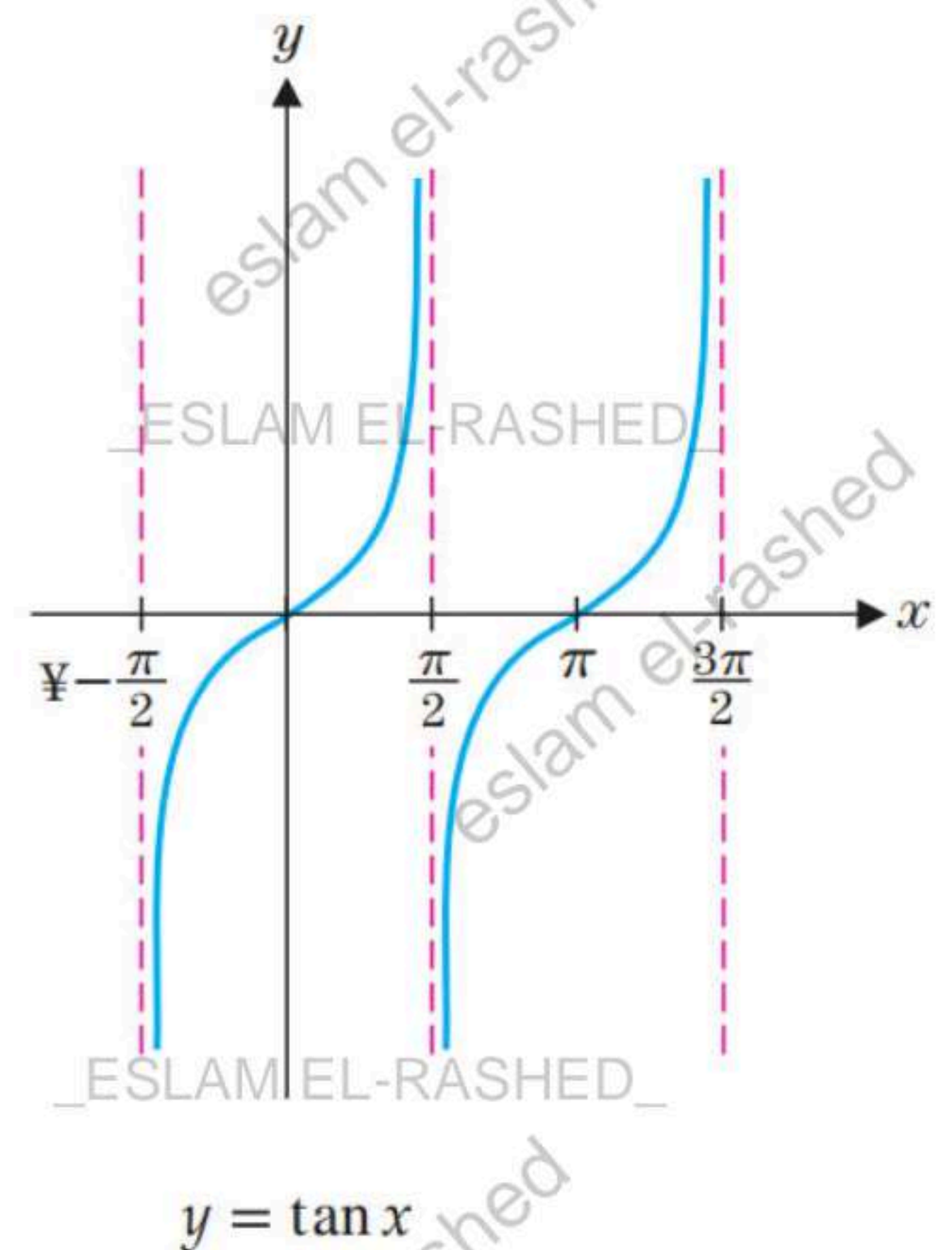
Q 1 Evaluate $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^3}$



$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{(x-5)^3} = \infty \text{ and}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{(x-5)^3} = -\infty$$

Q 1 Evaluate $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$





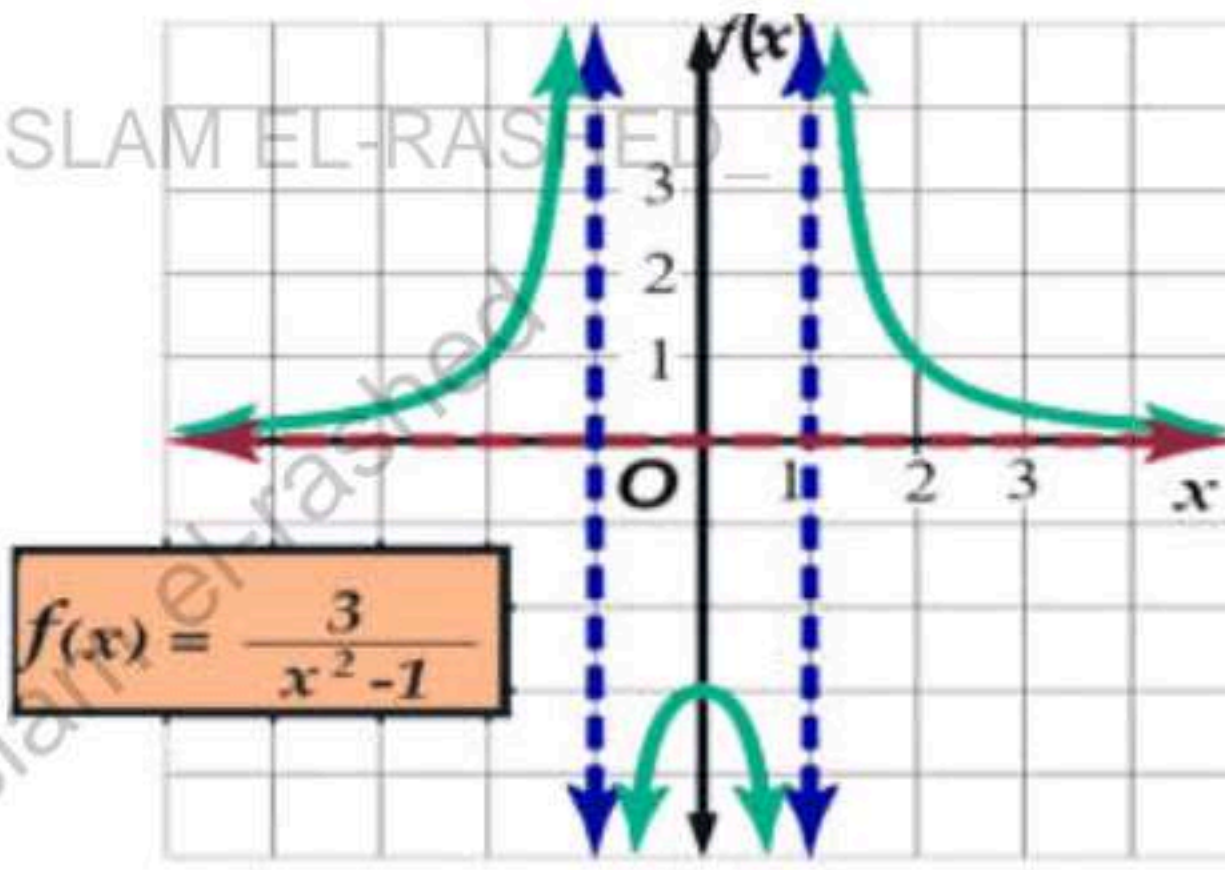
النهايات عند اللانهاية Limits at Infinity

ASYMPTOTE

خطوط التقارب

(1) خطوط التقارب الرأسية

خط التقارب لدالة: هو مستقيم يقترب منه التمثيل البياني للدالة.



تكون خطوط التقارب الرأسية للدالة عند قيم X التي تجعل المقام صفراً بشرط كتابة الدالة في أبسط صورة لها إذا تم اختصار الدالة يكون هناك فجوة عند قيمة X

(2) خطوط التقارب الأفقية

شرط وجود خط تقارب أفقي هو درجة البسط أقل من أو تساوي درجة المقام

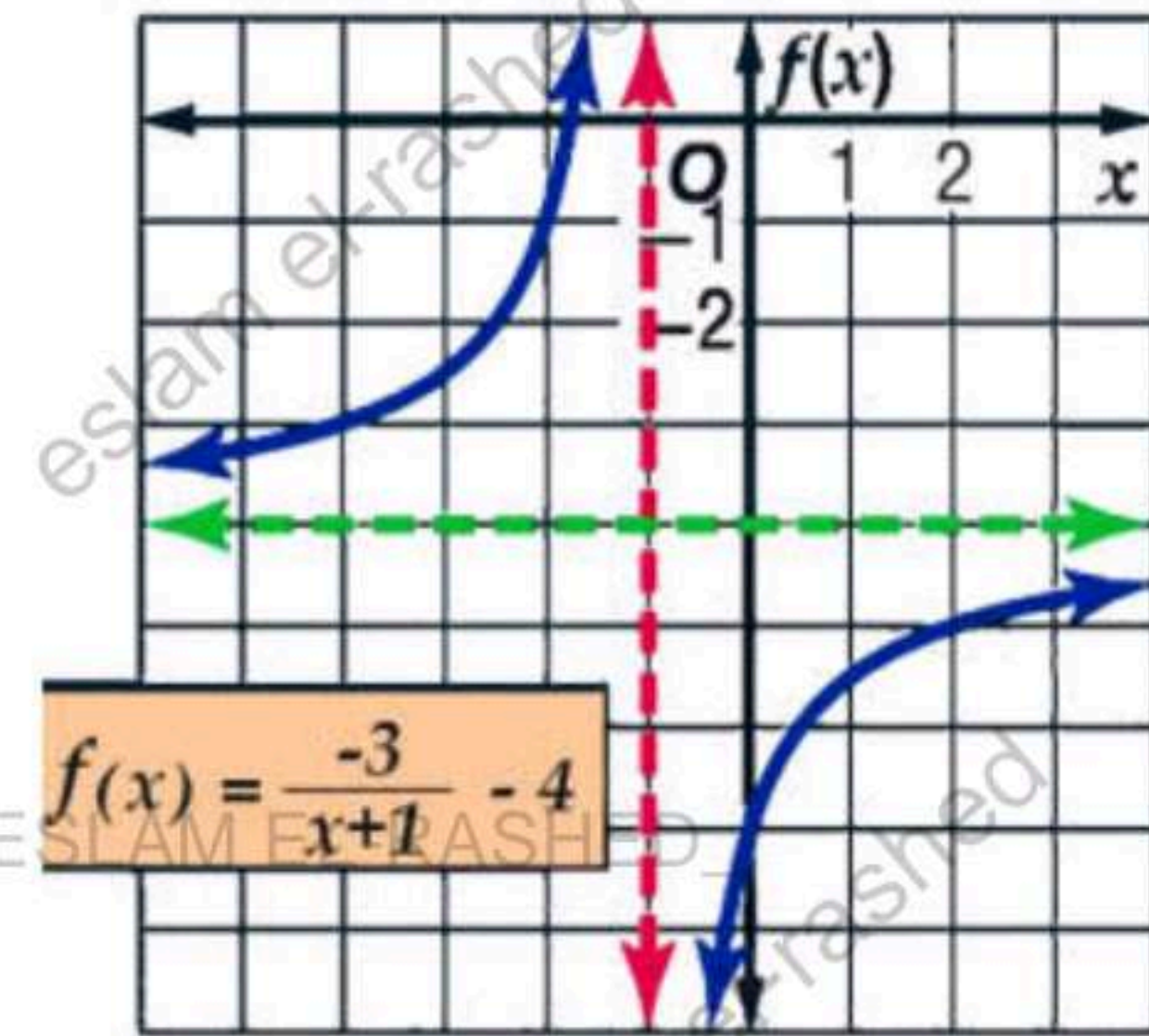
وإذا كان درجة البسط أكبر من درجة المقام بدرجة واحدة فقط

(2) يكون خط تقارب مائل

ونستخدم طريقتي القسمة المطولة أو القسمة التركيبية

لا يمكن وجود خط تقارب أفقي و خط تقارب مائل

للدالة الواحدة في نفس الوقت



خواص المالا نهاية

$$\infty + \infty = \infty$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} = \pm \infty$$

$$\infty \times \infty = \infty$$

$$\frac{\pm \infty}{0} = \pm \infty$$

$$\frac{\pm \infty}{\pm \infty} = \pm \infty$$

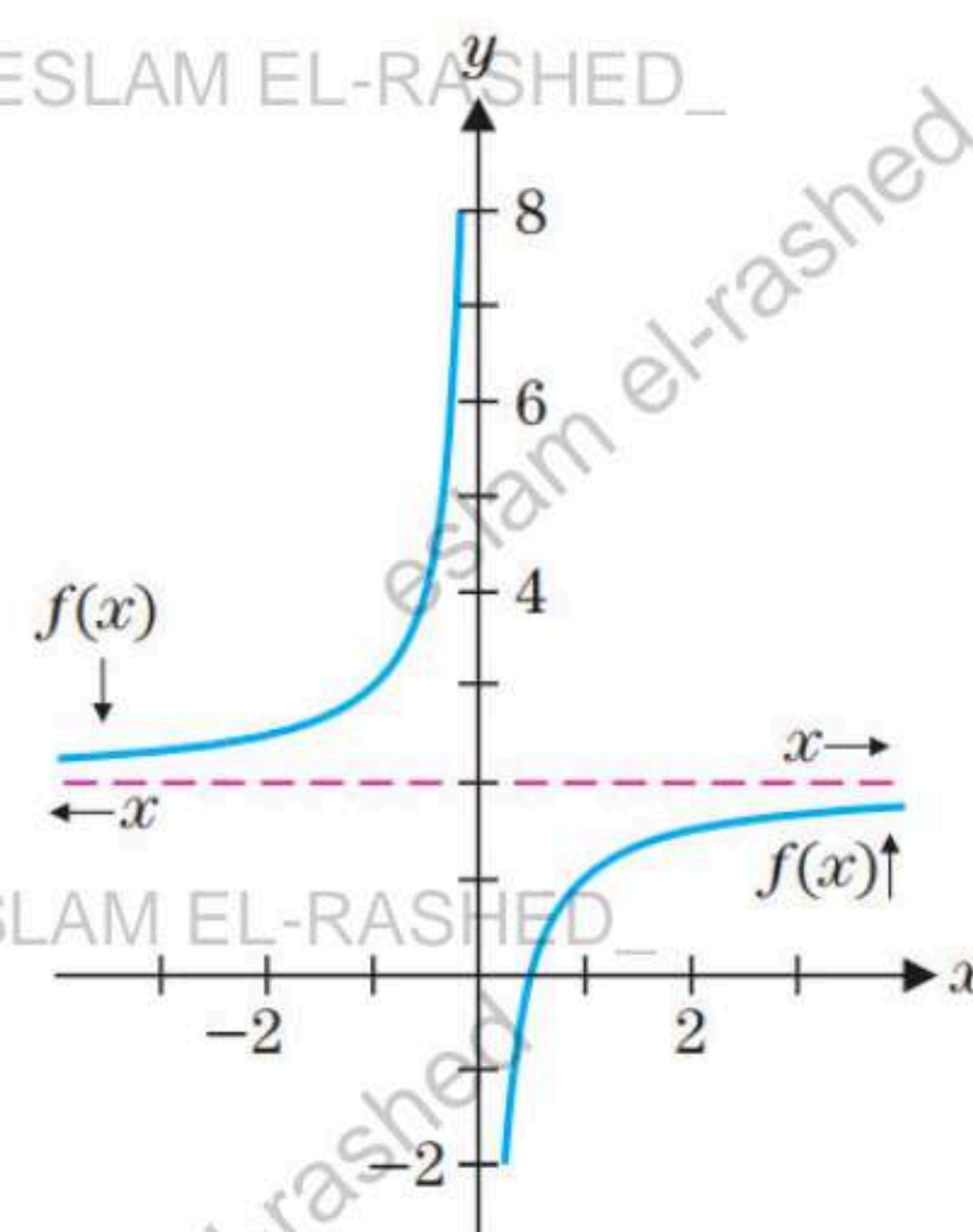
$$\frac{\pm \infty}{\infty} = 0$$

$$\frac{0}{\pm \infty} = 0$$

Find any horizontal asymptotes

Q 1 $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$

أوجد أي خطوط تقارب أفقية



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} \right) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{1}{x} \right) = 2$$

Find the asymptotes of each of the following functions

اوجد خطوط التقارب كل من الدوال الآتية

Q 1 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

Q 1 $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$

Q 1 $f(x) = \frac{2}{x - 1} + 3$

Q 1 $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 1}$

determine (a) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ and (c) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

(answer as appropriate, with a number, ∞ , $-\infty$ or does not exist).

حدد (a) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ و (b) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ و (c) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

(أجب حسب الاقتضاء، بعدد أو ∞ أو $-\infty$ أو غير موجودة)

Q 1 $f(x) = \frac{1-2x}{x^2-1}, a = 1$

Q 1 $f(x) = \frac{1-2x}{x^2-1}, a = -1$

Q 1 $f(x) = \frac{x-4}{x^2-4x+4}, a = 2$

Q 1 $f(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}, a = -1$

determine each limit (answer as appropriate, with a number, ∞ , $-\infty$ or does not exist).

حدّد كل نهاية (أجب حسب الاقتضاء بعدد أو ∞ أو $-\infty$ أو غير موجودة).

Q 1 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 4}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 - 2x - 3)^{-2/3}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 0} \cot x$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \pi/2} x \sec^2 x$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 4x - 1}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - 3x - 1}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{4 + x^2}}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{4x^3 - 5x - 1}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x - 3} \right)$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-2/x^3}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-(x+1)/(x^2+2)}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow \pi/2} e^{-\tan x}$

Q 1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$

determine all horizontal and vertical asymptotes. For each side of each vertical asymptote, determine whether $f(x) \rightarrow \infty$ or $f(x) \rightarrow -\infty$.

حدّد كل خطوط التقارب الأفقية والرأسية. ثم لكل جانب من جوانب خط التقارب الرأسي، حدّد إذا كانت $f(x) \rightarrow \infty$ أم $f(x) \rightarrow -\infty$.

Q 1 $f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$

Q 1 $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

Q 1 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}}$

Q 1 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$

Q 1 $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3}$

Q 1 $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 + x - 2}$

determine all vertical and slant asymptotes. حدّد كل خطوط التقارب الرأسية والمائلة

Q 1 $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$

Q 1 $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$

2025

TERM 1

Grade 12 advanced