الإجابات فقط: هالة لبيب

H.L.

هذه المذكرة لا تغني عن الكتاب المدرسي

٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

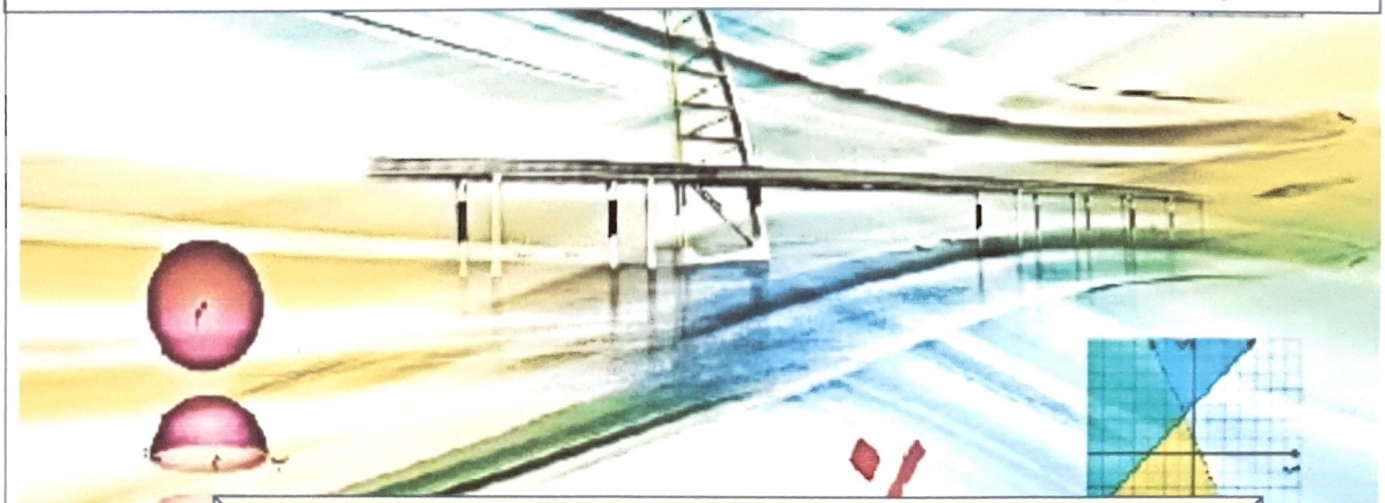
الرياضيات

٩

الفصل الدراسي الثاني

بنود الاختبار التقويمي الأول / الصف التاسع

- بند (٦-٢) [صفحات ٢٨:٣٣] المجموعة الشاملة / المجموعة المتممة .
- بند (٦-٣) [صفحات ٣٤:٤٣] التطبيق وأنواعه .
- بند (٧-٢) [صفحات ٣٢:٣٧] المستقيمات المتوازية / والمستقيمات المتعامدة .



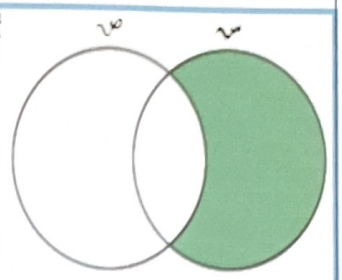
مراجعة الاختبار التقويمي الأول

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/٢٠٢٤

المرحلة المتوسطة

٩

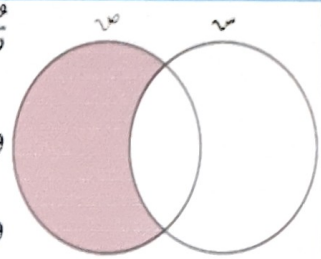
إعداد معلم الرياضيات
أ/ عمرو القمبشاوي



تُسمّى **مجموعة الفرق بين مجموعتين**

وتُكتَب س − ص **مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص**

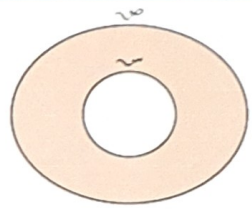
وتُظلَّل كما في شكل ڤن المقابِل .



تُسمّى **مجموعة الفرق بين مجموعتين**

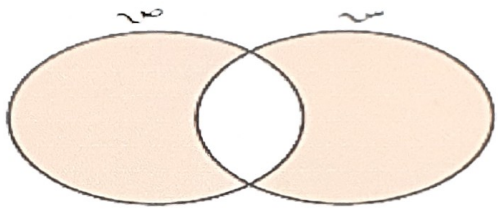
وتُكتَب ص − س **مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ص ولا تنتمي إلى س**

وتُظلَّل كما في شكل ڤن المقابِل .



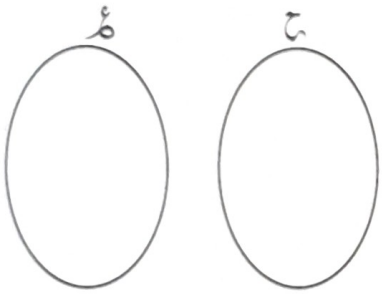
إذا كانت س ⊆ ص

س − ص = Φ



س ∪ ص − س ∩ ص

(س − ص) ∪ (ص − س)



ح ∩ ع = Φ

بند (٦-٢) المجموعة الشاملة / المجموعة المتممة

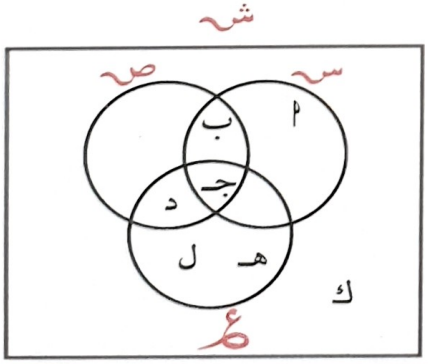
تُسمّى كلّ من ي ، م ، ... مجموعة شاملة للمجموعات س ، ص ، ع في أمثلة مختلفة

وعادةً نرمز إلى المجموعة الشاملة بالرمز ش .

لتكن ش = { أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، ل ، ك }

المجموعة الشاملة لكلّ من س ، ص ، ع

وتُمثَّل بشكل ڤن المقابِل .



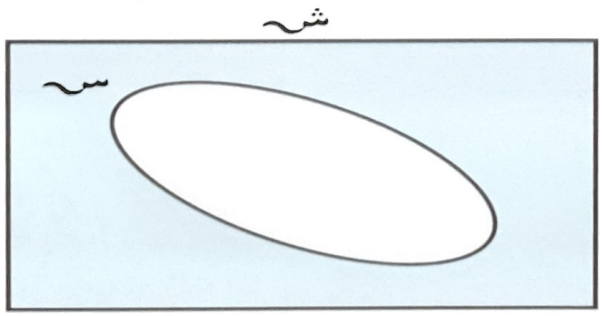
مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ش ولا تنتمي إلى س هي

$\overline{\text{س}}$ = ش − س

وتَسمّى مجموعة متمِّمة س

ويُرمَز لها بالرمز : $\overline{\text{س}}$ أو سَ

وتُظلَّل كما في شكل ڤن المقابِل .

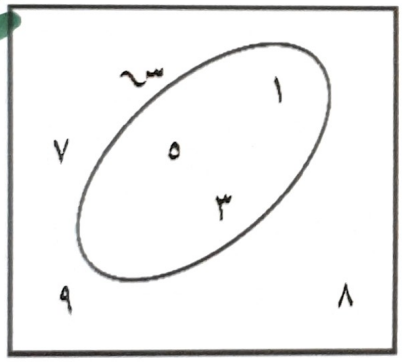


قوانين دي مورغان

- $\overline{\text{س} \cup \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}}$
- $\overline{\text{س} \cap \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}}$

$\text{س} \cap \overline{\text{س}} = \varnothing$	$\text{س} \cup \overline{\text{س}} = \text{ش}$
$\text{ش} - \overline{\text{س}} = \text{س}$	$\overline{\overline{\text{س}}} = \text{س}$
$\text{ش} \cup \text{س} = \text{ش}$	$\text{ش} \cap \text{س} = \text{س}$
$\text{ش} \cup \overline{\text{س}} = \text{ش}$	$\text{ش} \cap \overline{\text{س}} = \overline{\text{س}}$

من الشكل المقابِل : أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



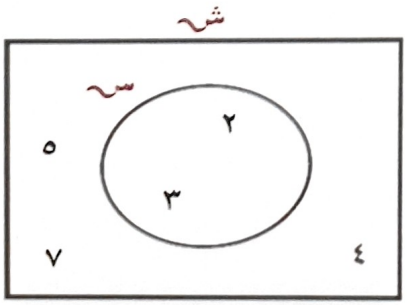
ش = {١، ٣، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}

س = {١، ٣، ٥}

ش − س = {٦، ٧، ٨، ٩}

أكمِل : ٨ ∈ (ش − س) ، ٣ ∉ (ش − س)

من الشكل المقابِل : أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



ش = {٢، ٣، ٤، ٥، ٧}

س = {٢، ٣}

$\overline{\text{س}}$ = ش − س

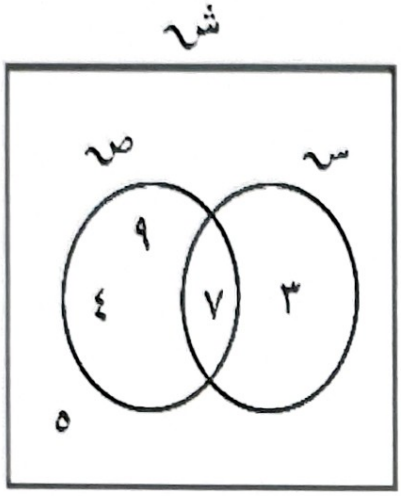
س ∩ $\overline{\text{س}}$ = ∅

س ∪ $\overline{\text{س}}$ = {٢، ٣، ٤، ٥، ٧} = ش

$\overline{\overline{\text{س}}}$ = ش − $\overline{\text{س}}$ = س = {٢، ٣}

H.L.

من الشكل المقابِل : أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



ش = {٢، ٤، ٥، ٦، ٧، ٩}

س = {٣، ٦، ٧}

ص = {٤، ٦، ٧، ٩}

$\overline{س}$ = {٤، ٥، ٦، ٩}

$\overline{ص}$ = {٣، ٥}

$\overline{س} \cap \overline{ص}$ = {٥}

س ∪ ص = {٣، ٤، ٦، ٧، ٩}

$\overline{س \cup ص}$ = {٥}

$\overline{س} \cup \overline{ص}$ = {٣، ٤، ٥، ٦، ٩}

س ∩ ص = {٧}

$\overline{س \cap ص}$ = {٣، ٤، ٥، ٦، ٩}

ماذا تلاحظ ؟ $\overline{س \cap ص} = \overline{س} \cup \overline{ص}$

$\overline{س \cup ص} = \overline{س} \cap \overline{ص}$

H.L.

إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،

س = { أ : أ ∈ مجموعة الأعداد الكلّية ، ٢ ≤ أ < ٤ } ،

ص = { ب : ب ∈ مجموعة الأعداد الكلّية ، ب عامل من عوامل العدد ٤ }

الموجبة فقط

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

س = { ٢ ، ٣ }

ص = { ١ ، ٢ ، ٤ }

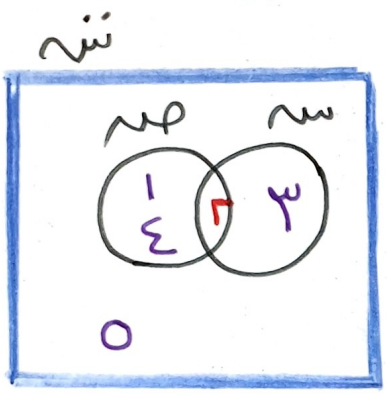
$\overline{س}$ = { ١ ، ٤ ، ٥ }

$\overline{ص}$ = { ٣ ، ٥ }

$(\overline{س \cap ص})$ = $\overline{س} \cup \overline{ص}$ = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

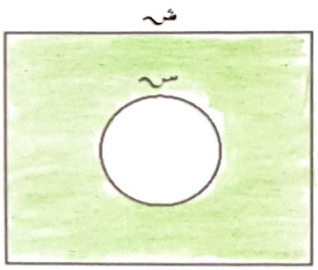
$(\overline{س \cup ص})$ = $\overline{س} \cap \overline{ص}$ = { ٥ }

$(\overline{\overline{س \cap ص}})$ = س ∩ ص = { ٢ }

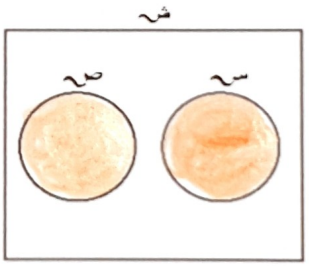


مثِّل كلًّا من ش ، س ، ص بشكل ڤن

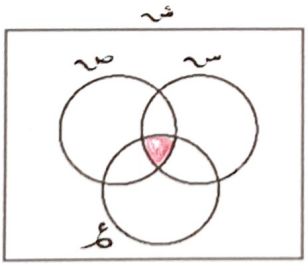
ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :



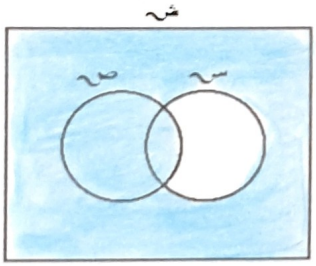
$\overline{س}$



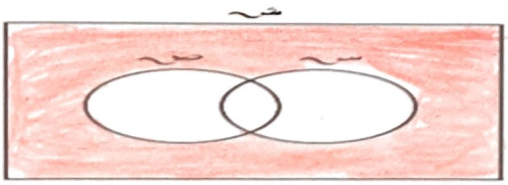
$\overline{س \cup ص}$



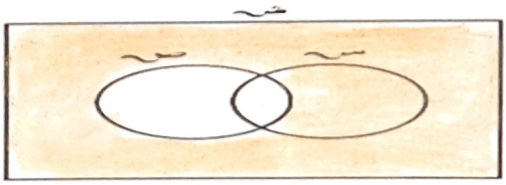
$(س \cap ص \cap ع)$



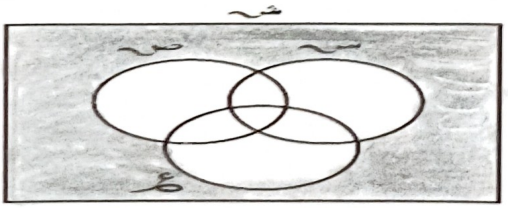
$(س - ص)$



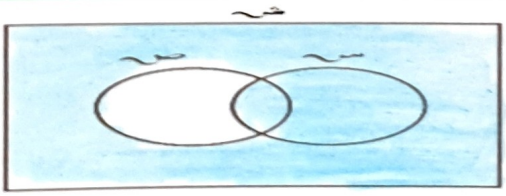
$\overline{س \cup ص}$



$\overline{س \cap ص}$



$(\overline{س \cup ص \cup ع})$

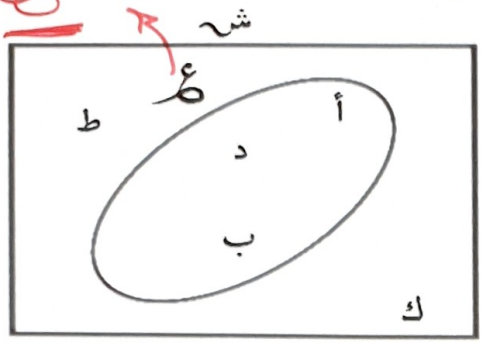


$(\overline{ص - س})$

H.L.

المجموعة ع وليست عنصر

من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



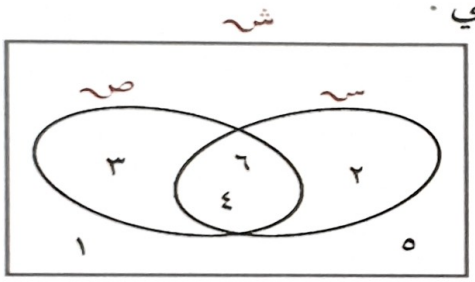
ش = { أ ، د ، ب ، ك ، ط }

ع = { أ ، د ، ب }

$\overline{ع}$ = { ك ، ط }

$\overline{\overline{ع}}$ = ع = { أ ، د ، ب }

من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

س = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

ص = { ٣ ، ٤ ، ٦ }

$\overline{س}$ = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، $\overline{ص}$ = { ١ ، ٢ ، ٥ }

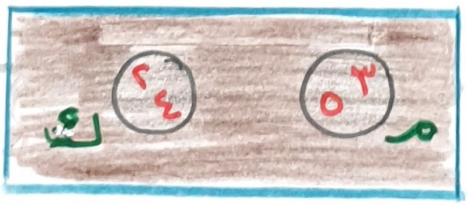
$\overline{(س \cap ص)}$ = $\overline{س} \cup \overline{ص}$ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ }

$\overline{(س \cup ص)}$ = $\overline{س} \cap \overline{ص}$ = { ١ ، ٥ }

إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،

م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،

ك = { أ : أ عدد زوجي ، ١ < أ < ٦ } ، فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي : شَ



م = { ٣ ، ٥ }

ك = { ٢ ، ٤ }

$\overline{م}$ = { ١ ، ٢ ، ٤ }

$\overline{ك}$ = { ١ ، ٣ ، ٥ }

$\overline{(م \cap ك)}$ = $\overline{م} \cup \overline{ك}$ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

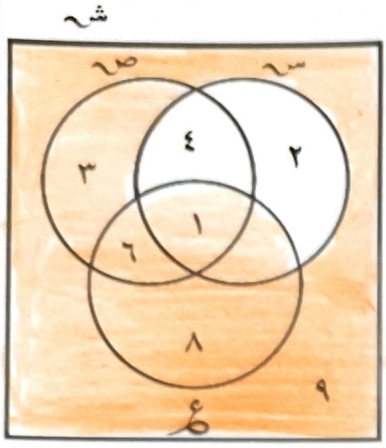
م − ك = ∅

$\overline{(م - ك)}$ = شَ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

مثِّل كلًّا من ش ، م ، ك بشكل ڤن ،

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل $\overline{(م \cap ك)}$. = شَ ← لأنه متممة ∅ = شَ

من شكل ڤن المقابل ، أكمل بذكر العناصر كلاًّ ممّا يلي :



ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ٩}

ص = {١، ٣، ٤، ٦}

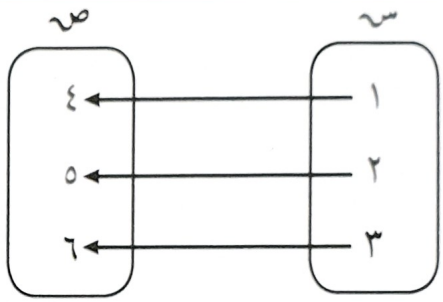
$\overline{س}$ = {٣، ٦، ٨، ٩}

ص − ع = {٣، ٤}

($\overline{س \cap ص}$) = {٢، ٣، ٦، ٨، ٩}

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ($\overline{س - ع}$)

بند (٦-٣) التطبيق وأنواعه



ت : س ⟵ ص

المجال = { ١ ، ٢ ، ٣ }

المجال المقابل = { ٤ ، ٥ ، ٦ }

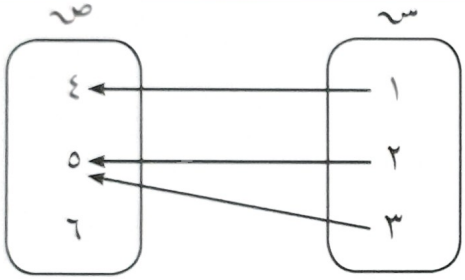
المدى = {٤ ، ٥ ، ٦ }

تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

تطبيق متباين لأن صور التطبيق ت(س) لعناصر المجال س في المجال المقابل ص مختلفة ت(١) ≠ ت(٢) ≠ ت(٣)

ت (١)=٤ ، ت (٢)=٥ ، ت (٣)=٦

تطبيق تقابل لأن التطبيق شامل و متباين



ن : س ⟵ ص

المجال = { ١ ، ٢ ، ٣ }

المجال المقابل = { ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدى = {٤ ، ٥ }

تطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل

تطبيق ليس متباين لأن صور التطبيق ت(س) لعناصر المجال س في المجال المقابل ص ليست مختلفة ت(٢) = ت(٣)

ت (١)=٤ ، ت (٢)=٥ ، ت (٣)=٥

تطبيق ليس تقابل لأن التطبيق (ليس شامل و ليس متباين)

H.L.

إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ٣ } ، ص = { -٣ ، -١ ، ٥ } ،

التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت (س) = ٢س - ١

أ أوجِد مدى التطبيق ت .

ب أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

جـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

د مثِّل التطبيق ت بمخطَّط سهمي وآخر بياني .

أ ت (س) = ٢س - ١

ت (-١) = (٢ × -١) - ١ = -٢ - ١ = -٣

ت (٠) = (٢ × ٠) - ١ = ٠ - ١ = -١

ت (٣) = (٢ × ٣) - ١ = ٦ - ١ = ٥

المدى = { -٣ ، -١ ، ٥ }

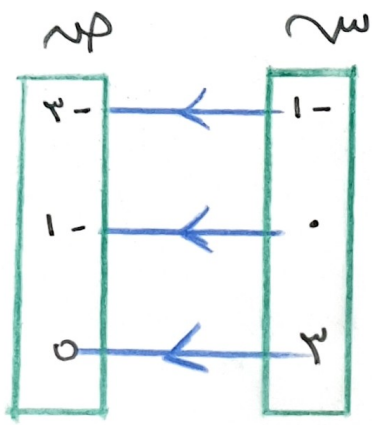
ب ت = { (-١ ، -٣) ، (٠ ، -١) ، (٣ ، ٥) }

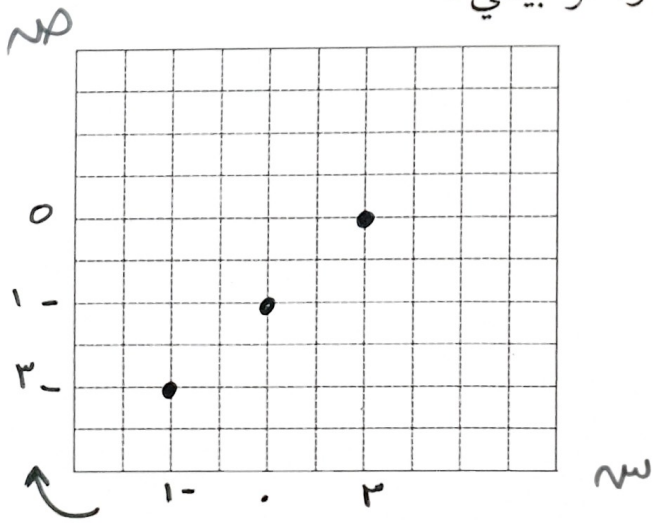
جـ ت تطبيق شامل : لأن المدى = المجال المقابل

ت تطبيق متباين : لأن ت (-١) ≠ ت (٠) ≠ ت (٣)

ت تطبيق تقابل : لأنه شامل ومتباين

د مثِّل التطبيق ت بمخطَّط سهمي وآخر بياني .





H.L.

إذا كانت س = { −٣ ، ٠ ، ٣ } ، ص = { −٩ ، ٠ ، ٩ } ،
التطبيق ق : س ⟵ ص ، حيث ق (س) = ٣ س

أ أوجِد مدى التطبيق ق .

ق (س) = ٣ س

ق (−٣) = ٣ × −٣ = −٩

ق (٠) = ٣ × ٠ = ٠

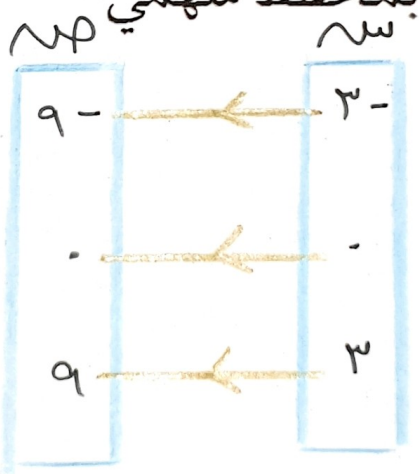
ق (٣) = ٣ × ٣ = ٩

المدى = { −٩ ، ٠ ، ٩ }

ب أُكتب التطبيق ق كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

ق = { (−٣ ، −٩) ، (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٩) }

جـ مثِّل التطبيق ق بمخطَّط سهمي



د بيِّن نوع التطبيق ق من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب

ق تطبيق شامل لأنّ : المدى = المجال المقابل

ق تطبيق متباين لأنّ : ق (−٣) ≠ ق (٠) ≠ ق (٣)

ق تطبيق تقابل لأنّه : شامل ومتباين

H.L.

ليكن التطبيق ت : {−٢ ، −١ ، ٢ ، ٣} ⟵ {٠ ، ٣ ، ٨} ، حيث ت(س) = س^{٢} − ١

أ أوجِد مدى التطبيق ت .

ت(س) = س^{٢} − ١

ت(−٢) = (−٢)^{٢} − ١

= ٤ − ١ = ٣

ت(−١) = (−١)^{٢} − ١

= ١ − ١ = ٠

ت(٢) = (٢)^{٢} − ١

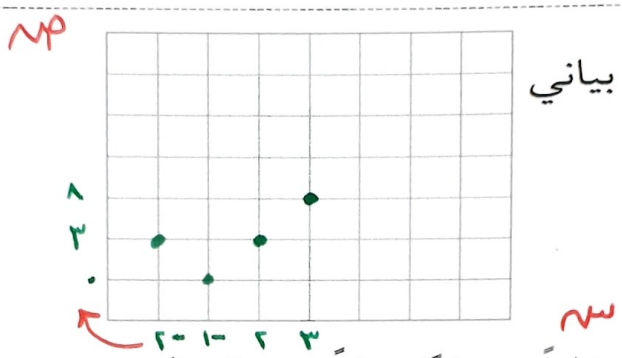
= ٤ − ١ = ٣

ت(٣) = (٣)^{٢} − ١

= ٩ − ١ = ٨

∴ المدى = {٠ ، ٣ ، ٨}

ب مثِّل التطبيق ت بمخطَّط بياني



جـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ت تطبيق شامل : لأن المدى = المجال المقابل

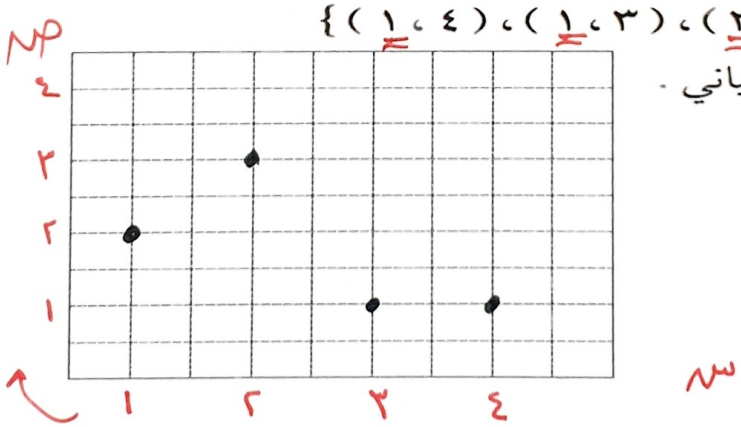
ت تطبيق ليس متباين : لأن ت(−٢) = ت(٢)

∴ ت تطبيق ليس تقابل : لأنه غير متباين

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، التطبيق د : س ⟵ س ،

حيث د = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١)}

أ مثِّل التطبيق د بمخطَّط بياني .



ب أُكتب مدى التطبيق .

المدى = {١ ، ٢ ، ٣}

جـ هل التطبيق د تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

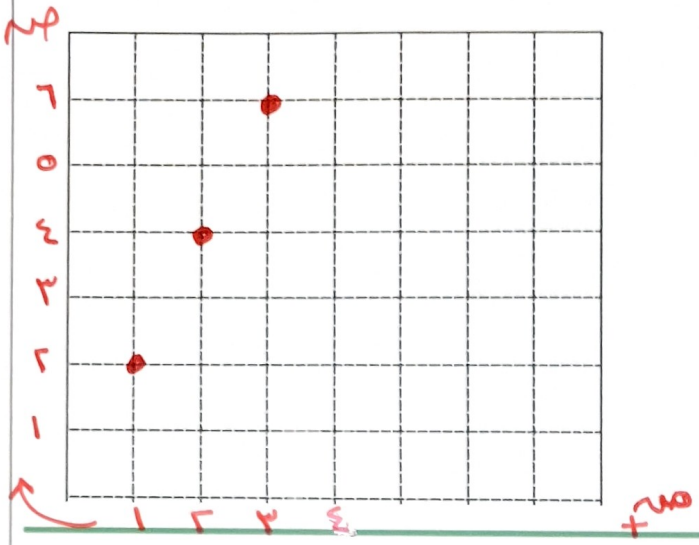
د تطبيق غير شامل : لأن المدى ≠ المجال المقابل

د تطبيق غير متباين : لأن د(٣) = د(٤)

∴ د تطبيق ليس تقابل : لأنه غير شامل وغير متباين .

H.L.

ليكن التطبيق ت : ص+ ⟵ ص (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = ٢س ، مثل ت بمخطَّط بياني .



ت (س) = ٢س

ت (١) = ٢ × ١ = ٢

ت (٢) = ٢ × ٢ = ٤

ت (٣) = ٢ × ٣ = ٦

ت (٤) = ٢ × ٤ = ٨

إذا كانت س = {-٢ ، ٠ ، ٢} ، ص = {-٤ ، ٢ ، ٨} ،

التطبيق ق : س ⟵ ص ، حيث ق (س) = ٣س + ٢

أ أوجِد مدى التطبيق ق .

ق (س) = ٣س + ٢

ق (-٢) = (٣ × -٢) + ٢

= -٦ + ٢ = -٤

ق (٠) = (٣ × ٠) + ٢

= ٠ + ٢ = ٢

ق (٢) = (٣ × ٢) + ٢

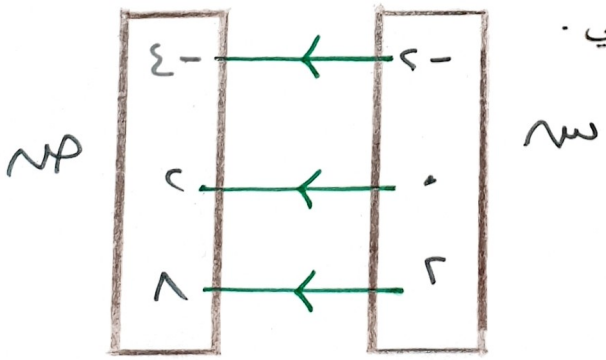
= ٦ + ٢ = ٨

المدى = {-٤ ، ٢ ، ٨}

ب أُكتب التطبيق ق كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

ق = {(-٢ ، -٤) ، (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٨)}

جـ مثِّل التطبيق ق بمخطَّط سهمي .



د بيِّن نوع التطبيق ق من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ق تطبيق شامل : لأن المدى = المجال المقابل

ق تطبيق متباين : لأن ق (-٢) ≠ ق (٠) ≠ ق (٢)

∴ ق تطبيق تقابل : لأنه شامل ومتباين

H.L.

إذا كانت ل = {١ ، −١ ، ٣} ، م = {٢ ، ٥ ، ١٠} ،
التطبيق هـ : ل ⟵ م ، حيث هـ(س) = س^{٢} + ١

أ أوجِد مدى التطبيق هـ .

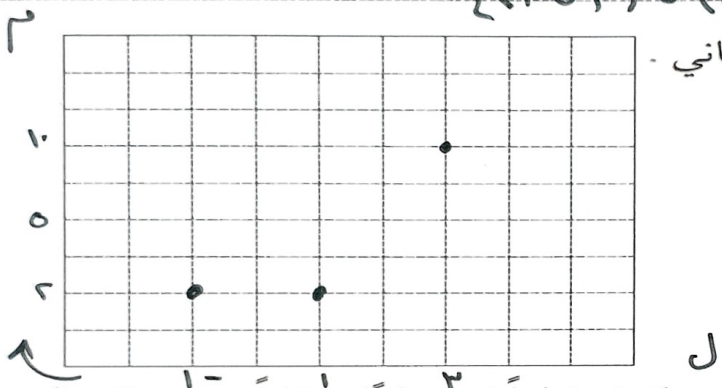
هـ(س) = س^{٢} + ١
هـ(١) = (١)^{٢} + ١
= ١ + ١ = ٢
هـ(−١) = (−١)^{٢} + ١
= ١ + ١ = ٢
هـ(٣) = (٣)^{٢} + ١
= ٩ + ١ = ١٠

المدى = {٢ ، ١٠}

ب أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

هـ = {(١ ، ٢) ، (−١ ، ٢) ، (٣ ، ١٠)}

جـ مثِّل التطبيق هـ بمخطَّط بياني .



د بيِّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

هـ تطبيق ليس شامل : لأن المدى ≠ الى ل المقابل
هـ تطبيق غير متباين : لأن هـ(١) = هـ(−١)
∴ هـ تطبيق ليس تقابل : لأنه غير شامل وغير متباين

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٠ ، ١ ، ٨} ،
التطبيق د : س ⟵ ص ، حيث د(س) = س^{٣}

أ أوجِد مدى التطبيق د .

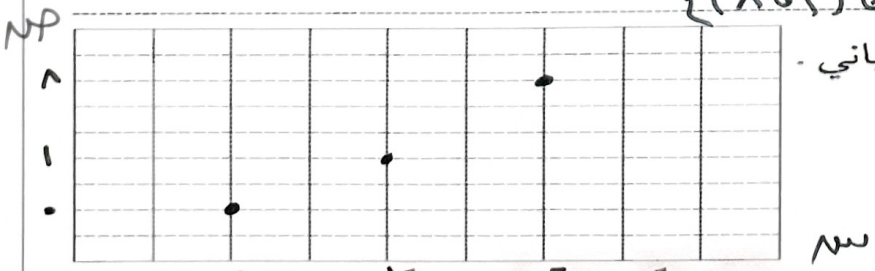
د(س) = س^{٣}
د(٠) = (٠)^{٣} = ٠
د(١) = (١)^{٣} = ١
د(٢) = (٢)^{٣} = ٨

المدى = {٠ ، ١ ، ٨}

ب أُكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

د = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

جـ مثِّل التطبيق د بمخطَّط بياني .



د بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

د تطبيق شامل : لأن المدى = الى ل المقابل
د تطبيق متباين : لأن د(٠) ≠ د(١) ≠ د(٢)
∴ د تطبيق تقابل : لأنه شامل ومتباين .

H.L.

إذا كانت س = {١ ، ٤ ، ٩} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ،
التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت(س) = $\sqrt{س}$

أ أوجد مدى التطبيق ت .

ت(س) = $\sqrt{س}$

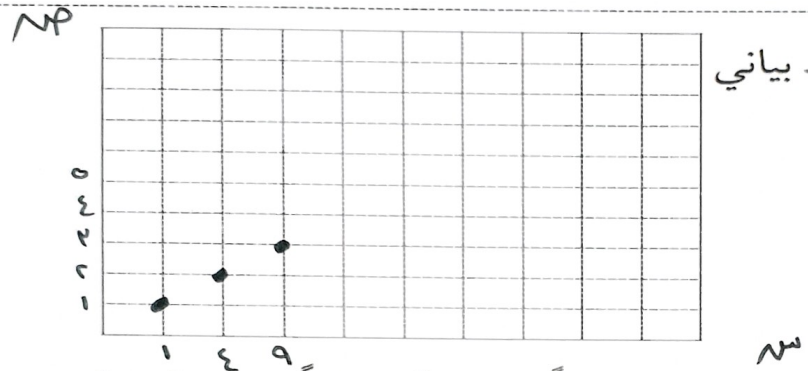
ت(١) = $\sqrt{١}$ = ١

ت(٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢

ت(٩) = $\sqrt{٩}$ = ٣

المدى = {١ ، ٢ ، ٣}

ب مثِّل التطبيق ت بمخطَّط بياني



جـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ت تطبيق غير شامل ؛ لأن المدى ≠ المجال المقابل

ت تطبيق متباين ؛ لأن ت(١) ≠ ت(٢) ≠ ت(٣)

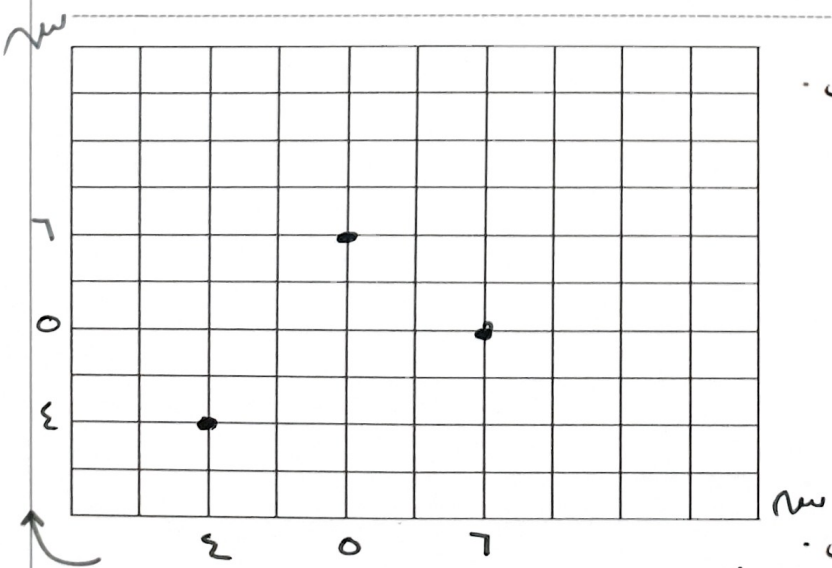
∴ ت تطبيق ليس تقابل ؛ لأنه غير شامل .

إذا كانت س = {٤ ، ٥ ، ٦} ، التطبيق ك : س ⟵ س ،
حيث ك = {(٤ ، ٤) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥)}

أ أوجد مدى التطبيق ك .

المدى = {٤ ، ٥ ، ٦}

ب مثِّل التطبيق ك بمخطَّط بياني .



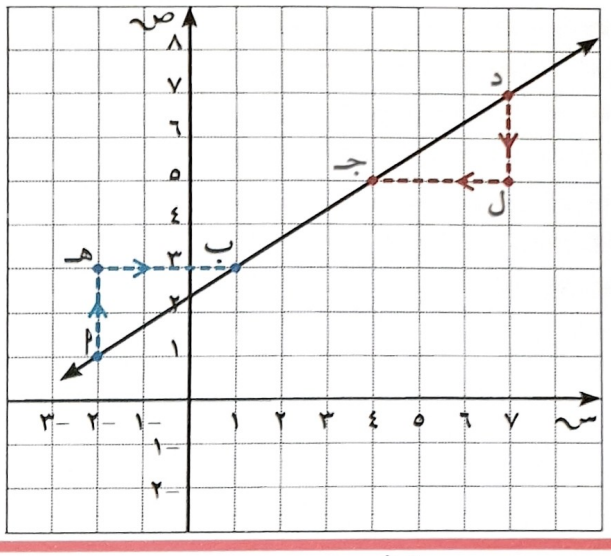
جـ بيِّن أنّ التطبيق ك تطبيق تقابل .

ك تطبيق شامل ؛ لأن المدى = المجال المقابل

ت تطبيق متباين ؛ لأن ت(٤) ≠ ت(٥) ≠ ت(٦)

∴ ت تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين .

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيّر الرأسي}}{\text{التغيّر الأفقي}}$$



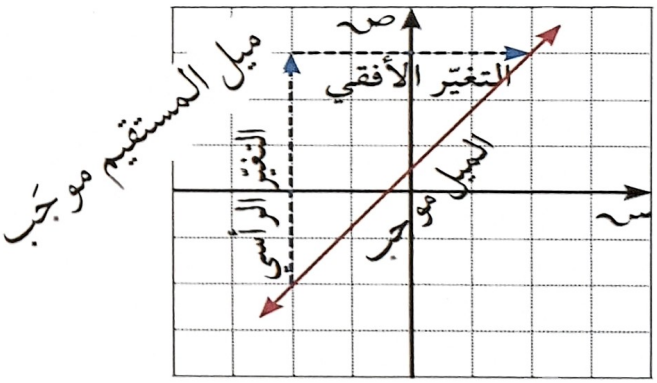
$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ يعبّر عن ميل $\frac{\text{التغيّر الرأسي}}{\text{التغيّر الأفقي}}$

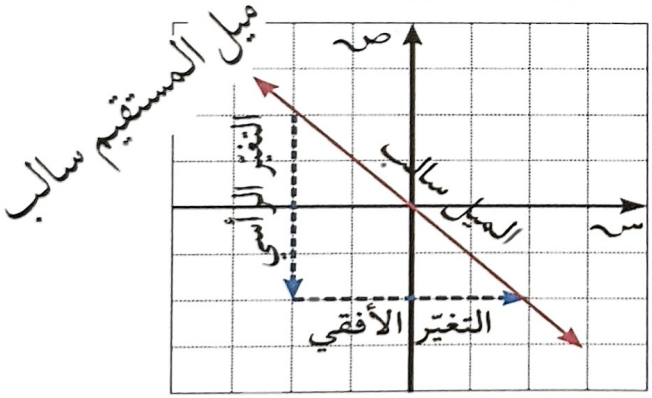
إذا كانت أ ($س_1$ ، $ص_1$) ، ب ($س_2$ ، $ص_2$) نقطتين في المستوى الإحداثي فإنّ

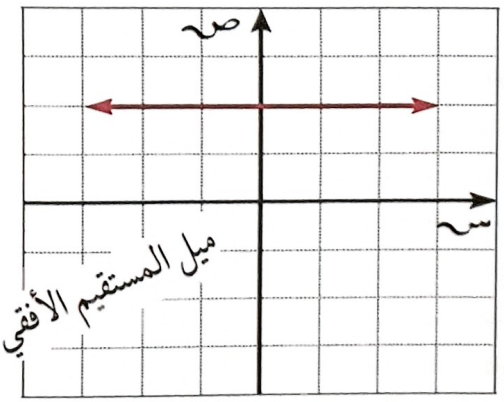
ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = $\frac{\text{التغيّر الرأسي}}{\text{التغيّر الأفقي}} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ ، $س_2 \neq س_1$

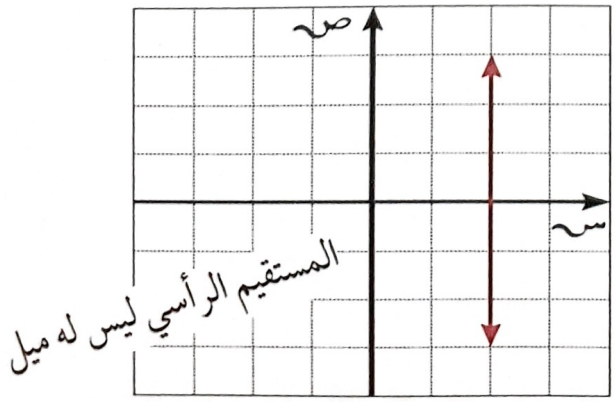
ملاحظة :

$$\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2}$$



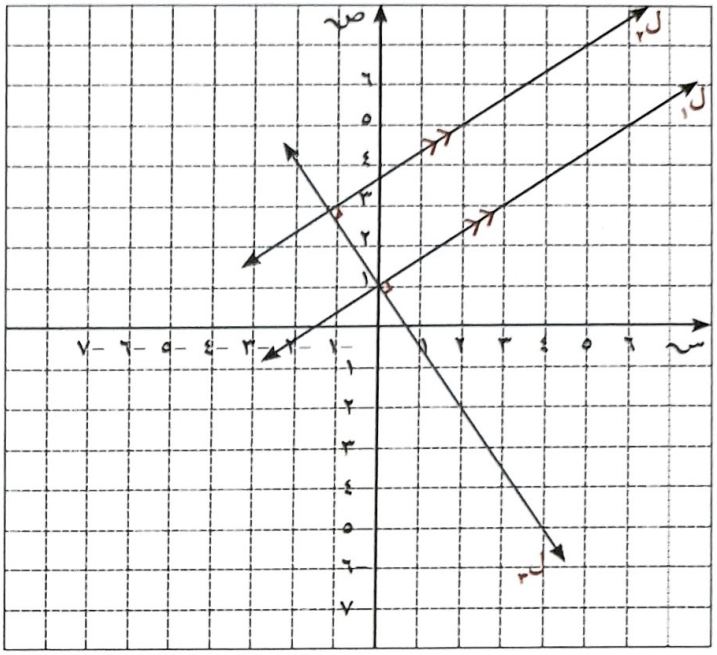






المعادلة على الصورة : ص = م س + ب تمثّل معادلة المستقيم الذي ميله م والجزء المقطوع من محور الصادات ب .

بند (٧-٢) المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة



إذا كان $\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢}$

$\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٣}$

$\overleftrightarrow{ل_٢} \perp \overleftrightarrow{ل_٣}$

ص = م س + ب

$م_١$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ ، $م_٢$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$

- $\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow م_١ = م_٢$
- $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow م_١ \times م_٢ = -١$

أي أن : $م_١ = \frac{-١}{م_٢}$

أكمِل ما يلي :

قلبت الكسر وعكس الإشارة

ميل $\overleftrightarrow{ل}$	ميل المستقيم الموازي له	ميل المستقيم العمودي عليه
٢	٢	$-\frac{١}{٢}$
$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٢}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	-٤
$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{٥}{٢}$

H.L.

إذا كان $\overleftrightarrow{ن}$ يمرّ بالنقطتين أ (−٣ ، ٥) ، ب (−٤ ، ٣) ،

وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٢ س + ٧ ، فأثبِت أنّ $\overleftrightarrow{ن}$ // $\overleftrightarrow{ك}$

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٣ - ٥}{-٤ - (-٣)}$

= $\frac{٣ - ٥}{-٤ + ٣}$

= $\frac{-٢}{-١}$

= ٢

ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ٢

∴ ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = ميل $\overleftrightarrow{ك}$

∴ $\overleftrightarrow{ن}$ // $\overleftrightarrow{ك}$

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو −٣ ، حدِّد أيًّا من المستقيمين التاليين يوازي $\overleftrightarrow{أب}$:

$\overleftrightarrow{جـ د}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

جـ (٣ ، −١) ، د (١ ، −٧)

ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{-٧ - (-١)}{١ - ٣}$

= $\frac{-٧ + ١}{١ - ٣}$

= $\frac{-٦}{-٢}$

= +٣

∴ ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ غير متوازيين

$\overleftrightarrow{ل ع}$ الذي معادلته :

٣ س + ص = ٥

ص = −٣ س + ٥

ميل $\overleftrightarrow{ل ع}$ = −٣

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل ع}$ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{ل ع}$ // $\overleftrightarrow{أب}$

H.L.

إذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتين ف (٤ ، ٦) ، ع (٦ ، ١)

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = $\frac{٢}{٥}$ س − ٤ ، أثبِت أنّ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{١ - ٦}{٦ - ٤}$

= $\frac{-٥}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = $\frac{٢}{٥}$

ميل $\overleftrightarrow{ل}$ × ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = $-\frac{٥}{٢} \times \frac{٢}{٥}$

= −١ ∴ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ هو $\frac{١}{٤}$ ، حدِّد أيًّا من المستقيمين التاليين عمودي على $\overleftrightarrow{م ن}$

$\overleftrightarrow{ع م}$ الذي معادلته :

٢ ص − ٨ س − ٣ = ٠

$\frac{٢ ص}{٢} = \frac{٨ س}{٢} + \frac{٣}{٢}$

ص = ٤س + $\frac{٣}{٢}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ع م}$ = ٤

ميل $\overleftrightarrow{ع م}$ × ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = ٤ × $\frac{١}{٤}$

= +١

∴ $\overleftrightarrow{ع م}$ ، $\overleftrightarrow{م ن}$

غير متعامدين

$\overleftrightarrow{أ ب}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

أ (٦ ، ٩) ، ب (٧ ، ٥)

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

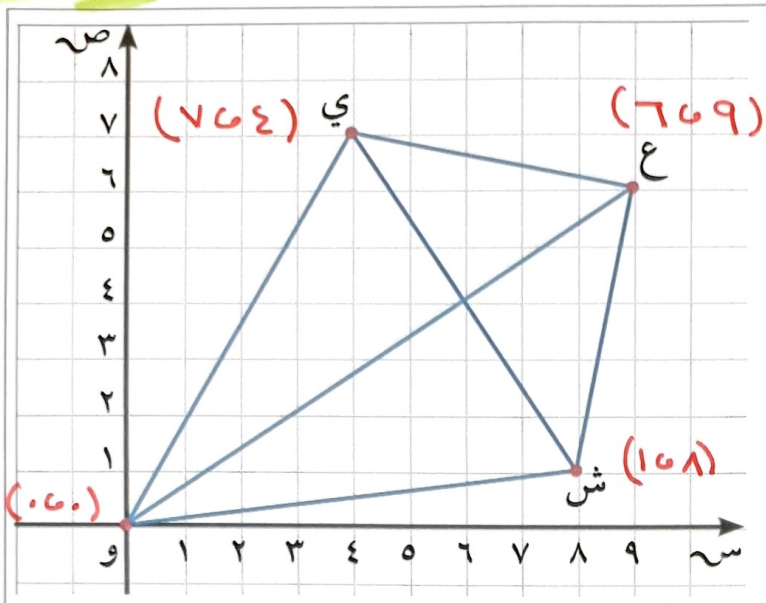
= $\frac{٥ - ٩}{٧ - ٦}$ = $\frac{-٤}{١}$ = −٤

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ × ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = −٤ × $\frac{١}{٤}$

= −١

∴ $\overleftrightarrow{أ ب} \perp \overleftrightarrow{م ن}$

H.C.



في الشكل المقابل :

ع ش و ي شكل رباعي

أثبت أنّ قطريه متعامدان

ش (٨،١) ، ي (٤،٧)

ميل $\overline{ش ي}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٧ - ١}{٤ - ٨}$ = $\frac{٦ \div ٢}{-٤ \div ٢}$ = $\frac{-٣}{٢}$

و (٠،٠) ، ع (٩،٦)

ميل $\overline{و ع}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٦ - ٠}{٩ - ٠}$ = $\frac{٦ \div ٣}{٩ \div ٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

ميل $\overline{ش ي}$ × ميل $\overline{و ع}$ = $-\frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٢}_{١}} \times \frac{\cancel{٢}^{١}}{\cancel{٣}_{١}}$

= -١

∴ $\overline{ش ي} \perp \overline{و ع}$ ← ∴ القطران متعامدان

إذا كان $\overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$ ، ومعادلة $\overleftrightarrow{ل}$: ص = ٢ س + ١ أوجد ميل $\overleftrightarrow{ن}$

ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = ٢

ميل $\overleftrightarrow{ن}$ × ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = -١ (المستقيمان متعامدان)

∴ س × ٢ = -١

$\frac{س \times ٢}{٢}$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = $-\frac{١}{٢}$

هل المستقيم الذي معادلته ص = ٥ يوازي المستقيم المارّ بالنقطتين (-٣، ٢) ، (١، ٢) ؟ ولماذا ؟

م$_١$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٢ - ٢}{١ - (-٣)}$ = $\frac{٠}{٤}$ = ٠

المستقيم ص = ٥

م$_٢$ = ٠

∴ م$_١$ = م$_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

H.L.

إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ يمرّ بالنقطتين أ(٥ ، ٣) ، ب(٨ ، ٦)

فأوجد ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$.

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٦ - ٣}{٨ - ٥}$

$= \frac{٣}{٣}$

$= \boxed{١}$

∵ المستقيمان متعامدان

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = −١

١ × س = −١

س = −١

∴ ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = −١

إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٤ س + ٣ ومعادلة $\overleftrightarrow{ن}$: ٤ ص − ١٦ س = ١

فهل المستقيمان متوازيان ؟ وضّح ذلك

$\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٤ س + ٣

$م_١ = ٤$

$\overleftrightarrow{ن}$: ٤ ص − ١٦ س = ١

$\frac{٤ ص}{٤} = \frac{١٦ س}{٤} + \frac{١}{٤}$

ص = ٤ س + $\frac{١}{٤}$

$م_٢ = ٤$

∵ $م_١ = م_٢$

∴ $\overleftrightarrow{ك} \parallel \overleftrightarrow{ن}$

إذا كان $\overleftrightarrow{أ}$ يمرّ بالنقطتين (٨ ، ١) ، (٣ ، ٤) ومعادلة $\overleftrightarrow{ب}$: ١٠ س − ٦ ص = −٥

فهل المستقيمان متعامدان ؟ وضّح ذلك

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

$م_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٤ - ١}{٣ - ٨}$

$= \frac{٣}{-٥} = -\frac{٣}{٥}$

$\frac{-٦ ص}{-٦} = \frac{-١٠ س}{-٦} - \frac{٥}{-٦}$

ص = $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{٥}{٦}$

∴ $م_٢ = \frac{٥}{٣}$

$م_١ \times م_٢ = -\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٣}$

= −١

∴ $\overleftrightarrow{أ} \perp \overleftrightarrow{ب}$

H.L.

إذا كان $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ل}$ حيث معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ٨ س − ٢ ص = ٩ أوجد ميل $\overleftrightarrow{ل}$

$\overleftrightarrow{ك}$: ٨ س − ٢ ص = ٩

$\frac{-٢ص}{-٢} = \frac{-٨س}{-٢} + \frac{٩}{-٢}$

ص = ٤ س − $\frac{٩}{٢}$

∴ م١ = ٤

∵ المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = −١

٤ × م٢ = $\frac{-١}{٤}$

م٢ = $-\frac{١}{٤}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = $-\frac{١}{٤}$

تحقَّقْ من تعامد $\overleftrightarrow{ل_١}$ الذي يمرّ بالنقطتين (٣ ، −٦) ، (٧ ، ٦)

س١ ص١ س٢ ص٢

مع $\overleftrightarrow{ل_٢}$ الذي يمرّ بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (−٦ ، ٧) .

س١ ص١ س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

= $\frac{٦ - (-٦)}{٧ - ٣}$

= $\frac{٦ + ٦}{٧ - ٣}$

= $\frac{١٢}{٤}$ = ٣

ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$ = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

= $\frac{٧ - ٤}{-٦ - ٣}$

= $\frac{٧ - ٤}{-٩}$

= $\frac{٣ \div ٣}{-٩ \div ٣}$ = $-\frac{١}{٣}$

ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ × ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$ = $\cancel{٣}^{١} \times -\frac{١}{\cancel{٣}_{١}}$

= −١

∴ $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢}$

إذا كان $\overleftrightarrow{م ن}$ يمرّ بالنقطتين م (٢ ، ٦) ، ن (٧ ، ٦)

س١ ص١ س٢ ص٢

$\overleftrightarrow{هـ ط}$ يمرّ بالنقطتين هـ (٢ ، ١) ، ط (٥ ، ١) . أثبت أنّ : $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overleftrightarrow{هـ ط}$

س١ ص١ س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

= $\frac{٦ - ٦}{٧ - ٢}$

= $\frac{٠}{٥}$ = ٠

ميل $\overleftrightarrow{هـ ط}$ = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

= $\frac{١ - ١}{٥ - ٢}$

= $\frac{٠}{٣}$ = ٠

∴ ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = ميل $\overleftrightarrow{هـ ط}$

∴ $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overleftrightarrow{هـ ط}$

H.W.

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو -٤ ، فأيّ من المستقيمات التالية يوازي $\overleftrightarrow{أب}$:

$\overleftrightarrow{جـ د}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

جـ (٠ ، ٦) ، د (−٤ ، ٢)

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

$ميل \overleftrightarrow{جـ د} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٢ - ٦}{-٤ - ٠}$

$= \frac{-٤}{-٤} = ١$

$\because$ ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ $\neq$ ميل $\overleftrightarrow{أب}$

$\therefore$ المستقيمان غير متوازيين

$\overleftrightarrow{ع ل}$ الذي معادلته :

$ص + ٤ س - ٥ = ٠$

$ص = -٤ س + ٥$

ميل $\overleftrightarrow{ع ل} = -٤$

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{ع ل}$ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$

$\therefore \overleftrightarrow{ع ل} \parallel \overleftrightarrow{أب}$

حدِّد المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة في كلّ من الحالات التالية :

$\overleftrightarrow{ل_١}$ الذي يمرّ بالنقطتين : (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، $\overleftrightarrow{ل_٢}$ الذي معادلته : ٢ ص + س = ٦

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

$ميل \overleftrightarrow{ل_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٥ - ٣}{٢ - ١}$

$= \frac{٢}{١} = ٢$

$\frac{٢ ص}{٢} = \frac{-س}{٢} + \frac{٦}{٢}$

$ص = -\frac{١}{٢} س + ٣$

ميل $\overleftrightarrow{ل_٢} = -\frac{١}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ × ميل $\overleftrightarrow{ل_٢} = \cancel{٢}^{١} \times -\frac{١}{\cancel{٢}_{١}}$

$= -١$ ← $\therefore \overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢}$

$\overleftrightarrow{ل_١}$ الذي يمر بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (−١ ، ٢) ، $\overleftrightarrow{ل_٢}$ الذي يمرّ بالنقطتين (−٢ ، ٥) ، (٢ ، ٨)

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$ $س_٢$ $ص_٢$

$ميل \overleftrightarrow{ل_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٢ - ٥}{-١ - ٣}$

$= \frac{-٣}{-٤} = \frac{٣}{٤}$

$ميل \overleftrightarrow{ل_٢} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

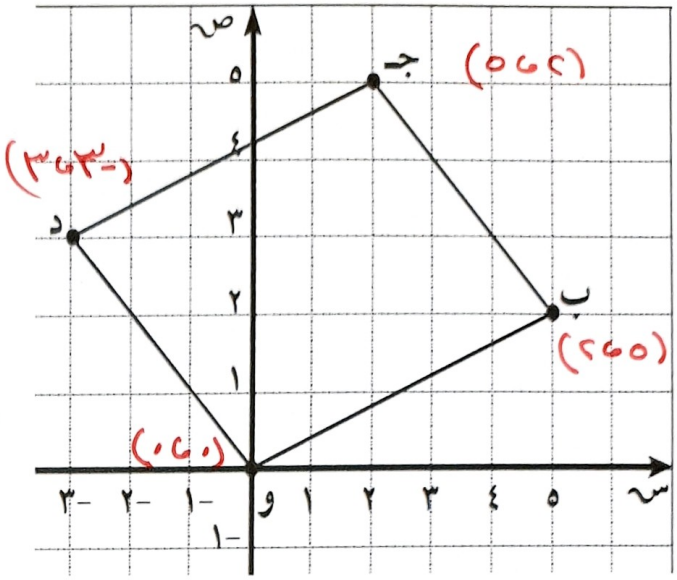
$= \frac{٨ - ٥}{٢ - (-٢)}$

$= \frac{٨ - ٥}{٢ + ٢} = \frac{٣}{٤}$

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ = ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$ ← $\therefore \overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢}$

H.L.

في الشكل الرباعي و ب جـ د ، أثبِت أنّ : $\overline{\text{و ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$



و (٠،٠) ، ب (٥،٢)

$س_١ ص_١$ $س_٢ ص_٢$

ميل $\overline{\text{و ب}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٢ - ٠}{٥ - ٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

د (-٣،٣) ، جـ (٥،٢)

ميل $\overline{\text{د جـ}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٣ - ٢}{(-٣) - ٥}$

= $\frac{٣ - ٢}{٣ + ٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

∵ ميل $\overline{\text{و ب}}$ = ميل $\overline{\text{د جـ}}$

∴ $\overline{\text{و ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$

الحل بالتفصيل في الصفحة التالية

في البنود التالية ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	المستقيمان ص = ٢ س − ١ ، ٢ ص = ٢ س + ٣ متوازيان .	(أ)	(ب)
٢	المستقيم الذي معادلته ص = ٣ والمستقيم الذي معادلته س = ٢ مستقيمان متعامدان . م = ٠ ليس له ميل ∴ غير متعامدان	(أ)	(ب)
٣	إذا كان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{ل_١}$ هو ٢ ، فإنّ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{ل_٢}$ العمودي عليه هو −٢	(أ)	(ب)

٤ الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته : ٢ ص + س + ٢ = ٠ هو :

(أ) −١ (ب) $\frac{-١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

٥ المستقيم المتعامد مع المستقيم : ٢ ص = ٣ س − ١ هو :

(أ) ٣ ص = ٢ س + ٥ (ب) ٢ ص = ٣ س − ٥

(جـ) ٢ ص = −٣ س + ٥ (د) ٣ ص = −٢ س − ٥

(١) $ص = \frac{٢}{٢}س - ١$ ، $\frac{٢}{٢}ص = \frac{٢}{٢}س + \frac{٢}{٢}$

$م_١ = ٢$ ، $ص = س + \frac{٢}{٢}$

$م_٢ = ١$

∴ $م_١ \neq م_٢$ ⇐ المستقيمان غير متوازيان

(٢) $م_١ \times م_٢ = ٢ \times -٢$

$= -٤$ ⇐ $-٤ \neq -١$

∴ المستقيمان غير متعامدين

(٤) $٢ص + س + ٢ = ٠$

$٢ص = -س - ٢$

$\frac{٢}{٢}ص = \frac{-س}{٢} - \frac{٢}{٢}$

$ص = -\frac{١}{٢}س - ١$

∴ $م = -\frac{١}{٢}$

(٥) $\frac{٢}{٢}ص = \frac{٣}{٢}س - \frac{١}{٢}$

$ص = \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}$ ⇐ $م = \frac{٣}{٢}$

(أ) $\frac{٣}{٣}ص = \frac{٢}{٣}س + \frac{٥}{٣}$

$ص = \frac{٢}{٣}س + \frac{٥}{٣}$ ⇐ $م = \frac{٢}{٣}$ ✗

(ب) $\frac{٢}{٢}ص = \frac{٣}{٢}س - \frac{٥}{٢}$

$ص = \frac{٣}{٢}س - \frac{٥}{٢}$ ⇐ $م = \frac{٣}{٢}$ ✗

$\frac{٣}{٢} \times \frac{-٢}{٣} = -١$

(ج) $\frac{٢}{٢}ص = \frac{-٣}{٢}س + \frac{٥}{٢}$ ✗

$ص = \frac{-٣}{٢}س + \frac{٥}{٢}$ ⇐ $م = \frac{-٣}{٢}$

(د) $\frac{٣}{٣}ص = \frac{-٢}{٣}س - \frac{٥}{٣}$

$ص = \frac{-٢}{٣}س - \frac{٥}{٣}$ ⇐ $م = \frac{-٢}{٣}$ ✓