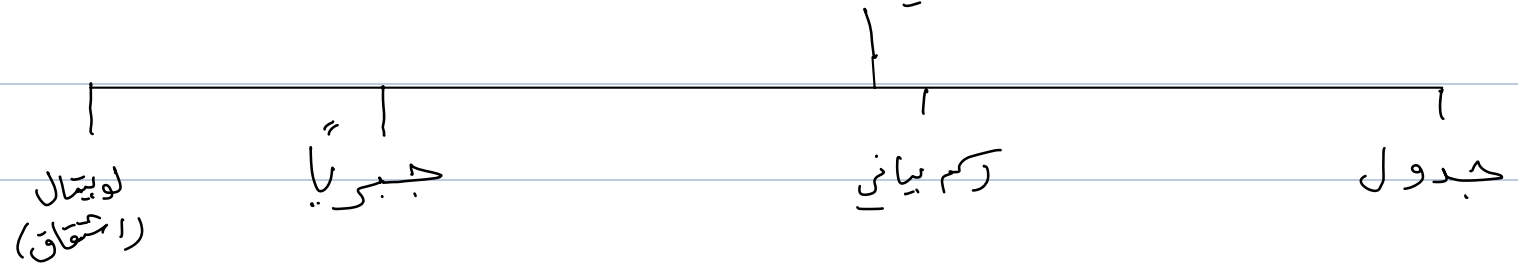


الدروس الثلاثة

2.3

النهايات

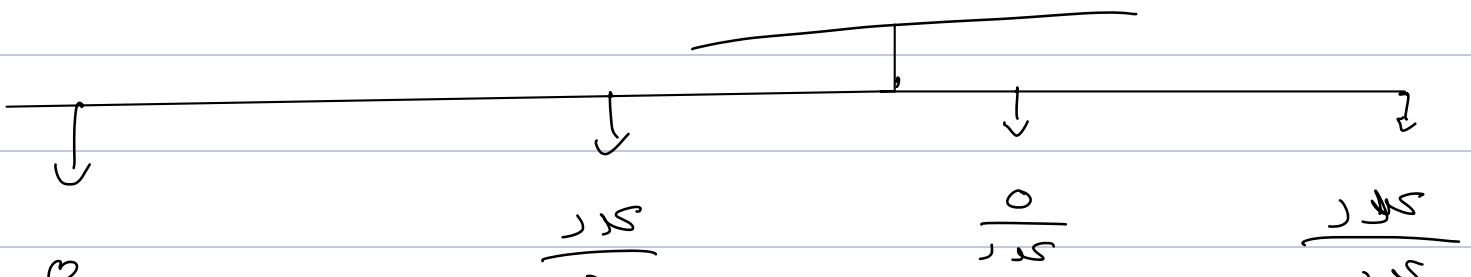


حل النهايات جبرياً



الآن حل في حل النهايات
(التعويض المباشر)

عند التعويض المباشر



$$\frac{0}{0} \quad \frac{0}{0} \quad \frac{0}{0} \quad \frac{N_0}{N_0}$$

DNE

ع.ع

= DNE

ع.ع

ما معنى DNE ع.ع

DNE ع.ع

ان النهاية من اليمين لا يساوي النهاية
من اليسار .

كيف نعالج مشكلة DNE

$$f(x) = \frac{3x^3 + 9x}{x^2 + 3}$$

$$\Rightarrow \boxed{3x}(x^2 + 3)$$

① اختزال العامل المشترك

$$f(x) = \frac{a^2b + ab^2}{ab(a+b)}$$

لا تحلل $x^2 + 1$

$$\frac{1, 2, 3, 4, \dots}{1, 2, 3, 4, \dots} = 1$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

الفرق بين مربعين

② الفرق بين مربعين

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 \Rightarrow (x-4)(x+4)$$

$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$
 $\sqrt{16} = 4$
 $(h+2)^2 - 1 \Rightarrow (h+2) - 1^2 = ((h+2) - 1)((h+2) + 1)$

$$x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - 1^2 \Rightarrow (x-1)(x+1)$$

$\nearrow$
 $\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x - 1^2 \Rightarrow (\cos x - 1)(\cos x + 1)$

③ الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين

$$(x^3 + a^3) \Rightarrow (x+a)(x^2 - ax + a^2)$$

$$(x^3 - a^3) \Rightarrow (x-a)(x^2 + ax + a^2)$$

لحل

$$x^3 + 125 \Rightarrow x^3 + 5^3 \Rightarrow (x+5)(x^2 - 5x + 25)$$

$\nearrow \nearrow \nearrow$
 $\sqrt[3]{125} = 5$

$$\cos^3 x - 1 \Rightarrow \cos^3 x - 1^3 = (\cos x - 1)(\cos^2 x + \cos x + 1)$$

$\nearrow$

④ تحليل العبارة التربيعية

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow a \neq 0 \text{ أكبر اقل (2)}$$

$$x^2 + 3x - 10$$

$\nearrow \nearrow$
 $\begin{array}{l} 2x - 5 = -3 \\ -2 \times 5 = +3 \\ 1 \times 10 \\ -1 \times 10 \end{array}$

$$(x+5)(x-2)$$

$$5x^2 + 4x + 1$$

$\nearrow \nearrow$
 $5x - 1$
 $x + 1$

⑤ تحليل العبارة التكعيبية

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

أشياء (3) $a \neq 0$

بدون d

د 20

$$x^3 + x^2 + x$$

فإننا نصل إلى

$$x(x^2 + x + 1)$$

↗

الخطوة التالية

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \\ \underline{-(x^2 - 5x + 6)} \\ x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \\ \underline{-(x^3 + 2x^2)} \\ -5x^2 - 4x + 12 \\ \underline{-(-5x^2 + 10x)} \\ -6x + 12 \\ \underline{-(-6x + 12)} \\ 0 \end{array}$$

$\frac{x^3}{x} = x^2$
 $\frac{-5x^2}{x} = -5x$
 $\frac{6x}{x} = 6$

6) تحويل الكسرات

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{a+c}{b} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{d \times a}{d \times b} + \frac{c \times b}{d \times b} \Rightarrow \frac{da}{db} + \frac{cb}{db} \Rightarrow \frac{da + cb}{db}$$

7) ضرب الكسرات

مع الحل

8) الحل بالتعويض

سوال

⑨ الاستدلالات الحثية ونظرياتها

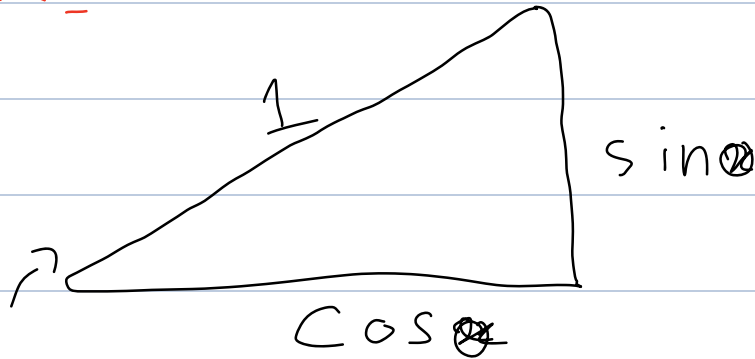
⑩ نظرية الشجرة

مع ١

① كل المقادير المستحصّة

مع ١ الى

استنتاج اهم المتطابقات
المثلثية.



الدوال المثلثية

[sin, cos, tan, cot, sec, csc]

$$\sin \theta \rightarrow \frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$$

$$\cos \theta \rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$\tan = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \rightarrow \frac{1}{\tan} = \cot = \frac{\cos}{\sin}$$

معادلات فيثاغورس

$$(1) \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

sin² انقل

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \boxed{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x}$$

cos² نقل $\textcircled{3}$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

sin² نقل $\textcircled{4}$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$= \frac{\sin^2 x}{\sin x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x}$$

 $\Rightarrow 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

1 نقل

$\textcircled{5}$ $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
 $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$

cot² نقل

$\textcircled{6}$ $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
 $\Rightarrow \csc^2 x - \cot^2 x = 1$

قسم معادله فیثاغورس
 $\cos x$

$\textcircled{7}$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

 $\Rightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$

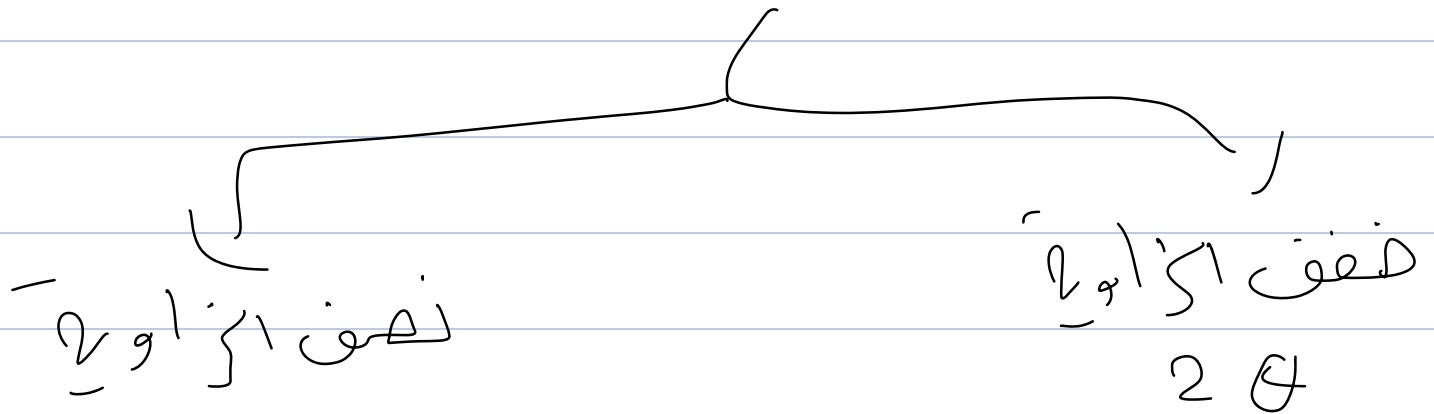
$\tan$ نقل $\textcircled{8} \Rightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$
 $\Rightarrow \sec^2 x - \tan^2 x = 1$

$$\textcircled{9} \quad \tan^2 + 1 = \sec^2$$

$$\tan^2 = \sec^2 - 1$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$



$$\cos \frac{2\theta}{2} = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1$$

$$\cos \theta = 2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - 1$$

$$\frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}{2} = \frac{\cos \theta + 1}{2}$$

$$\cos \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{\cos \theta + 1}{2}$$

$$\cos \left(\frac{\theta}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{\cos \theta + 1}{2}}$$

$$\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{1 - \cos \theta}{2}$$

$$\sin(\theta + \theta) = \sin \theta \cos \theta + \cos \theta \sin \theta$$

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos(\theta + \theta) = \cos \theta \cos \theta - \sin \theta \sin \theta$$

$$\textcircled{1} \quad \cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\textcircled{2} \quad \cos(2\theta) = 1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\textcircled{3} \quad \cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta$$

$$\cos(2\theta) = 2 \cos^2 \theta - 1$$