

KhateebAcademy.com



محمد عمر الخطيب

اوراق عمل مادة



الصف الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الثالث

2024/2023

······································	اسم الطاك
:عصصعصالخطيب	المدرسسة

محمد عمر الخطيب

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيا

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة : تطبيقات التكامل

حمد عمر الخطيب

1-6 المساحة المحصورة بين منحنيين

2-6 اخالججم: شرائح وأقراص وحلقات اخطيب

3-6 الاحجام بالأصداف

4-6 طول القوس ومساحة السطح محمد عمر الخطيب

5-6 حركة المقذوفات

6-6 تطبيقات التكامل على الفيزياء والهندسة

محمد عمر الخطيب د عمر الخطيب 7-6 الاحتمال

هذه الدروس كانت محذوفة في خطة 23/22

الوحدة السابعة: طرائق التكامل

حـ7- الخطراجعة الصيغ وطرائق التكامل الخطيب

2-7 التكامل بالاجزاء

7-3 طرائق تكامل الدوال المثلثية محمد عمر الخطيب

7-4 تكامل الدوال النسبية بالكسور الجزئية

5-7 جداول التكامل الهذا الدرسكان محذوف في خطة 23/22

6-7 نمذجة المعادلات التفاضلية

7-7 المعادلات التفاضلية القابلة للفصل

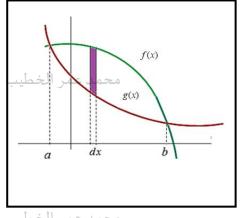
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة: تطبيقات التكامل /// الدرس الأول: المساحة بين منحنيين



المساحة بين منحنيين

(dx) الحالة الأولى: المكامل

محمد عمر الخطيب

dx هو الشريحة (عرض المستطيل)

x اارتفاع المستطيل) هو f(x) - g(x) عمودي على محور السينات

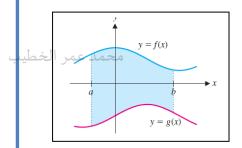
وتوازي محور الصادات y

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت كل من $g(x) \geq g(x)$ و وال متصلة على الفترة والم متصلة على الفترة والمن $g(x) \geq g(x)$ فإن

المساحة المحصورة بين المنحنين تعطى بالتكامل



محمد طعمر الخطيب

$$A=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\quad$$
الدالة الأدنى $-\quad$ الدالة الأعلى dx

ير الخطيب
$$\int_{a}^{b} \left[f(x) - g(x) \right] dx$$

حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيا

خطوات إيجاد المساحة

له الأولوية

(dy) أم dx ارسم الدوال dx ظلل المنطقة المطلوبة المطلوبة السم الشريحة وحدد المكامل (

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخط

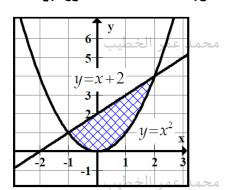
حمد عمر الخطيب

حاوجد حدود التكامل (نقاط التقاطع) حامل عوض الحدود لإيجاد المساحة ا

 $y=x^2$ ، y=x+2 أوجد المساحة المحصورة بين الدالتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

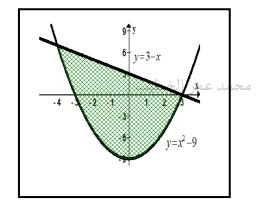


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $y=x^2-9$ ، y=3-x محمد عمر الخطيب $y=x^2-9$ ، y=3-x أوجد المساحة المحصورة بين الدائتين

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

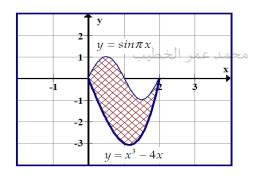
محمد عمر الخطيب

$$y = x^3 - 4x \quad , \quad y = \sin \pi x$$

(2) أوجد المساحة المحصورة بين الدالتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

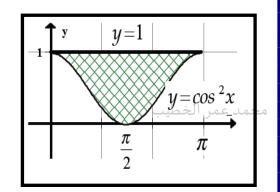


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y = 1 وجد المساحة المحصورة بين الدالتين $y = \cos^2 x$



محمد عمر الخطيب

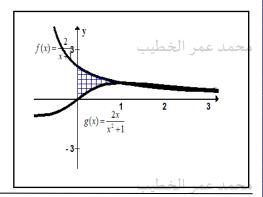
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
$$g(x)=rac{2x}{x^2+1}$$
 ، $f(x)=rac{2}{x+1}$ والمستقيم (1) أوجد المساحة المحصورة بين الدالتين

x=1 حيث نقطة التقاطع

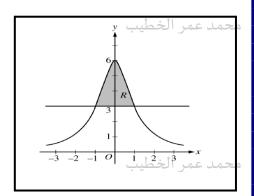
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



$$g(x) = 3$$
 و $f(x) = \frac{6}{x^2 + 1}$ و (2) أوجد المساحة المحصورة بين الدائتين

ملاحظة (استفد من التماثل)

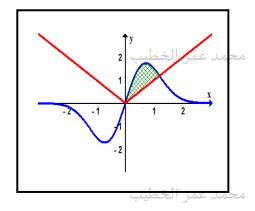


محمد عمر الخطيب

$\sqrt{\ln 4}$ وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين y = |x| و $y = 4xe^{-x^2}$ حيث نقطة التقاطع (3)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

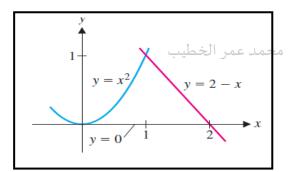
محمد عمر الخطيب **تجزئة المساحة**

ملاحظة :جزء المساحة عندما يتغير ارتفاع الشريحة (عندما تتغير احدى الدوال)

X أوجد المساحة المحصورة بين الدالتين ومحور (1)

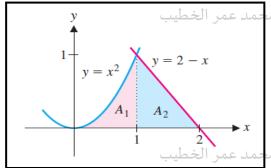
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



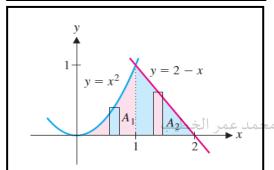
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



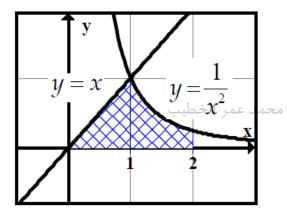
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

م(2) أوجد المشاحة المحصورة في الشكل المجاورد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

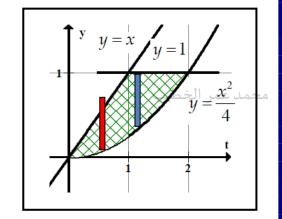
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد المساحة المحصورة في الشكل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

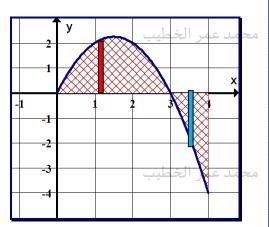
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=0, x=4 ومحور والمستقيمين $f(x)=3x-x^2$ ومحور المساحة المحصورة بين الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

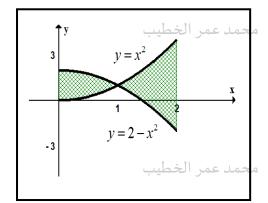


محمد عمر الخطيب

(3) اوجد المساحة المحصورة في الشكل المجاور

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

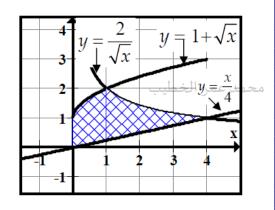
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب مد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب (1) أوجد المساحة المحصورة في الشكل المجاور

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

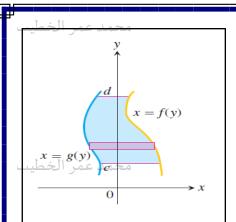
(2) أوجد المساحة المحصورة في الشكل المجاور

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

الحالة الثانية: المكامل (dy)

dy هو (لشريحة (عرض المستطيل)

y عمودي على محور الصادات f(y) - g(y) هو (ارتفاع المستطيل)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب x وتوازي محور السينات

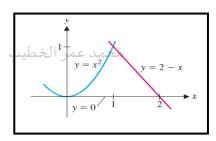
محمد عمر الخطيب

$$A=\int_{c}^{d} \left[$$
 الدالة (العلاقة) على اليسار $A=\int_{c}^{d} \left[$ الدالة (العلاقة) على اليمين dy

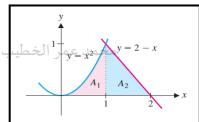
يجب أن تكون العلاقات ببدلالة الأيرا وحدود التكامل من محور y $\int_{c}^{d} f(y) - g(y) \quad dy$

dy حالات استخدام المكامل

الخطيب عمر العلاقة y يفضل اذا كانت الدوال (العلاقات) بدلالة y عمر الخطيب عمر الخطي

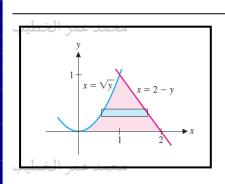


 $y = x^2$, y = 2 - x, y = 0 أوجد المساحة المحصورة بين الدوال محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب أولاً : المكامل dx



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

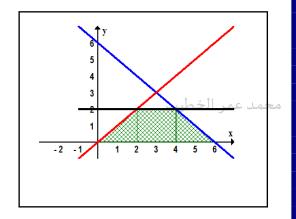
محمد عمر الخطيب ثانياً: المكامل dy

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب الدوال محمد عمر الخطيب محمد عمر $y=0,\,y=2,\,y=x,\,y=6-x,$

محمد عمر الخطيب

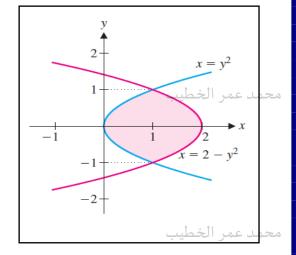
محمد عمر الخطيب



(2) عبر عن المساحة المحصورة بين العلاقتين بتكامل منفرد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



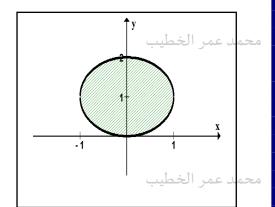
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

منفرد $x^2 + y^2 = 2y$ عبر عن المساحة المحصورة داخل الدائرة التي معادلتها (3)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

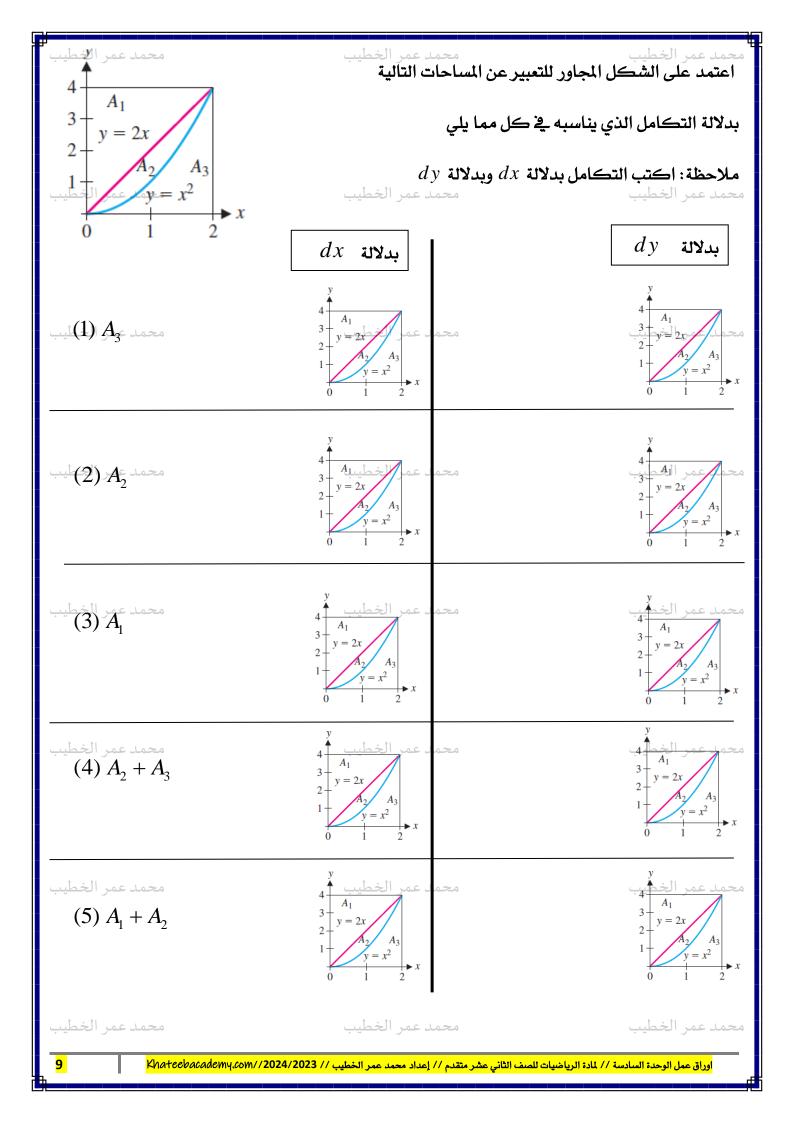


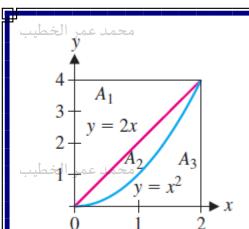
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب





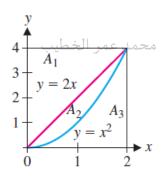
اعتمد على الشكل المجاور للتعبير عن كل من التكاملات التالية

بدلالة A_3, A_2, A_1 يخ كل مما يلي:

ثم اكتب التكامل بدلالة المكامل الآخر محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

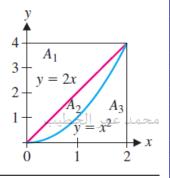


محمد عمر الخطيب



$$(2) \int_{0}^{2} (4 - x^2) \, dx$$

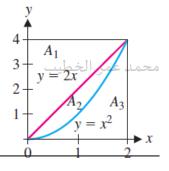
محمد عمر الخطيب



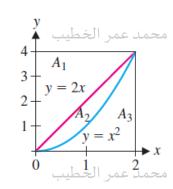
$$(3) \int_{0}^{4} (2 - \sqrt{y}) dy$$

$$(3) \int_{0}^{4} (2 - \sqrt{y}) dy$$

محمد عمر الخطيب

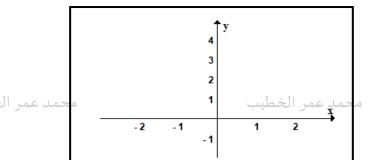


$$(4) \int_{0}^{4} (\sqrt{y} - \frac{y}{2}) dy$$



محمد عمر الخطيب

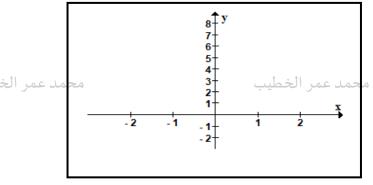
محمد عمر الخطيب مصد عمر الخطيب مصد عمر الخطيب y=2-x و المستقيم $y=x^2$ الرسم ...أولاً (1) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y=x^2$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y = 7 - x^2$$
 و $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

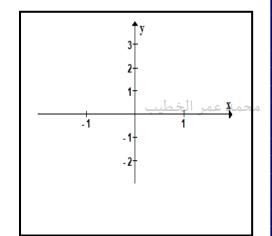
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$y = \frac{1}{2}x^2$ و $y = x^2 - 1$ و محمد عمر الخطيب $y = \frac{1}{2}x^2$ و $y = x^2 - 1$ و (3)

محمد عمر الخطيب

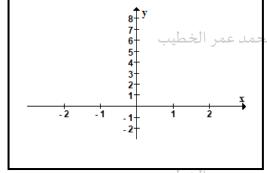
 $x=y^2$ و $y=x^2$ و $y=x^2$ و $y=x^2$ و $y=x^2$



محمد عمر الخطيب

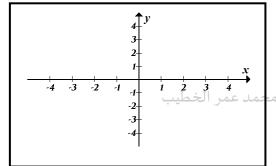
محمد عمر الخطيب

$y=x^3$ و y=3x+2 و y=3x+2 و (2)



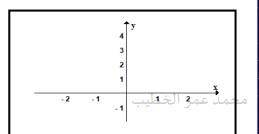
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (3) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى x=1 ، y=x-2 و المستقيمين y=x-1



محمد عمر الخطيب

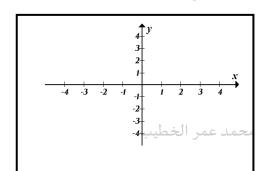
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب مصاحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=e^{-x}$ و $y=e^{-x}$ على الفترة y=(-1,0]



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=x^2$ و $y=2-x^2$ على y=0,2 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

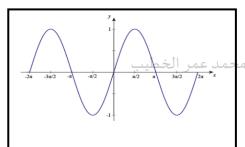
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $[0,\pi]$ على الفترة $y=\cos x$ و $y=\sin x$ على الفترة (3)

محمد عمر الخطيب

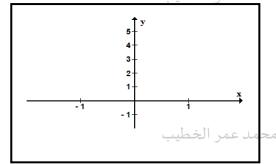
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

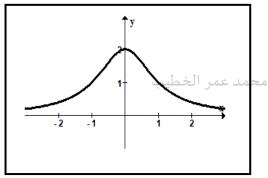
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=\cos\pi x$ و $y=x^2+1$ حيث $y=\cos\pi x$

x=0 و $y=4e^{-x}$ و $y=e^x$ و y=0



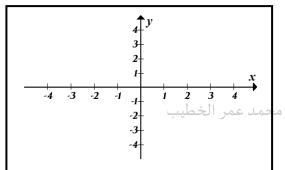
-1,1 وجد مساحة المنطقة المحصورة بين الدوال $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ و y = |x| و التقاطع هما

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب y=0 و y=x و y=0 و y=0



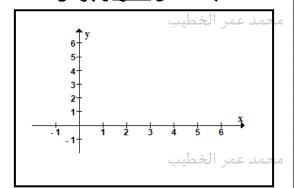
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y=0 و y=2 ، y=6-x ، y=x و y=0 و y=0 و y=0

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



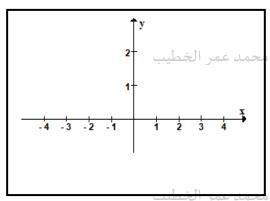
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y=2 و y=-x و $y=\sqrt{x}$ اكتب تكامل منفرد يعبر عن المساحة المحصورة بين الدوال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



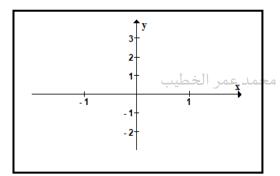
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$x > 0, x = 0, y = 3 - x^2, y = 2x$ اكتب تكامل منفرد يعبر عن المساحة المحصورة بين (4)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

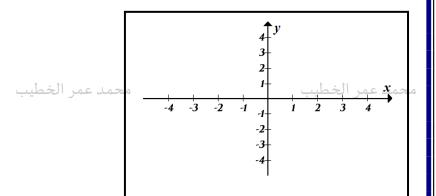


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

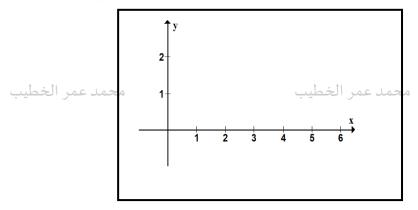
حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب x=4 ، $x=y^2$ المساحة المسا

محمد عمر الخطيب



$x=y^2+2$ و المنحنى x=3y و المنحنى (2) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المستقيم

محمد عمر الخطيب

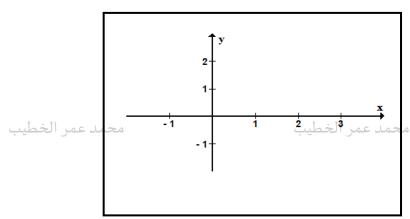


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

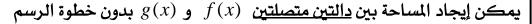
ره) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = \ln x$ و المحور y = 0 و والمستقيم x = e الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

هذه خطوات مقترحة لإيجاد المساحة بدون رسم... مع العلم ان الرسم هو افضل



محمد عمر الخطب

حمد عمر الخطيب

f(x) = g(x) نجد نقاط التقاطع بين المنحنين وذلك بجعل (1)

محمد عمر الخطيب

عدد نقاط التقاطع 3 X_1, X_2, X_3 ولتكن

يوجد تجزئة مساحة

عدد نقاط التقاطع 2

 x_1, x_2 ولتكن

لا يوجد تجزئة مساحة

محمد عمر الخطي محمد عمر الخطيب

(2) تحديد الدالة الأعلى

 X_1, X_2 نختار عدد بین

ونجد صورته في كل دالة .. فالدالة

الأعلى تقابل القيمة الأكبر

 X_1, X_2 نختار عدد بین

ونجد صورته في كل دالة .. فالدالة الأعلى تقابل

القيمة الأكبر

ونختار عدد بين X_2, X_3 ونكرر العملية السابقة

(3) المساحة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب محمد عمر الخطيد $A = \int_{0}^{x_{2}} \left[\int_{0}^{x_{3}} dx + \int_{0}^{x_{3}} \left[\int_{0}^{x_{3}} dx \right] dx \right]$

$$+\int\limits_{x_2}^{x_3}\left[\int\limits_{x_2}^{x_2} dx \right] dx$$
 , $A=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left[\int\limits_{x_1}^{x_2} dx \right] dx$

ملاحظة: يمكن تجاوز الخطوة الثانية وتجاهل الدالة الأعلى والأسفل فتكون المساحة

$$A = \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx$$
A solution of the property of the pro

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $y=x^2$ و y=x+2 و y=x+2 و y=x+2محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب x وفوق محور $y = 4 - x^2$ وفوق محور (2) أوجد مساحة المنطقة المحصورة تحت المنحنى محمد عمر الخطيب $y = x^3$ و والمنحنى y = x و والمنحنى (3) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المستقيم محمد عمر الخطيب اوراق عمل الوحدة السادسة // لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر متقدم // إعداد محمد عمر الخطيب // Khateebacademy.com//2024/2023

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخ $\frac{4}{3}$ وحدة مساحة، (1) إذا كانت المساحة المحصورة بين الدالة $y=x^2$ والمستقيم 0 < m فأوجد قيمة الثابت m حيث محمد عمر الخطيب (2) إذا كانت المساحة المحصورة بين الدالة $y=x^2$ والمستقيم $y=a^2$ هي 36 وحدة مساحة، 0 < a فاوجد قيمة الثابت a حيث عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب y=kx و y=kx و y=kx الشكل المجاور اذا كانت المساحة A_1 تساوي المساحة A_2 حيث $y=x-x^2$ $A_{\rm l}$ اوجد قيمة (أ) $y = x - x^2$ 0.25 0.15-محمد عمر الخطيب 0.05 0.5 0.75 0.25 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب k (ب) اوجد قيمة محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب الخطيب المحان معدل عدد المواليد في مدينة ما هو $B(t)=2e^{0.04t}$ مليون شخص ومعدل عدد الوفيات

ي نفس المدينة هو $D(t) = 3e^{0.02t}$ مليون شخص حيث بالسنوات

(أ) أوجد متى يتزايد و ومتى يتناقص عدد سكان المدينة في الفترة الزمنية [0,30]

محمد عمر الخطيب

 $\mathbf{P}(t)$ عدد السكان

معدل التغيرفي عدد السكان

$$P'(t) = B(t) - D(t)$$

محمد عمر الخطيب

(ب) أوجد تكامل P'(t) على الفترة [0,30] وفسر ماذا يعني هذا التكامل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يمثل التكامل صافي التغير

(الزيادة او النقصان) في عدد

السكان خلال 30 سنة

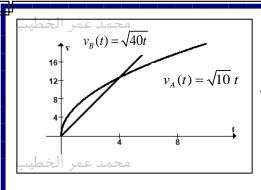
 $\Delta P = \int_0^{30} P'(t) dt$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



A سرعة السيارة $v_A(t)=\sqrt{10}\;t$ سرعة السيارة (1)

وتمثل الدلة $V_B(t) = \sqrt{40t}$ سرعة السيارة B بالمتر لكل الثانية

(أ) أوجد المسافة التي تقطعها كل سيارة خلال أول 4 ثواني حمد عمد الخطيب

وأي السيارتين أسرع خلال أول 4 ثواني

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) اكتب التكامل الذي يمثل الفرق بين المسافتين التي قطعتهما السيارتين خلال أول 4 ثواني

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب (2) **يمثل الشكل المجاور العلاقة بين الزمن والسرعة المتجهة لجسم يتحرك على خط مستقيم**

(أ) أوجد المسافة التي يقطعها الجسم خلال أول 3 ثواني

الإزاحة تساوى التكامل

المسافة تساوى المساحة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) أوجد المسافة التي يقطعها الجسم خلال أول 6 ثواني

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) أوجد الإزاحة التي يقطعها الجسم خلال أول 6 ثواني

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عمر الخطيب

هذا السؤال غيرمهم في امتحان الوزارة لآنه يعتمد على معلومات كانت محذوفة في الفصل الثاني

الطاقة المفقودة [يعرف تكامل القوة بانه الطاقة (الشغل)]

عند حدوث تصادم بين مضرب التنس والكرة يتغير شكل الكرة ، بحيث تتكمش مسافة x سنتيميتر اولا ، ثم تتمدد ، مما يسبب حركة للكرة ، اذا كانت القوة التي بذلت على الكرة هي f(x) فأن القوة اثناء الانكماش تسمى $f_c(x)$ وعند التمدد تسمى $f_c(x)$ ويتم نقل الطاقة الى الكرة اثناء الانكماش وتحركها بعيداً اثناء التمدد وتخسر جزء من طاقتها تسمى الطاقة المفقودة وتساوى

$$\int_{0}^{m} \left[f_{c}(x) - f_{e}(x) \right] dx$$
and the properties of the properties of

حيث m مسافة الانكماش

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وتعرف نسبة الطاقة المفقودة للكرة اثناء الاصتدام بـ

$$\int\limits_0^m \left[f_c(x)-f_e(x)\right]dx \qquad \int\limits_0^m \left[f_e(x)\right]dx \\ \times 100\% = 1 - \frac{0}{m} \times 100\%$$
 .

$$\int\limits_0^m \left[f_c(x)\right]dx \qquad \text{and leading } \int\limits_0^m \left[f_c(x)\right]dx \qquad .$$

يمثل الجدول التالي بعض البيانات اثناء اصطدام كرة التنس بالمضرب

محمد عمر الخطيب

x cm	0	0.25	0.50	0.75	1	1 : 11 .
$f_c(x) N$	0	110	220	400	700	n=2 عمر الخطيب $n=2$
$f_e(x) N$	0	100	200	300	700	

محمد عمر الخطيب

اوجد نسبة الطاقة المفقودة باستخدام طريقة سميسون الخطيب

$$S_n f(x) = \frac{b-a}{3n} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f_c(x_2) + 4f(x_3) + \dots + f(x_n) \right]$$

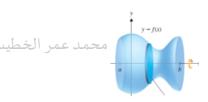
$$S_4 f_c(x) = \frac{1-0}{3(4)} \left[f_c(0) + 4 f_c(1) + 2 f_c(0.5 + 4 f_c(0.75) + f_c(1)) \right] = 265$$
which is a significant formula of the context of the conte

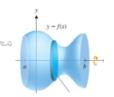
$$S_4 f_e(x) = \frac{1 - 0}{3(4)} \left[f_e(0) + 4 f_e(1) + 2 f_e(0.5) + 4 f_e(0.75) + f_e(1) \right] = 225$$

نسبة الطاقة المفقودة تساوي
$$15\% = 100$$
× $(225 - 1)$ و نسبة الطاقة المحتفظ بها تساوي $15\% = 100$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة: تطبيقات التكامل /// الدرس الثاني: الحجم (شرائح وحلقات)

الحجوم محمد عمر الخطيب الدورانية







محمد عمر الخ المقطعية (التقطيع)

- مساحة المقطع A(x) معلوم (1)
- $V = \int A(x) dx$
- كن معنوم لكن A(x) غير معنوم لكن (2) المقطع معلوم (مربع ،دانرة،...)ومحدود بدالتين
 - (أ) مريع ، طول ضلعه

$$s = f(x) - g(x) \Longrightarrow A(x) = s^2$$

(ب) دائرة ، نصف قطرها

$$r = \frac{f(x) - g(x)}{2} \Longrightarrow A(x) = \pi r^2$$

مد عمر الحطيب (ج) مثلث متساوي الأضلاع ،طول ضلعه

$$l = f(x) - g(x) \Longrightarrow A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$$

(ج) <u>مريعات ، طول</u> قطرها

$$d = f(x) - g(x) \Rightarrow A(x) = \frac{1}{2}d^{2}$$

$$A(x) = \frac{1}{2}d^{2}$$

$$A($$

المكامل dx

الشريحة توازي محور الدوران

اصداف

	x = 0 ø y s	(1) الدوران حول محور
	$V = 2\pi \int_{a}^{b} r h dx$	r = x $h = f(x) - g(x)$
یہ	د محمد عمر الخط	(2) الدوران حول الحو
	$V = 2\pi \int_{a}^{b} r h dx$	r = l - x $h = f(x) - g(x)$

y = 0 le χ le χ le χ $V = \pi \int_{0}^{b} r_o^2 - r_i^2 dx \qquad \begin{vmatrix} r_o = f(x) \\ r_i = g(x) \end{vmatrix}$ $V = \pi \int_{0}^{b} r_o^2 - r_i^2 dx \qquad \begin{cases} r_o = f(x) - k \\ r_i = g(x) - k \end{cases}$

الشريجة عمودية على محور الدوران

اقراص وحلقات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

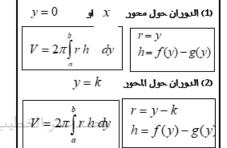
المكامل dy

الشريحة توازي محور الدوران

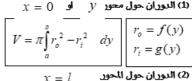
الشريحة عمودية على محور الدوران

اقراص وحلقات

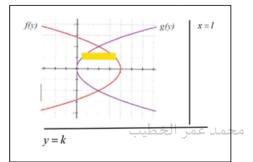
اصداف حمد عمر الخطي



x=0 الدوران حول محور y او (1)



 $V = \pi \int_{a}^{b} \frac{r^{2} - r^{2}}{r^{2}} dy \qquad r_{0} = l - f(y)$



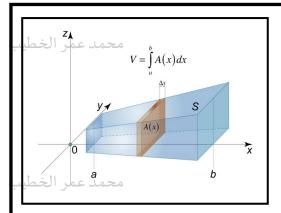
ملاحظة: عندما يكون المقطع العرضي هو دائرة فإن الحجم المقطعي هو نفسه حجم دوراني

محمد عمر الخطيب

عمد عمر الخطيب محمد عمر الخطي

اولاً: الحجوم باستخدام المقاطع العرضية (التّقطيع أو الشرائح)

الحالة الأولى: مساحة المقطع معلوم



A(x) هي العرضي العرضي الخطيب الخلال الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخلال الخطيب الم الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب

حيث $a \le x \le b$ فان حجم المجسم تعطى بالتكامل

حمد عمر الخطيب

 $0 \le x \le 1$ حيث A(x) = 4x حيث المجسم الذي مقطعه العرضي (1)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $0 \le x \le 10$ حيث A(x) = 10محمد عمر الخطيب (2) أوجد احجم المجسم الذي مقطعه العرضي ملاء عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

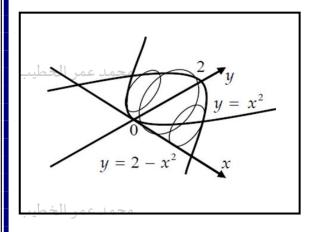
محمد عمر الخطيب

(3) أوجد حجم الهرم الذي مقطعه العرضي مربع مساحته $A(x) = \frac{4}{25}(10-x)^2$ وارتفاعه 10 متر محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمل عبد الخطيب الحالة الثانية : <u>مساحة المقطع</u> غير معلومة (لكن <u>المقطع</u> معلوم و محدد بدالتين)



أوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين

م x = 2 الخطيب $y = 2 - x^2$ عمر الخطيب $x \le 1$ ، $y = 2 - x^2$

في الحالات التالية:

X محور القاطع عرضية $\frac{1}{2}$ متعامدة على محور

محمد عمر الخطيب

x بالمقاطع عرضية مربعة متعامدة على محور (ب)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيد أوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين $y=x^2$ و $y=1 \le x \le 1$ ، $y=2-x^2$ في الحالات التالية: (أ) المقاطع عرضية نصف دائرة متعامدة على محور Xمحمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب x محمد عمر الخطيب (ب) المقاطع عرضية مثلثة متساوية الأضلاع متعامدة على محور xمحمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب X محور على محور (ج) المقاطع عرضية مربعات اقطارها متعامدة على محور محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (1) أوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين $0 \le x \le \pi$, y = 0, $y = 2\sqrt{\sin x}$ X والمقاطع العرضية هي مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على محور محمد عمر الخطيب (2) اوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين $-1 \le x \le 1$, $y = \sqrt{1 - x^2}$, $y = -\sqrt{1 - x^2}$ x محور الخطيب معروبية هي مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على محور xمحمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $0 \le x \le \ln 5$ ، y = 0 ، $y = e^{-2x}$ الجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين (3) x والمقاطع العرضية هي مريعات متعامدة على محور

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين

x ومحور x والمقاطع العرضية هي مربعات متعامدة على محور

y ومحور x والمقاطع العرضية هي مربعات متعامدة على محور

$$0 \le x \le \pi/4$$
 , $y = 0$, $y = \sec x$

x والمقاطع العرضية هي مستطيلات عرضها بين الدائتين وطولها ضعف عرضها متعامدة على محور

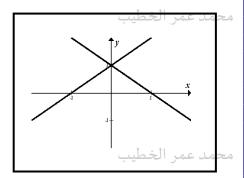
محمد عمر الخطيب

y=-x+1 و y=x+1 وجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين

يفضل استخدام التماثل

محمد عم الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

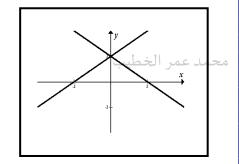
y = -x + 1 وجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين y = x + 1 و

لا يفضل استخدام التماثل لان

الجزء الايمن يصبح مستطيل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



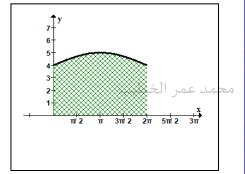
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إناء فخاري مقاطعه عرضية دائرية نصف قطرها $\frac{x}{2}$ $4+\sin\frac{x}{2}$ أوجد حجم الإناء

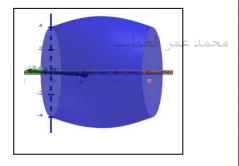
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

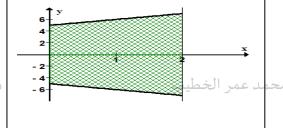
محمد عمر الخطيب

(2) اوجد حجم بركة للسباحة تم مشاهدتها من مكان مرتفع، فكانت على شكل إطار محدود بالمعادلتين

محمد عمر الخطيب

x+4 حيث $y=\pm(x+5)$ وعمقها معطى بالدالة $y=\pm(x+5)$

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

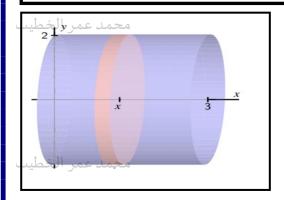


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الحالة الثالثة: مساحة المقطع غير معلومة و المقطع غير معلوم

ملاحظة مهمة : يجب أن تكون المقاطع A(x) متشابهة (وممكن أن تكون متطابقة ولكن ليس شرط) في اتجاه واحد (ويكون هو المكامل)



م(1) الشكل المجاور يمثل اسطوانة نصف قطرها 2 وارتفاعها 3 اكتب التكامل الذي يمثل حجمها ثم جد قيمة الحجم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مساحة المقطع ثابت... وهو دائرة

م(2) الشكل المجاور يمثل خيمة على شكل منشور، الخطيب

اكتب التكامل الذي يمثل حجمها ثم جد قيمة الحجم

50 in 80 in محمد عمر الخطيب

40 in

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مساحة المقطع ثابت... وهو مثلث

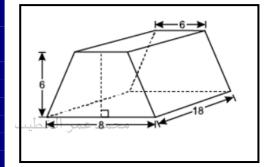
محمل عمد الخطيب

(3) الشكل المجاور يمثل بيت على شكل منشور،

اكتب التكامل الذي يمثل حجمه ثم جد قيمة الحجم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



مساحة المقطع .ثابت وهو شبه منحرف

محمد عمر الخطيب

أوجد حجم الهرم الذي قاعدته مربعة الشكل، وطول ضلع قاعدته 180متر وارتفاعه 100 متر

باستخدام التكامل

ملاحظة :إذا كان السؤال اختيار من متعدد نستخدم قانون حجم الهرم: وهو ثلث مساحة القاعدة ضرب الارتفاع

يمكن استخدام القانون L=180 طول قاعدة الهرم $V=\int\limits_{-L}^{H}(L-\frac{L}{H}x)^2\;dx$ عيث $V=\int\limits_{-L}^{H}(L-\frac{L}{H}x)^2\;dx$ عيث استخدام القانون عن استخدام القانون المتخدام القانون عن المتخدام القانون المتخدام القانون المتخدام القانون المتخدام القانون المتخدام ال

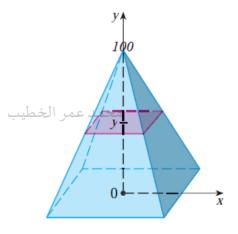
ملاحظة: يتشكل الهرم من تجميع مقاطع عرضية وهي مربعات (متعامدة على محور y

dy لذلك يجب أن يكون المكامل y في اتجاة المحور

 ${\mathcal Y}$ ونجد مساحة المربع عند اي ارتفاع بدلالة ${\mathcal Y}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

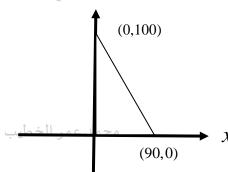


حمد عمر الخطيب

محكد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

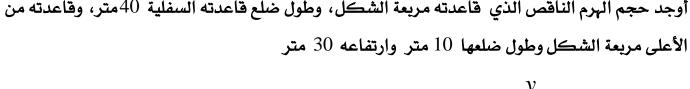


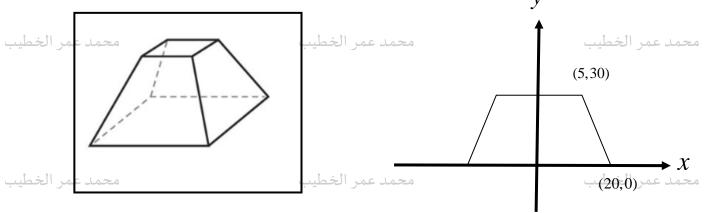
محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب





محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

راً) أثبت أن حجم الماء في الخزان الكروي الذي نصف قطره 10m وارتفاعه الماء h يعطى بالعلاقة 10m

$$v(h) = 10\pi h^2 - \frac{1}{3}\pi h^3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

عمق الماء في اي محم الخطيب Xلحظه هو

من فيثاغورس

X نجد العلاقة بين T و

$$r^{2} + (10 - x)^{2} = 100$$
 $r^{2} + 100 - 2x + x^{2} = 100$
 $r^{2} = 20x - x^{2}$

محمد عمر الخطيب

R هذه العلاقة صحيحة في الدائرة التى نصف قطرها

$$r^2 = 2Rx - x^2$$

عمد عمر الخطيب

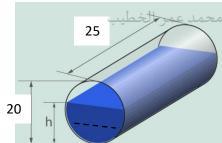
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اكتب التكامل الذي يمثل حجم الماء في الخزان الاسطواني القائم كما في الشكل المجاور الذي h نصف قطرها 10m وارتفاعها 25m وارتفاع الماء

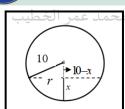
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



 $r^2 = 2Rx - x^2$

مدعم الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمدعم الخطي

ثانياً: الحجوم الدورانية: الأقراص (الحلقات) والأصداف

الشريحة عمودية على محور الدوران

الأقراص (الحلقات)

الحجوم الدورانية

الشريحة توازي محور الدوران

الأصداف

ملاحظة: عندما يكون حجم المجسم ناتج عن دوران مساحة المنطقة R المحصورة بدالة مع أحد المحاور فإننا نستخدم <u>الأقراص</u> أما إذا كانت المساحة محصورة وليست مع محور الدوران فإننا نستخدم <u>الحلقات</u> .

الشريحة عمودية على محور الدوران

الاقراص

ملاحظة (1) إذا كان الدوران حول محور السينات فإن سمك القرص الدائري سيكون المكامل (dx)

محمد عمر (2) إذاكان الدوران حول محور الصادات فإن سلمك القرص الدائري سيكون المكامل (dy).

(x) الحالة الأولى: الدوران حول محور السينات

إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى $f(x) \geq 0$ ومحور السينات

والمستقماين a = a, x = b حول محور السينات عرب بالتكامل بالتكامل

$$v = \int_{a}^{b} A \, dx =$$

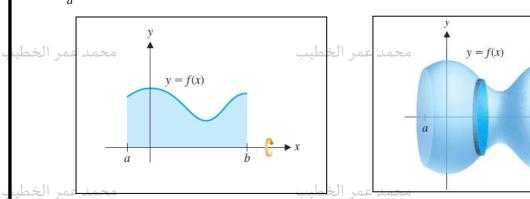
$$\int_{a}^{b} \pi r^{2} \, dx$$

$$= \pi \int_{a}^{b} (f(x))^{2} \, dx$$

مساحة القرص الدائري

$$A = \pi r^2 = \pi y^2 = \pi \left[f(x) \right]^2$$

dx سمك القرص الدائري



الحلقات (المجسمات المجوفة)

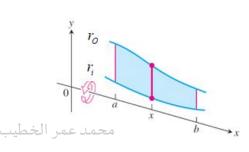
 $f(x) \geq g(x)$ حيث f(x), g(x) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنيين

والمستقمين x=a, x=b حول محود x=a بالتكامل

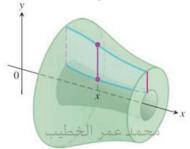
محمد عمر الخطي

$$v = \pi \int_{a}^{b} ([f(x)]^{2} - [g(x)]^{2}) dx$$

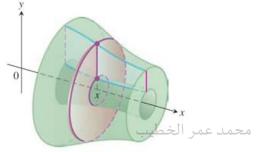
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



 $v = \pi \int (r_O^2 - r_I^2) \, dx$ محمد عمر الخطيب

نستخدم هذا القانون (أفضل)

مدعم الخطيب

حيث

نصف قطر الدوران الخارجي (بعد الدالة الخارجية عن محور الدوران) نصف قطر الدوران الخارجي (بعد الدالة الخارجية عن محور الدوران)

و عمر r_{μ} نصف قطر الدوران الداخلي (بعد الدالة الداخلية عن محور الدوران)

محمد عمر الخطيا

محمد عمر الخطيه

محمد عمر الخطيا

ملاحظة مهمة قبل البدأ بالحل:

إذا كانت الطريقة محددة وهي (أقراص /حلقات) ومحور الدوران محدد

فان الشريحة (الارتفاع) يجب أن يتم اختيارها بحيث تعامد محور الدوران

ملاحظة مهمة: إذا كان محور الدوران هو نفسه محور التماثل للشكل، فإنه يكفي تدوير نصف

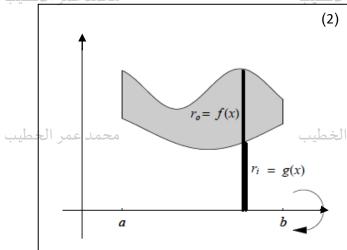
المنحنى وليس المنحنى كامل

dx حالات نصف القطر الداخلي والخارجي مع محاور الدوران والمكامل عمد حالات نصف القطر الداخلي والخارجي مع

$$v = \pi \int_{a}^{b} r_o^2 - r_i^2 \qquad dx$$

هذه الحالات ليست حفظ

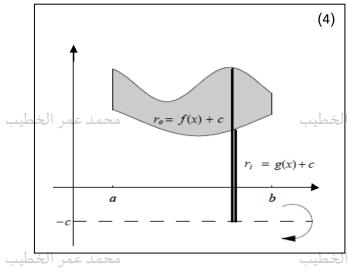
محمد عمر الخطيب

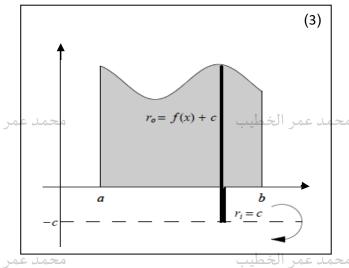


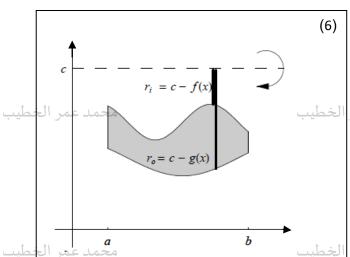
(1) $r_{o} = f(x)$ a b $r_{i} = 0$

محمد عمر الخطيب

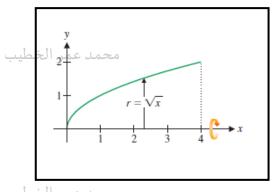
محمد عمر الخطيب







محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيد (1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة x=0 المحصورة بالمنحنى y=0 والمستقيم y=0 على الفترة [0,4] حول محور x بطريقة الأقراص



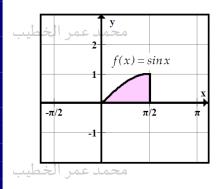
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة مهمة... قبل البدأ بالحل: لاحظ أن الطريقة محددة وهي اقراص /حلقات، ومحور الدوران محدد وهو (dx) فإن الشريحة يجب أن يتم اختيارها بحيث تعامد محور الدوران فيكون (dx) وهو المكامل

محمد عمر الخطيب



2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة $\frac{2}{2}$ y = 0 والمستقيم $f(x) = \sin x$ بالدالة على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ حول محور x بطريقة الأقراص

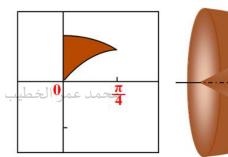
محمد عمر الخطيب

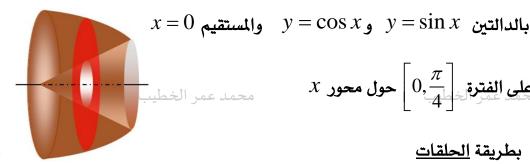
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحسورة

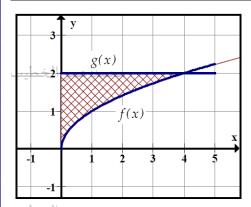




x على الفترة $0, \frac{\pi}{4}$ حول محور

بطريقة الحلقات

محمد عمر الخطيب



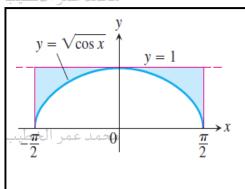
R أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

المحصورة البالدالتين $y=\sqrt{x}$ و والمستقيم y=yالخطيب

x = 0 والمستقيم

حول محور X بطريقة الحلقات

محمد عمر الخطيب



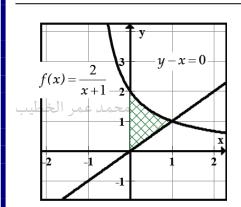
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب R (1) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R

$$y=1$$
 والمستقيم $y=\sqrt{\cos x}$ المحصورة بالدالة

على الفترة
$$\begin{bmatrix} -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$$
 حول محور x بطريقة الحلقات المعادية على الفترة حول محور x

محمد عمر الخطيب



R اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R

y = xوالمستقيم $y = \frac{2}{x+1}$ والمستقيم ورة بالدالة

والمستقيم x = 0 حول محور x بطريقة الحلقات

محمد عمر الخطيب

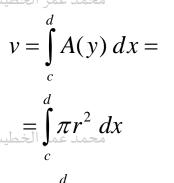
أن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى $g(y) \geq 0$ ومحور والمستقمين

حول محور y = c, y = d

محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب



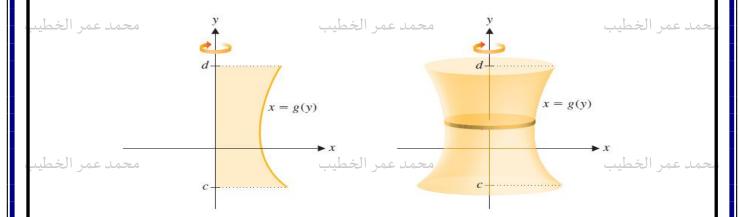
 $=\pi \int [g(y)]^2 dy$

محمد عمر الخطيب

مساحة القرص الدائري

$$A = \pi r^2 = \pi x^2 = \pi [g(y)]^2$$

dy سمك القرص الدائري



إنّ حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بمنحنى الدالتين g(y) و ويث

والمستقمين
$$y = c, y = d$$
 والمستقمين $f(y) \ge g(y)$

محمد عمر الخطيب

$$v = \int_{c}^{d} A(y) dy$$

$$= \pi \int_{c}^{d} r_{o}^{2} - r_{i}^{2} dy$$

$$= \pi \int_{c}^{d} [f(y)]^{2} - [g(y)]^{2} dy$$

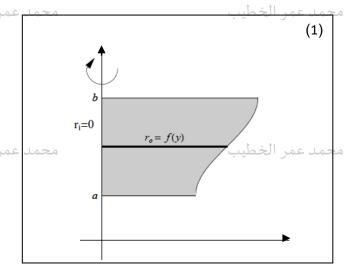
محمد عمر الخطيب

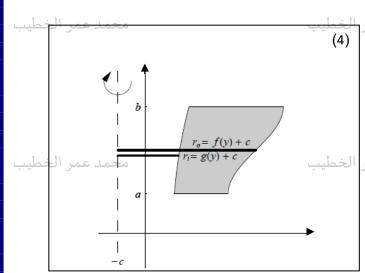
محمد عمر الخطيب

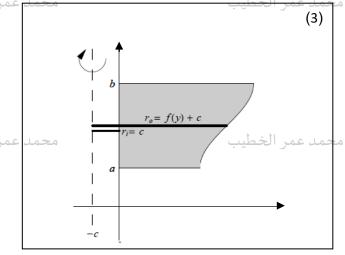
حالات نصف القطر الداخلي والخارجي مع محاور الدوران والمكامل طي

$$v = \pi \int_{a}^{b} r_o^2 - r_i^2 \qquad dy$$

هذه الحالات ليست حفظ

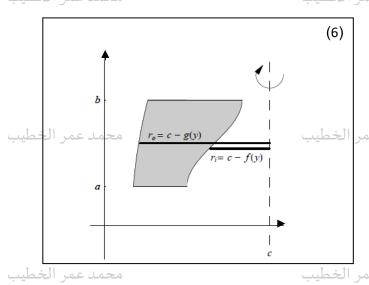


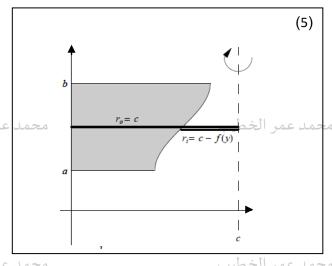


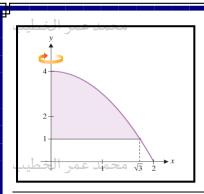


محمد عمد الخطيب

محمد عمر الخطيب







(1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

$$y=1$$
 بالمنحنى $y=4-x^2$ والمستقيم و $y=4-x^2$

حول محور y بطريقة <u>الأقراص</u>

محمد عمر الخطيب

ملاحظة مهمة قبل البدأ بالحل: لاحظ أن الطريقة محددة وهي أقراص / الحلقات، ومحور الدوران (dy) فان الشريحة يجب أن يتم اختيارها بحيث $\frac{1}{2}$ محدد وهو (y) فان الشريحة يجب أن يتم اختيارها بحيث

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى

$$y=4$$
 والمستقيم $y=1$ والمستقيم $y=\frac{2}{x}$

محمد عمر الخطيب

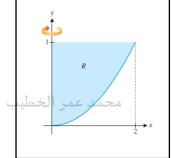
حول محور الإلبطريقة الأقراص

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى

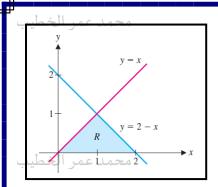


x=0 والمستقيم y=1 والمستقيم $y=\frac{1}{4}x^2$

محمد عمر الخطيب حول محور لا بطريقة الأقراص

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



لمحصورة R أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

y بالستقيم y=0 و y=x و المحور y=2-x

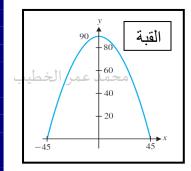
بطريقة الحلقات

محمد عمر الخطيب

$$y = -\frac{2}{45}x^2 + 90$$

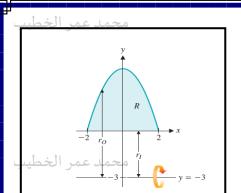
 $y = -\frac{2}{45}x^2 + 90$ إذا كان شكل القبة يتكون من تدويرالمساحة المحصورة بالمنحنى (2)

ومحور السينات حول محور y ، أوجد حجم هذه القبة بطريقة الأقراص



ملاحظة مهمة: إذا كان محور الدوران هو نفسته محور التماثل للشكل فإنه يكفي تدوير نصف المنحنى وليس المنحنى كامل

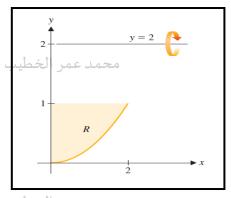
محمد عمر الخطيب



مرود الخطيب الحالة الثالثة: الدوران حول مستقيم أفقي أو رأسي

(1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى

ومحور
$$x$$
 حول المستقيم $y=-3$ بطريقة الحلقات $y=4-x^2$ محمد عمر الخطيب



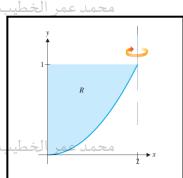
محمد عمر الخطيب

(2) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

محمد عمر الخطيل $y = \frac{1}{4}$ و المستقيم y = 1 و محور $y = \frac{1}{4}$

حول المستقيم y=2 بطريقة الحلقات

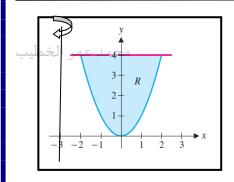
محمد عمر الخطيب



R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R

$$y$$
 ومحور $y=1$ والمستقيم $y=\frac{1}{4}x^2$ ومحور المحصورة بالمنحنى

حول المستقيم x=2 بطريقة الحلقات محمد عمر الخطيب



R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

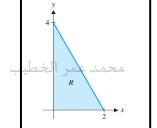
المحصورة بالمنحنى $y=x^2$ المستقيم y=4حول المستقيم x = -3 بطريقة الحلقات

محمد عمر الخطيب



R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

المحصورة بالمستقيم y = 4 - 2x والمحورين



محمد عمر الخطيب

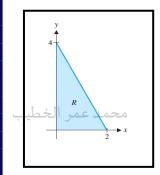
(1) حول محور x محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

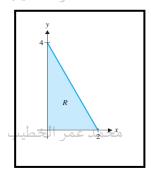
y حول محور (2)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

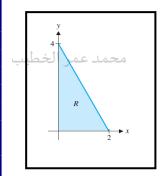
y=4 حول المستقيم (3)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

x = -2 حول لمستقيم (4)

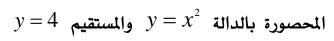
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطيب

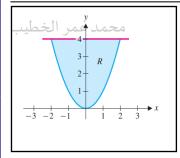
R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة



X was to (1)

محمد عمر الخطيب

X **حول محور** (1) حمد عمر الخطيب



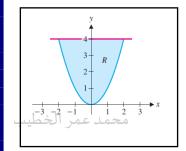
محمد عمر الخطيب

y=4مروریب (2) حول ماحوریب

محمد عمر الخطيب

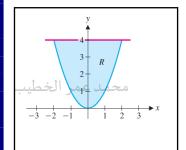
محمد عمر الخطيب

y = -2 عمر الخطيب (3) حول محور



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



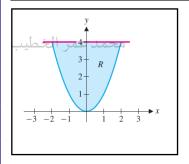
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y حول محور (4)

محمد عمر الخطيب

x = -4 حول محور (5) حمد عمر الخطب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

48

محمد عم الخطب

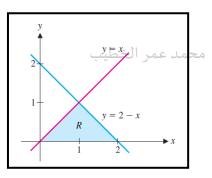
محمد عمر الخطي

R النطقة عن دوران المنطقة الكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

$$y$$
 و المحورة بالمستقيم $y=2-x$ و المستقيم $y=0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

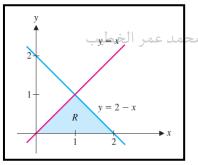
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=3 و y=0 و y=x حول المحور y=2-x و المحورة بالمستقيم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

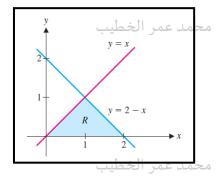
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x و المحصورة بالمستقيم y=2-x و المستقيم y=0

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

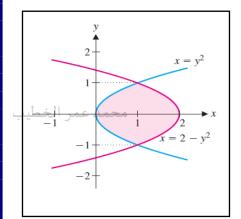
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

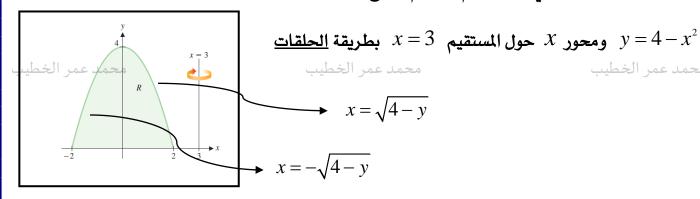
(x=0) y

R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة R



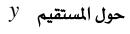
محمد عمر الخطيب

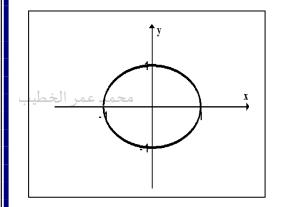
(2) اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيد $x^2+y^2=1$

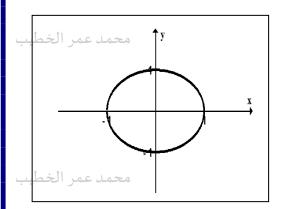




محمد عمر الخطيب

$x^2 + y^2 = 1$ اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالمنحنى (2)

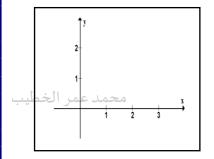
y=2 حول المستقيم



محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر y=0 و y=0 و y=0 و y=0

X حول محور (1)

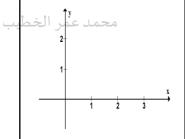


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y حول محور (2)



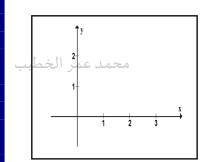
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

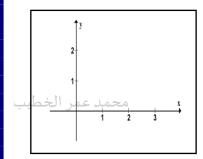
y = 3 حول المستقيم (3)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=3 حول المستقيم (4)



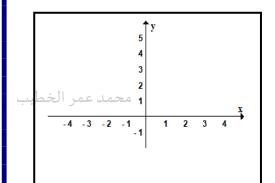
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

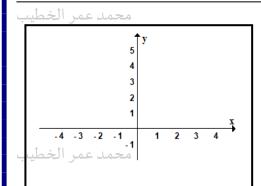
محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة x=2 المحصورة بالمنحنى $y=x^2$ والمستقيم y=0



x حول محور (1)

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (2) حول محور y

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

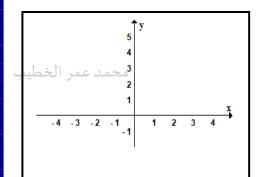


محمد عمر الخطيب

y = 4 حول الستقيم (3)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

x = 2 حول المستقيم (4)

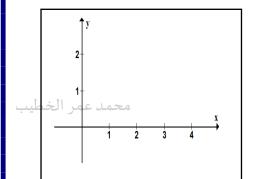
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

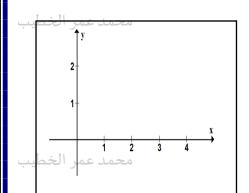
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطي الخطي محمد عمر الخطي المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بالمنحنى $y=\sqrt{x}$ و y=0

X عول محور (1)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

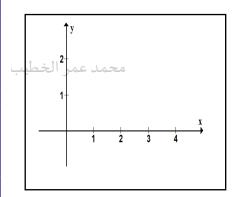


محمد عمر الخطيب

y حول محور (2) حول محور (2)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

y = 2 حول المستقيم (3)

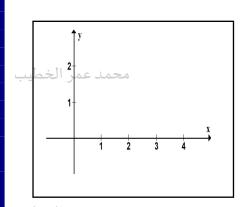
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=4 حول المستقيم (4)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

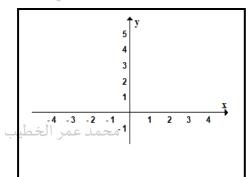
محمد عمر الخطيب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمستقيم y=4 والمستقيم x=0

$$y = \frac{1}{4}x^2$$
 و المنحنى

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

X حول محور (1)

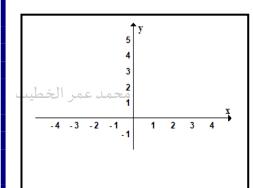


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

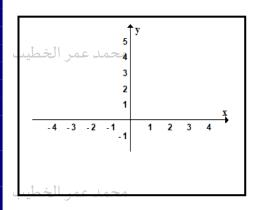
محمد عمر الخطيب

$$y=5$$
 حول المستقيم (2)



محمد عمر الخطيب

y حول محور (3)



محمد عمر الخطيب

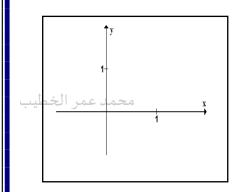
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $y=4-x^2$ المحصورة بالمنحنى R أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة y محور (1) محمد عمر الخطيب y = -3 حول المستقيم (2) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب y = 5 حول الستقيم (3) محمد عمر الخطيب -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطي محمد عمر الخطيب x = 3 حول المستقيم (4) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيم محمد عمر الخطي y=1-y=0 والمستقيم وجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة p=1 المحصورة بالمنحنى $p=4-x^2$ X عول محور (1) محمد عمر الخطيب y حول محور (2) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

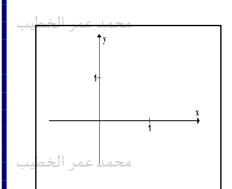
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحدودة بالمنحنى y=x و y=x



X حول محور (1)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

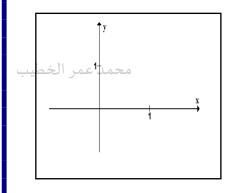


محمد عمر الخطيب

y = 1 حول محور (2)

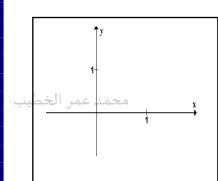
محمد عمر الخطيب

y = -1 حول محور (3)



محمد عمر الخطيب

y حول محور (4)



محمد عمر الخطيب

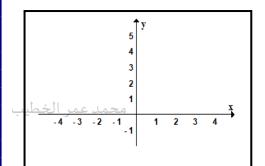
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد $y=x^2$ و $y=4-x^2$ و $y=4-x^2$ و $y=4-x^2$ و $y=4-x^2$

X حول محور

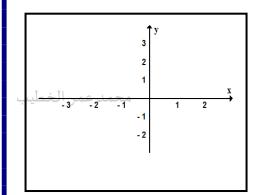


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y = x + 2 المحصورة المستقيم (2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

$$y=-2$$
 و $y=-x-2$ و $y=-x-2$ و والمستقيم



محمد عمر الخطيب

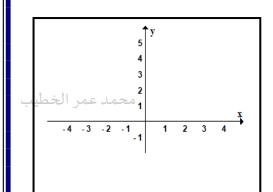
(3) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة المستقيم y=x+2 والمستقيم

$$x=-2$$
 و $x=0$ و $y=-x-2$

محمد عمر الخطيب

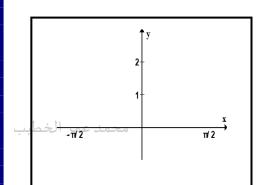
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب x=2 ، x=0 ، y=0 و $y=e^x$ و y=0 (1)

$$y = -2$$
 حول محور



محمد عمر الخطيب

و $y = \sec x$ و y = 0 و $y = \sec x$ و ران المنطقة المحصورة بالمنحنى $y = \sec x$ و الخطيب



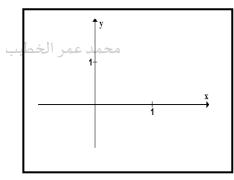
 $x = \frac{\pi}{4}$ ، $x = \frac{-\pi}{4}$

محمد عمر الخطيب

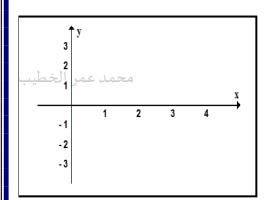
محمد عمر الخطب

x=1، y=0 و $y=\sqrt{\frac{x}{x^2+2}}$ و (1) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بالمنحنى

X حول محور



محمد عمر الخطيب



R اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة R

[1,e] والمستقيم y=0 على الفترة $y=\ln x$

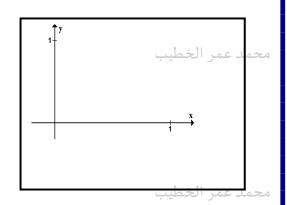
y حول

محمد عمر الخطيب

يمثل كُل من التكاملات التالية حجم مجسم بطريقة الاقراص والحلقات، ارسم المنطقة R التي تمثل الحجم وحدد محور الدوران الذي ينتج عنه المجسم

$$(1) \int_0^1 \pi \left[(\sqrt{x})^2 - (x^2)^2 \right] dx$$
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

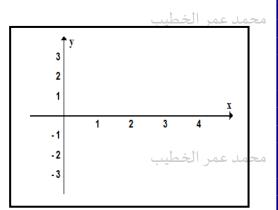


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (2) $\int_0^2 \pi (4 - y^2)^2 dy$

محمد عمر الخطيب

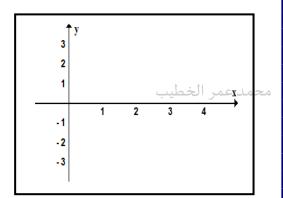


محمد عمر الخطيب

(3)
$$\pi \int_0^2 (1)^2 - (\frac{1}{2}y)^2 dy$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

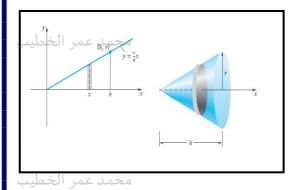
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $v=\pi r^2 h$ محمد عمر الخطيب r وارتفاعها h هو $r=\pi r^2 h$ هو (1) اثبت أن حجم الاسطوانة التي نصف قطر قاعدتها

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(2) يتشكل المخروط القائم الذي نصف قطر قاعدة محمد عمر الخطيب

 $y = \frac{r}{\iota} x$ وارتفاعه h من تدوير المستقيم الذي معادلته h

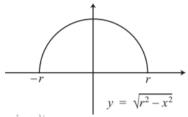
 $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ حول المحور x أثبت أن حجم المخروط هو حمد x محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

م(3) تتشكل الكرة التي نصف قطرها r من تدوير والجزء العلوي من معادلة الدائرة $r^2 = r^2$ عمل عليه المائرة x^2



 $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ حول المحور x أثبت أن حجم الكرة هو

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة: تطبيقات التكامل /// الدرس الثالث: الأحجام بالأصداف

الشريحة توازي محور الدوران

الحجوم الدورانية (الأصداف)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب الحالة الأولى: الدوران على محور الصادات (y)

إنّ حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى $f(x) \geq 0$ ومحور x والمستقمين

حول محور y بطريقة الأصداف هو x=a,x=b

محمد عمر الخطيه

 $v = 2\pi \int_{a}^{b} r h \, dx =$

 $\int_{a}^{b} 2\pi \ x \ f(x) \ dx$

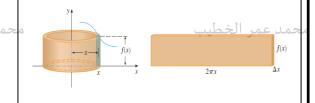
نصف القطرمحمد عمر الخطي

الشماكة خطيب الارتفاع

وهو بعد الشريحة

عن محور الدوران

هو البعد بين الدالتيين المكامل

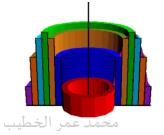


محمد عمر الحطيب

ملاحظة مهمة قبل البدأ بالحل:

إذا كانت الطريقة محددة وهي أصداف، ومحور الدوران محدد،

فإن الشريحة (الارتفاع) يجب أن يتم اختيارها بحيث <u>توازي</u> محور الدوران



- (1) إذا كان الدوران حول محور الصادات فإن السماكة تكون من (x) و سيكون المكامل (x)
- (dy) الدوران حول محور السينات فإن السماكة تكون من (y) و سيكون المكامل (2)

محمد عمر الخطيب

- محمد عمر الخطيب (3) يكون نصف القطر هو البعد بين الشريحة ومحور الدوران
 - (4) يكون الارتفاع هو البعد بين الدالتيين

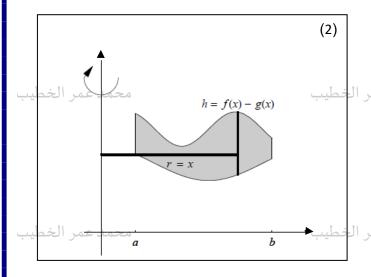
محمد عمر الخطيب

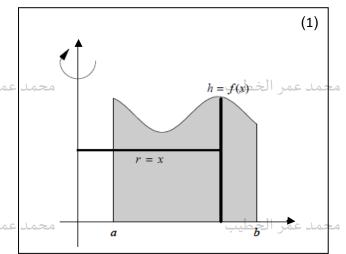
محمد عمر الخطيب

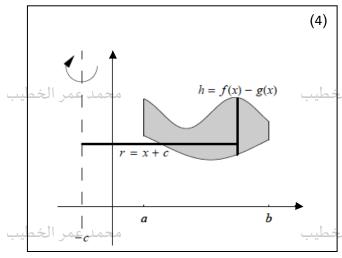
حالات نصف القطر والأرتفاع مع محاور الدوران والمكامل مع

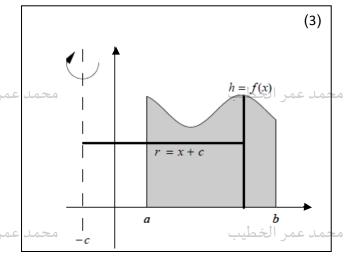
$$v = 2\pi \int_{a}^{b} r h \qquad dx$$

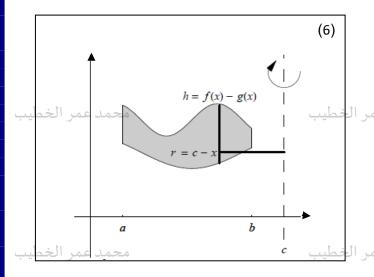
ل عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب المعمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب المعمد عمر الخطيب المعمد عمر المعمد المعمد عمر المعمد المعمد عمر المعمد المعمد عمر المعمد المعم

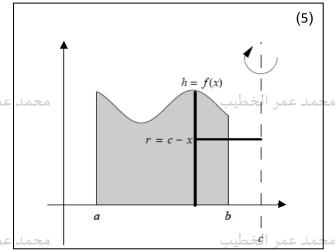












 $2x^2 - x^3$

R أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

y=0 والمستقيم $y=2x^2-x^3$ المحصورة بالمنحنى

حول محور y بطريقة <u>الأصداف</u> حمد عمر الخطيب

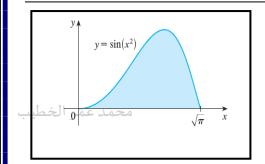
محمد عمر الخطيب

ملاحظة مهمة قبل البدأ بالحل: لاحظ أن الطريقة محددة وهي الأصداف، ومحور الدوران محدد وهو (y)فان الشريحة (الارتفاع) يجب أن يتم اختيارها بحيث توازي محور الدوران فتكون (dx) وهو المكامل

محمد عمر الخطيب

لايمكن محمد عمر الخطيب

محاول إيجاد الحجم بطريقة الحلقات ... ماذا تلاحظه الخطيب



R أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

y = 0 والمستقيم $y = \sin x^2$ المحصورة بالمنحنى محمد عمر الخطيب حول محور y بطريقة <u>الأصداف</u> محمد عمر الخطيب

لا يمكن

حاول إيجاد الحجم بطريقة الحلقات ... ماذا تلاحظ؟

 $y = e^{-x^2}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $y=e^{-x^2}$ ومحور x على الفترة (1) ظلل المنطقة المحصورة بالمنحنى

R ثم أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة $\left[0,1\right]$ حول محور y بطريقة \underline{N} بطريقة

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

محمد عمر الخطيب

y = x والمستقيم $y = x^2$

حول محور y بطريقة <u>الأصداف</u>

محمد عمر الخطيب

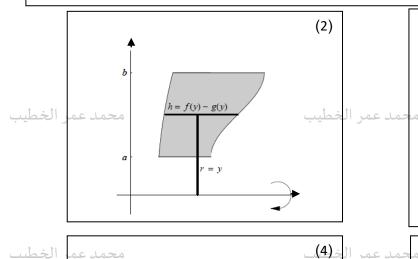
محمد عمر الخطيب الدوران حول محور السينات (x) الحالة الثانية:

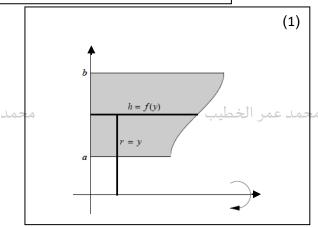
$f(y) \ge g(y)$ حيث g, f حيث R المحصورة بالمنحنيين وران المنطقة x المحصورة بالمنحنيين y = a, y = b والمستقمين والمستقمين y = a, y = b

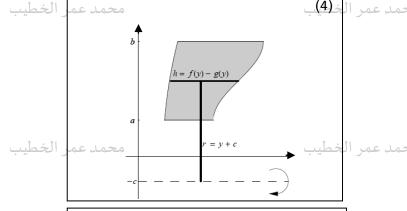
$$v = \int_{a}^{b} 2\pi y [f(y) - g(y)] dy = 2\pi \int_{a}^{b} rh dy$$

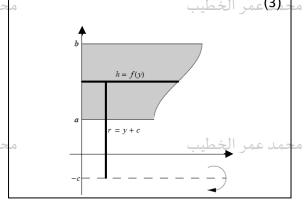
حالات نصف القطر والارتفاع مع محاور الدوران والمكامل ط

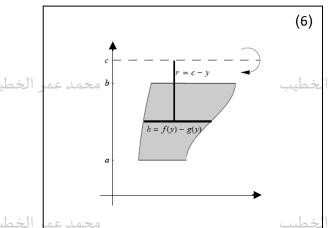
محمد عمر الخطير القطر القطر العامم r=c وممكن أن تكون r=c عمر الخطب محمد عمر الخطب القطر r=c

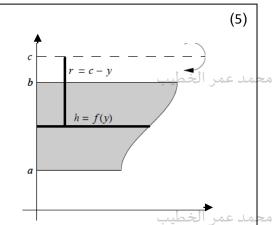


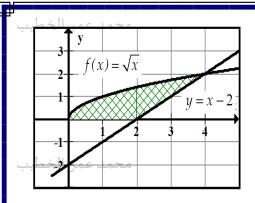










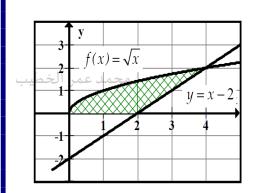


محمد عمر الخطيب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

$$y=0$$
 والمستقيم $y=x-2$ والمستقيم $y=\sqrt{x}$

حول محور X بطريقة الأصداف

محمد عمر الخطيب

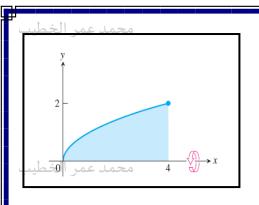


هل يمكن حل السؤال بطريقة الحلقات؟ وأيهما أسهل؟ (الأصداف أسهل لوجود تجزئة مساحة في حالة الحلقات)

محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

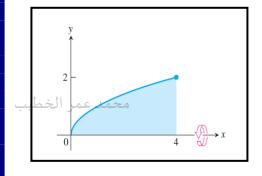


(1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحسورة

$$x$$
 بالمنحنى $y=\sqrt{x}$ والمستقيم $y=\sqrt{x}$

حول محور X بطريقة الأصداف

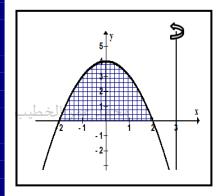
محمد عمر الخطيب



(2) حل السؤال السابق بطريقة الأقراص، وحدد أيهما أسهل؟

محمد عمر الخطيب

x ألحالة الثالثة: الدوران حول محور يوازي محور السينات x أو يوازي محور الصادات x



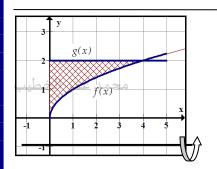
(1) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى

$$x$$
 ومحور $y=4-x^2$

محمد عمر الخطيب

x ومحور $y = 4 - x^2$ محمد عمر الخطيب محول المستقيم x = 3 بطريقة الأصداف

محمد عمر الخطيب



(2) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

مبالدالة رx والمستقيم y=2 ومحورء الخطيب

حول المستقيم y=-1 بطريقة الأصداف

محمد عمر الخطيب

الطريقة الأفضل (الأقراص / الحلقات أم الأصداف)

خطوات إيجاد الحجوم الدورانية بالطريقة الأفضل والأسهل:

ارسم الداوال المنطقة على المنطقة عدد محول الداوران المنطقة وحدد المكامل المنطقة المكامل المكام

الاولوية للمكامل المكتوبه فيه الدالة ولا يعمل تجزئه مساحة) dy أو dy

حدد الطريقة (أقراص / حلقات أم أصداف) حسب التوازي والتعامد 🕳 🕳 أوجد حدود

التكامل (نقاط التقاطع) 🕳 كامل 🕳 عوض الحدود لإيجاد الحجم

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

dy حالات استخدام المكامل

يفضل إذا كانت المساحة مع dx تحتاج إلى تجزئة (2)

(1) إجباري إذا كانت الخيارات كلها في dy

(4) إذا كانت الدالة او المعادلة مكتوبة بدلالة y محمد عمر الخطيب

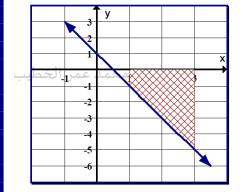
(3) يفضل إذا كان الارتفاع بين نفس العلاقة

وا کان التکامل مع dx صعب (5)

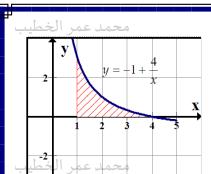
R اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

المحصورة بالستقيم y=-2x+1 ومحور x

X على الفترة [1,3] حول محور



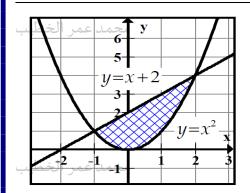
محمد عمر الخطيب



(1) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

$$y$$
 بالدالة $y=-1+rac{4}{x}$ ومحور x على الفترة

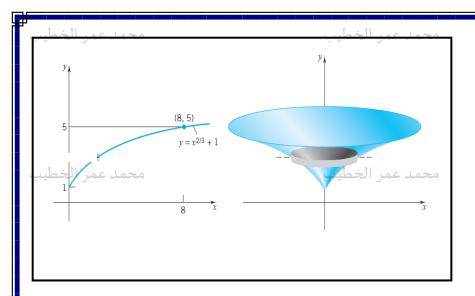
محمد عمر الخطيب



هر2) اوجد احجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

x بالدالة y=x+2 والمستقيم $y=x^2$ حول محور

محمد عمر الخطيب



ر1) اوجد حجم المجسم الناتج

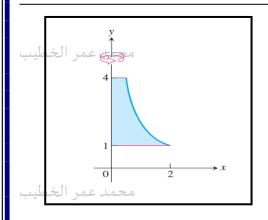
عن دوران المنطقة R المحصورة

$$y = x^{\frac{2}{3}} + 1$$

x = 0 و المستقيم y = 5

حول محور *y*

محمد عمر الخطيب

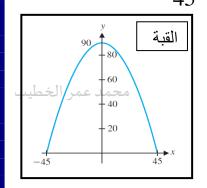


(2) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة محمد عمر الخطيب

y=4 بالمنحنى y=1 والمستقيم $y=\frac{2}{x}$ ومحور y=4 محور y=4 محور y=4

محمد عمر الخطيب

$$x$$
 ومحور $y = -\frac{2}{45}x^2 + 90$ اذا كان شكل القبة يتكون من تدويرالمساحة المحصورة بالمنحنى



حول محور y أوجد حجم هذه القبة (حل بالأقراص والأصداف)

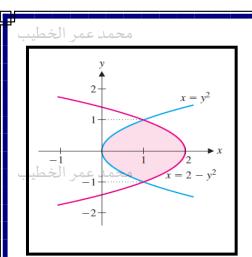
معمد عمر الخطيب محور الدوران هو نفسه محور التماثل ملاحظة مهمة : إذا كان محور الدوران هو نفسه محور التماثل

للشكل فإنه يكفي تدوير نصف المنحنى وليس المنحنى كامل

محمد عمر الخطيب

طريقة ثانية للسؤال: إذا كان شكل القبة يتكون من مقاطع عرضية دائرية متعامدة على محور y الخطيب وقطرها محدود بالمنحى $y=-\frac{2}{45}x^2+90$ حيث $y=-\frac{2}{45}x^2+90$ فاوجد حجم القبة

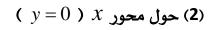
محمد عمر الخطيب

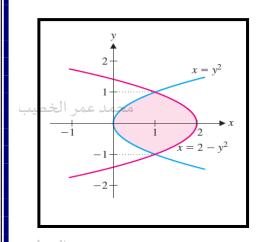


محمد عمر الخطيب معدد عمر الخطيب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة R

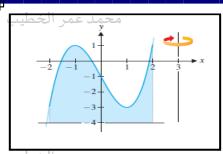
(
$$x = 0$$
) y حول محور (1)

محمد عمر الخطيب





محمد عمر الخطيب



محمد عمر الحطيب (1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران

 $y = x^3 - 3x - 1$ المحصورة بالمنحنى R المحصورة المنطقة

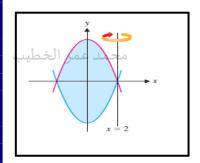
x=3 والمستقيم y=-4 حول المستقيم y=-4 على الفترة y=-4 حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

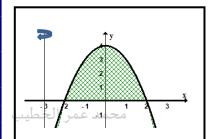
(2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران

محمد عمر الخطيب

 $y = 4 - x^2$ المحصورة بالمنحنى R المحصورة

$$x=2$$
 حول المستقيم $y=x^2-4$ والمنحنى

محمد عمر الخطيب



(3) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

$$x=-3$$
 بالمنحنى $y=4-x^2$ ومحور $x=4$

محمد عمر الخطيب

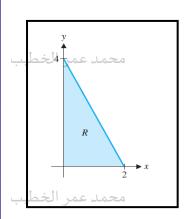
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

المحصورة بالمستقيم y = 4 - 2x والمحورين

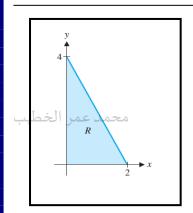


محمد عمر الخطيب

X **حول محور** (1) محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

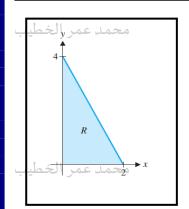
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

y محول محور (2)

محمد عمر الخطيب

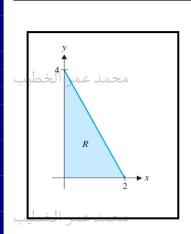


محمد عمر الخطيب

x = -1 حول المنتظيم (3)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y = -2 حول لستقيم (4)

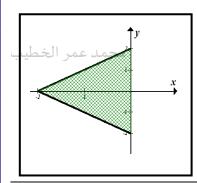
محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطيب

محمدعم الخطي

R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

$$x$$
 والمستقيم $y=x+2$ والمستقيم $y=x+2$ والمستقيم $y=x+2$



محمد عمر الخطيب

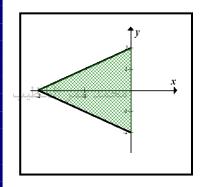
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمدعم الخطي

محمد عمر الخطيب

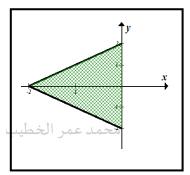
$$y$$
 و $x=0$ و $y=x+2$ و المحورة بالمستقيم $y=x+2$ و المحور $y=x+2$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

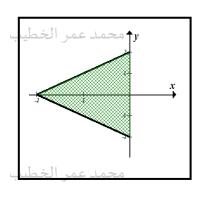
(3) المحصورة بالمستقيم
$$y=x+2$$
 والمستقيم $y=x+2$ و $x=0$ حول المحور $y=x+2$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y=-2$$
 و $y=-x-2$ و المستقيم $y=x+2$ و المحورة بالمستقيم عبر (4)



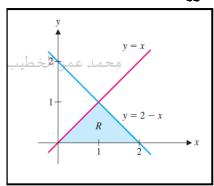
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

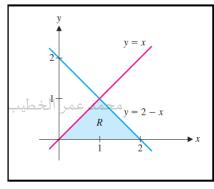
R اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

x و المحصورة بالمستقيم y=2-x و المستقيم y=0



محمد عمر الخطيب

y و المحصورة بالمستقيم y=2-x والمستقيم y=0



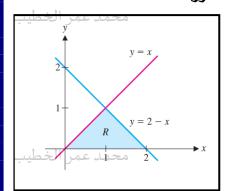
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=3 و y=0 و y=x و المعتقيم y=2-x و المحورة بالمستقيم عبرة بالمستقيم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y=2 و y=0 و y=x حول المحور (4)

y = x y = x y = 2 - x

محمد عمر الخطيب

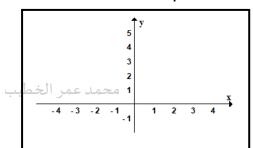
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب

x=0 المحصورة بالمنحنى $y=rac{1}{4}x^2+1$ والمستقيم (1) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R



محمد عمر الخطيب

y والمستقيم y=4 حول محور

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=0 والمستقيم $y=\frac{1}{4}x^2+1$ والمستقيم (2) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R

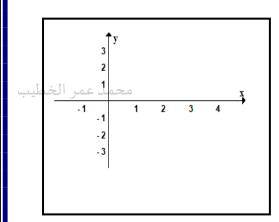
محمد عمر الخطيب

x والمستقيم y=4 حول محور محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $y=-\sqrt{x}$ و $y=\sqrt{x}$ و $y=\sqrt{x}$ المحصورة بالمنحنى $y=\sqrt{x}$ و $y=\sqrt{x}$ و $y=\sqrt{x}$ و الخطيب محمد عمر الخطيب x=4 و المستقيم x=4 حول المستقيم x=4



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

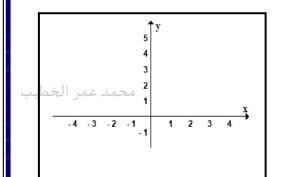
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطي

محمد عم الخطي

(1) اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمستقيم

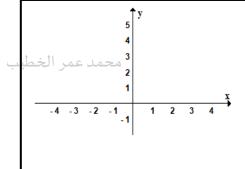
$$y=0$$
 والمستقيم $y=x$ والمستقيم $y=4-x$



$$y=3$$
 حول المستقيم (أ)

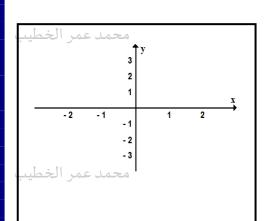
محمد عمر الخطيب

x=4 (ب) حول المستقيم x=4



محمد عمر الخطيب

(2) اكتب التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالدالتين



محمد عمر الخطيب y=|x| حول المحور $y=2-x^2$

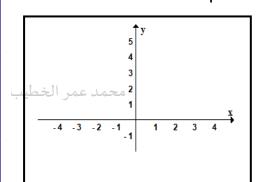
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y=4 والمستقيم $y=\frac{1}{4}x^2$ والمستقيم P=4 والمستقيم (1) اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة



x=4 على الفترة $\left[0,4\right]$ حول المستقيم

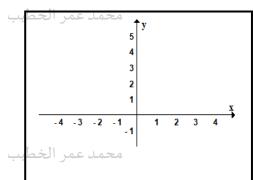
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

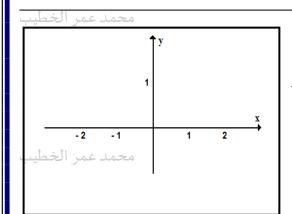
y=0 والمستقيم $y=x^2$ والمستقيم R المحصورة بالمنحنى $y=x^2$ والمستقيم (2) x=2 حول المستقيم x=2 محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(3) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة

y ومحور x>0 ، y=x والمستقيات $y=2-x^2$ x = -1 حول

محمد عمر الخطيب

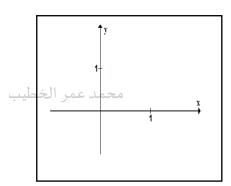
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب محمد عمر الحطيب محمد عمر الحطيب محمد عمر الخx=1 و y=-x و y=1 و x=1

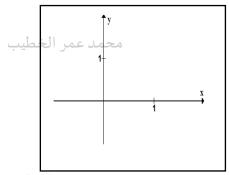
X حول محور



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=1 و y=-x و y=x المحدودة بالمنحنى y=x و y=x و (2) y = -1 حول محور



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

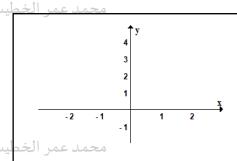
محمدعم الخطب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$y=x^2$ و $y=4-x^2$ و $y=4-x^2$ و $y=4-x^2$ اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بالمنحنى

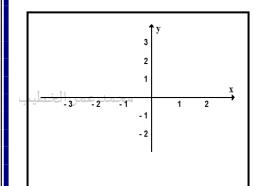
X **حول محور** محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

والمستقيم y=x+2 والمستقيم R المحصورة المستقيم y=x+2 والمستقيم

y=-2 و x=0 و y=-x-2



محمد عمر الخطيب

والمستقيم y=x+2 والمستقيم R المحصورة المستقيم الناتج عن دوران المنطقة R

$$x=-2$$
 و $y=-x-2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

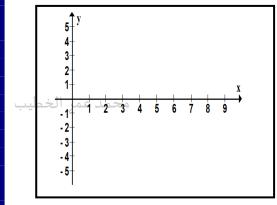


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=9 اوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بواسطة $x=(y-1)^2$ والمستقيم (3)

y=5 حول المستقيم



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

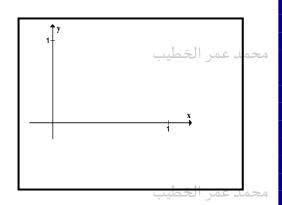
محمد عمر الخطيب

يمثل كل من التكاملات التالية حجم مجسم ، ارسم المنطقة R وحدد محور الدوران الذي ينتج عنه

المجسم ثم حول التكامل بدلالة

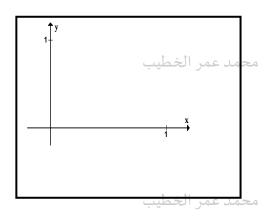
(1)
$$\int_0^1 2\pi \ x(x-x^2) \ dx$$

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

(2)
$$\int_0^1 \pi \left[(\sqrt{x})^2 - (x^2)^2 \right] dx$$



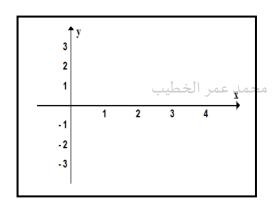
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\int_0^2 \pi (4-y^2)^2 dy$

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة: تطبيقات التكامل /// الدرس الرابع: طول القوس ومساحة السطح

طول القوس (المنحني)

إذا كانت y=f(x) دالة قابلة للإشتقاق، ومشتقتها متصلة على الفترة $a\cdot b$ هلك ململ منحن الدالة يعطى بالتكامل

$$y = f(x)$$
 $y = f(x)$
 $y = f(x)$
 $y = f(x)$

$$s = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + [f'(x)]^{2}} dx = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + [y']^{2}} dx$$

اكتب التكامل الذي يمثل طول منحنى الدالة Y على الفترة المعطى (بدون إجراء عملية التكامل) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1)
$$y = x^3$$
, $-1 \le x \le 1$

(2)
$$y = e^x$$
, [0,1]

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3)
$$y = lnx$$
, [1,3]

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4)
$$y = \tan x$$
, $0 \le x \le \pi / 4$

(5)
$$y = \int_{0}^{x} u \sin u \ du$$
, $[0,\pi]$

$$[0,5]$$
 على الفترة $y = \sqrt{3} x + 1$ على الفترة الدالة $y = \sqrt{3} x + 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$1 \le x \le 4$$
 حيث $y = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$ اوجد طول منحنى الدالة (2)

محمد عمر الخطيب

$$-\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}$$
 حيث $y = \sqrt{1 - x^2}$ الدالة $y = \sqrt{1 - x^2}$

محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب ع محمد عمر الخطيب

 $0, \frac{\pi}{4}$ على الفترة $y = \ln \cos x$ على الفترة (1) أوجد طول منحنى الدالة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

[2,3] على الفترة $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$ على الفترة f(x)=f'(x) على الفترة الخطيب عبد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

وجد طول منحنى الدالة $f(x) = \int_{-2}^{x} \sqrt{4t^2 - 1} \, dt$ حيث معf(x) على الفترة f(x) على الفترة (3)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$0 \le x \le 1$$
 حيث $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ حيث (1) أوجد طول منحنى الدالة

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

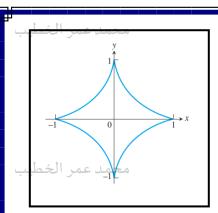
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ محمد عمر الخطيب (2) أوجد طول منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب



$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1$$
تمثل العلاقة

الشكل النجمي المجاور أوجد طول منحى الشكل

محمد عمر الخطيب

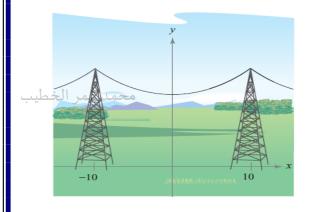
محمد عمر الخطيب

$$s=6\ a$$
 هو $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ هو ملاحظة: طول المنحنى النجمي الذي معادلتة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب ي**مثل الشكل المجاور كابل كهربائي يمتد بين عموديين للكهرباء والمسافة بينهم 20** *m*

حيث تمثل المعادلة



$$y = 5 (e^{x/10} + e^{-x/10})$$
محمد عمر الخطيب $-10 \le x \le 10$ حيث $x = 0$ محمد عمر الخطيب الكابل عند أي مسافة

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $y=rac{2L}{4}(e^{x/L}+e^{-x/L})$ و معادلته 2L و معادلته 2L و معادلته $-L \leq x \leq L$ حيث $-L \leq x \leq L$ فان التكامل الذي يمثل طول الحبل هو

محمد عمر الخطيب
$$S = \frac{1}{2} \int_{-L}^{L} (e^{x/L} + e^{-x/L}) dx = \int_{0}^{L} (e^{x/L} + e^{-x/L}) dx$$
 محمد عمر الخطيب

أوجد طول الكابل الكهربائي بين العمودين

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمدعم الخطب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

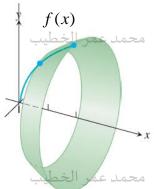
مساحة السطح

إذا كانت y=f(x) وإن مساحة السطح ومشتقتها متصلة على الفترة y=f(x) فإن مساحة السطح

الناتج عن دوران الدالة حول محور x يعطى بالتكامل طيب محمد عمر الخط

$$S = \int_{a}^{b} 2\pi f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^{2}} dx = \int_{a}^{b} 2\pi y \sqrt{1 + [y']^{2}} dx$$

محمد عمر الخطيب



حمد عمر الخطيب

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

إذا كانت x=g(y) دالة قابلة للإشتقاق ، ومشتقتها متصلة على الفترة [c,d] فإن مساحة السطح الناتج عن دوران الدالة حول محور y يعطى بالتكامل

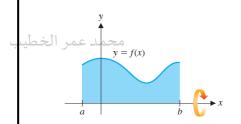
محمد عمر الخطيا

$$S = \int_{c}^{d} 2\pi g(y) \sqrt{1 + \left[g'(y)\right]^{2}} dy$$

ملاحظات:

حمد عمر الخطيب

اذا تم تداوير المنحنى y = f(x) حول محور على مند على الفترة $\begin{bmatrix} a,b \end{bmatrix}$ فان مساحة السطح تكون هي المساحة الجانبية وليست الكلية (بدون القاعدتين)



y = f(x) إذا تم تدوير المساحة المحصورة بالدالة x على الفترة a,b فان ومحور x على الفترة السطح تكون هي المساحة الكلية وليست الجانبية (يجب اضافة القاعدتين)

حمد عمر الخطيب

<u>حمد عمر الخطيب</u>

محمد عم الخطب

محمد عمد الخطب

x عن دوران الدالة y حول محور x عن يمثل مساحة السطح المتولد عن دوران الدالة y

على الفترة المعطى (بدون إجراء عملية التكامل)

(a)
$$y = \sin x$$
, $[0, \pi]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b)
$$y = e^x$$
, [0,1]

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب

محمد عمر الخطيب

(c)
$$y = lnx$$
, [1,2]

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(d)
$$y = \tan x$$
, $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $g(y) = y^2 + 1$ اكتب التكامل الذي يمثل مساحة السطح المتولد عن دوران المعادلة محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب عن $0 \le y \le 1$ حيث $0 \le y \le 1$ حيث $0 \le y \le 1$

محمد عمر الخطيب

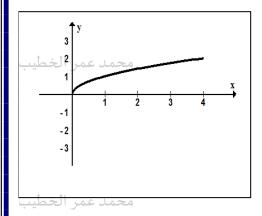
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $0 \le x \le 5$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (1) اوجد مساحة السطح المتولد عن دوران الدالة y=2 حول محور $x \le 5$

محمد عمر الخطيب

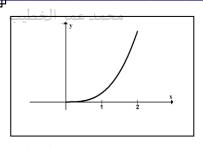
 $1 \le x \le 7$ حيث $f(x) = \sqrt{3}x$ حيث الدالة عن دوران الدالة (2)

محمد عمر الخطيب



 $f(x) = \sqrt{x}$ اوجد مساحة السطح المتولد عن دوران الدالة (3)

محول عموالخمليملي الفترة [0,4] محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $f(x) = \frac{1}{9}x^3$ اوجد مساحة السطح المتولد عن دوران الدالة (1)

[0,2] على الفترة x عول محور

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب مصاحة سطح المجسم المتولد عن دوران الدالة $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ حول محور x على الفترة (2) محمد عمر الخطيب تساوي $\left[-1,1\right]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (1) اوجد مساحة السطح المتولد عن دوران المساحة المحصورة بالدالة y=2 حول محور x حيث

 $0 \le x \le 5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الشكل الناتج اسطوانة رأسية (2) اوجد مساحة السطح المتولد من دوران المربع المكون من جميع قيم (x,y) حيث (2) اوجد مساحة السطح المتولد من دوران المربع المكون من جميع قيم $-1 \le y \le 1$ حيل المحور x,y

(بما انه تم تدوير المنطقة المحصورة بالمربع يعني المساحة)

محمد عمر الخطيب

(3) اذا تم تدوير المثلث الذي رؤوسه (0,1), (0,1), (0,1), (0,1) حول المحور y احسب مساحة السطح محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الوحدة السادسة: تطبيقات التكامل /// الدرس الخامس: حركة المقذوفات

$$g = 9.8m / s^2$$
 or $g = 32ft / s^2$

اولاً: حركة المقذوف في بعد واحد

(1) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك رأسياً للأعلى أو للأسفل عند أي زمن t في المعادلة التفاضلية

$$ft$$
 بالقدم $h''(t) = y''(t) = -g = -32 ft / s^2$, $y'(0) = v_0$, $y(0) = y_0$

$$m$$
بالمتر $h''(t) = y''(t) = -g = -9.8 \frac{m}{s^2}$ بالمتر $h''(t) = y''(t) = -g = -9.8 \frac{m}{s^2}$ بالمتر مي بالمتر

$$v(t) = y'(t) = -g \ t + v_0$$
$$h(t) = v(t) = -\frac{1}{2} g \ t^2 + v_0 t + v_0$$





معادلة السرعة الرأسية

(2) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك أفقياً لليمين أو لليسار عند أي زمن t في المعادلة التفاضلية

$$x''(t) = 0$$
 , $x'(0) = v_0$, $x(0) = x_0$

$$x'(t) = v_0$$
$$x(t) = v_0 t + x_0$$



معادلة السرعة الأفقية

معادلة المدى الافقى



والحل يكون

ملاحظات مهمة:

محمد عمر الخطب

(1) تكون السرعة المتجهه موجبة إذا كانت الحركة للأعلى(لليمين) وسالبة إذا كانت الحركة للأسفل (لليسار)

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

(h'(t)=y'(t)=0) يصل الجسم أقصى ارتفاع عندما تنعدم السرعة (2) محمد عمر الخطيب حمد عمر الخطيب

(h(t) = y(t) = 0) من التحليق أو زمن الرحلة يحدث عندما يكون الارتفاع يساوي صفر (3)

$$T = \frac{2v_0}{g}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب اكتب المعادلة التفاضلية مع الشروط الابتدائية لكل مما يلى: $48 \; ft \; / \; s$ قذفت كرة للأعلى من الأرض بسرعة متجهة قدرها (1) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب 7m/s وبسرعة متجهة قدرها وبسرعة متجهة قدرها (2) قذفت كرة للأعلى من يد شخص ترتفع عن الارض محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب 100ft هن برج ارتفاعه ڪرة من برج (3) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب 18ft/s وبسرعة متجهة للأسفل قدرها 50gm من برج ارتفاعه 75ft وبسرعة متجهة للأسفل قدرها محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (5) اكتب معادلة السرعة المتجهة والارتفاع لحل المعادلة التفاضلية بالشروط الابتدائية التالية: ومده عمر الخطيب $h''(t) = y''(t) = -16 \, m \, / \, s_{-100}^2 \, ,$ والخطيب y'(0) = 10 , y(0) = 120محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

قذفت كرة من الارض رأسياً للأعلى بشكل مستقيم وبسرعة متجهة ابتدائية 19.6 m/s ، بتجاهل مقاومة الهواء t زمن أكتب المعادلة التفاضلية التي تنمذج معادلة الأرتفاع مع الشروط عند أي زمن (1) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب t زمن أوجد معادلة الارتفاع عند أي زمن (2) محمد عمر الخطيب (3) أوجد ارتفاع الكرة بعد 3 ثواني محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (4) أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (5) أوجد زمن التحليق للكرة (مقدار الزمن التي تبقى فيه الكرة بالهواء) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب اوراق عمل الوحدة السادسة // لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر متقدم // إعداد محمد عمر الخطيب // Khateebacademy.com//2024/2023

(1) تسقط قطرات المطر من غيمة على ارتفاع m = 1000 عن سطح الارض أوجد السرعة المتجهة لقطرة قطرة الماء مثل الكرة ، مثل الغطاس، مثل أي جسم الماء عند اصطدامها بالأرض (تجاهل مقاومة الهواء) محمد عمر الخطيب (2) قذف جسم للأسفل من ارتفاع 160 ft عن سطح الأرض وبسرعة متجهة وجد السرعة السرعة المتجهة للجسم عند اصطدامه بالأرض (تجاهل مقاومة الهواء) محمد عمر الخطيب (3) سقطت كرة رأسياً من ارتفاع ft وفي نفس الوقت تم قذف كرة رأسيا من الأرض للأعلى وبسرعة 40 ft/s، حدد الارتفاع الذي تلتقي عنده الكرتين (تجاهل مقاومة الهواء) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب ي محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان أقصى ارتفاع تصل إليه قدمي العب كرة سلة لتسديد الكرة هي 1.35 m أوجد السرعة المتجهة الابتدائية التي قفز بها اللاعب ليصل إلى هذا الارتفاع (تجاهل مقاومة الهواء)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

يسقط جسم من ارتفاع H ft من سطح الارض (2)

محمد عمر الخطيب $T=\frac{1}{4}\sqrt{H} \frac{1}{S}$ (آ) بين أن الجسم يصل إلى الأرض بعد الزمن $T=\frac{1}{4}\sqrt{H} \frac{1}{S}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) بين أن السرعة المتجهة للجسم عند اصطدامه بالأرض هي $V=-8\sqrt{H}$ ft/s (تجاهل الهواء) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

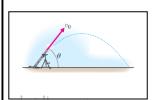
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

 $g = 9.8m / s^2 or g = 32 ft / s^2$

ثانياً: حركة المقذوف في بعدين

نحتاج في حركة المقذوف في بعدين إلى معادلات الحركة الرأسية والأفقية

(1) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك رأسياً للإعلى أو الأسفل عند أي زمن في المعادلة التفاضلية



$$y''(t) = -9.8m/s^2 or -32 ft/s^2$$
, $y'(0) = v_0 \sin \theta$, $y(0) = y_0$

$$y'(0) = v_0 \sin \theta$$
 , $y(0) = y_0$

حيث heta زاوية ميل المقذوف عن المستوى الأفقى

$$y'(t) = -g t + v_0 \sin \theta$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}g t^2 + v_0 \sin \theta t + y_0$$

حمد عمر الخطيب

معادلة السرعة الراسية →

معادلة الارتفاع

محمد عمر الخطيب

(2) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك أفقياً لليمين أو لليسار عند أي زمن في المعادلة التفاضلية

$$x''(t) = 0$$
 , $x'(0) = v_0 \cos \theta$, $x(0) = x_0$

السرعة الأفقية دائما ثابتة طول فترة

$$x'(t) = v_0 \cos \theta$$

$$x(t) = v_0 \cos \theta t + x_0$$

معادلة السرعة

معادلة المدى الافقى

ملاحظات (من الفيزياء)

تستخدم هذه القوانين للتاكد من الاجابات او لمسائل اختيار من متعدد

$$T = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$H = \frac{{v_0}^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$R = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g}$$

محمد عمر الحطيب m/s محمد عمر الخطيب m/s ، تطلق قذيفة بسرعة ابتدائية متجهة قدرها $\theta = \frac{\pi}{3}$ بزاویة میل قدرها (1) أوجد معادلة الحركة الرأسية في زمن t (معادلة الارتفاع) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب t زمن أوجد معادلة الحركة الافقية في أي زمن (2) محمد عمر الخطيب (3) أوجد زمن التحليق للقذيفة محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (4) أوجد المدى الأفقى (أقصى بعد تصل إليه القذيفة) محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

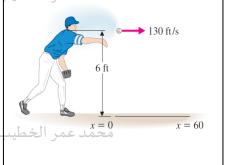
محمد عمر الخطب

$48\ ft/s$ و بسرعة ابتدائية 6ft بزاوية 20° و بسرعة ابتدائية (1)

اوجد زمن التحليق والمدى الأفقي لجسم

محمد عمر الخطيب

(2) يطلق لاعب، كرة بيسبول من ارتفاع 6ft وبسرعة أفقية ابتدائية قدرها $130 \ ft / s$ عمد عمد الخطيب محمد عمد الخطيب



(أ) أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى المنصة (على بعد 60ft)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

 $\theta = 0$ الزاوية

السرعة الأفقية ثابتة الخط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y و x (ب) اكتب المعادلة التي تربط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (1) تريد طائرة على ارتفاع 256ft ، اسقاط إمدادات إلى موقع معين على الأرض، إذا كان للطائرة سرعة أفقية 100 ft / s ، فما المسافة التي ينبغي أن تبعدها الطائرة عن الهدف عند إطلاق الإمدادات من أجل أن تسقط في الموقع المستهدف. (اوجد المدى الافقي للمقذوف)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخ

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

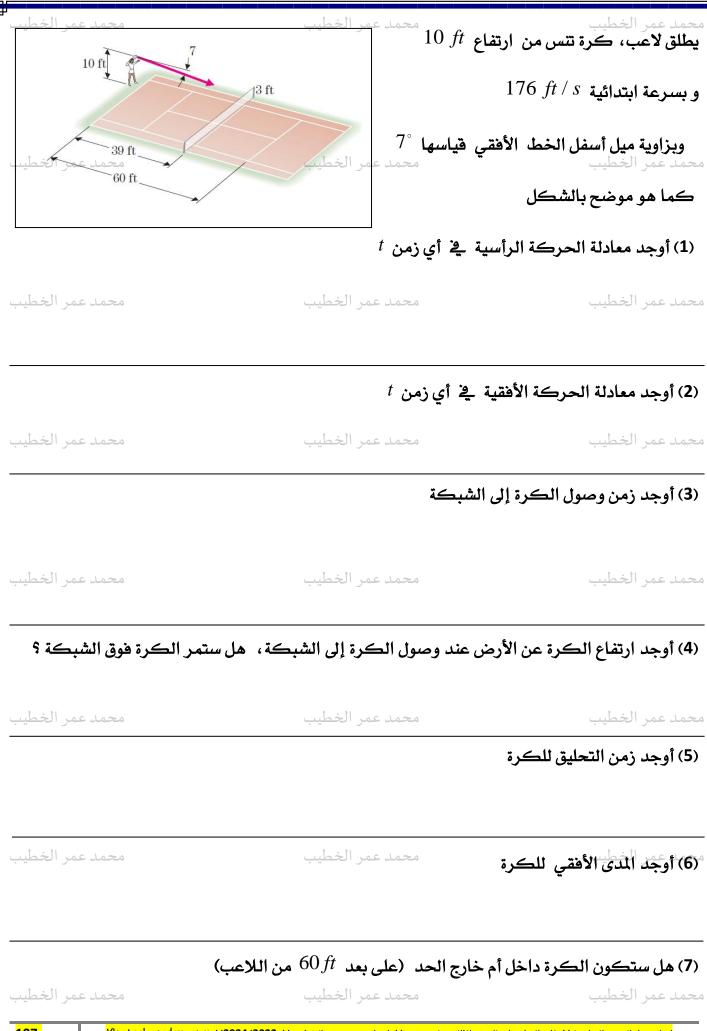
(2) يتم اطلاق كرة قدم من ارتفاع 6ft و بسرعة ابتدائية 6ft وبزاوية 8 يقف شخص في نهاية الملعب ويبعد 40yd في اتجاه الرمي ، هل سيلتقط هذا الشخص الكرة

ملاحظة محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب 1yd=3ft

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب





ثالثاً: حركة المقذوف في ثلاث أبعاد (معادلة الحركة لقذيفة جنونية)

قوة ماغنوس

محمد عمر الخطيب $oldsymbol{w}$ محمد عمر الخطيب $oldsymbol{w}$ المعادلة التفاضلية بالمعادلة التفاضلية $oldsymbol{w}$

$$x''(t) = \frac{-0.1}{m}\sin(4wt + \theta_0)$$
 , $x'(0) = 0$, $x(0) = 0$

محمد عمر الخطيب

حيث $heta_0$ الزاوية الأبندائية عند رمى الكرة

حمد عمر الخطيب

و m كتلة الكرة ب صلج و x بالقدم

أوجد معادلة الحركة الجانبية لكرة البيسبول التي تزن 0.01 صلج والتي تدور بمعدل w=2 راديان 0.01بالثانية حيث ترمى الكرة من الموقع صفر والزاوية الابتدائية صفر والسرعة الابتدائية صفر. ثم أوجد موقع الكرة الجانبية بعد نصف ثانية

$$x''(t) = \frac{-0.1}{0.01} \sin(4 \times 2 \times t + 0)$$
, $x'(0) = 0$, $x(0) = 0$

محمد عمر الخطيب

$$x''(t) = -10\sin(8t)$$
 , $x'(0) = 0$, $x(0) = 0$

محمد عمر الخطيب

انتهت الوحدة السادسة بحمد الله

اجابات التمارين العامة موجودة في آخر صفحة بالوحدة

تمارين عامة على الوحدة السادسة

اسئلة الدرس الأول

/////

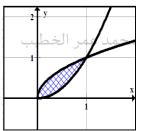
الوحدة السادسة

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

و $y=x^2$ و $y=\sqrt{x}$ تعطى بالتكامل (1) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين الدالتين

محمد عمر الخطي (a)
$$\int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) \, dx$$

(b)
$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$



(c)
$$\pi \int_0^1 (x^4 - x) dx$$

(d)
$$2\pi \int_0^1 x(\sqrt{x}-x^2) dx$$

(2) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين الدالة $y=4-x^2$ والمستقيم y=x-2 تعطى بالتكامل

$$(a)$$
 $\int_{-3}^{2} (x^2 + x - 6) dx$

محمد عمر الخطيب (**b**) محمد عمر الخطيب (-
$$x^2 - x + 6$$
) محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{-3}^{2} (-x^2 - x - 2) dx$$

(d)
$$\int_{-3}^{2} (x^2 + x - 2) dx$$

محمد عمر الخطيب

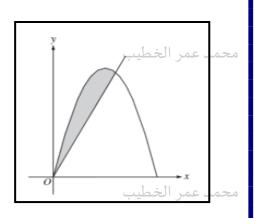
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ساوى y=2x والمستقيم $y=5x-x^2$ تساوى (3) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين الدالة

$$(\mathbf{c}) \quad \frac{27}{2}$$



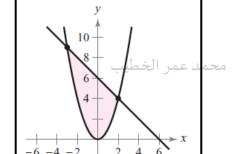


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب y=6-x محمد عمر الحطيب $y=x^2$ المحمد عمر الحطيب (4) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بالدالة



(c)
$$\frac{125}{}$$

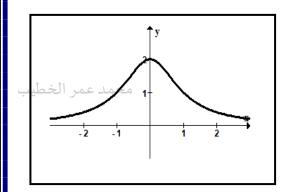
(**d**)
$$\frac{125}{6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب

محمد عمر الخطي

(5) إن مساحة المنطقة المحصورة بين الدوال



محمد عمر الخطيب

y = |x| $y = \frac{2}{x^2 + 1}$

-1,1 حيث نقاط التقاطع للدالتتين هما

هی

$$2 \tan^{-1} x - x^2 \Big]_0^1$$

الخطيب (**b**) الخطيب
$$4 \tan^{-1} x - x^2 \Big]_0^1$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$4 \tan^{-1} x - x^2 \Big]_{-1}^{1}$$

(**d**)
$$\tan^{-1} x - x \Big]_{-1}^{1}$$

محمدعم الخطيب

بحمد عمد الخطيب

محمد عمر الخطيب

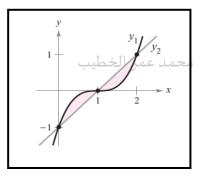
ره) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بالدالة $y_1 = (x-1)^3$ تساوي $y_2 = x-1$ تساوي

(a) $\frac{1}{2}$ محمد 2مر الخطيب

(b) $\frac{1}{4}$

(c) 1

(**d**) 0



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

رة) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين الدالة $y=\sqrt{x}$ والمستقيم $y=\frac{x}{2}$ تعطى بالتكامل

(a)
$$\int_0^2 (y^2 - \frac{y}{2}) dy$$

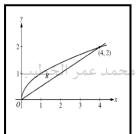
محمدعم الخطيب

(c)
$$\int_0^2 (2y - y^2) \, dy$$

(b)
$$\int_0^2 (y^2 - 2y) \, dy$$

حمد عمر الخطيب

(d)
$$\int_0^4 (2y - y^2) dy$$



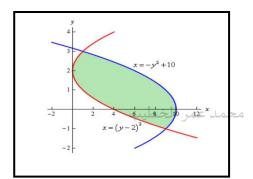
محمد عمر الخطيب

(8) إن مساحة المنطقة المحصورة بالمنحنيين تساوى عمر الخطيب

(a)
$$\frac{32}{3}$$

$$\frac{16}{3}$$

(b)
$$\frac{64}{3}$$



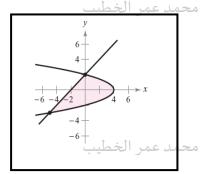
(9) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بالعلاقة $x=4-y^2$ والمستقيم x=y-2 تساوي (9)

محمد عمر الخطيب



(b)
$$\frac{125}{2}$$

(**d**)
$$\frac{125}{6}$$
محمد عمر الخطيب



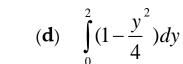
(10) إن مساحة المنطقة المظللة تعطى بالتكامل

(a)
$$\int_{0}^{4\pi} (2\sqrt{y} - y) dy$$

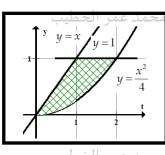
(c)
$$\int_{0}^{2} (y+2-y^2)dy$$

محمد عم الخطيب

ي عمر الخطيب (**b**)
$$\int_{0}^{2} (2\sqrt{y} - y) dy$$



محمد عمر الخطيب



المساحة $\int (2x-x^2) dx$ يعبر عن المساحة (11) يق الشكل المجاور، التكامل

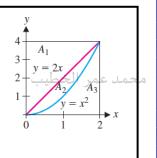
 (\mathbf{a}) $A_{\mathbf{b}}$

 (\mathbf{b}) A_2

محمد عمر الخطيب



$$(\mathbf{d}) \quad A_1 + A_2$$



محمد عمر الخطيب

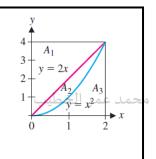
ور، التكامل dy المجاور، التكامل $\int (2-\sqrt{y}) dy$ الخطييعبر عن المساحة (12) في المساحة المسا

(a) A_1

(**b**) A_2

محمد A_3 محمد الر A_3 يب

الخطيب (\mathbf{d}) الخطيب

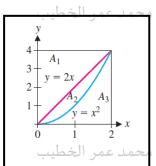


يعبر عن المساحة $\int (4-x^2) dx$ يعبر عن المساحة (13)

 (\mathbf{a}) $A_{\mathbf{l}}$

 (\mathbf{b}) A_2

 $(\mathbf{d}) \quad A_1 + A_2$



(c) $A_2 + A_3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ر14) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=2-x^2$ ، $y=x^2$ على الفترة y=1 تساوي

 (\mathbf{b}) عمر الخطيب $\frac{4}{3}$

محمد عمر الخطيب

(c) 6

(**d**) 4

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب (15) إنّ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = \cos x$ ، $y = \sin x$ على الفترة $y = \cos x$ ، $y = \sin x$ تساوي

$$(\mathbf{a}) \int_0^{\pi} (\cos x - \sin x) \, dx$$

$$(\mathbf{b}) \int_0^{\pi} (\sin x - \cos x) \, dx$$

 $(\mathbf{c}) \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) \, dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos) \, dx \qquad (\mathbf{d}) \int_{0}^{\frac{3\pi}{4}} (\cos x - \sin x) \, dx + \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos) \, dx$

يا تساوي y=0 على الفترة $y=e^{\frac{1}{2}x}$ تساوي y=0 الفترة المنطقة المحصورة بالدالة y=0 والمستقيم والمستقيم

ره عمر الخطيب (a) 2e-2

محمد عمر الخطيب (\mathbf{b}) 2e-1

(c) $\frac{1}{2}(e-1)$

(**d**) $\frac{1}{2}(e-2)$

محمد عمر الخطيب

عجمل عمد الخطيب

y=g(x) والدالة y=f(x) إنّ التكامل الذي يمثل مساحة المنطقة R المحصورة بالدالة y=g(x) والدالة على الفترة a,b يعطى بالتكامل

$$\int_{a}^{b} f(x) - g(x) \quad dx$$

$$|f(x)-g(x)| dx$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{a}^{b} f(x) + g(x) dx$$

(d)
$$\int_{a}^{b} g(x) - f(x) dx$$

تحمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

، y=2 ، y=x إن التكامل المنفرد الذي يعبر عن المساحة المحصورة بين المستقيمات (18)

هو
$$y = 0$$
 ، $y = 6 - x$

(a)
$$\int_{0}^{3} (6-2y) dy$$

$$(b) \int_{0}^{2} (6-2y) dy$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{2}^{3} (6-2y) dy$$

(d)
$$\int_{0}^{2} (2y-6) dy$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(19) إن التكامل المنفرد الذي يعبر عن المساحة المحصورة بين المستقيمات

$$y = 0$$
, $y = 6 - 2x$, $y = x$

$$(a) \int_{0}^{3} (6-2x) dx$$

$$(\mathbf{b}) \int_{0}^{2} (6-3x) dx$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{0}^{2} (3 - \frac{3}{2}y) dy$$

(d)
$$\int_{0}^{3} (3 - \frac{3}{2}y) dy$$

روي إن التكامِل المنفرد الذي يعبر عن المساحة المحصورة بين المنحنى $x=y^2$ ، والمستقيم x=x=x هو $x=x^2$

(a)
$$\int_{0}^{4} (4-y^2) dy$$

(b)
$$2\int_{-2}^{2} (4-y^2) dy$$

$$(c)^{1/2} 2 \int_{0}^{2} (4-y^2) dy$$

محمد عمر الخطيب (d)
$$(y^2 - 4) dy$$
 الخطيب

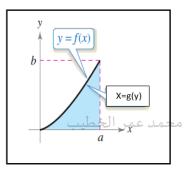
(21) إحدى التكاملات يمثل مساحة المنطقة المظللة

$$(\mathbf{a}) \int_{0}^{b} f(x) dx$$

$$(\mathbf{b})\int_{0}^{b}(a-g(y))dy$$

$$(\mathbf{c})\int_{0}^{a}(b-f(x))dx$$

$$\mathbf{d}$$
 فصليب \mathbf{d} \mathbf{d} \mathbf{d} \mathbf{d} \mathbf{d}



ين مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين y=x ، $y^2=x$ تساوى (22)

$$(\mathbf{a}) \quad \frac{1}{2}$$

(b)
$$\frac{1}{3}$$

$$(\mathbf{c}) \quad \frac{1}{6}$$

(d)
$$\frac{3}{2}$$

محمد عمر الخطيب $y=4-x^2$ تساوي (23) إن مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y=x^2-4$ والمنحنى

(a)
$$\frac{64}{3}$$

(b)
$$\frac{32}{3}$$

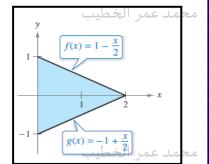
$$(\mathbf{c})$$
 محما $\frac{16}{3}$

$$\frac{8}{3}$$
 and $\frac{8}{3}$

محمد عمر الخطيب

يساوي
$$\int_{0}^{2} \left[f(x) - g(x) \right] dx$$
يساوي (24)

محمد عمر الخطيب (a) 4 محمد عمر الخطيب (**b**) 2



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

y=-x و المستقيم $y=\sqrt{x}$ و المستقيم y=0 و المستقيم (25)

والمستقيم y=2 يعطى بالتكامل محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b)
$$\int_{0}^{2} (y^2 - y) dy$$

$$(\mathbf{a}) \quad \int\limits_0^2 \quad (y^2 + y) \ dy$$

 $(\mathbf{c}) \int_{-\infty}^{\infty} (\sqrt{x} + x) \ dx$

$$(\mathbf{d})$$
 مرافظیب ($(\sqrt{x} - x)$) الخطیب ($(\sqrt{x} - x)$)

محمد عمر الخطيب

x=e و المحور y=0 و المحور و والمستقيم $y=\ln x$ و المحور و المحور (26)

$$\lim_{x \to \infty} \int_{0}^{e} \ln x \ dx$$

براخطيب (**b**)
$$e - e^y$$
 dy

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{0}^{1} e^{y} dy$$

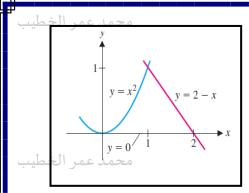
(d)
$$\int_{1}^{e} e - e^{y} dy$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الحطيب (27) إن المساحة المحصورة بالدالتين ومحور X تعطى بالتكامل



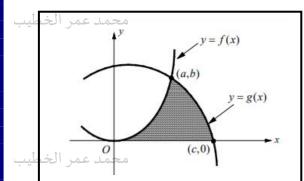
محمد عمر الخطيب

(a)
$$\int_{0}^{1} (2-y-y^2) dy$$

(b)
$$\int_{0}^{2} (2-y-\sqrt{y}) dy$$

محمد عمر الخطي (c)
$$\int_{0}^{2} (2-y-y^{2}) dy$$

رجمد عمر الخطيب (d)
$$\int_{0}^{1} (2-y-\sqrt{y}) dy$$



(28) مساحة المنطقة المظللة تعطى بالتكامل

محمد عمر الخطيب

(a)
$$\int_{0}^{c} f(x) - g(x) dx$$

(b)
$$\int_{0}^{a} f(x) - g(x) dx + \int_{a}^{c} g(x) - f(x) dx$$

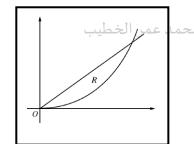
$$f^{-1}(y) - g^{-1}(y) dy$$

محمد عمر الخطيب $\int g^{-1}(y) - f^{-1}(y) dy$ محمد عمر الخطيب

وي النصافة المحصورة بين الدالة $y=x^2$ والمستقيم y=kx هي $\frac{4}{2}$ فإن k تساوي $y=x^2$ والمستقيم y=kx

محمد عهر ال**(a)**يب

2 مد (b) الخطيب



(**d**) 4

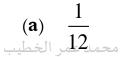
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطي

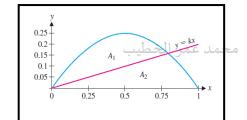
محمد عمر الخطب

التي تجعل المساحتين A_1, A_2 متساويتين في الشكل المجاور (30)

حيث
$$y = kx$$
 و $y = x - x^2$ هي



(**b**) $\frac{1}{6}$ كحمد عمر الخطيب



$$(\mathbf{c})$$
 مم $\frac{1}{8}$

(**d**) $\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(31) إذا كان معدل تغير عدد المواليد في مدينة عدد سكانها B(t) = 10 + 2t شخص ومعدل عدد الوفيات هو D(t) = 4 + t شخص فإن عدد السكان بعد 00 سنة يكون

(a) 10630

(b) 11770

محمد عمر الخطيب (c) 11200 محمد عمر الخطيب (**d**) 11500

محمد عمر الخطيب

اسئلة الدرس الثاني

الوحدة السادسة

/////

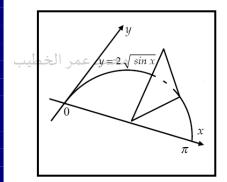
(1) إنّ حجم الهرم الذي مقطعه العرضي $A(x) = \frac{4}{25}(10-x)$ وارتفاعه 10 متر يساوي عمد عمد الخمايين

(a) 8 **(b)** 16

 (\mathbf{c}) 24 محمد عمر الخطيب

(**d**) 12 محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(2) إنّ حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة

 $0 \le x \le \pi$ على الفترة y = 0 والمستقيم $y = 2\sqrt{\sin x}$

والمقاطع العرضية هي مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة

x **يساوي** محمد عمر الخطيب

(b) $2\sqrt{3}$

 $4\sqrt{3}$ (a)

(c) $\sqrt{3}$

(**d**) $3\sqrt{3}$

y=0 والمستقيم $y=\sqrt{2\sin x}$ إن حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالة

على الفترة $x \leq x \leq 0$ والمقاطع العرضية هي مربعات أقطارها متعامدة على محور x يساوي

(a) 1

(**b**) 2

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب محمد عمر الحطيب معمد عمر الحطيب $y=2-x^2$ ، $y=x^2$ على الفترة (4) إنّ حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين

والمقاطع العرضية هي مربعات متعامدة على محور x يساوي $-1 \leq x \leq 1$

(**b**)
$$\frac{64}{15}$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\frac{128}{15}$$

(d)
$$\frac{8}{15}$$

y=0 ، $y=\ln x$ إنّ التكامل الذي يمثل حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحدودة بالدالتين y=0 ، $y=\ln x$ والمستقيم x=2 والمقاطع العرضية هي مربعات متعامدة على محور x هو

$$(\mathbf{a}) \quad \int\limits_0^2 \ (\ln x)^2 \ dx$$

$$(\mathbf{b}) \quad \pi \int_{0}^{2} (\ln x)^{2} dx$$

$$(\mathbf{c}) \int_{1}^{2} (\ln x)^{2} dx$$

$$(\mathbf{d}) \int_{1}^{2} \ln x \ dx$$

(6) إنّ حجم الهرم الذي قاعدته مربعة الشكل وطول ضلع قاعدته 180متر و وارتفاعه 100 متر

حمد عمر الخطيب **يعطى بالتكامل**

محمد عمر الخطيب

a) $\int_0^{100} (180 - \frac{9}{5}x)^2 dx$

(b)
$$\pi \int_0^{100} (180 - \frac{9}{5}x)^2 dx$$

(c) $\int_{0}^{50} (180 - \frac{9}{5}x)^2 dx$

محمد عمر الخطيب
$$\int_0^{100} (90 - \frac{5}{9}x)^2 dx$$

(7) إنّ حجم المجسم الذي قاعده المنطقة المحدودة بالدالة x = -2y + 6 في الربع الأول ، والمقاطع

العرضية هي مربعات متعامدة على محور y يساوي الخطيب

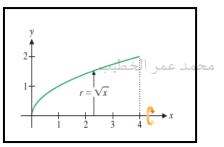
محمد عمر الحطيب والحطيب المنطقة R المحصورة بالمنحنى $y=\sqrt{x}$ ومحور x على الفترة [0,4]

حول محور x بطريقة الأقراص تساوي



(c)
$$8\pi$$



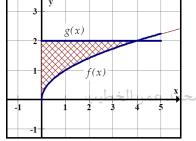


y=2 و والمستقيم $y=\sqrt{x}$ المحصورة بالدالة $y=\sqrt{x}$ و والمستقيم (9)

محمد عمر الخطيب

ومحور x على الفترة [0,4] حول محور x بطريقة الحلقات يساوي

(c) 8π



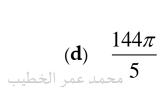
y=x+2 والمستقيم $y=x^2$ المحصورة بالدالة y=x+2 والمستقيم (10)

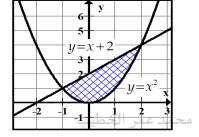
حول محور x بطريقة الحلقات يساوي

(a)
$$\frac{72\pi}{5}$$

(b)
$$\frac{36\pi}{5}$$







(c) $\frac{39\pi}{2}$

(11) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى $y = \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}}$ ومحور x على الفترة

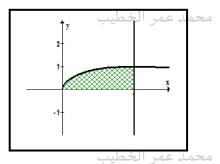
حول محور x تساوي [0,1]

محمد عمر $2\pi\ln 2$ (a)



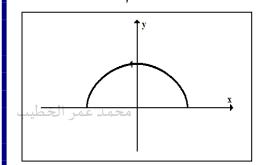
 $\pi \ln 2$

(d)
$$\frac{\pi^2}{4}$$



محمد عمر الخطيب

y=0 والمستقيم $y=\sqrt{\cos x}$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة $y=\sqrt{\cos x}$



حول محور x على الفترة $\left|-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right|$ يساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)

(**b**) 2π

محمد عمر الخطيب (\mathbf{d}) 4π

محمد عمر الخطيب

 $y = \sec x$ والمستقيم $y = \sec x$ والمستقيم $y = \sec x$

حول محور
$$x$$
 على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ يساوي

 (\mathbf{b}) 2π محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

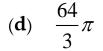
(d) $\frac{\pi^2}{4}$

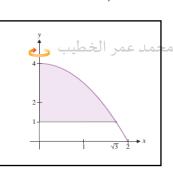
x=0 والمستقيم $y=4-x^2$ والمستقيم (14) إنّ حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة والمستقيم y=1 حول محور y بطريقة الأقراص يساوي

$$\frac{9}{2}\pi$$

ي الخطيب (**b**) الخطيب
$$\pi$$







y=1 والمستقيم $y=\frac{1}{4}x^2$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة

حول محور у يساوي

$$(a)$$
 π محمد عمر الخطيب

$$(\mathbf{b})$$
 2π محمد عمر الخطيب

(c)
$$\frac{6}{15}\pi$$

(**d**)
$$\frac{79}{80}$$

(16) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $x=-y^2+9$ والمستقيم x=0حول محور پ يساوي

(a)
$$18\pi$$

(**b**)
$$90\pi$$

$$(\mathbf{c}) \quad \frac{1296\pi}{5}$$

مد عمر الخطيب
$$(\mathbf{d}) \frac{648\pi}{5}$$

محمد عمر الخطيب

x=1 و y=-x و y=x الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالمستقيمات y=x

حول المستقيم y=2 يعطى بالتكامل محمد عمر الخطيب معدد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيد

(a)
$$\pi \int_{1}^{1} (2+x)^{2} - (2-x)^{2} dx$$
 (b) $\pi \int_{1}^{1} (2+x) - (2-x) dx$

(b)
$$\pi \int_{0}^{1} (2+x)-(2-x) dx$$

$$\pi \int_{0}^{1} (2-x)^{2} - (2+x)^{2} dx \quad \text{(d)} \quad \pi \int_{0}^{1} (2+x)^{2} - (2-x)^{2} dx$$

y=0 والمستقيم $y=\sqrt{x^2+1}$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالمنحنى حيث $0 \le x \le 4$ حول y = 0 حول $0 \le x \le 4$

محمد عمر الخطي (a)
$$\pi \int_{0}^{1} x^{2} + 1 dx$$

(**b**)
$$\int_{0}^{4\pi} x^{2} + 1 \ dx$$

$$(\mathbf{c}) \quad \pi \int_{0}^{4} \sqrt{x^2 + 1} \ dx$$

$$(\mathbf{d}) \quad \pi \int_{-\infty}^{4} x + 1 \ dx$$

والدالة $y = \cos x$ والدالة $y = \sin x$ حول $y = \sin x$

محور
$$x$$
 على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ يساوي

$$\frac{1}{a}$$
حمد (**b**) الخطيب

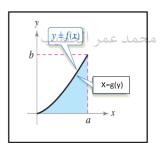
(c)
$$\frac{\pi}{2}$$

(d)
$$\frac{\pi}{8}$$

y=b محور المنطقة المظللة حول محور (20)

يعطى بالتكامل

الخطيب (**b**) معرفي
$$\pi \int_{0}^{b} [g(y)]^{2} dy$$



(c)
$$2\pi \int_{0}^{a} x[f(x)] dx$$

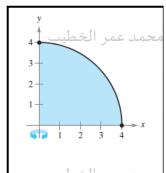
$$(\mathbf{d}) \quad 2\pi \int_{0}^{a} [f(x)]^{2} dx$$

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطي $y=\sqrt{16-x^2}$ في الربع الأول حول (21)

محور y يساوي

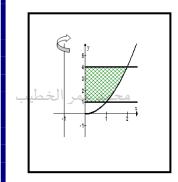
(b) عمر الخطيب (b)

(d) $\frac{256\pi}{2}$



y=1, y=4 والمستقيمين $y=x^2$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى $y=x^2$

وتقع بالربع الأول حول المستقيم x=-1 يعطى بالتكامل



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\pi \int_{1}^{4} (\sqrt{y} + 1)^2 dy$$

محمد عمر الخطيب
$$dy$$
 الخطيب محمد عمر الخطيب الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب الماء الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخطيب الخلال الخطيب الخطيب الخطيب الخلال الخطيب الخلال الخطيب الخلال الخطيب الخطيب الخطيب

(c)
$$\pi \int_{1}^{4} (\sqrt{y} + 1)^2 + 1 \ dy$$

(d)
$$\pi \int_{1}^{4} y \, dy$$

 $\begin{bmatrix} 0,5 \end{bmatrix}$ على الفترة x على الفترة y=2 ومحور x حول محور على الفترة (23) فان المجسم يكون

محمد عمر الخطيب

- محمد (a) المطوانة نصف قطرها 2 وارتفاعها 5مر الخطيب
 - اسطوانة نصف قطرها 4 وارتفاعها (\mathbf{b})
 - 5 اسطوانة نصف قطرها 1 وارتفاعها (c)

محمد عمر الخطيب

مد عمر الخطيب مد عمر الخطيب مد عمر الخطيب (\mathbf{d}) مصمد عمر الخطيب مد عمر الخطيب عمر الخطيب مد عمر الخطيب الخطيب مد عمر الخطيب الخطيب

محمد عمر الخطيب

اسئلة الدرس الثالث

الوحدة السادسة

x=0 والمستقيم $y=4-x^2$ والمستقيم R المحصورة بالمنحنى $y=4-x^2$ والمستقيم (1)

/////

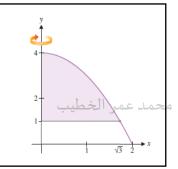
والمستقيم الفطيب حول محور y يساوي محمد عمر الخطيب



(b)
$$\frac{16}{3}\pi$$

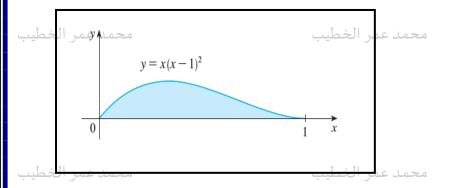
محمد
$$\frac{8}{3}$$
 راخطیب

مد (d)
$$\frac{64}{3}\pi$$



ومحور x حول المستقيم $f(x)=x(x-1)^2$ ومحور x حول المستقيم (2)

يعطى بالتكامل x=0محمد عمر الخطيب



(a)
$$2\pi \int_{0}^{1} x(x-1)^{2} dx$$

$$(\mathbf{b})\pi \int_{0}^{1} x^{2} (x-1)^{4} dx$$

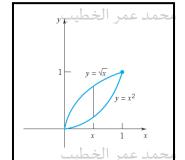
$$2\pi \int_{0}^{1} x^{2}(x-1)^{2} dx$$

(**d**)
$$\pi \int_{0}^{1} (x-1)^{2} dx$$

محمد عمر الخطيب

 $y = \sqrt{x}$ والمنحنى $y = x^2$ والمنحنى (3) إنّ حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة

حول محور y يساوي



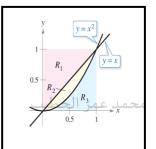
(c)
$$\frac{\pi}{6}$$

(d)
$$\frac{5\pi}{2}$$

محمد عمر الحطيب x=0 محمد عمر الحطيب (4) إنّ التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة $R_{_2}$ حول المحور x=0 هو

(a)
$$\pi \int_0^1 \left[2^2 - (x+1)^2 \right] dx$$

(b)
$$\pi \int_0^1 (x^4 - 4) dx$$



- (c) $2\pi \int_0^1 x(x-x^2) dx$
- $(\mathbf{d}) 2\pi \int_{0}^{1} \left[(x+1)^{2} x^{4} \right] dx$
- ول ي حول y=0 والمستقيم $y=\sqrt{\cos x}$ والمستقيم (5)

محمد عمر الخطيب

محورعمx الخ**على الفترة** $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ محورعمx الخطيب الفترة

(a) π

- **(b)** 2π
- محمد عمر الخطيب

 (\mathbf{c}) 3π

- (\mathbf{d})
- y=0 والمستقيم $y=\sin x^2$ المحصورة بالمنحنى $y=\sin x^2$ والمستقيم (6)

محمد عمر الخطيب

حول محور y يساوي

(a)

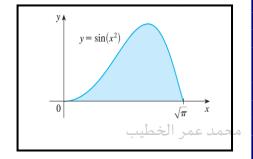
(**b**) 2π

(c) 3π

(d) 4π

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



- ، $y = 1 x^2$ نيجاد عند إيجاد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالتين (7)
 - حول المستقيم x=0 حول المستقيم

 $-2x^2 - 2$

جمد (**b**)ر الخطيب $2-2x^2$

محمد عمر الخطيب

(c) $1-x^2$

(**d**) $x^2 - 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y=-1$$
 والمستقيم $y=3-x^2$

محمد عمر الحصيب y=-1 محمد عمر الحطيب y=-1 والمستقيم y=-1

حول محور y يساوي

(a)
$$4\pi$$

(**b**)
$$8\pi$$

محمد عمر الخطيب (d)
$$32\pi$$

محمد عمر الخطيب

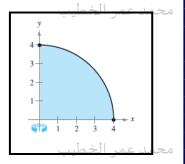
(c)
$$16\pi$$

(9) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $y = \sqrt{16 - x^2}$ في الربع الأول حول

$$\mathbf{(a)} \quad \frac{128\pi}{3}$$

(b)
$$\frac{128}{3}$$

(d)
$$\frac{256\pi}{3}$$



(c)
$$\frac{64\pi}{3}$$

(10) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة
$$R$$
 المحصورة بالمنحنى $y = \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}}$ ومحور x على الفترة

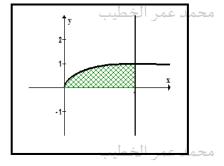
حول محور x تساوي [0,1]

محمد عمر الخط (**a**) 2π ln 2

(a)
$$2\pi \ln 2$$

محمد عمر الخطيد $(\mathbf{b}) \quad \pi \ln 2$

(d) $\frac{\pi^2}{4}$



$$(\mathbf{c}) \quad \frac{\pi^2}{2}$$

ر11) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة $y = \frac{1}{4}x^2$ والمستقيم y = 1 حول محور

(a)
$$\pi$$

محمد عمر الخطيب
$$(\mathbf{b})$$
 2π

$$(\mathbf{b}) \quad 2\pi$$

(c)
$$\frac{6}{15}\pi$$

(**d**)
$$\frac{79}{80}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطب

محمد عمد الخطيب

محمد عمر الحصيب x=2 محمد عمر الحطيب (12) إنّ التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة $R_{_{1}}$ حول المحور x=2 هو

(a)
$$\pi \int_0^1 \left[2 - (2 - x)^2 \right] dx$$

(b)
$$2\pi \int_0^1 x(1-x) \, dx$$

$$y = x^{2}$$

$$R_{1}$$

$$R_{2}$$

$$R_{3}$$

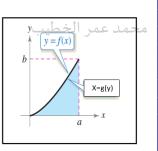
$$(\mathbf{c}) \quad 2\pi \int_0^1 \left[(2-x)^2 \right] dx$$

$$(\mathbf{d}) \frac{2\pi}{2\pi} \int_{0}^{1} (2-x)(1-x) dx$$

(13) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة حول محور y=b يعطى بالتكامل

(a)
$$\pi \int_{0}^{a} b^{2} - [b - f(x)]^{2} dx$$

رحمد عمر الخطيب $\pi \int_{0}^{b} [g(y)]^{2} dy$



$$(\mathbf{c}) \quad 2\pi \int_{0}^{a} x [f(x)] dx$$

$$(\mathbf{d}) \quad 2\pi \int_{0}^{a} [f(x)]^{2} dx$$

محمد عمر الخطيب

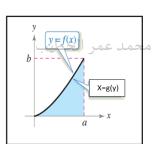
ومد عمد الخطيب محمد عمد الخطي

(14) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة

حول محور x = a يعطى بالتكامل

$$2\pi \int_{0}^{a} x f(x) dx$$

ر الخطيب (**b**) م $\pi \int_{0}^{b} [g(y)]^{2} dy$



(c)
$$2\pi \int_{0}^{a} (a-x)f(x) dx$$

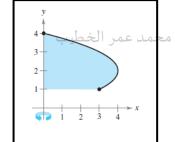
 $(\mathbf{d}) \quad 2\pi \int_{0}^{a} [f(x)]^{2} dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x=0 والمستقيم $x=4y-y^2$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى y=1 ووالمستقيم y=1 حول محور y يساوي



$$(\mathbf{c}) \quad \frac{13\pi}{5}$$

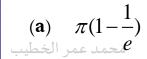
(d)
$$\frac{306\pi}{5}$$

محمد عمر الخطيب

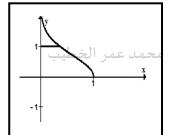
محمد عمر الخطيب

الريع الأول والمستقيم $x=e^{-y^2}$ إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $x=e^{-y^2}$

x يساوى y=1



(b)
$$2\pi(1-\frac{1}{e})$$
 محمد عمر الخطيب



(c)
$$\pi(1+\frac{1}{e})$$

(**d**)
$$2\pi(1+\frac{1}{e})$$

y على الفترة $[0,\pi]$ حول محور (17) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $3\sin x$ على الفترة محمد عمر الخطيب

$$(\mathbf{a}) \quad 6\pi \int_{0}^{\pi} x \sin x \, dx$$

$$\mathbf{(b)} \quad 2\pi \int_{0}^{\pi} x \sin x \, dx$$

(c)
$$\pi \int_{0}^{\pi} x \sin x \, dx$$

محمد عمر الخطيب π (d) $\pi \int \sin^2 x \, dx$

محمد عمر الخطيب

x ومحور $y=4-x^2$ ومحور R المحصورة بالمنحنى $y=4-x^2$ ومحور (18)

محمد عمر الخطيب

حول المستقيم x = 3 يساوي

$$x = 3$$

(c) 32π

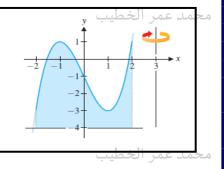
 (\mathbf{d}) 64π

(19) إنّ التكامل الذي يعبر عن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R المحصورة بالمنحنى هو x=3 والمستقيم y=-4 على الفترة y=-4 حول المستقيم $y=x^3-3x-1$



(d) $\frac{328\pi}{5}$

عمد عمر الخطيب



x=0 إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $x=-y^2+9$ والمستقيم (20)

y y y y

(a) 18π

(b) 90π

(d) $\frac{648\pi}{5}$

والمستقيم y = 0 حول $y = \sec x$ والمستقيم $y = \sec x$ حول عمر الخطيب معمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب معمد عمر الخطيب عمر الخطيب معمد عمر الخطيب عمر ال

محور x على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ يساوي

(a)

(**b**) 2π

محمد عمر الخطيب (d) $\frac{\pi^2}{4}$

محمد عمر الخطيب

 $y = 6x - x^2$ إن التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة (22)

محمد عمر الخطيد

والمستقيم y = 0 حول محور y هو محمد عمر الخطيب عمد عمد عمد الخطيب

(a) $\int_{0}^{6} 2\pi x (6x - x^{2}) dx$

$$\mathbf{(b)} \quad \int_0^6 \pi x (6x - x^2) dx$$

(c) $\int_0^6 \pi x (36x^2 - x^4) dx$

محمد عمر الخطيب
$$\int_0^6 \pi (3 + \sqrt{9 - y})^2 dy$$
 الخطيب

والمستقيم $y=x^2$ والمستقيم $y=x^2$ والمستقيم إن التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة

هو [-1,1] على الفترة y=0

محمد عمر الخطي (a)
$$\int_{-1}^{1} 2\pi (x-2) x^2 \ dx$$

محمد عمر الخطيب (b)
$$\int_{-1}^{1} 2\pi (x+2)x^2 dx$$

(c)
$$\int_{-1}^{1} 2\pi x (x^2 + 2) dx$$

(d)
$$\int_{-1}^{1} 2\pi (2-x)x^2 dx$$

والمستقيم $y=x^3$ إن التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة $y=x^3$ والمستقيم

مو
$$x=2$$
 والمستقيم $x=1$ حول المستقيم $y=8$

(a)
$$\int_{1}^{8} 2\pi (2-y)(1-\sqrt[3]{y}) dy$$

(a)
$$\int_{1}^{8} 2\pi (2-y)(1-\sqrt[3]{y}) dy$$
 (b) $\int_{1}^{2} 2\pi (64-x^{6}) dx$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$\int_{1}^{2} 2\pi (2-x)(8-x^{3}) dx$$

(d)
$$\int_{1}^{8} 2\pi (8-y)(\sqrt[3]{y}-1) dy$$

ه (25) إن نظيف قطر الصدفة عند إيجاد حجم المجسم الناتاج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة. عمر الخطيب

هو
$$x=-1$$
 والمستقيم $y=-x$ حول المستقيم $y=2-x^2$

(a)
$$1-x$$

(b)
$$x-1$$

$$(\mathbf{d})$$

محمد عمر الخطيب

(26) إن التكامل الذي يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة $y=x^3$ والمستقيم

هو y=x حول المستقيم x=4 على الفترة y=xمحمد عمر الخطيب

(b)
$$\int_0^1 \pi (y^{\frac{1}{3}} - y)^2 dy$$

(c)
$$\int_0^1 2\pi (4-x)(x-x^3) dx$$

(a) $\int_{0}^{1} \pi(y^{\frac{2}{3}} - y^{2}) dy$

$$(\mathbf{d}) \int_{0}^{1} 2\pi (4-x^{2})(4-x^{6}) dx$$
محمد عمر الخطيب

 $y=2-x^2$ إن ارتفاع الصدفة عند إيجاد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالدالة (27)

والمستقيم
$$y = x$$
 حول المستقيم $y = x$ هو

$$(a)$$
 2 - $x - x^2$

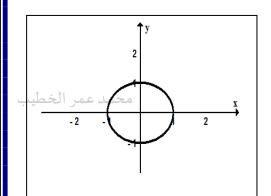
(c)
$$x-2-x^2$$

(d)
$$x^2 + x - 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب y=2 محمد عمر الخطيب (2 $x^2+y^2=1$ حول y=2 حول (28) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالدائرة



محمد عمر الخطيب

يعطى بالتكامل

(a)
$$4\pi \int_{-1}^{1} y \sqrt{1-y^2} dy$$

محمد عمر الخطيب
$$(\mathbf{b})$$
 $4\pi \int_{-1}^{1} (y-2)\sqrt{1-y^2} \, dy$

(c)
$$4\pi \int_{-1}^{1} (2-y)\sqrt{1-y^2} dy$$

(d) $2\pi \int_{0}^{1} (2-y)\sqrt{1-y^2} dy$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

بطريقة R بطريقة المحدود عن تدويرالمنطقة المحدود $2\pi\int_0^2 (4-y)(y+y)\,dy$ بطريقة (29)

الاصداف فإن محور الدوران يكون حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)
$$y = 4$$

(b)
$$x = 4$$

$$(\mathbf{c}) \quad y = 0$$

(**d**)
$$y = 2$$

محمد عمر الخطيب

(30) إذا كان حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة يعطى بالتكامل

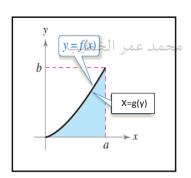
ون يكون
$$v = \pi \int_{0}^{b} (a^{2} - [g(y)]^{2}) dy$$

(a)
$$x = 0$$

$$(b)$$
 $y = 0$ محمد عمر الخطيب

$$(\mathbf{c}) \quad x = a$$

$$(\mathbf{d}) \quad y = b$$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيد

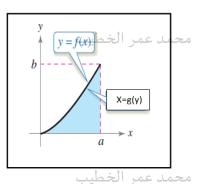
(31) إذا كان حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المظللة يعطى بالتكامل

$$v = \pi \int_{0}^{a} (b^{2} - [b - f(x)]^{2}) dx$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$
 الخطيب (b) الخطيب

$$(\mathbf{d}) \quad y = b$$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يمكن كتابة التكامل $\int_0^4 \left| (\sqrt{x})^2 - (\frac{1}{8}x^2)^2 \right| dx$ بدلالة y على الشكل التالي (32)

$$2\pi \int_0^2 y \left[\sqrt{8y} - y^2 \right] dy$$

محمد عمر الخطيب
$$\sqrt{8y} - y^2 \int_0^2 y \left[\sqrt{8y} - y^2 \right] dy$$
 الخطيب $\sqrt{8y} - y^2 \int_0^4 y \left[\sqrt{8y} - y^2 \right] dy$ الخطيب

(c)
$$2\pi \int_0^2 y \left[y^2 - \sqrt{8y} \right] dy$$

$$(\mathbf{d}) \quad 2\pi \int_0^4 y \left[y^2 - \sqrt{8y} \right] dy$$

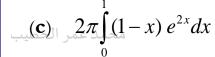
[0,1] ومحور x على الفترة R المحصورة بالمنحنى $y=e^{2x}$ ومحور على الفترة (33)

حول المستقيم x=1 يعطى بالتكامل محمد عمر الخطيب

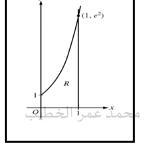
محمد عمر الخطيب

$$(\mathbf{a}) \quad 2\pi \int_{0}^{1} x \, e^{2x} dx$$

$$\mathbf{(b)} \quad 2\pi \int_{0}^{1} (x-1) e^{2x} dx$$



را الخطيب (**d**)
$$2\pi \int_{0}^{1} (x-1) e^{4x} dx$$

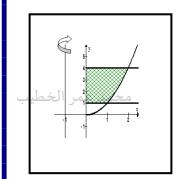


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الحطيب
$$y=1,\,y=4$$
 محمد عمر الحطيب $y=x^2$ والمستقيمين $y=1,\,y=4$ والمستقيمين $y=1,\,y=4$

وتقع بالربع الأول حول المستقيم x=-1 يعطى بالتكامل



محمد عمر الخطيب

$$\pi \int_{1}^{4} (\sqrt{y} + 1)^2 dy$$

محمد عمر الخطيب
$$dy$$
 الخطيب $\pi \int_{1}^{4} (\sqrt{y} + 1)^2 - 1$ محمد عمر الخطيب

(c)
$$\pi \int_{1}^{4} (\sqrt{y} + 1)^2 + 1 \ dy$$

(d)
$$\pi \int_{1}^{4} y \, dy$$

y=0 والمستقيم $y=\sqrt{x^2+1}$ والمستقيم (35) إن حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالمنحنى حيث $4 \le x \le 0$ حول $0 \le x \le 4$ حيث

(a)
$$2\pi \int_{0}^{4\pi} x\sqrt{x^2+1} dx$$

(**b**)
$$2\pi \int_{0}^{4} \sqrt{x^2 + 1} \ dx$$

(c)
$$2\pi \int_{0}^{4} x^{2} + 1 \ dx$$

$$(\mathbf{d}) \quad \pi \int_{0}^{4} x \sqrt{x^2 + 1} \ dx$$

حمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مدعم الخطيب

///// اسئلة الدرس الرابع

الوحدة السادسة

هو $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ على الفترة $y = \tan x$ هو (1) إن التكامل الذي يمثل طول منحنى الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخد

$$(\mathbf{a}) \quad \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \sec^4 x} \ dx$$

(b)
$$\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sec^4 x} \ dx$$

$$(\mathbf{c}) \int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 - \tan^4 x} \ dx$$

(d)
$$\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 + \tan^4 x} \ dx$$

محمد عمر الخطيب

يساوي [1,3] يساوي $f(x) = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$ يساوي (2)

محمد **4**ر ال(a)يب

(b) الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 8

(d) 4.2

الخطيب [2,4] على الفترة $f'(x) = \sqrt[4]{x^2 - 2x}$ على الفترة f(x) يساوي ، f(x) إن طول منحنى الدالة $f'(x) = \sqrt[4]{x^2 - 2x}$

(a) 8

(b) 4

(c) 2 محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يساوي $f(x) = \int_{3}^{x} \sqrt{4t^2 - 1} \ dt$ على الفترة $f(x) = \int_{3}^{x} \sqrt{4t^2 - 1} \ dt$ يساوي (4)

محمد **9**مر ال(**a)**يب

25حما(**b)**ر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 16

(**d**) 32

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $y = \ln \sec x$ محمد عمر الخطيب (5) إن التكامل الذي يمثل طول منحنى الدالة $y = \ln \sec x$ على الفترة

(a)
$$\int_0^b \left| \sec x \right| dx$$

(b)
$$\int_0^b \sec^2 x \, dx$$

(c) $\int_{a}^{b} \sqrt{1 + \left[\ln \sec x\right]^2} dx$

ليب محمد عمر الخطيب (**d**) $\int_{a}^{b} \sqrt{1 + \sec^2 x \tan^2 x} \, dx$

(6) إن طول منحنى الدالة $y=\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-u}\sin u\ du$ على الفترة [0,1] يعطى بالتكامل محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب الخطيب محمد عمر الخطيب الخطيب محمد عمر الخطيب ال

(a)
$$s = \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{-x} \sin x} \ dx$$

$$(\mathbf{b}) \quad s = \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{-2x} \sin^{2} x} \, dx$$

(c)
$$s = 2\pi \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{-2x} \sin^2 x} \ dx$$

محمد عمر الخطيب $s = 2\pi \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{-2x} \sin^2 x} \, dx$ (d) $s = \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{x^2} \sin^2 x} \, dx$

ورد الفترة $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ يساوى $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ يساوى (7)

محمد عمر الخطيب (\mathbf{b}) $\frac{1}{4}\pi$

 (\mathbf{c}) π

(**d**) 2π

هُ عَنْدُ تَعْلَيْقُ حَبِلَ بِينَ عَمُودِينَ البِعِدُ بِينَهِمَا $40\,ft$ الْجَارُا كان الحبِلُ يتخذ شكل سلسلة معاذلتها $40\,ft$

ميث $y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20})$ هإن طول الحبل يعطى بالتكامل

$$(\mathbf{a}) \int_{-20}^{20} e^{x/20} - e^{-x/20} dx$$

محمد عمر الخطيب
$$\frac{1}{2} \int_{-20}^{20} e^{x/20} + e^{-x/20} dx$$
 الخطيب

(c)
$$\frac{1}{2} \int_{-20}^{20} \sqrt{e^{x/20} + e^{-x/20}} dx$$

(d)
$$\frac{1}{2} \int_{-2}^{20} (e^{x/20} + e^{-x/20})^2 dx$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (9) إذا تم تدوير الدالة $y = \ln x$ على الفترة [1,e] حول محود x فإن التكامل الذي يمثل المساحة السطحية هو

a)
$$2\pi \int_{1-x}^{e} \ln x \sqrt{1 + \left[\ln x\right]^2} \ dx$$
 (b) $2\pi \int_{1}^{e} \ln x \sqrt{1 + x^2} \ dx$

(c)
$$2\pi \int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} \sqrt{x^2 + 1} \, dx$$
 (d) $2\pi \int_{0}^{1} \frac{\ln x}{x^2} \sqrt{x^2 + 1} \, dx$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (10) إن مساحة سطح الجسم المتولد عن دوران الدالة $f(x) = \frac{1}{9}x^3$ حول محود x على الفترة $f(x) = \frac{1}{9}x^3$ تساوي

(a)
$$2\pi \int_{0}^{3} x \sqrt{1+9x^4} \ dx$$
 (b) $2\pi \int_{0}^{3} x^3 \sqrt{1+9x^4} \ dx$

(c)
$$6\pi \int_0^3 x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{9}x^4} dx$$
 (d) $\frac{2}{9}\pi \int_0^3 x^3 \sqrt{1 + \frac{1}{9}x^4} dx$

(11) إِنْ مُسَاحَةُ سَطِح الْجَسِم الْمُتُولِد عن دوران الدالة $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ حول محور x على الفترة [-1,1] تساوى

(a)
$$\pi$$
 (b) 2π

حمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$\mathbf{c}$$
) 8π (d) 4

و12) إن التكامل الذي يمثل طول منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ حيث $1 \le x \le 2$ هو

حمد عمر الخطيب
(a)
$$\frac{1}{2} \int_{1}^{2} x + \frac{1}{x} dx$$
(b) $\frac{1}{2} \int_{1}^{2} x - \frac{1}{x} dx$

(c)
$$\int_{0}^{2} x + \frac{1}{x} dx$$
(d)
$$\int_{0}^{2} x - \frac{1}{x} dx$$
expectation in the distribution of the properties of the

(13) إذا كان طول منحنى الدالة f(x) الذي يمر بالنقطة (1,6) يعطى بالتكامل

فإن الدالة
$$f(x)$$
 هإن الدالة $s = \int_{1}^{4} \sqrt{1 + 9x^4} \ dx$

$$f(x) = 3 + 3x^2$$

الخطيب (**b**) مي
$$f(x) = 5 + x^3$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$f(x) = 6 + x^3$$

(**d**)
$$f(x) = 6 - x^3$$

ه (14) على افرض انه تم تدوير المثلث الذي رؤوسه (-1,-1) , (0,1) , (0,1) حول محور فان المساحة ال السطح المتولد تساوي

(a)
$$\sqrt{5} \pi$$

(b) $\sqrt{5} \pi + \pi$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيد
$$(\mathbf{c})$$
 $2\sqrt{5}$ π

محمد عمر الخطيب (d)
$$2\sqrt{5} \pi + 2\pi$$

محمد عمر الخطيب

///// اسئلة الدرس الخامس

الوحدة السادسة

(1) قذف جسم من ارتفاع m عن سطح الأرض بسرعة متجهة للأسفل قدرها 1.2m/s إن الشروط

محمد عمر الخطيب

مالابتدائية التي تتمذج هذه المعادلة التفاضلية مهي. عمر الخطيب

(a)
$$y(0) = 6$$
, $y'(0) = -1.2$

(b)
$$y(0) = -6$$
, $y'(0) = -1.2$

(c)
$$y(0) = 6$$
, $y'(0) = 1.2$

$$y(0) = 6$$
 , $y'(0) = 0$ محمد عمر الخطيب

(2) قذفت كرة رأسياً للاعلى بسرعة متجهة ابتدائية m/s بتجاهل مقاومة الهواء ، إن زمن التحليق للكرة يساوى

محمد عمر الخطيب

(3) يسقط غطاس من منصة الغطس على ارتفاع على ارتفاع على الخطيب الماء، بتجاهل مقاومة الهواعر الخطيب

إن سرعة الغطاس عند اصطدامه بسطح الماء تساوي

(a)
$$26.5 \, m/s$$

(b)
$$-29.4 \, m/s$$

$$(\mathbf{c})$$
 $72 \, m/s$

محمد عمر الخطيب

(4) قذف جسم للأسفل من ارتفاع 160 ft عن سطح الارض وبسرعة متجهة 48 ft/s فإن السرعة المتجهة للجسم عند اصطدامه بالأرض تساوي (تجاهل مقاومة الهواء)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)
$$-112 ft / s$$

(b)
$$-101 \, ft \, / \, s$$

(c)
$$-54 ft/s$$

(d)
$$-32 \, ft / s$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطب

محمد عمر الخطيب

(5) قذفت كرة من الأرض وبسرعة متجهة ابتدائية $\frac{\pi}{6}$ وبزاوية قدرها $\frac{\pi}{6}$ بتجاهل مقاومة الهواء ، إن معادلة ارتفاع الكرة عند أي زمن t تعطى بالمعادلة

(a)
$$h(t) = -4.9t^2 + 98$$

$$(b) h(t) = -4.9t^2 + 98t$$

محمد عمر الخطيب

(c)
$$h(t) = -4.9t^2 + 49\sqrt{3}t$$

(**d**)
$$h(t) = -4.9t^2 + 49t$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب $\frac{\pi}{6}$ بتجاهل مقاومة الهواء ، إن معادلة وبزاوية قدرها $\frac{\pi}{6}$ بتجاهل مقاومة الهواء ، إن معادلة المدى الافقى للكرة عند أي زمن t تعطى بالمعادلة

$$(\mathbf{a}) \quad x(t) = 49\sqrt{3} \ t$$

(b)
$$x(t) = 49\sqrt{3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c)
$$x(t) = 49 t$$

(**d**)
$$x(t) = -4.9t^2 + 49t$$

(7) قذفت كرة بسرعة متجهة ابتدائية $\frac{m}{6}$ وبزاوية قدرها $\frac{\pi}{6}$ بتجاهل مقاومة الهواء ، إن المدى محمد عمر الخطيب الخطيب الأفقى للكرة تقريباً يساوى

محمد عمر الخطيب

(8) إن زمن التحليق والمدى الأفقي لجسم أطلق من الأرض بزاوية 30° و بسرعة ابتدائية m/s هما

$$(a) t = 4s$$
 , $x = 81.6 m$

$$(\mathbf{b})t = 4.08s$$
 , $x = 141.4 \, m$ محمد عمر الخطيب

$$(\mathbf{c})t = 2s$$
 , $x = 70 m$

$$(\mathbf{d})t = 8.163s$$
 , $x = 282 m$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(9) تريد طائرة على ارتفاع 1050m ، اسقاط امدادات الى موقع معين على الارض، اذا كان للطائرة سرعة افقية 115m/s ، فان المسافة التي ينبغي ان تبعدها الطائرة عن الهدف عند اطلاق الامدادات من الجل ان تسقط في الموقع المستهدف هي

محمد عمر الخطيب

م (10) فنوف جسم من نقطة الأصل بسرعة متجهة ابتدائية 4 ft / S وبزاوية قدرها 45° محتجاهل مقاومة الهواء ، إن معادلة الحركة بدلالة x و y تعطى بالمعادلة

(a)
$$y = -2x^2 + x$$

(b)
$$y = -x^2 + x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c)
$$y = -x^2 + 2x$$

(d)
$$y = -16x^2 + 4x$$

T من سطح الارض فإن الجسم يصل إلى الأرض بعد الزمن H من سطح الارض فإن الجسم يصل إلى الأرض بعد الزمن محمد عمر الخطيب محمد عمر الحمد ع

يساوي (تجاهل مقاومة الهواء)

(a)
$$T = \sqrt{H} s$$

$$(\mathbf{b}) \quad T = -8\sqrt{H} \ s$$

$$T = \frac{1}{2}\sqrt{H} s$$

مر(**d**)م الخطيب
$$T = \frac{1}{4}\sqrt{H} s$$

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطب

محمد عمر الخطيب

إجابات الوحدة السادسة

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	الدرة	В	В	В	D	В	Α	С	В	D	Α	В	С	D	D	С	Α	В	В	С	С
	عمر ل خطب ح	21	² 22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	الأؤل	В	С	Α	В	Α	В	D	D	В	Α	Α									

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ļ	عمر ال خ طي	A -	₽B	В	В	С	Α	В	حيا	ر آغ	ل 🗛	₽°	В	Α	Α	В	С	D	LA	عهر	عمد
	3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	ڠڹؿ	Α	В	Α																	

عمر الخطيب	1 حمد .	2	3	4	5	6	7	8	الخو	10 د عمر	11	12	13	14	15	16	17	18 .	19 عمر	20 محمد
よられ	Α	С	Α	С	В	В	В	В	Α	В	В	D	Α	С	В	Α	Α	D	Α	С
l J	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
उ	Α	Α	В	С	D	С	Α	С	Α	Α	D	Α	С	В	Α					

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يراه	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
Ŋ	В	В	В	С	Α	В	Α	В	С	D	D	Α	В	В			

ىمر الخطيب 3	حم ا د ا	¹ 2	3	4	5	6	7	8	9	10°	11	٥			 لخط	عمر	محمد	3
3	Α	В	В	Α	D	Α	С	В	В	Α	D							

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

انتهت الوحدة السادسة بحمد الله إعداد: محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب