

الرياضيات MATHEMATICS

2024-2025

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الصف الثاني عشر عام

12 General

ملخص دروس الفصل الثاني

Teacher الاستاذ

عماد عودة

IMAD ODEH

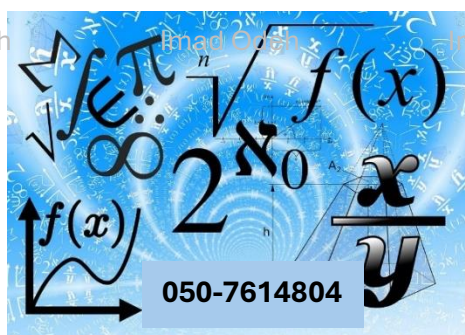
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



اسم الطالب: -

عزيزي الطالب وضعت هذه الملزمة لتساعدك في دراستك علما بان الكتاب المدرسي هو المرجع الرئيسي لنا جميعا

Imad Odeh

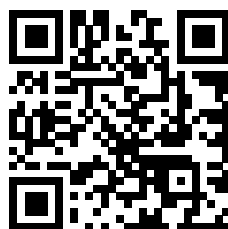
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

اطيب التمنيات للجميع



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

الخطة الفصلية

الفصل الثاني

2025-2024

Chapter Name	Lesson Number	Lesson Name
أنظمة المعادلات والمصفوفات Systems of Equations and Matrices	C6L3	حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر Solving Linear Systems using Inverses Cramer's Rule and
القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة Conic Sections and Parametric Equations	C7L1	صيغتا نقطة المنتصف والمسافة Midpoint and Distance Formulas
	C7L2	القطع المكافئ Parabolas
	C7L3	الدوائر Circles
المتجهات Vectors	C8L1	مقدمة في المتجهات Introduction to Vectors
	C8L2	المتجهات في المستوى الإحداثي Vectors in the Coordinate Plane
	C8L3	الضرب النقطي ومساقط المتجهات Dot Products and Vector Projection

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Chapter 6

أنظمة المعادلات والمصفوفات

Systems of Equations and Matrices

Chapter Name	Lesson Number	Lesson Name
أنظمة المعادلات والمصفوفات Systems of Equations and Matrices	C6L3	حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر Solving Linear Systems using Inverses Cramer's Rule and

محدد المصفوفة 2×2 Determinant

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

المفهوم الأساسي ومحدد المصفوفة

Key Concept Determinant

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Determinant (A)

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

محدد المصفوفة (A)

Q1 Find the determinant of each matrix. Then find the inverse of the matrix, if it exists.

س1 جد محدد كل من المصفوفات التالية ثم جد المعكوس ان وجد

a)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 8 & -12 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

d)

$$\begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

e)

$$\begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

f)

$$\begin{bmatrix} -4 & -7 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the determinant of the matrix

س2 اوجد محدد المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

a) -24

b) 24

c) 0

d) -12

Q3 Find the determinant of the matrix

س3 اوجد محدد المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

a) -23

b) 23

c) 9

d) 0

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

محدد ومعكوس مصفوفة 3×3 Determinant and Inverse of a 3×3 Matrixالمفهوم الأساسي محدد مصفوفة 3×3 Key Concept Determinant of a 3×3 Matrix

Imad Odeh

Let $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Imad Odeh

$$\det(A) = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

Imad Odeh

Q4 Find the determinant of

س4 اوجد محدد كل مصفوفة مما يلي

a)

Imad Odeh

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

Imad Odeh

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

Imad Odeh

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the determinant of

س5 اوجد محدد كل مصفوفة مما يلي

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 8 & -5 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 5 & 9 & 3 \\ 2 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Lesson 6-3

حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر

Solving Linear Systems using Inverses and Cramer's Rule

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

نواتج التعلم

Learning outcomes

حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات العكسية.
Solve systems of linear equations using inverse matrices.
حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام قاعدة كرامر.
Solve systems of linear equations using Cramer's Rule.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

قاعدة كرامر

Cramer's Rule

المفهوم الأساسي قاعدة كرامر

Key Concept Cramer's Rule

Let A be the coefficient matrix of a system of n linear equations in n variables given by

لنفرض أن A هو مصفوفة المعاملات في نظام مكون من n من المعادلات الخطية في n من المتغيرات، وتحدد المعادلة

$$AX = B \quad \text{إذا كان } \det(A) \neq 0$$

then the unique solution of the system is given by

فإن الحل الوحيد للنظام تعبر عنه المعادلة

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, \quad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, \quad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|}$$

$|A_i|$ تمثل محدد مصفوفة المعاملات بعد استبدال العمود i بالعمود B
إذا كان $|A_1| = 0$ يقال في هذه الحالة ليس لها حل أو يوجد حل لانتهائي

Q1 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

س1 استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

$$3x_1 + 2x_2 = 6$$

$$-4x_1 - x_2 = -13$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

س2 استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

a)

$$\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ 5x - 3y &= -6 \end{aligned}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$\begin{aligned} -9x + 3y &= 8 \\ 2x - y &= -3 \end{aligned}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

$$\begin{aligned} -3x + y &= 4 \\ 2x + y &= -6 \end{aligned}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

س3

a)

$$5x + 4y = 7$$

$$-x - 4y = -3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$-x - 2y = -4z + 12$$

$$3x - 6y + z = 15$$

$$2x + 5y + 1 = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

$$8x + 12y - 24z = -40$$

$$3x - 8y + 12z = 23$$

$$2x + 3y - 6z = -10$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

س4

a)

$$2x - y + z = 1$$

$$x + 2y - 4z = 3$$

$$4x + 3y - 7z = -8$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$x + 2y = 12$$

$$3y - 4z = 25$$

$$x + 6y + z = 20$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Hessa bought 2 apples and 3 pears for AED 18. Noor bought 3 apples and 6 pears for AED 33

س5 اشترت حصة 2 ثمرة تفاح و 3 ثمرات كمثرى ب 18 درهم. واشترت نور 3 ثمرات تفاح و 6 ثمرات كمثرى بمبلغ 33 درهم

a) Write a set of linear equations for this situation.

أ) اكتب مجموعة من المعادلات الخطية لهذه الحالة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) Find the cost of one apple and one pear by using Cramer's Rule

ب) اوجد سعر التفاحة الواحدة و ثمرة الكمثرى الواحدة باستخدام قاعدة كرامر

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Maysoon stopped for gasoline twice during a road trip. The price of gasoline at each station is shown below. She bought a total of 33.5 liters and spent AED 134.28. Use Cramer's Rule to determine the number of liters of gasoline Maysoon bought for AED 3.96 a liter

س6 توقفت ميسون مرتين خلال رحلة على الطريق للتزود بالوقود. موضح بالأسفل سعر البنزين لكل محطة. وقد اشترت ميسون إجمالي 33.5L وأنفقت 134.28 درهم استخدم قاعدة كرامر لتحديد عدد لترات البنزين التي اشترتها ميسون مقابل 3.96 درهم لكل لتر



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 In March, Badria bought 2 standard and 2 premium ring tones from her cell phone provider for **AED 8.96**. In May, she paid **AED 9.46** for 1 standard and 3 premium ring tones. What are the prices for standard and premium ring tones?

- a) *AED 1.99, AED 2.49*
 b) *AED 1.99, AED 2.79*
 c) *AED 2.29, AED 2.79*
 d) *AED 2.49, AED 2.99*

س7 اشترت نبيلة في شهر مارس نغمتين عاديتين وأخرتين مميزتين من مقدم خدمات الهاتف المحمول الذي تتعامل معه مقابل 8.96 وفي مايو دفعت 9.46 درهم مقابل نغمة عادية و 3 نغمات مميزة. فما سعر كل من النغمة العادية والمميزة؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Chapter 7

القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة

Conic Sections

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Chapter Name	Lesson Number	Lesson Name
القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة Conic Sections and Parametric Equations	C7L1	صيغتا نقطة المنتصف والمسافة Midpoint and Distance Formulas
القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة Conic Sections and Parametric Equations	C7L2	القطع المكافئ Parabolas
القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة Conic Sections and Parametric Equations	C7L3	الدوائر Circles

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Lesson 7-1

Midpoint and Distance Formulas

نواتج التعلم Learning Outcomes

إيجاد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة
Find the midpoint of a segment on the coordinate plane.

إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي
Find the distance between two points on the coordinate plane.

The Midpoint Formula Recall that point **M** is the midpoint of segment **PQ** if **M** is between **P** and **Q** and **PM = MQ**. There is a formula for the coordinates of the midpoint of a segment in terms of the coordinates of the endpoints.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

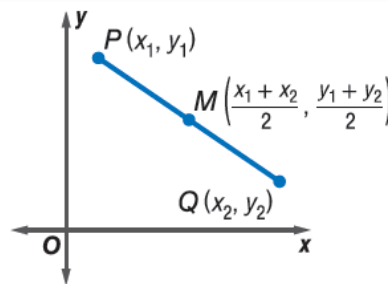
Imad Odeh

Imad Odeh

KeyConcept Midpoint Formula

Words If a line segment has endpoints $P(x_1, y_1)$ and $Q(x_2, y_2)$, then the midpoint of the segment has coordinates $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

Model



Q1 Find the coordinates of M , the midpoint of $\overline{JK}$, for $J(-1, 2)$ and $K(6, 1)$.

س1 اوجد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$\overline{AB}$, for $A(5, 12)$ and $B(-4, 8)$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$\overline{CD}$, for $C(4, 5)$ and $D(14, 13)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س2 اوجد احداثيات منتصف القطعة المستقيمة Find the midpoint of the line segment with endpoints at the given coordinates.

1. $(-4, 7), (3, 9)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2. $(8, 2), (-1, -5)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3. $(11, 6), (18, 13.5)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س3 اوجد احداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة Find the coordinates of the midpoint of

$\overline{AB}$ for $A(-4, 8)$ and $B(6, 12)$

a) $(-10, -4)$

b) $(2, 4)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $(1, 10)$

d) $(2, 20)$

س4 اوجد احداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة Find the coordinates of the midpoint of

$\overline{AB}$ for $A(-6, 3)$ and $B(-10, 7)$

a) $(-8, 5)$

b) $(-16, 10)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $(2, -2)$

d) $(4, -4)$

س5 إذا كانت $N(-2, 1, -5)$ هي منتصف $\overline{MP}$ حيث $M(-1, -4, -9)$ اوجد P If $N(-2, 1, -5)$ is the midpoint of $\overline{MP}$ where $M(-1, -4, -9)$, find P

a) $(-3, 6, -1)$

b) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -7\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $(-1, 5, 4)$

d) $(3, -6, 1)$

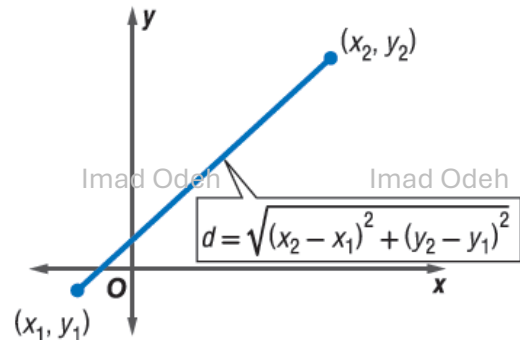
المسافة بين نقطتين

The Distance Formula

KeyConcept Distance Formula

Words The distance between two points with coordinates (x_1, y_1) and (x_2, y_2) is given by $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Model



Q6 Saleh's disc is 20 feet short and 8 feet to the right of the basket. On his first putt, the disc lands 2 feet to the left and 3 feet beyond the basket. If the disc went in a straight line, how far did it go?

س6 قرص صالح على مسافة 20 قدمًا من السلة ويقع على بعد 8 أقدام إلى يمين السلة. في أول ضربة له، سقط القرص على بعد قدمين إلى اليسار و3 أقدام خلف السلة. إذا ذهب القرص في خط مستقيم، فإلى أي مدى وصل؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Amina hits a golf ball **3.6 meters** above the hole and **0.9 meters** to the left. Her first putt traveled to **0.6 meters** above the cup and **0.3 meters** to the right. How far did the ball travel on her first putt?

س7 ضربت أمينة كرة جولف تقع على مسافة 3.6م متر فوق الحفرة وعلى بعد 0.9 متر إلى اليسار. قطعت ضربتها الأولى مسافة 0.6 متر فوق الكأس وعلى بعد 0.3 متر إلى اليمين. ما المسافة التي قطعتها الكرة في ضربتها الأولى؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Find the distance between each pair of points with the given coordinates. س8 أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط باستخدام الإحداثيات المعطاة.

a) $(3, -5), (13, -11)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $(8, 1), (-2, 9)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $(0.25, 1.75), (3.5, 2.5)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 Use the labeled points on the outline of the circular crater on Mars to estimate its diameter in kilometers. Assume each unit on the coordinate system is 1 kilometer.

س9 استخدم النقاط المحددة على مخطط الحفرة الدائرية على المريخ لتقدير قطرها بالكيلومترات. افترض أن كل وحدة على نظام الإحداثيات تساوي كيلومترًا واحدًا.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Find the distance between

س10 أوجد المسافة بين

$A(7, 11)$ and $B(0, 5)$

a) $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{13}$

c) $\sqrt{85}$

d) $\sqrt{122}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س11 اوجد المسافة بين

Q11 Find the distance between

$$A(-3, 1) \text{ and } B(5, -5)$$

- a) 10
b) 5
c) 4
d) 32

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q12 An architect designed an attic room with a wooden beam that runs from the bottom-leftfront to the upper-right back corner. The coordinates of the ends of the beam are represented by (9,12,3) and (21,24,6) and are given in meter. Find the length of the beam

س12 صمم مهندس معماري غرفة علوية ذات جعامة خشبية من اسفل الى يسار الجانب الامامي وحتى اعلى الجانب الخلفي ويتم تمثيل إحداثيات طرفي الدعامة على النحو (9,12,3) و (21,24,6) مفاصة بالامطار اوجد طول الدعامة

- a) $\sqrt{27} \text{ m}$
b) $\sqrt{297} \text{ m}$
c) $\sqrt{288} \text{ m}$
d) $\sqrt{251} \text{ m}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 A coordinate grid is placed over a map. City A is located at (3, 13), and City B is located at (8, -1). If City C is halfway between City A and City B, which is closest to the distance in coordinate units from City A to City C?

س13 تم وضع شبكة إحداثيات على خريطة. تقع المدينة أ عند (3,13)، وتقع المدينة ب عند (8,-1). إذا كانت المدينة ج تقع في منتصف المسافة بين المدينة أ والمدينة ب، فما هي أقرب مسافة بوحدات الإحداثيات من المدينة أ إلى المدينة ج؟

- a) 4.75
b) 7.43
c) 14.9
d) 19

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q14 The map of a mall is overlaid with a numeric grid. The kiosk for the cell phone store is halfway between The Ice Creamery and the See Clearly eyeglass store. If the ice cream store is at $(2, 4)$ and the eyeglass store is at $(78, 46)$, find the distance the kiosk is from the eyeglass store.

س14 تم رسم خريطة لمركز تسوق بشبكة رقمية. يقع كشك متجر الهواتف المحمولة في منتصف الطريق بين The Ice Creamery ومتجر النظارات See Clearly. إذا كان متجر الأيس كريم يقع عند $(2, 4)$ ومتجر النظارات يقع عند $(78, 46)$ ، فابحث عن المسافة بين الكشك ومتجر النظارات.

a) **43.4 units**

b) **47.2 units**

c) **62.4 units**

d) **94.3 units**

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 The coordinates for points A and B are $(-4, -5)$ and $(10, -7)$, respectively. Find the distance between the midpoint of A and B and point B .

س15 إحداثيات النقطتين A و B هي $(-4, -5)$ و $(10, -7)$ على التوالي. أوجد المسافة بين نقطة المنتصف للنقطتين A و B والنقطة B .

a) **$\sqrt{10}$ units**

b) **$5\sqrt{10}$ units**

c) **$\sqrt{50}$ units**

d) **$10\sqrt{5}$ units**

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Lesson 7-2 الدرس

القطع المكافئ

Parabolas

نواتج التعلم

Learning Outcomes

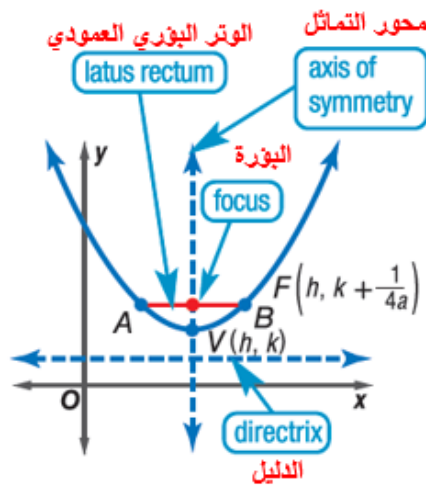
كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية
Write equations of parabolas in standard form.

رسم القطع المكافئ
Graph parabolas.

Equations of Parabolas

معادلات القطوع المكافئة

A parabola can be defined as the set of all points in a plane that are the same distance from a given point called the **focus** and a given line called the **directrix**. The line segment through the focus of a parabola and perpendicular to the axis of symmetry is called the **latus rectum**. The endpoints of the latus rectum lie on the parabola



يمكن تعريف القطع المكافئ بأنه مجموعة جميع النقاط في المستوى التي تبعد مسافة واحدة عن نقطة معطاة تدعى **البؤرة** ومستقيم معطى يدعى **الدليل**. يطلق على القطعة المستقيمة المارة من بؤرة القطع المكافئ والعمودية على محور التماثل اسم وتر بؤري عمودي. تقع النقطتان الطرفيتان للوتر البؤري العمودي على القطع المكافئ

المفهوم الأساسي صور معادلات القطوع المكافئة

Key Concept Equations of Parabolas

صيغة المعادلة Form of Equation	$y = a(x - h)^2 + k$	$x = a(y - k)^2 + h$
اتجاه الفتحة Direction of Opening	للاعلى if $a > 0$, للاسفل if $a < 0$	يمين if $a > 0$, يسار if $a < 0$
الرأس Vertex	(h, k)	(h, k)
محور التماثل Axis of Symmetry	$x = h$	$y = k$
البؤرة Focus	$(h, k + \frac{1}{4a})$	$(h + \frac{1}{4a}, k)$
الدليل Directrix	$y = k - \frac{1}{4a}$	$x = h - \frac{1}{4a}$
طول الوتر البؤري العمودي Length of Latus Rectum	$ \frac{1}{a} \text{ units}$	$ \frac{1}{a} \text{ units}$

Q1 Write the equation in standard form.
Identify the vertex, axis of symmetry, and
direction of opening of the parabola.

س1 اكتب المعادلة في الصورة القياسية. حدد الرأس
ومحور التماثل واتجاه فتح القطع المكافئ.

a) $y = x^2 - 6x + 11$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $y = x^2 + 8x + 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $y = 2x^2 - 24x + 40$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Write the equation in standard form.
Identify the vertex, axis of symmetry, and
direction of opening of the parabola.

س2 اكتب المعادلة في الصورة القياسية. حدد الرأس
ومحور التماثل واتجاه فتح القطع المكافئ.

a) $x = y^2 - 8y - 11$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $x + 3y^2 + 12y = 18$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $y = -3x^2 - 9x - 6$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Write the equation for a parabola in standard form

س3 اكتب معادلة القطع المكافئ بالصورة القياسية

$$y = 2x^2 - 8x + 1$$

a) $y = 2(x - 4)^2 - 15$

b) $y = 2(x - 2)^2 + 9$

c) $y = 2(x - 2)^2 - 7$

d) $y = (x - 4)^2 - 15$

Q4 Write the equation for a parabola in standard form

س4 اكتب معادلة القطع المكافئ بالصورة القياسية

Q1 Write the equation for a parabola in standard form

س1 اكتب معادلة القطع المكافئ بالصورة القياسية

$$y = x^2 - 8x + 13$$

a) $y = (x - 3)^2 - 4$

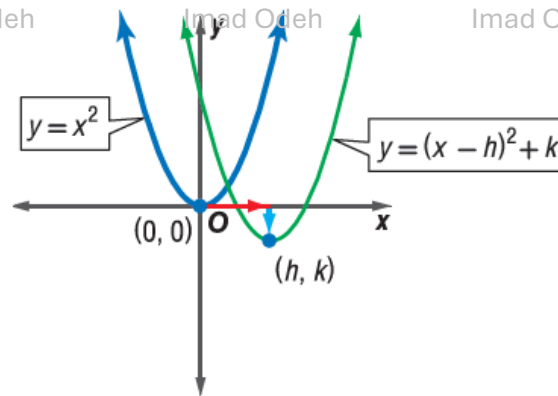
b) $y = (x - 4)^2 - 3$

c) $x = (y - 4)^2 - 3$

d) $x = (y - 3)^2 - 4$

رسم منحنى القطع المكافئ

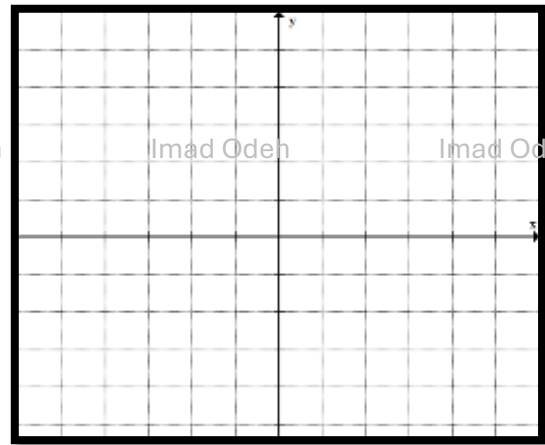
Graph Parabolas



Q5 Graph each equation.

س5 مثل بيانيا المعادلة

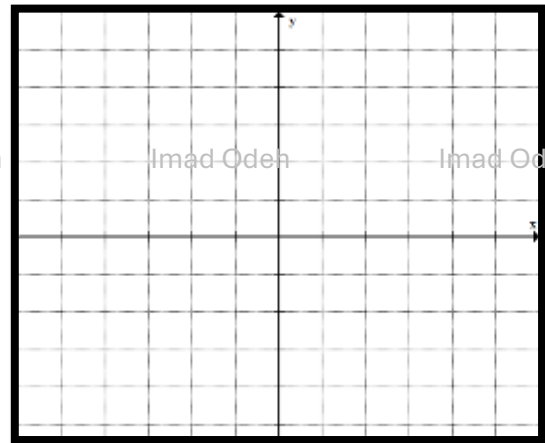
$$y = -3x^2$$



Q6 Graph each equation.

س6

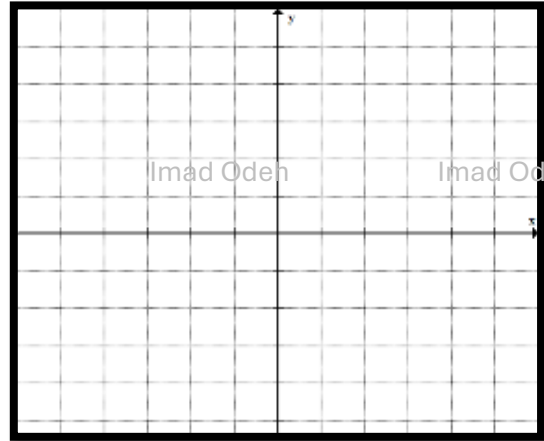
$$y = 2x^2$$



Q7 Graph each equation.

7س

$$y = (x - 4)^2 + 1$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

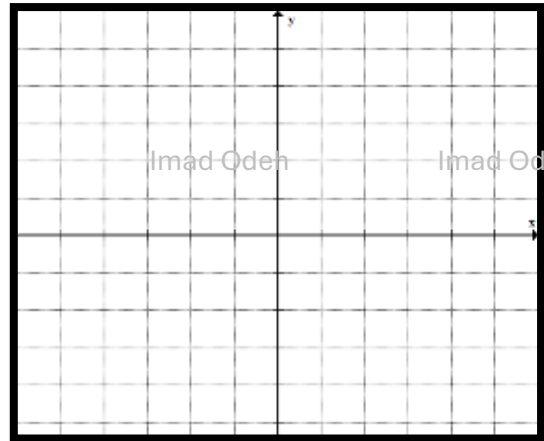
Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Graph each equation.

8س

$$y = 2(x - 1)^2 - 4$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

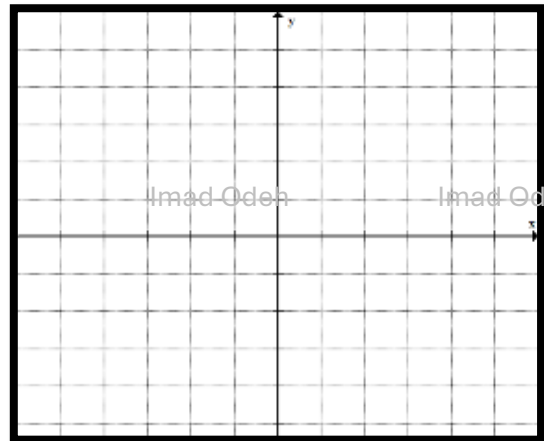
Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 Graph each equation.

9س

$$y = x^2 + 6x - 4$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

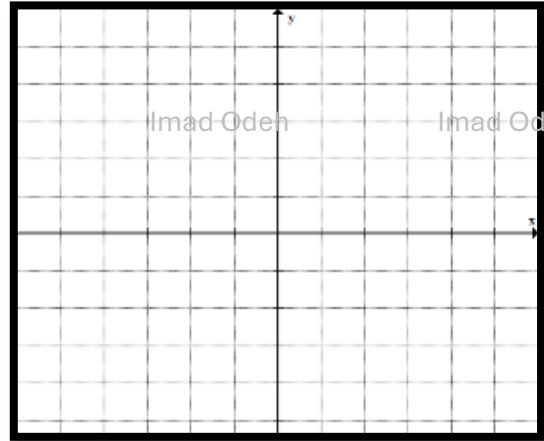
Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Graph each equation.

س10

$$2x - y^2 = 4y + 10$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

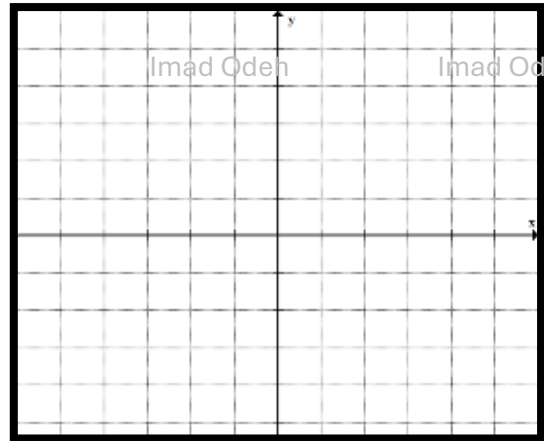
Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 Graph each equation.

س11

$$3x - y^2 = 4x + 25$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

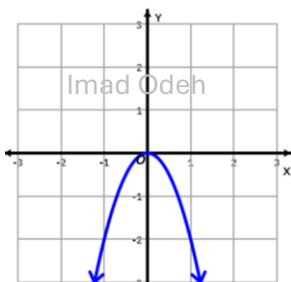
Q12 Select the graph of the equation

س12 اختر التمثيل البياني للمعادلة

$$y = -2x^2$$

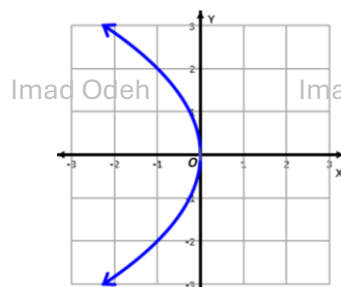
a)

Imad Odeh



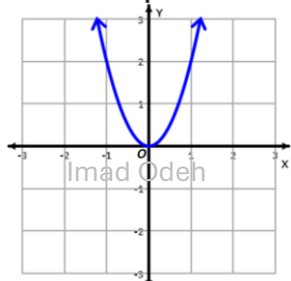
b)

Imad Odeh



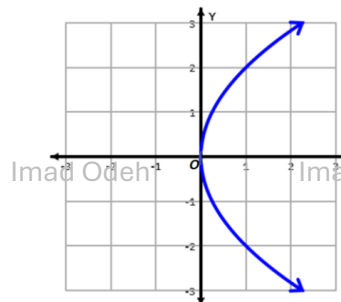
c)

Imad Odeh



d)

Imad Odeh



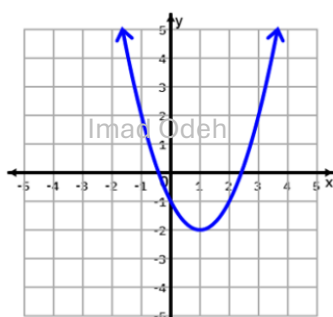
Q13 Select the graph of the equation

س13 اختر التمثيل البياني للمعادلة

$$y = (x - 1)^2 - 2$$

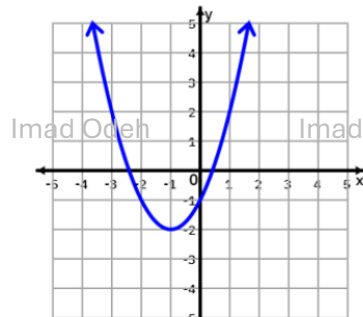
a)

Imad Odeh



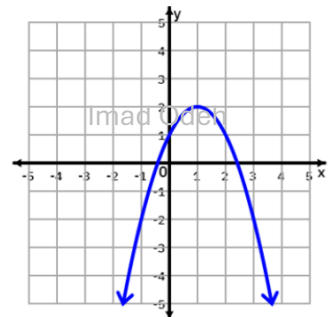
b)

Imad Odeh



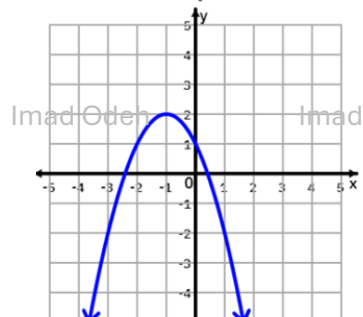
c)

Imad Odeh



d)

Imad Odeh



س14 ما لمعادلة الممثلة بيانيا

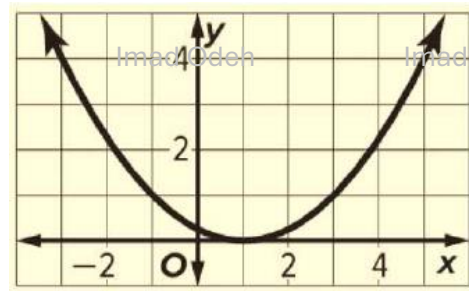
Q14 Which equation is graphed

a) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

b) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}$

c) $y = 4x^2 + 8x + 4$

d) $x = 4y^2 + 1$



س15 ما لمعادلة الممثلة بيانيا

Q15 Which equation is graphed

a) $y = 4x^2 - 16x + 16$

b) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

c) $x = \frac{1}{4}y^2 - y + 1$

d) $x = 4y^2 - 16y + 16$



س16 ما لمعادلة الممثلة بيانيا

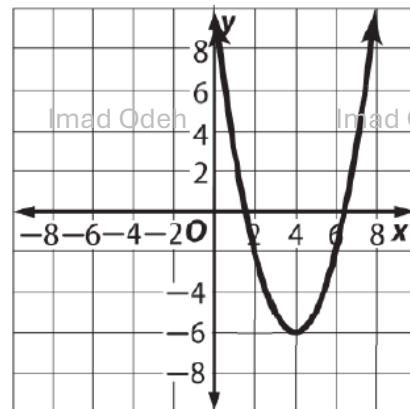
Q16 Which equation is graphed

a) $y = (x + 4)^2 - 6$

b) $x = (y + 4)^2 - 6$

c) $x = (y - 4)^2 - 6$

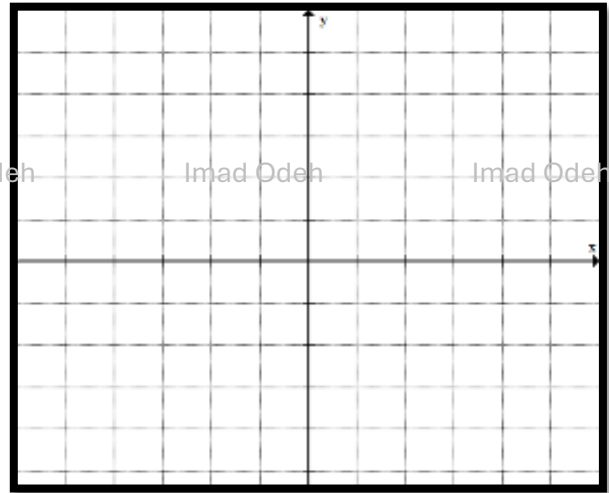
d) $y = (x - 4)^2 - 6$



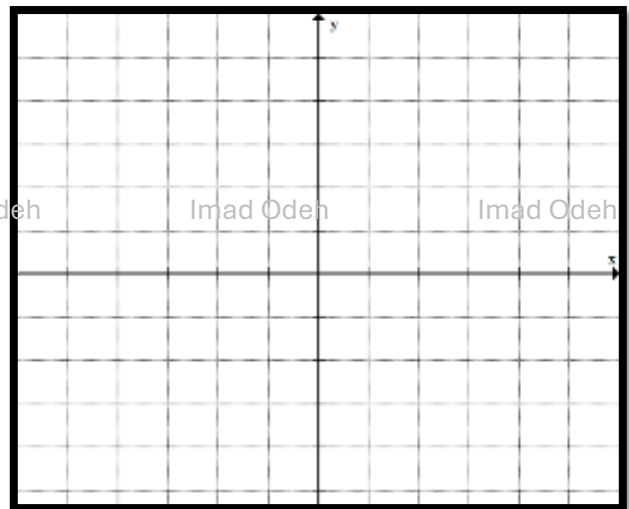
Q17 Write an equation for the parabola described below. Then graph the equation.

س17 اكتب معادلة القطع المكافئ الموضح أدناه. ثم مثل المعادلة بيانيًا.

a) vertex $(1, 8)$, directrix $y = 3$



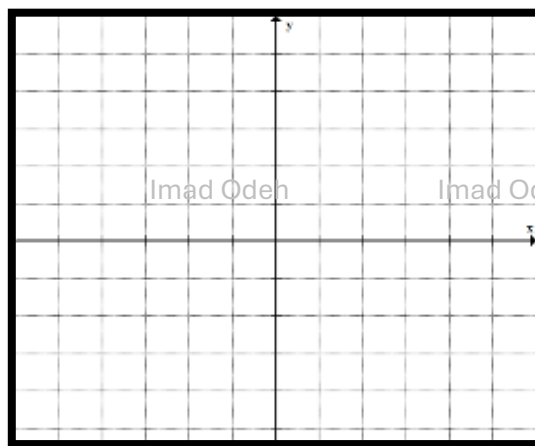
b) focus $(-2, -4)$, directrix $x = -6$



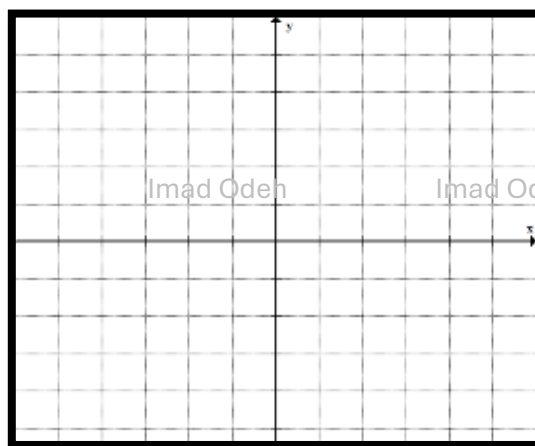
Q18 Write an equation for the parabola described below. Then graph the equation.

س18 اكتب معادلة القطع المكافئ الموضح أدناه. ثم مثل المعادلة بيانيًا.

a) focus $(2, 4)$, directrix $x = 10$



b) vertex $(9, 6)$, focus $(9, 5)$



Q19 Write the equation for a parabola with

س19 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي

vertex at $(1, 2)$ and directrix $x = \frac{3}{4}$

a) $y = (x - 2)^2 + 1$

b) $y = (x + 2)^2 + 1$

c) $x = (y - 1)^2 - 2$

d) $x = (y - 1)^2 - 2$

س20 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي
Q20 Write the equation for a parabola with
vertex at (0,1) and focus (0, 4)

a) $y = -\frac{1}{12}x^2 + 1$

b) $y = \frac{1}{12}x^2 + 1$

c) $x = -\frac{1}{12}y^2 + 1$

d) $x = \frac{1}{12}y^2 + 1$

س21 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه
Q21 Which is the equation for the parabola
that has
vertex (-3, -23) الرأس and passes through the point (1, 9) ويمر بالنقطة

a) $y = x^2 + 10x + 7$

b) $y = x^2 - 6x + 19$

c) $y = 2x^2 + 12x - 5$

d) $y = 2x^2 - 3x + 10$

س22 اوجد البؤرة لمعادلة القطع المكافئ
Q22 Find the focus of

$$x = \frac{1}{8}y^2 + 2$$

a) (2, 0)

b) (4, 0)

c) (0, 4)

d) (0, 4)

س23 أي مما يلي لا يمثل معادلة قطع مكافئ
Q23 Which is NOT the equation of
a parabola?

a) $y = 3x^2 + 5x - 3$

b) $2y + 3x^2 + x - 9 = 0$

c) $x = 3(y + 1)^2$

d) $x^2 + 2y^2 + 6x = 10$

Lesson 7-3

Circles الدوائر

كتابة معادلة الدائرة

نواتج التعلم

Learning outcomes

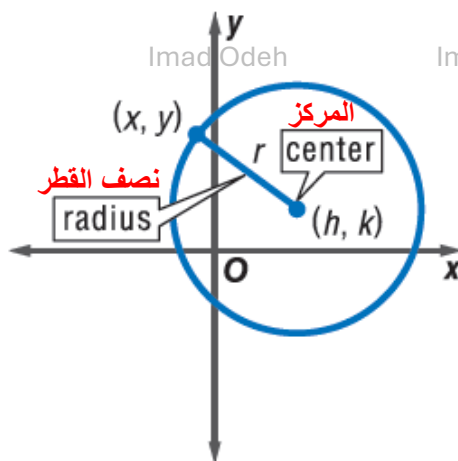
Write equations of circles.

تمثيل الدوائر بيانيا

Graph circles.

معادلة الدائرة

Equations of Circles



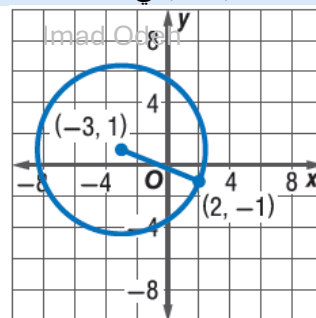
المفهوم الأساسي صور معادلة الدائرة

Key Concept Equations of Circles

الصيغة القياسية للمعادلة Standard Form of Equation	$x^2 + y^2 = r^2$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
Center المركز	$(0, 0)$	(h, k)
Radius نصف القطر	r	r

Q1 Write an equation for the graph.

س1 اكتب معادلة التمثيل البياني



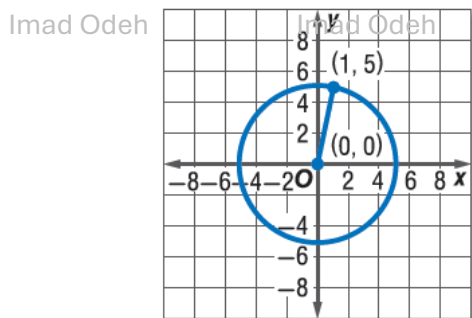
الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

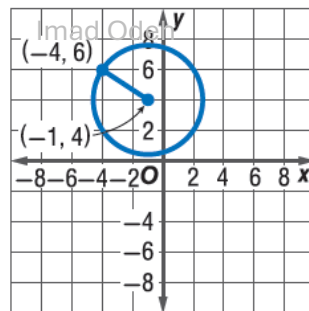
Q2 Write an equation for the graph.

س2 اكتب معادلة التمثيل البياني

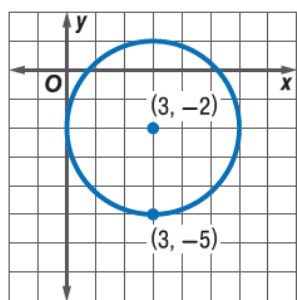
a)



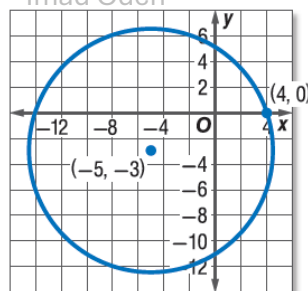
b)



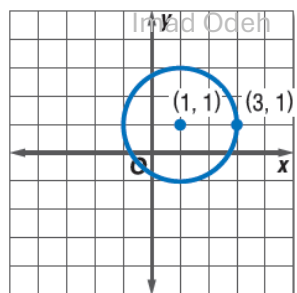
c)



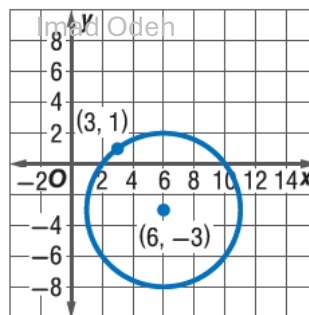
d)



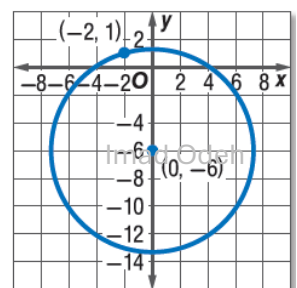
e)



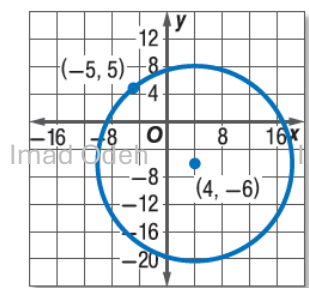
f)



g)



h)

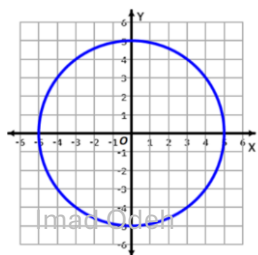


Q3 Select the graph of the circle with equation

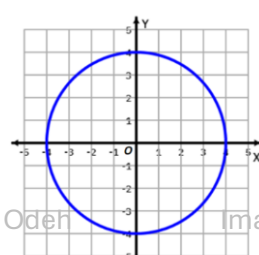
3س اختر التمثيل البياني الذي يمثل الدائرة التي معادلتها

$$x^2 + y^2 = 25$$

a)



b)



Imad Odeh

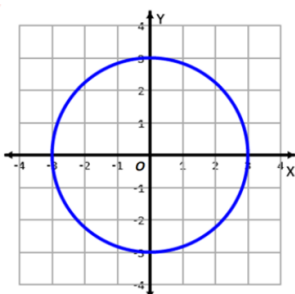
Imad Odeh

Imad Odeh

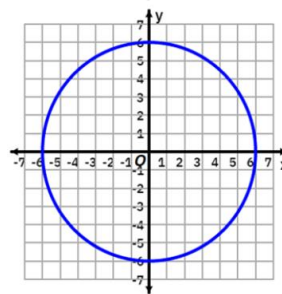
Imad Odeh

Imad Odeh

c)



d)

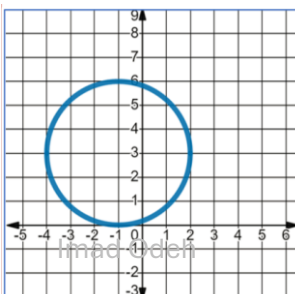


Q4 Select the graph of the equation

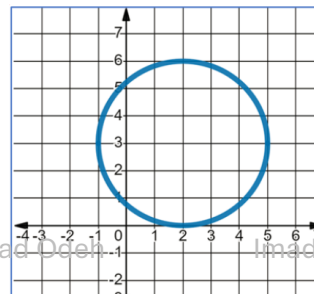
4س اختر التمثيل البياني للمعادلة

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

a)



b)



Imad Odeh

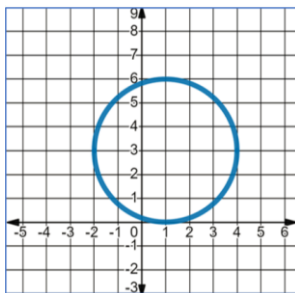
Imad Odeh

Imad Odeh

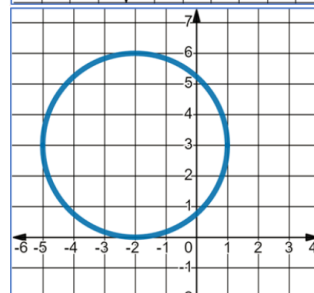
Imad Odeh

Imad Odeh

c)



d)



Q5 Which equation is graphed

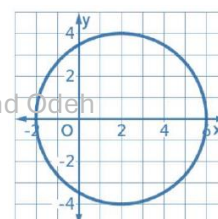
5س ما لمعادلة الممثلة بيانيا

a) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

b) $(x - 2)^2 + y^2 = 16$

c) $x^2 + (y - 2)^2 = 16$

d) $(x - 2)^2 - y^2 = 16$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

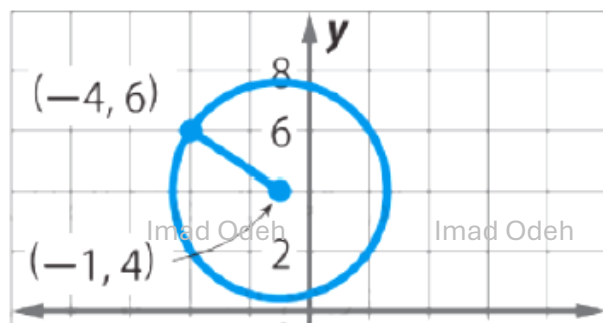
Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Which equation is graphed

س6 ما لمعادلة الممثلة بيانيا

- a) $(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 13$
 b) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = \sqrt{13}$
 c) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 13$
 d) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 2.25$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Write an equation for a circle if the endpoints of a diameter are at

س7 اكتب معادلة للدائرة إذا كانت نهايات القطر عند

- a) $(7, 6)$ and $(-1, -8)$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b) $(3, -3)$ and $(1, 5)$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- c) $(4, -2)$ and $(-4, -6)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q8 A sprinkler waters a circular section of lawn. Write an equation to represent the boundary of the sprinkler area if the endpoints of a diameter are at

س8 مرشة ماء ذات مسار دائري. اكتب معادلة الدائرة التي تمثل حدود مرشة الماء اذا كانت نقاط نهاية القطر هي

$$(-12, 16), (12, -16)$$

a) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 20$

b) $x^2 + y^2 = 20$

c) $x^2 + y^2 = 40$

d) $x^2 + y^2 = 400$

- Q9 Write an equation for each circle given the center and radius.

س9 اكتب معادلة لكل دائرة مع العلم أن المركز والنصف قطر.

a) center: $(-2, -6), r = 4 \text{ units}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) center: $(1, -5), r = 3 \text{ units}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) center: $(1, 0), r = \sqrt{15}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Write an equation for the circle given the

س10 اكتب معادلة الدائرة إذا علمت ان

نصف القطر $r = 4$ and المركز $(-3, 1)$

a) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

b) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

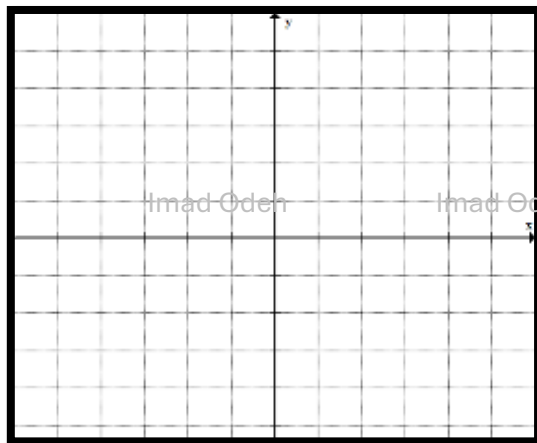
c) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$

d) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$

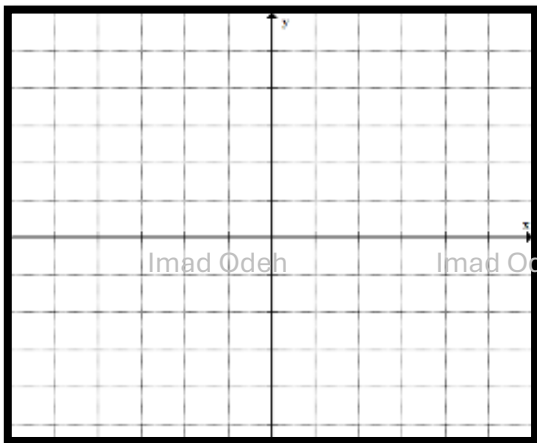
Q11 Find the center and radius of the circle with equation Then graph the circle.

س11 أوجد مركز ونصف قطر الدائرة باستخدام المعادلة ثم ارسم الدائرة بيانياً.

a) $x^2 + y^2 = 100$



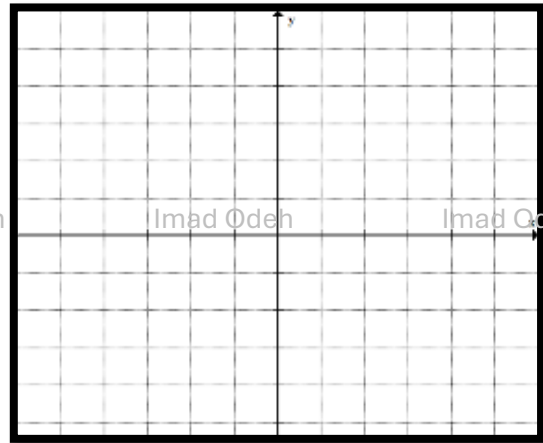
b) $x^2 + (y - 14)^2 = 144$



Q12 Find the center and radius of the circle with equation Then graph the circle.

س12 أوجد مركز ونصف قطر الدائرة باستخدام المعادلة ثم ارسم الدائرة بيانياً.

a) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 34$



Imad Odeh

Imad Odeh

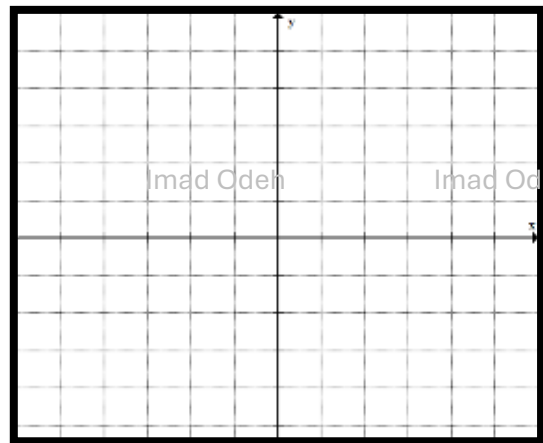
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 12 = 0$



Imad Odeh

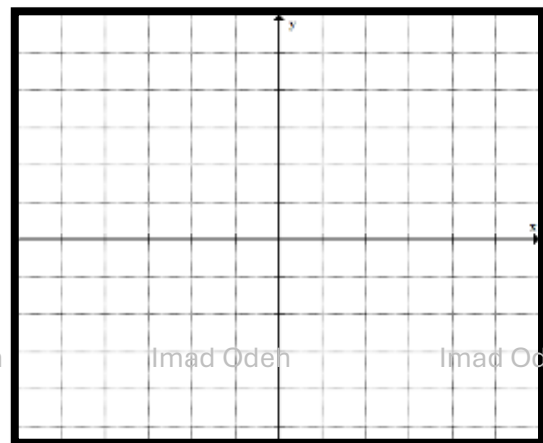
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $x^2 + y^2 + 4x = 9$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

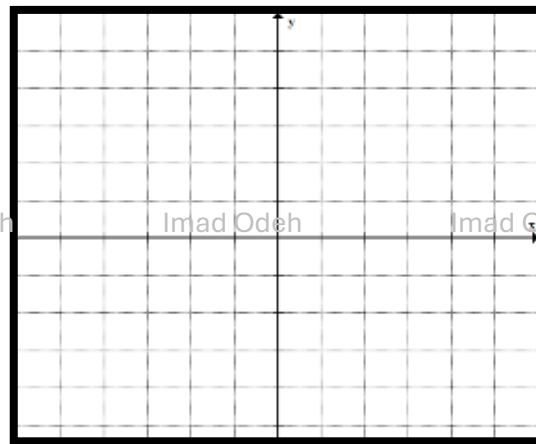
Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Find the center and radius of the circle with equation Then graph the circle.

س13 أوجد مركز ونصف قطر الدائرة باستخدام المعادلة ثم ارسم الدائرة بيانياً.

a) $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 9$



Imad Odeh

Imad Odeh

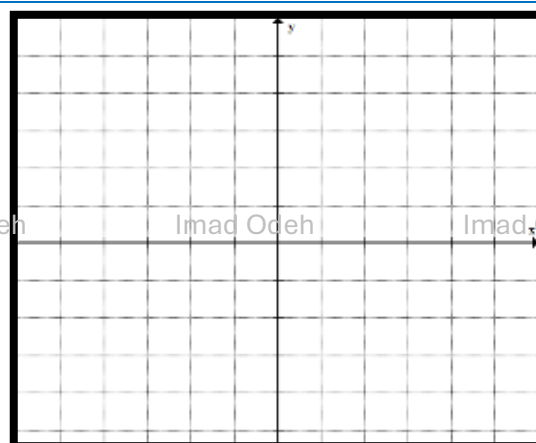
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $x^2 + y^2 + 6y = -50 - 14x$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q14 A certain wi-fi phone has a range of 30 kilometers in any direction. If the phone is 4 kilometers south and 3 kilometers west of headquarters, write an equation to represent the area within which the phone can operate via the Wi-Fi system.

س14 مدى أحد هواتف واي فاي 30km في أي اتجاه. إذا كان الهاتف يقع على مسافة 35km جنوب المقر الرئيسي و 3km غرباً فاكتب معادلة تمثل المساحة التي يمكن تشغيل الهاتف في مداها عبر نظام واي فاي

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 A stadium is located about 35 kilometers west and 40 kilometers north of a city. Suppose an earthquake occurs with its epicenter about 55 kilometers from the stadium. Assume that the origin of a coordinate plane is located at the center of the city. Write an equation for the set of points that could be the epicenter of the earthquake.

س15 يبعد الاستاد عن وسط المدينة تقريباً بمسافة 35km غرباً و 40km شمالاً. افترض حدوث زلزال يبعد مركزه عن استاد المدينة بمسافة 55km تقريباً. افترض أن نقطة أصل المستوى الإحداثي تقع عند مركز وسط المدينة. اكتب معادلة لمجموعة النقاط التي يمكن أن تكون مركز الزلزال.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q16 Find the center of the circle

س16 اوجد المركز للدائرة التي معادلتها

$$x^2 + y^2 - 8x = 9$$

- a) (4,0)
- b) (-4,0)
- c) (0,4)
- d) (4,4)

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q17 Find the center and the radius of the circle

س17 اوجد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها

$$x^2 + (y - 4)^2 = 9$$

- a) (4,0); $r = 3$
- b) (-4,0); $r = 9$
- c) (0,4); $r = 9$
- d) (0,4); $r = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q18 Find the center of the circle

س18 اوجد المركز للدائرة التي معادلتها

$$x^2 + (y - 14)^2 = 144$$

- a) (0, -14)
- b) (14,0)
- c) (0,12)
- d) (0,14)

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q19 Find the center of the circle

س19 اوجد المركز للدائرة التي معادلتها

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 34$$

- a) center (1,4); $r = 5\sqrt{3}$
- b) center (3,0); $r = 2$
- c) center (1,4); $r = \sqrt{34}$
- d) center (0,14); $r = 12$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q20 Find the center and radius of the circle

س20 اوجد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها

$$(x - 4)^2 + y^2 - 16 = 0.$$

- a) $C(-4, 0); r = 4 \text{ units}$
- b) $C(-4, 0); r = 16 \text{ units}$
- c) $C(4, 0); r = 4 \text{ units}$
- d) $C(4, 0); r = 16 \text{ units}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q21 Write the equation of the circle with center (2, 4) tangent to the $x - \text{axis}$

س21 اوجد معادلة الدائرة التي مركزها (2, 4) وتمس محور x

- a) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- b) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- c) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$
- d) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q22 What is the radius of the circle with equation

س22 اوجد نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$$x^2 + 2x + y^2 + 14y + 34 = 0?$$

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Chapter 8

Vectors المتجهات

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Chapter Name	Lesson Number	Lesson Name
المتجهات Vectors	C8L1	مقدمة في المتجهات Introduction to Vectors
	C8L2	المتجهات في المستوى الإحداثي Vectors in the Coordinate Plane
	C8L3	الضرب النقطي ومساقط المتجهات Dot Products and Vector Projection

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Lesson 8-1

Introduction to Vectors مقدمة في المتجهات

نواتج التعلم

Learning Outcomes

تمثيل المتجهات واستخدامها هندسيا
Represent and operate with vectors geometrically.
حل مسائل المتجهات وتحليل المتجهات الى مركباتها
Solve vector problems and resolve vectors into their rectangular components.

س1 اذكر ما إذا كانت كل كمية موصوفة متجهة أم كمية غير متجهة.
Q1 State whether each quantity described is a vector quantity or a scalar quantity.

يسير قارب بسرعة 15km/h
1) a boat traveling at 15 kilometers per hour

شخص يسير بسرعة 25 خطوة باتجاه الغرب
2) a hiker walking 25 paces due west

وزن شخص على ميزان الحمام
3) a person's weight on a bathroom scale

سيارة تسير بسرعة 60km/h بزاوية 15° باتجاه الجنوب الغربي
4) a car traveling 60 kilometers per hour 15° east of south

يهبط قافز بالمظلات لأسفل مباشرة بسرعة 125mi/h
5) a parachutist falling straight down at 12.5 miles per hour

يسحب طفل زلاجة بقوة مقدارها 40N
6) a child pulling a sled with a force of 40 newtons

س2 اذكر ما إذا كانت كل كمية موصوفة متجهة أم كمية غير متجهة.
Q2 State whether each quantity described is a vector quantity or a scalar quantity.

صندوق يتم دفعه بقوة مقدارها 125N
1) a box being pushed with a force of 125 newtons

الرياح تهب بسرعة 20 km/h
2) wind blowing at 20 km/h

غزال يركض بسرعة 15m/s باتجاه الغرب
3) a deer running 15 meters per second due west

كرة قاعدة تم قذفها بسرعة 136 km/h
4) a baseball thrown with a speed of 136 km/h

إطار وزن 15N يتدلى من حبل
5) a 15-Newton tire hanging from a rope

حجر تم قذفه في مسار مستقيم لأعلى بسرعة 15m/s
6) a rock thrown straight up at a velocity of 15 meters per second

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Select the vector quantity

س3 حدد الكمية لمتجهة

a) A car driving 50km/h due east

تسير سيارة بسرعة 50km/h في اتجاه الشرق

b) A gust of wind blowing 5m/s

تهب نسمة هواء بسرعة 5m/s

c) A box being pushed with a force of 125N

صندوق يتم دفعه بقوة 125N

d) Wind blowing at 20 km/h

تهب الرياح بسرعة 20km/h

Q4 Select the vector quantity

س4 حدد الكمية لمتجهة

a) a person's weight on a bathroom scale

وزن شخص على ميزان الحمام

b) a baseball thrown with a speed of 85 miles/h

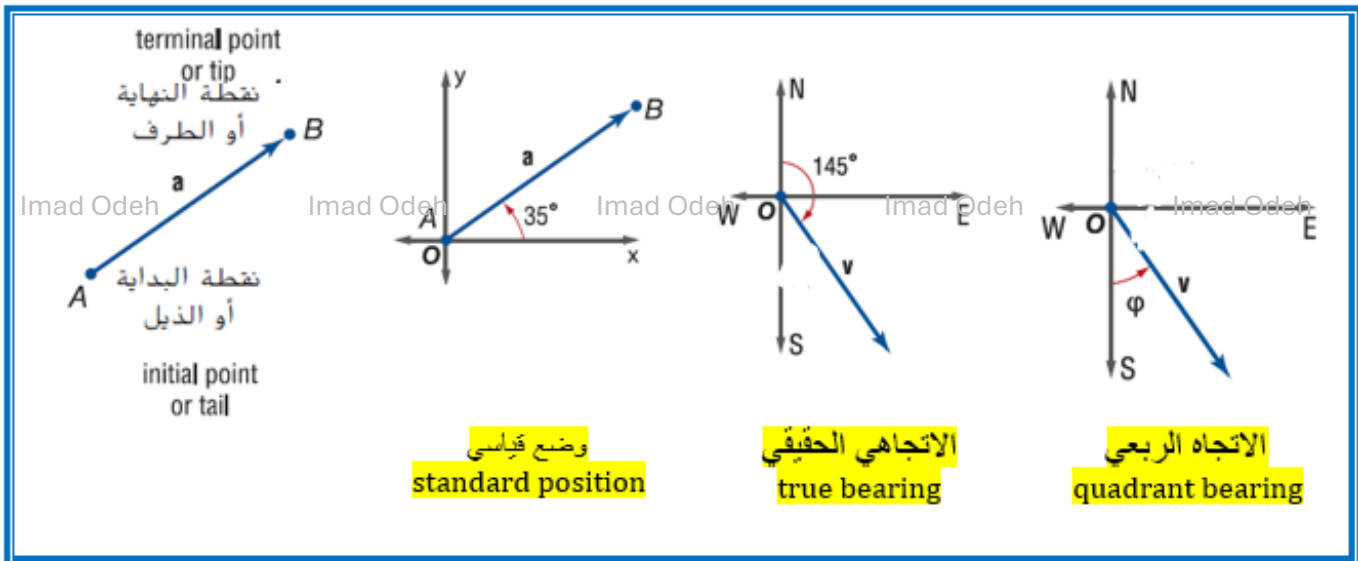
كرة قاعدة تم قذفها بسرعة 85 miles/h

c) a child pulling a sled with a force of 40 N

يسحب طفل زلاجة بقوة مقدارها 40N

d) Wind blowing at 20 km/h

تهب الرياح بسرعة 20km/h



Q5 Use a ruler and a protractor to draw an arrow diagram for each quantity described. Include a scale on each diagram.

س5 استخدم المسطرة والمنقلة لتصميم رسم تخطيطي سهمي لكل كمية موضحة، بحيث يشتمل كل رسم تخطيطي على مقياس.

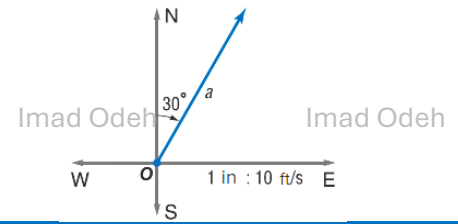
a) $a = 20$ feet per second at a bearing of 030°

$a = 20$ ft/s باتجاه 030°

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



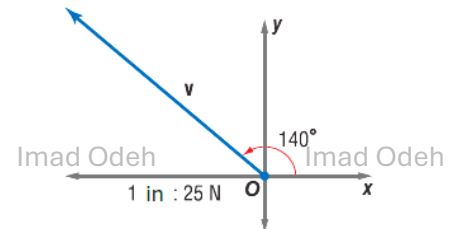
b) $v = 75$ Newtons of force at 140° to the horizontal

$v = 75$ N قوة بزاوية 140° من المركب الأفقي

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



c) $z = 30$ miles per hour at a bearing of $S60^\circ W$

$z = 30$ mi/h باتجاه $S60^\circ W$

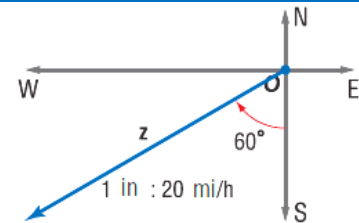
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



d) $t = 20$ meters per second at a bearing of 065°

$t = 20$ m/s باتجاه 065°

e) $u = 15$ kilometers per hour at a bearing of $S25^\circ E$

$u = 15$ Km/s باتجاه $S25^\circ E$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

f) $m = 60$ Newtons of force at 80° to the horizontal

$m = 50$ N بزاوية 80° مع المركب الأفقي

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

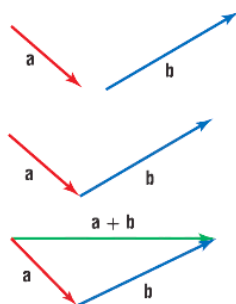
KeyConcept Finding Resultants

Triangle Method (Tip-to-Tail)

To find the resultant of a and b , follow these steps.

Step 1 Translate b so that the tail of b touches the tip of a .

Step 2 The resultant is the vector from the tail of a to the tip of b .



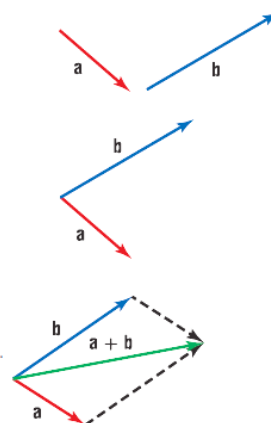
Parallelogram Method (Tail-to-Tail)

To find the resultant of a and b , follow these steps.

Step 1 Translate b so that the tail of b touches the tail of a .

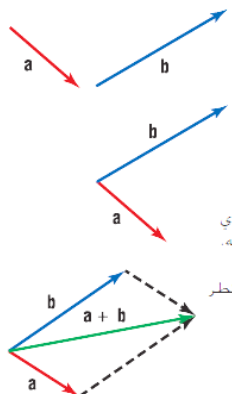
Step 2 Complete the parallelogram that has a and b as two of its sides.

Step 3 The resultant is the vector that forms the indicated diagonal of the parallelogram.



المفهوم الأساسي إيجاد النواتج

طريقة متوازي الأضلاع (الذيل إلى الذيل)



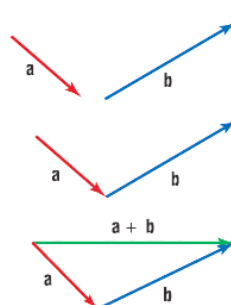
لإيجاد ناتج a و b
اتبع هذه الخطوات.

الخطوة 1 قم بإزاحة b بحيث يلامس
ذيل b طرف a

الخطوة 2 أكمل متوازي الأضلاع الذي يحتوي
على a و b كضلعين من أضلاعه.

الخطوة 3 الناتج هو المتجه الذي يشكل القطر
المشار إليه لمتوازي الأضلاع.

طريقة المثلث (الطرف إلى الذيل)



لإيجاد ناتج a و b
اتبع هذه الخطوات.

الخطوة 1 قم بإزاحة b بحيث يلامس
ذيل b طرف a

الخطوة 2 الناتج هو المتجه من
ذيل a إلى طرف b .

Vector Applications

Q1 Eiman is pushing the handle of a lawn mower with a force of **450 newtons** at an angle of **56°** with the ground.

س1 تدفع إيمان مقبض آلة جز العشب بقوة مقدارها 450N بزاوية 56° مع الأرض

- a. Draw a diagram that shows the resolution of the force that Eiman exerts into its rectangular components.

صمم رسمًا تخطيطيًا يوضح تحليل القوة التي بذلتها إيمان إلى مركباتها المتعامدة.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components of the force.

جد مقادري المركبتين الأفقية والرأسية للقوة.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 A player kicks a football so that it leaves the ground with a velocity of **44 feet/S** at an angle of **33°** with the ground.

س2 ركل لاعب الكرة بحيث انطلقت من الأرض بسرعة 44 feet/S بزاوية 33° مع الأرض

- a. Draw a diagram that shows the resolution of this force into its rectangular components.

قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b. Find the magnitude of the horizontal and vertical components of the velocity.

جد مقدار المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

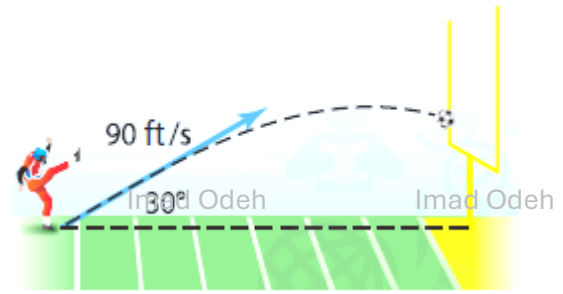
Imad Odeh

Q3 For a field goal attempt, a ball is kicked with the velocity shown in the diagram below

س3 في محاولة لإحراز هدف، تم ركل كرة بالسرعة الموضحة بالرسم التخطيطي أدناه.

- a. Draw a diagram that shows the resolution of this force into its rectangular components.

قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة



- b. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components

جد مقادير المركبات الأفقية والرأسية.

Q4 Buthaina is pushing the handle of a push broom with a force of **190 newtons** at an angle of **33°** with the ground.

س4 تدفع بثينة مقبض مكنسة دفع بقوة مقدارها **190 N** بزاوية **33°** مع الأرض

- a. Draw a diagram that shows the resolution of this force into its rectangular components.

قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة



- b. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components.

جد مقادير المركبات الأفقية والرأسية.

Q5 Eiman is pushing the handle of a lawn mower with a force of **450 newtons** at an angle of **56°** with the ground. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components.

س5 تقوم ايمن بدفع مقبض جزارة العشب بقوة **450N** بزاوية $\theta = 56^\circ$ مع الأرض. اوجد مقادير المركبات الأفقية والراسية للقوة

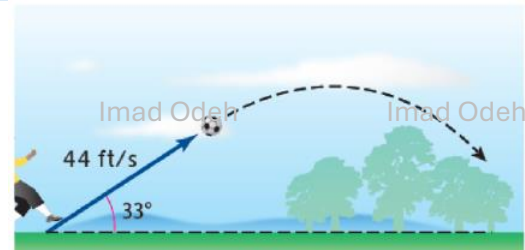
- a) $x = 152, y = 373$
- b) $x = 512, y = 450$
- c) $x = 252, y = 373$
- d) $x = 373, y = 252$



Q6 A player kicks a football so that it leaves the ground with a velocity of **44 feet/s** at an angle of **33°** with the ground. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components.

س6 ركل لاعب كرة القدم بسرعة **44ft/s** بزاوية $\theta = 33^\circ$ مع الأرض. اوجد مقادير المركبات الأفقية والراسية للقوة

- a) $x = 23.96ft/s, y = 36.90ft/s$
- b) $x = 36.90ft/s, y = 23.96ft/s$
- c) $x = 52.5ft/s, y = 80.78ft/s$
- d) $x = 80.78ft/s, y = 52.5ft/s$



Q7 Buthaina is pushing the handle of a push broom with a force of **190 newtons** at an angle of **33°** with the ground. Find the magnitudes of the horizontal and vertical components.

س7 تدفع بثينة مقبض مكنسة دفع بقوة مقدارها **190 N** بزاوية 33° مع الأرض. اوجد مقادير المركبات الأفقية والراسية للقوة

- a) $x = 159.3N, y = 103.5N$
- b) $x = 103.5N, y = 159.3N$
- c) $x = 292.6N, y = 123.4N$
- d) $x = 123.4, y = 292.6N$

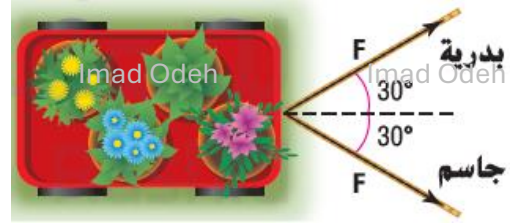


Q8 Jassim and his sister Badria are pulling a wagon full of plants. Each person pulls on the wagon with equal force at an angle of 30° with the axis of the wagon. The resultant force is **120 newtons**.

How much force is each person exerting?

- a) $80\sqrt{3}N$
- b) $40\sqrt{3}N$
- c) $60 N$
- d) $240 N$

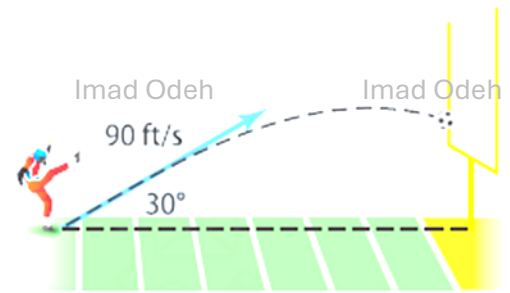
س8 يسحب جاسم وأخته بدرية عربة مليئة بالنباتات يسحب كل شخص العربة بقوة متساوية بزاوية 30° مع محور العربة. وتبلغ القوة الناتجة **120N** ما مقدار القوة التي يبذلها كل منهما؟



Q9 For a field goal attempt, a ball is kicked with the velocity shown in the diagram below Find the magnitudes of the horizontal

- a) $45\sqrt{3} m/s$
- b) $45 m/s$
- c) $30 m/s$
- d) $30\sqrt{3} m/s$

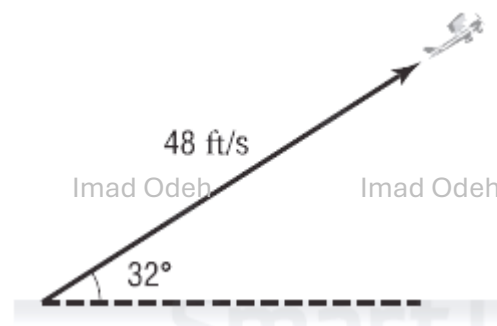
س9 في محاولة لإحراز هدف، تم ركل كرة بالسرعة الموضحة بالرسم التخطيطي أدناه. اوجد مقدار المركبة الأفقية للقوة



Q10 A remote-control airplane flew along an initial path of 32° to the horizontal at a velocity of **48** feet per second as shown. Which of the following represent the magnitudes of the horizontal and vertical components of the velocity?

- a) $25.4 ft/s, 40.7 m/s$
- b) $56.6 ft/s, 90.6 ft/s$
- c) $40.7 ft/s, 25.4 m/s$
- d) $90.6 ft/s, 56.6 ft/s$

س10 حلقت طائرة تحكم عن بُعد على طول مسار مبدئي بزاوية 32° مع المركب الأفقي بسرعة **48 ft/s** كما هو موضح في الشكل اوجد مقدار المركبتين الأفقية والراسية للسرعة



Lesson 8-2

المتجهات في المستوى الإحداثي

Vectors in the Coordinate Plane

نواتج التعلم

Learning Outcomes

تمثيل المتجهات وإجراء العمليات عليها في المستوى الإحداثي
Represent and operate with vectors in the coordinate plane.
كتابة متجه كتوفيق خطي لمتجهات الوحدة.
Write a vector as a linear combination of unit vectors.

Vectors in the Coordinate Plane

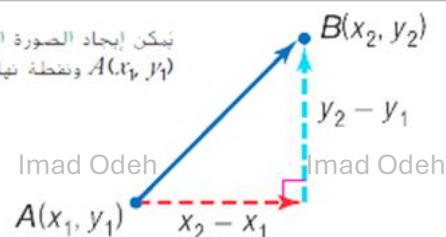
KeyConcept Component Form of a Vector

The component form of a vector $\overrightarrow{AB}$ with initial point $A(x_1, y_1)$ and terminal point $B(x_2, y_2)$ is given by

يمكن إيجاد الصورة المركبة لمتجه $\overrightarrow{AB}$ بنقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ باستخدام

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$



Q1 Find the component form of $\overrightarrow{AB}$ with the given initial and terminal points.

س1 جد الصورة المركبة ل $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

a) $A(-4, 2)$ $B(3, -5)$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $A(-2, -7), B(6, 1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $A(0, 8), B(-9, -3)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the component form of $\overrightarrow{AB}$ with initial point

س2 جد الصورة المركبة لـ $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

a)

$$A(-3, 1), B(4, 5)$$

b)

$$A(10, -2), B(3, -5)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

$$A(-5, -4), B(8, -2)$$

d)

$$A(2.5, -3), B(-4, 1.5)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find the component form of $\overrightarrow{AB}$ with initial point

س3 جد الصورة المركبة لـ $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

$$A(-5, 3), B(2, -1)$$

a) $\langle 4, -1 \rangle$

b) $\langle 7, -4 \rangle$

c) $\langle 7, 4 \rangle$

d) $\langle -6, 4 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find the component form of $\overrightarrow{AB}$

س4 اوجد الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$

$$A(-6, 3), B(9, 2)$$

a) $\langle 3, 1 \rangle$

b) $\langle -15, 1 \rangle$

c) $\langle 3, 5 \rangle$

d) $\langle 15, -1 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the component form of $\overrightarrow{AB}$ س5 اوجد الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$

$$A(0, 8), B(-9, -3)$$

- a) $\langle 9, 11 \rangle$
 b) $\langle -9, -11 \rangle$
 c) $\langle 9, 5 \rangle$
 d) $\langle -11, -9 \rangle$

المفهوم الأساسي مقدار المتجه في المستوى الإحداثي

Key Concept Magnitude of a Vector in the Coordinate Plane

If $\mathbf{v}$ is a vector with initial point (x_1, y_1) and terminal point (x_2, y_2) , then the magnitude of $\mathbf{v}$ is given by

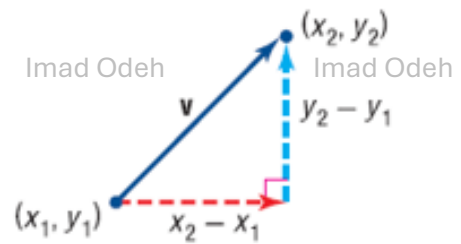
إذا كان $\mathbf{v}$ متجهًا نقطة بدايته (x_1, y_1) ونقطة نهايته (x_2, y_2) ، فيتم إيجاد مقدار $\mathbf{v}$ باستخدام

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

If $\mathbf{v}$ has a component form of $\langle a, b \rangle$, then $|\mathbf{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

إذا كان لـ $\mathbf{v}$ الصورة المركبة $\langle a, b \rangle$



Q6 Find the magnitude of $\overrightarrow{AB}$ with initial point س6 جد مقدار $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

a) $A(-4, 2), B(3, -5)$.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $A(-2, -7), B(6, 1)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

c) $A(0, 8), B(-9, -3)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the magnitude of $\overrightarrow{AB}$ س7 اوجد مقدار $\overrightarrow{AB}$ بحيث

$$A(0, 8) \text{ and } B(-9, -3)$$

- a) $\sqrt{200}$
- b) $\sqrt{202}$
- c) 10
- d) $\sqrt{40}$

Q8 Find the magnitude of $\overrightarrow{AB}$ س8 اوجد مقدار $\overrightarrow{AB}$ بحيث

$$A(2, -7) \text{ and } B(-6, 9)$$

- a) $8\sqrt{5}$
- b) $2\sqrt{6}$
- c) $2\sqrt{5}$
- d) $2\sqrt{65}$

Q9 Consider $C(-9, 2)$ and $D(-4, -3)$. Which of the following is the component form and magnitude of $\overrightarrow{CD}$?س9 لتكن $C(-9, 2)$, $D(-4, -3)$ أي مما يلي يمثل الصورة المركبة ومقدار المتجه $\overrightarrow{CD}$

- a) $\langle 5, -5 \rangle, 5\sqrt{2}$
- b) $\langle 6, -5 \rangle, 5\sqrt{2}$
- c) $\langle 5, -5 \rangle, 6\sqrt{2}$
- d) $\langle 6, -6 \rangle, 6\sqrt{2}$

المفهوم الأساسي العمليات على المتجهات KeyConcept Vector Operations

If $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle$ and $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ are vectors and k is a scalar, then the following are true.

Vector Addition $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

جمع المتجهات

Vector Subtraction $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

طرح المتجهات

Scalar Multiplication $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$

الضرب في كمية عددية

Q1 Find each of the following for

س1 جد كلاً مما يلي لـ

$\mathbf{w} = \langle -4, 1 \rangle$, $\mathbf{y} = \langle 2, 5 \rangle$, and $\mathbf{z} = \langle -3, 0 \rangle$.

a) $\mathbf{w} + \mathbf{y}$

b) $\mathbf{z} - 2\mathbf{y}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $4\mathbf{w} + \mathbf{z}$

d) $-3\mathbf{w}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

e) $2\mathbf{w} + 4\mathbf{y} - \mathbf{z}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find each of the following for

س2 جد كلاً مما يلي ل

$$f = \langle 8, 0 \rangle, g = \langle -3, -5 \rangle, \text{ and } h = \langle 6, 2 \rangle$$

a) $4h - g$

b) $3g - 5f + h$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $f - 2g - 2h$

d) $4g - 3f + h$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find

س3 اوجد

$$x + y \text{ for } x = \langle 0, -2 \rangle \text{ and } \langle 3, 7 \rangle$$

a) $\langle 3, -5 \rangle$

b) $\langle 3, 5 \rangle$

c) $\langle -3, 9 \rangle$

d) $\langle -3, 5 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find

س4 اوجد

$$3x + y \text{ for } x = \langle 0, -1 \rangle \text{ and } \langle 2, 1 \rangle$$

a) $\langle -2, 2 \rangle$

b) $\langle 2, -2 \rangle$

c) $\langle -6, 2 \rangle$

d) $\langle 6, 2 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 If $s = \langle 4, -3 \rangle$, $t = \langle -6, 2 \rangle$, which of the following represents $t - 2s$?س15 لتكن $s = \langle 4, -3 \rangle$, $t = \langle -6, 2 \rangle$ أي مما يلي يمثل $t - 2s$

a) $\langle 14, 8 \rangle$

b) $\langle -14, 8 \rangle$

c) $\langle 14, 6 \rangle$

d) $\langle -14, -8 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Unit Vectors متجه الوحدة

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad \text{or} \quad \frac{1}{|\mathbf{v}|} \mathbf{v}$$

Q1 Find a unit vector with the same direction as the given vector.

س1 جد متجه الوحدة الذي له نفس اتجاه المتجه المعطى

a) $V = \langle -2, 3 \rangle$.

b) $W = \langle 6, -2 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $X = \langle -4, -8 \rangle$

d) $V = \langle 9, -3 \rangle$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

e) $V = \langle 6, 3 \rangle$.

f) $V = \langle -1, -5 \rangle$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$v = \langle 3, -4 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find a unit vector u with the same direction as

س2 اوجد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه

$$v = \langle 3, -4 \rangle$$

a) $\langle \frac{1}{5}, -\frac{1}{5} \rangle$

b) $\langle -\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \rangle$

c) $\langle -\frac{4}{5}, -\frac{3}{5} \rangle$

d) $\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \rangle$

مجموع المتجهين يُسمى التوفيق الخطي $ai + bj$ للمتجهين i و j

The vector sum $ai + bj$ is called a linear combination of the vectors i and j .

Q3 Let $\overrightarrow{DE}$ be the vector with the given initial and terminal points. Write $\overrightarrow{DE}$ as a linear combination of the vectors i and j .

س3 افترض أن متجه $\overrightarrow{DE}$ له نقاط البداية والنهاية المعطاة. اكتب $\overrightarrow{DE}$ على شكل توفيق خطي للمتجهين i و j

a) $D(-2, 3), E(4, 5)$.

b) $D(-6, 0), E(2, 5)$

c) $D(-3, -8), E(-7, 1)$

d) $D(4, -1), E(5, -7)$

e) $D(3, 11), E(-2, -8)$

f) $D(9.5, 1), E(0, -7.3)$

g) $D\left(\frac{1}{8}, 3\right), E\left(-4, \frac{2}{7}\right)$

h) $D(-3, 1.5), E(-3, 1.5)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Write $\overrightarrow{AB}$ as a linear combination of the vectors i and j

س4 اكتب المتجه $\overrightarrow{AB}$ على صورة توافق خطي للمتجهين i, j

$$A(-3, -3), B(2, 6)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

a) $9i + 5j$

b) $5i + 9j$

c) $5i + 3j$

d) $3i + 5j$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh $\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$ Imad Odeh $= \langle \mathbf{v} \cos \theta, \mathbf{v} \sin \theta \rangle$ $= \mathbf{v} (\cos \theta)\mathbf{i} + \mathbf{v} (\sin \theta)\mathbf{j}$	Imad Odeh الصورة المركبة Component form عوض Substitution توفيق خطي لـ $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ Linear combination of $\mathbf{i}$ and $\mathbf{j}$	Imad Odeh
--	--	------------------

س1 جد الصورة المركبة لـ V بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين.
 Q1 Find the component form of V with the given magnitude and direction angle.
 Magnitude = 10 and direction angle is 120°

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س2 جد الصورة المركبة لـ V بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين.
 Q2 Find the component form of V with the given magnitude and direction angle.

a) $|V| = 8, \theta = 45^\circ$

b) $|V| = 24, \theta = 210^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $|V| = 4, \theta = 135^\circ$

d) $|V| = 16, \theta = 330^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

e) $|V| = 28, \theta = 273^\circ$

f) $|V| = 15, \theta = 125^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

لحساب زاوية الاتجاه للمتجه نستطيع استخدام القاعدة التالية

The direction angle θ of vector $\mathbf{v} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ can be found by solving the trigonometric equation

$$\tan \theta = \frac{|\mathbf{v}| \sin \theta}{|\mathbf{v}| \cos \theta} \quad \text{or} \quad \tan \theta = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$$

Q3 Find the direction angle of each vector to the nearest tenth of a degree.

س3 حدّد زاوية اتجاه كل متجه مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة.

a) $\mathbf{p} = 3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$

b) $\mathbf{r} = \langle 4, -5 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c) $-6\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

d) $\langle -3, -8 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

e) $-2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$

f) $-4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

g) $\langle 7, 7 \rangle$

h) $\langle 3, -8 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 A goalkeeper running forward at **5 m/s** throws a ball with a velocity of **25 m/s** at an angle of **40°** with the horizontal. What is the resultant speed and direction of the pass?

س4 يركض حارس المرمى بسرعة 5m/s ويرمي الكرة بسرعة 25m/s وبزاوية 40° ما مقدار السرعة الناتجة للكرة واتجاهها؟

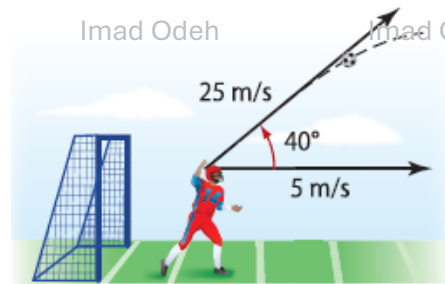
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 What would the resultant velocity of the ball be if the goalkeeper made the same pass running **5 m/s** backward?

س5 ماذا ستكون السرعة الناتجة للكرة إذا ألقى حارس المرمى الرمية ذاتها وهو يركض للخلف بسرعة 5 m/s

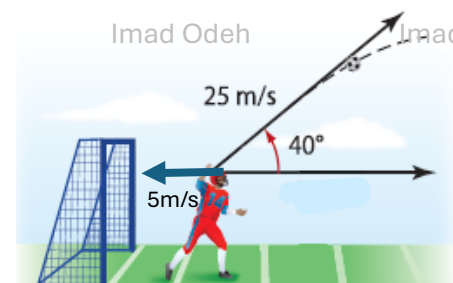
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q6 Houriyya is pulling a sled with a force of **275 newtons** by holding its rope at a **58°** angle. Her brother is pushing the sled with a force of **320 newtons**. Determine the magnitude and direction of the resultant force on the sled.

س6 تسحب حورية زلاجة بقوة 270N بواسطة حبل بزاوية 58° في حين يقوم شقيقها بدفع الزلاجة بقوة 320N اوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المؤثرة على الزلاجة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

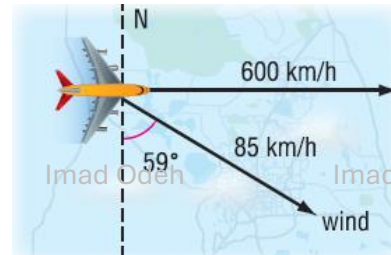
Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 An airplane is traveling due east with a speed of **600** miles per hour. The wind blows at **85** miles per hour at an angle of **S59°E**.

س7 تطير طائرة باتجاه الشرق بسرعة 600km/h وتهب الرياح بسرعة 85km/h وبزاوية S59°E.

- a. Determine the speed of the airplane's flight.
حدّد سرعة طيران الطائرة.



- b. Determine the angle of the airplane's flight.
حدّد زاوية طيران الطائرة.

Lesson 8-3

الضرب النقطي ومساقط المتجهات

Dot Products and Vector Projections

نواتج التعلم
Learning
Outcomes

إيجاد ناتج الضرب النقطي لمتجهين، واستخدام ناتج الضرب النقطي لإيجاد الزاوية بينهما.
Find the dot product of two vectors and use the dot product to find the angle between them.

إيجاد مسقط متجه على آخر.

Find the projection of one vector onto another.

الضرب النقطي (العددي)

Dot Product

Imad Odeh

Imad Odeh

المفهوم الأساسي الضرب النقطي للمتجهات في مستوى

Imad Odeh

Imad Odeh

Key Concept Dot Product of Vectors in a Plane

The dot product of

$$a = \langle a_1, a_2 \rangle \text{ and } b = \langle b_1, b_2 \rangle$$

الضرب النقطي ل

$$a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

The vectors a and b are
orthogonal if and only if

$$a \cdot b = 0$$

يكون المتجهان a و b متعامدان إذا
كانQ1 Find the dot product of u and v . Then
determine if u and v are orthogonal.س1 جد حاصل الضرب النقطي لكل من u و v ثم حدد ما
إذا كان u و v متعامدين أم لا.

1) $u = \langle 3, 6 \rangle$, $v = \langle -4, 2 \rangle$

2) $u = \langle 2, 5 \rangle$, $v = \langle 8, 4 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $u = \langle 3, -2 \rangle$, $v = \langle -5, 1 \rangle$

4) $u = \langle -2, -3 \rangle$, $v = \langle 9, -6 \rangle$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q2 Find the dot product of $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$. Then determine if $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ are orthogonal.

س2 جد حاصل الضرب النقطي لكل من $\mathbf{u}$ و $\mathbf{v}$ ثم حدد ما إذا كان $\mathbf{u}$ و $\mathbf{v}$ متعامدين أم لا.

1)

$$\mathbf{u} = \langle 3, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 6, 2 \rangle$$

2)

$$\mathbf{u} = \langle 9, -3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, 3 \rangle$$

3)

$$\mathbf{u} = \langle 1, -4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, 8 \rangle$$

4)

$$\mathbf{u} = \langle -4, 6 \rangle, \mathbf{v} = \langle -5, -2 \rangle$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

KeyConcept Properties of the Dot Product المفهوم الأساسي خواص ضرب النقطي

If u , v , and w are vectors and k is a scalar, then the following properties hold.

Commutative Property خاصية التبديل

$$u \cdot v = v \cdot u$$

Distributive Property خاصية التوزيع

$$u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$$

Scalar Multiplication Property خاصية الضرب في كمية عددية

$$k(u \cdot v) = ku \cdot v = u \cdot kv$$

Zero Vector Dot Product Property

$$0 \cdot u = 0$$

Dot Product and Vector Magnitude Relationship

$$u \cdot u = |u|^2$$

خاصية الضرب النقطي للمتجهات الصفرية
العلاقة بين ناتج الضرب النقطي ومقدار المتجه

Q3 Use the dot product to find the magnitude of the given vector. استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المعطى.

1) $a = \langle -5, 12 \rangle$

2) $b = \langle 12, 16 \rangle$

3) $r = \langle -9, -4 \rangle$

4) $v = \langle 1, -18 \rangle$

5) $t = \langle 23, -16 \rangle$

6) $p = \langle -7, -2 \rangle$

Q4 Use the dot product to find the magnitude of the vector س14 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه

$$t = \langle -1, -7 \rangle$$

- a) 50
b) 5
c) $2\sqrt{2}$
d) $5\sqrt{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Use the dot product to find the magnitude of the vector س5 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه

$$a = \langle 12, 16 \rangle$$

- a) 192
b) 20
c) 18
d) 400

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Find the cross product of س6 اوجد ناتج الضرب النقطي ل

$$v = \langle 5, 8 \rangle, \langle 1, -6 \rangle$$

- a) 53
b) -43
c) 43
d) 8

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 If س7 ليكن

$u = \langle 2, 3 \rangle$, $v = \langle -1, 4 \rangle$, and $w = \langle 8, -5 \rangle$, find $(u \cdot v) + (w \cdot v)$ اوجد.

- a) -18
b) -2
c) 15
d) 38

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

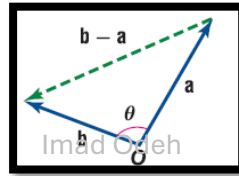
Imad Odeh

Imad Odeh

المفهوم الأساسي الزاوية بين متجهين

Key Concept Angle Between Two Vectors

If θ is the angle between nonzero vectors a and b , then



$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

إذا كانت θ هي الزاوية بين المتجهين a و b غير الصفريين

Q8 Find the angle θ between vectors u and v to the nearest tenth of a degree.

س8 جد الزاوية θ بين المتجهين u و v قرب اجابتك لأقرب جزء من عشرة من الدرجة

1) $u = \langle 6, 2 \rangle$ and $v = \langle -4, 3 \rangle$

2) $u = \langle 3, 1 \rangle$ and $v = \langle 3, -3 \rangle$

3) $u = \langle -5, -2 \rangle$ and $v = \langle 4, 4 \rangle$

4) $u = \langle 9, 5 \rangle$ and $v = \langle -6, 7 \rangle$

5)

$$\mathbf{u} = \langle 7, 10 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, -4 \rangle$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

6)

$$\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$$

7)

$$\mathbf{u} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -7\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

8)

$$\mathbf{u} = -10\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{v} = 10\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$$

Q9 Find the angle between vectors to the nearest tenth of degree

س9 اوجد الزاوية بين المتجهين لأقرب جزء من عشرة من الدرجة

$$\mathbf{u} = \langle -2, 3 \rangle \text{ and } \mathbf{v} = \langle -4, -2 \rangle$$

- a) $\theta = 48.4^\circ$
- b) $\theta = 82.9^\circ$
- c) $\theta = 141.3^\circ$
- d) $\theta = 164.7^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Find the angle between vectors to the nearest tenth of degree

س10 اوجد الزاوية بين المتجهين لأقرب جزء من عشرة من الدرجة

$$\mathbf{u} = \langle 0, -5 \rangle \text{ and } \mathbf{v} = \langle 1, -4 \rangle$$

- a) $\theta = 74.0^\circ$
- b) $\theta = 14.0^\circ$
- c) $\theta = 44.1^\circ$
- d) $\theta = 76.0^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 Find the angle between vectors to the nearest tenth of degree

س11 اوجد الزاوية بين المتجهين لأقرب جزء من عشرة من الدرجة

$$\mathbf{u} = \langle 7, 10 \rangle \text{ and } \mathbf{v} = \langle 4, -4 \rangle$$

- a) $\theta = 100.0^\circ$
- b) $\theta = 170.0^\circ$
- c) $\theta = 80.1^\circ$
- d) $\theta = 10.0^\circ$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س12 اوجد الزاوية بين المتجهين لأقرب جزء من عشرة من الدرجة
Q12 Find the angle between vectors to the nearest tenth of degree

$$u = \langle -1, -3 \rangle \text{ and } v = \langle -7, -3 \rangle$$

- a) $\theta = 48.4^\circ$
b) $\theta = 82.9^\circ$
c) $\theta = 141.3^\circ$
d) $\theta = 164.7^\circ$

س113 اوجد الصورة المركبة لمتجه مقداره 20 وزاوية اتجاهه 135°
Q13 Find the component form of the vector v with magnitude 20 and direction angle 135°

- a) $\langle -10, -10 \rangle$
b) $\langle 10\sqrt{2}, -10\sqrt{2} \rangle$
c) $\langle -10\sqrt{2}, 10\sqrt{2} \rangle$
d) $\langle 10\sqrt{2}, 10\sqrt{2} \rangle$

س14 اوجد الصورة المركبة لمتجه مقداره 24 وزاوية اتجاهه 210°
Q14 Find the component form of the vector v with magnitude 24 and direction angle 210°

- a) $\langle -12, -12\sqrt{3} \rangle$
b) $\langle -24\sqrt{3}, -24 \rangle$
c) $\langle 12, 12\sqrt{3} \rangle$
d) $\langle -12\sqrt{3}, -12 \rangle$

س15 اوجد الصورة المركبة لمتجه مقداره 4 وزاوية اتجاهه 135°
Q15 Find the component form of the vector v with magnitude 4 and direction angle 135°

- a) $\langle 6, 6\sqrt{3} \rangle$
b) $\langle -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \rangle$
c) $\langle -3, -3\sqrt{3} \rangle$
d) $\langle 8\sqrt{3}, -8 \rangle$

س16 اوجد الصورة المركبة لمتجه مقداره 8 وزاوية اتجاهه 120°
Q16 Find the component form of the vector v with magnitude 8 and direction angle 120°

- a) $\langle -4\sqrt{3}, -4 \rangle$
b) $\langle -4, 4\sqrt{3} \rangle$
c) $\langle 4, -4\sqrt{3} \rangle$
d) $\langle -4\sqrt{3}, 4 \rangle$

مسقط المتجه Vector Projection

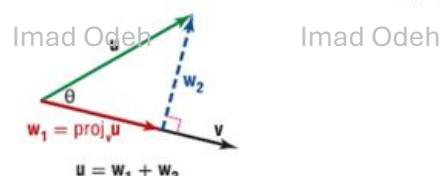
KeyConcept Projection of u onto v

المفهوم الأساسي مسقط u على v

Let u and v be nonzero vectors, and let w_1 and w_2 be vector components of u such that w_1 is parallel to v as shown. Then vector w_1 is called the **vector projection** of u onto v , denoted $\text{proj}_v u$, and

افترض أن u و v متجهان غير صفريين. وافترض أن w_1 و w_2 مركبا المتجه u بحيث w_1 متوازي v كما هو موضح. إذا المتجه w_1 يسمى **مسقط المتجه** u على v . ويرمز إليه $\text{proj}_v u$

$$\text{proj}_v u = \left(\frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) v.$$



- Q1 Find the projection of $u = \langle 3, 2 \rangle$ onto $v = \langle 5, -5 \rangle$. Then write u as the sum of two orthogonal vectors, one of which is the projection of u onto v .

س1 جد مسقط المتجه $u = \langle 3, 2 \rangle$ على المتجه $v = \langle 5, -5 \rangle$
ثم اكتب المتجه u على هيئة متجهين متعامدين أحدهما مسقط المتجه u على v

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q2 Find the projection of $u = \langle 1, 2 \rangle$ onto $v = \langle 8, 5 \rangle$. Then write u as the sum of two orthogonal vectors, one of which is the projection of u onto v .

س12 جد مسقط المتجه $u = \langle 1, 2 \rangle$ على المتجه $v = \langle 8, 5 \rangle$
ثم اكتب المتجه u على هيئة متجهين متعامدين أحدهما مسقط المتجه u على v

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q3 Find the projection of $u = \langle 4, -3 \rangle$ onto $v = \langle 2, 6 \rangle$. Then write u as the sum of two orthogonal vectors, one of which is the projection of u onto v .
- س3 جد مسقط المتجه $u = \langle 4, -3 \rangle$ على المتجه $v = \langle 2, 6 \rangle$. ثم اكتب المتجه u على هيئة متجهين متعامدين أحدهما مسقط المتجه u على v .

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q4 Find the projection of $u = \langle -3, 4 \rangle$ onto $v = \langle 1, 6 \rangle$. Then write u as the sum of two orthogonal vectors, one of which is the projection of u onto v .
- س4 جد مسقط المتجه $u = \langle -3, 4 \rangle$ على المتجه $v = \langle 1, 6 \rangle$. ثم اكتب المتجه u على هيئة متجهين متعامدين أحدهما مسقط المتجه u على v .

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the projection of $\mathbf{u}$ onto $\mathbf{v}$. Then write $\mathbf{u}$ as the sum of two orthogonal vectors, one of which is the projection of $\mathbf{u}$ onto $\mathbf{v}$.

س5 جد مسقط المتجه $\mathbf{u}$ على المتجه $\mathbf{v}$ ثم اكتب المتجه $\mathbf{u}$ على هيئة متجهين متعامدين أحدهما مسقط المتجه $\mathbf{u}$ على $\mathbf{v}$

1)

$$\mathbf{u} = 3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}, \mathbf{v} = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$$

2)

$$\mathbf{u} = \langle 8, 2 \rangle, \mathbf{v} = \langle -4, 1 \rangle$$

3)

$$\mathbf{u} = \langle 2, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle -3, 8 \rangle$$

4)

$$\mathbf{u} = 5\mathbf{i} - 8\mathbf{j}, \mathbf{v} = 6\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

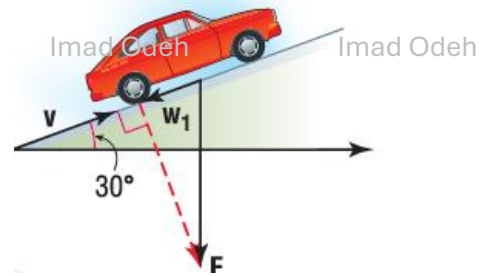
Q6 13,000-newton car sits on a hill inclined at 30° as shown. Ignoring the force of friction, what force is required to keep the car from rolling down the hill?

س6 تقف سيارة بقوة 13,000 على تل مائل بزاوية 30° كما هو موضح. إذا تم تجاهل قوة الاحتكاك، فما القوة اللازمة لمنع تدحرج السيارة لأسفل التل؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Khadija sits on a sled on the side of a hill inclined at 60° . What force is required to keep the sled from sliding down the hill if the weight of Khadija and the sled is 550 newtons?

س7 تجلس خديجة على زلاجة على جانب تل مائل بزاوية 60° . ما القوة اللازمة لمنع انزلاق الزلاجة لأسفل التل إذا علمت أن وزن خديجة والزلاجة 550

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

لحساب الشغل المبذول من قوة F في أي اتجاه لتحريك جسم من النقطة A إلى B

The work done by a constant force F in any direction to move an object from point A to B

$$W = |F| \cos \theta \cdot |\overline{AB}|$$

$$W = F \cdot AB$$

Imad Odeh

Imad Odeh

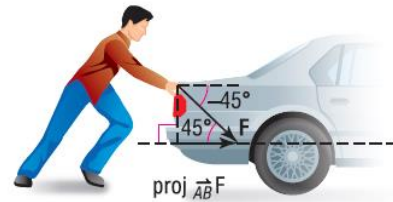
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q8 A person pushes a car with a constant force of 120 newtons at a constant angle of 45° as shown. Find the work done in joules moving the car 10 meters.

س8 يدفع شخص سيارة بقوة ثابتة مقدارها 120N بزاوية مقدارها 45° كما هو موضح في الشكل احسب مقدار الشغل المبذول بالجول لتحريك السيارة 10m



Imad Odeh

Imad Odeh

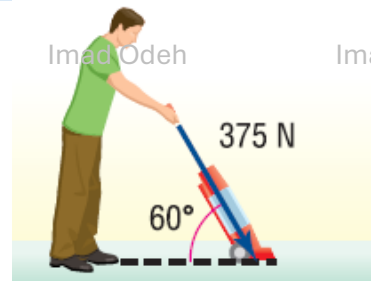
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q9 Khalid is pushing a vacuum cleaner with a force of 375 newtons. The handle of the vacuum cleaner makes a 60° angle with the floor. How much work in newton-meters does he do if he pushes the vacuum cleaner 2 meters?

س9 يدفع خالد مكنسة كهربائية بقوة 375. مقبض المكنسة يشكل زاوية 60° مع الأرضية. ما مقدار الشغل، الذي يبذله عند دفع المكنسة لمسافة 2 ؟



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Rana is pushing a construction barrel up a ramp 1.5 meters long into the back of a truck. She is using a force of 534 newtons and the ramp is 25° from the horizontal. How much work in joules is Rana doing?

س10 تدفع رانيا برميل إنشاءات لأعلى منحدر طوله 1.5 لإدخاله في صندوق شاحنة. يستخدم قوة 534 وزاوية المنحدر 25° مع المركبة الأفقية. ما مقدار الشغل بالجول الذي تبذله رانيا؟

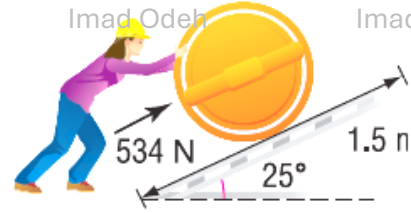
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 A student rolls her backpack from her Chemistry classroom to her English classroom using a force of 175 newtons.

س11 تسحب طالبة حقيبتها من صف الكيمياء إلى صف اللغة الإنجليزية بقوة 175N.

a. If she exerts 3060 joules to pull her backpack 31 meters, what is the angle of her force?

إذا بذلت 3060 جول لسحب حقيبتها لمسافة 31، فما زاوية القوة الخاصة بها؟



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b. If she exerts 1315 joules at an angle of 60° , how far did she pull her backpack?

إذا بذلت 1315 جول بزاوية 60° ، فما مسافة سحب الحقيبة؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q12 Sultan uses a wagon to carry newspapers for his paper route. He is pulling the wagon with a force of 25 newtons at an angle of 30° with the horizontal.

س12 يستخدم سلطان عربة لحمل الصحف لتوزيعها. ويسحب العربة بقوة تبلغ 25 بزاوية 30° مع المركب الأفقي.

- a. How much work in joules is Sultan doing when he pulls the wagon 150 meters?

ما مقدار الشغل الذي يبذله سلطان عند سحب العربة لمسافة 150m



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b. If the handle makes an angle of 40° with the ground and he pulls the wagon with the same distance and force, is Sultan doing more or less work? Explain your answer.

إذا كان مقبض العربة يميل بزاوية 40° مع الأرض ويسحب سلطان العربة لنفس المسافة وب نفس القوة، فهل يبذل شغلاً أكثر أم أقل؟ اشرح إجابتك.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 A snow sled is pulled by exerting a force of 110 newtons on a rope that makes a 20° angle with the horizontal, as shown in the figure. What is the approximate work done in pulling the sled 15 meters?

س13 يتم سحب زلاجة ثلوج من خلال بذل قوة 110N على حبل يشكل زاوية 20° مع المركبة الأفقية، كما هو موضح بالشكل. ما المقدار التقريبي للشغل المبذول لسحب الزلاجة لمسافة 15m

- a) 580 newton – meters
b) 1402 newton – meters
c) 1593 newton – meters
d) 1695 newton – meters



اطيب التمنيات للجميع

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh