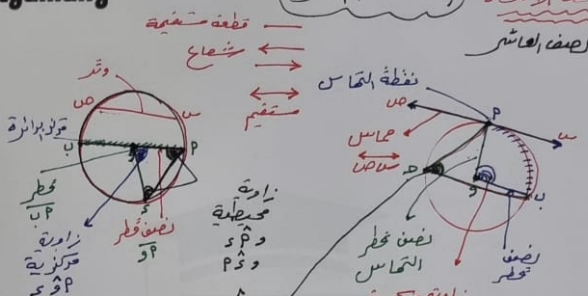
الوحدة الأولى :- الدائرة (٦-١(أ))

الصف العاشر



مجموع قياسات زوايا المثلث 180°

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي 360°

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

نظرية (١)

* كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة

ظل ⇐ اذا كانت العبارة صحيحة

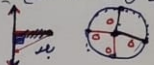
ظل ⇐ اذا كانت العبارة خاطئة :

كل ثلاث نقاط على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة (X)

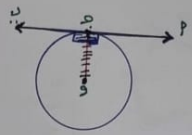
كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ✓ تمر بها دائرة واحدة (X)

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة (✓)

الدائرة هي مجموعة نقاط المستوى التي تبعد كل منها عن نقطة ثابتة في المستوى بعداً ثابتاً



∴ ينطبق المتمم مع قوس الدائرة والبعد الثابت نصف قطر



د مركز الدائرة
ج نقطة التماس
$\overleftrightarrow{أب}$ مماس
$\overrightarrow{جأ}$ شعاع مماس
$\overline{أج}$ قطعة مماسية

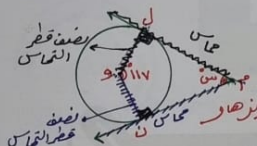
المماس للدائرة: هو مستقيم في المستوى يقاطع مع الدائرة في نقطة واحدة ج نقطة التماس

نظرية ١: المماس عمودي على نصف قطر التماس عند نقطة التماس

$\overleftrightarrow{أب} \perp \overline{دج}$

ق(∠أجد) = ٩٠°

ق(∠دجب) = ٩٠°



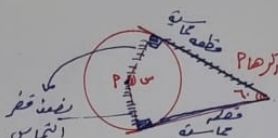
مثال في الشكل المقابل:
$\overleftrightarrow{مل}$ ، $\overleftrightarrow{من}$ مماسان للدائرة التي مركزها و
أوجد ق(∠لمن)

$\overleftrightarrow{من}$ مماس ، $\overline{وس}$ نصف قطر التماس
∴ $\overleftrightarrow{من} \perp \overline{وس}$
∴ ق(∠وسم) = ٩٠°
$\overleftrightarrow{مل}$ مماس ، $\overline{وك}$ نصف قطر التماس
∴ $\overleftrightarrow{مل} \perp \overline{وك}$
∴ ق(∠مكو) = ٩٠°
∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي مكوس = ٣٦٠°
∴ س° = ق(∠لمن) = ٣٦٠ - (٩٠ + ٩٠ + ١١٧)
= ٦٣°

الأستاذ عبد الرحيم اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

(٦-١(ب)) محاس، لدائرة ٦

تابع الحصة الثانية
الصف العاشر



القطع المستقيمة تمس الدائرة عند نقطة تسمى P
كراسة التمارين ١٢ صـ ٩
أوجد قيمة س

س = ٣٦٠ − (٦٠ + ٩٠ + ٩٠)

= ١٢٠°

إذا كان ك ب ، ك ج مماسان للدائرة و فإن س =

(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° (ج) ٦٦° (د) ١١٤°

كراسة التمارين ١٢ صـ ٩

س = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١١٤)

∵ ك ب مماس ، و ب نصف قطر التماس

∴ ك ب ⊥ و ب

∴ ق(∠ ك ب و) = ٩٠°

ك ج مماس ، و ج نصف قطر التماس

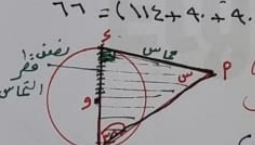
∴ ك ج ⊥ و ج

∴ ق(∠ ك ج و) = ٩٠°

مجموع قياسات زوايا المضلع الرباعي ك و ب ج = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ب ك ج) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١١٤) = ٦٦

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
معلم أول رياضيات
90000228



حاول أن تحل
كتاب الطالب ١٥ صـ

في الشكل المقابل: P ع مماس للدائرة التي مركزها و . أوجد قيمة س

P ع مماس ، و P نصف قطر التماس

∴ P ع ⊥ و P

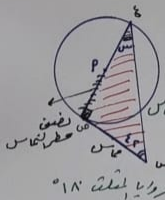
∴ ق(∠ P ع و) = ٩٠°

∴ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

س = ١٨٠° − (٩٠ + ٣٨) = ٥٢°

كراسة التمارين ص ٩٢ م ٢

المطلوب: المنصفة تمس الدائرة التي مركزها P



$\overleftrightarrow{ق}$ ماس
$\overline{P ق}$ نصف قطر التماس
$\overleftrightarrow{ق}$ ماس $\perp \overline{P ق}$
$\therefore$ قا($\angle P ق س$) = ٩٠°
$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

$\therefore س = ١٨٠ - (٩٠ + ٤٢) = ٤٨$

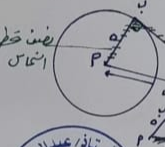
$\therefore س = ١٨٠ - (٤٢ + ٩٠)$

$\therefore س = ٤٨$

كراسة التمارين ص ٩٢ م ١٠

$\overleftrightarrow{ب ج}$ مماس للدائرة التي مركزها P

أوجد قيمة س.



$\overline{ب ق}$ نصف قطر التماس، $\overline{ب ق}$ ماس

$\overleftrightarrow{ب ج}$ ماس $\perp \overline{P ق}$

قا($\angle P ق ب$) = ٩٠°

$\therefore \triangle P ب ج$ قائم الزاوية في ب

باستخدام نظرية فيثاغورس

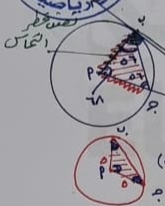
$P ج = \sqrt{١٢^٢ + ٥^٢} = ١٣$ وحدة

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
معلم أول رياضيات
90000228

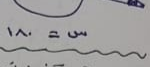
كراسة التمارين ص ٩٢ م ١٢

إذا كان $\overleftrightarrow{ب ج}$ مماس للدائرة، فإن س =

أ) ٢٢° ب) ٢٨° ج) ٣٤° د) ٤٠°



$١٨٠ - (٥٦ + ٩٠)$



$س = ١٨٠ - (٩٠ + ٦٨)$

P مركز الدائرة، $\overline{ب P} = \overline{P ج} =$ نصف القطر

$\triangle P ب ج$ متطابق الضلعين

$\therefore$ قا($\angle P ب ج$) = قا($\angle P ج ب$) = ٥٦°

$\therefore$ قا($\angle ب P ج$) = ١٨٠° - (٥٦° + ٥٦°) = ٦٨°

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث $P ب ج$ = ١٨٠°

$\therefore$ قا($\angle ب P ص$) = ١٨٠ - (٥٦ + ٥٦) = ٦٨

$\therefore \overleftrightarrow{ب ج}$ مماس، $\overline{ب P}$ نصف قطر التماس

$\therefore \overleftrightarrow{ب ج} \perp \overline{P ب}$

$\therefore$ قا($\angle P ب ج$) = ٩٠°

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث $P ب ج$ = ١٨٠°

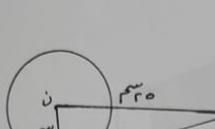
$\therefore س = ١٨٠ - (٦٨ + ٩٠)$

$\therefore س = ٢٢$

(٦-١١(أ)) محاسن الدائرة

تابع الحصة الثالثة
الصف العاشر

نظرية (٣): المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة يكون مماسًا لهذه الدائرة عند هذه النقطة



مثال: في الشكل المقابل:
ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم
اثبت أن م ل مماس للدائرة التي مركزها ن.

كتاب الطالب ص ١٨

باستخدام عكس نظرية فيثاغورث

$(ن م)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥$

$(م ل)^2 + (ن ل)^2 = (٢٤)^2 + (٧)^2 = ٦٢٥$

$\therefore (ن م)^2 = (م ل)^2 + (ن ل)^2$

∴ المثلث م ن ل قائم الزاوية في ل

$\therefore \overleftrightarrow{م ل} \perp \overline{ن ل}$

$\therefore \overleftrightarrow{م ل}$ مماس.

الأستاذ/ عبدالله حسين اليمني
معلم أول رياضيات
90000228

كتاب الطالب ص ١٨

حاول أنه حل

في الشكل المقابل:
ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨
هل م ل مماس للدائرة؟

باستخدام عكس نظرية فيثاغورث

$(ن م)^2 = (٨)^2 = ٦٤$

$(م ل)^2 + (ن ل)^2 = ٧^2 + ٤^2 = ٦٥$

$(ن م)^2 \neq (م ل)^2 + (ن ل)^2$

∴ Δ ن ل م غير قائم الزاوية

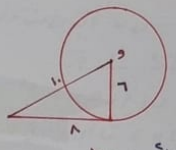
∴ $\overleftrightarrow{م ل}$ ليس مماس

تابع الحصة الثالثة (٦-١١) مماس الدائرة

الصف العاشر

حدد ما إذا كان المستقيم مماس للدائرة التي مركزها و

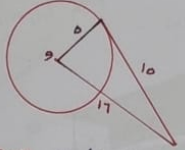
كراسة التدريب ص ٩ (٣)



$(١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(٨)^{٢} + (٦)^{٢} = ١٠٠$

∴ المستقيم مماس



$(١٦)^{٢} = ٢٥٦$

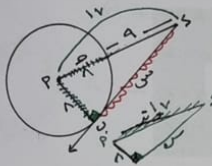
$(١٥)^{٢} + (٥)^{٢} = ٢٥٠$

∴ المستقيم ليس مماس

كراسة التدريب ص ١٠ (٤)

إذا كان $\overleftrightarrow{ب ك}$ مماس للدائرة م عند ب، فإن س =

(أ) ٧ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ١٢



∵ م مركز الدائرة

∴ م ب = نق = ٨

∴ م ك = ٩ + ٨ = ١٧

∵ $\overleftrightarrow{ب ك}$ مماس، م ب نصف قطر التماس

∴ $\overleftrightarrow{ب ك} \perp \overline{م ب}$

∴ ق(∠م ب ك) = ٩٠°

∴ Δ م ب ك قائم الزاوية في ب

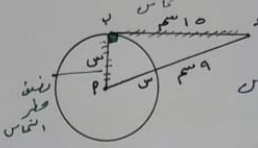
باستخدام نظرية فيثاغورث

س = $\sqrt{١٧^{٢} - ٨^{٢}}$ = ١٥

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني 90000228 معلم أول رياضيات

الحصة الرابعة : (٦-١(ب)) مماس للدائرة

الصف العاشر

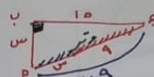


دراسة اتجاهية (٢) ص ١٠٠

$\overleftrightarrow{ب ج}$ مماس للدائرة ، أ ∈ $\overleftrightarrow{ب ج}$ ، $\overline{أ ب}$ نصف قطر المماس

$\therefore \overleftrightarrow{ب ج} \perp \overline{أ ب}$

$\therefore$ ق(∠أ ب ج) = ٩٠°



$\therefore$ $\triangle$ أ ب ج قائم الزاوية في ب

بالكلام نظرية فيثاغورث

$(٩ + س)^{٢}$ = $(١٥)^{٢} + س^{٢}$

$(أ ج)^{٢}$ = $(ب ج)^{٢} + (أ ب)^{٢}$

$٩^{٢} + ١٨س + س^{٢} = ٢٢٥ + س^{٢}$

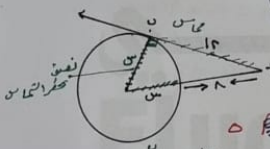
$٨١ + ١٨س = ٢٢٥$

$١٨س = ٢٢٥ - ٨١$

$\frac{١٨س}{١٨} = \frac{١٤٤}{١٨}$

$س = ٨$

الأستاذ/ عبدالرحمن الميمني
معلم أول رياضيات
90000228

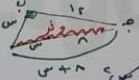


دراسة تحليلية (٣) ص ١٠٠

إذا كان $\overleftrightarrow{ب ج}$ مماس للدائرة

فإن س =

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥



$(٨ + س)^{٢} = ١٢^{٢} + س^{٢}$

$٨^{٢} + ١٦س + س^{٢} = ١٤٤ + س^{٢}$

$٦٤ + ١٦س = ١٤٤$

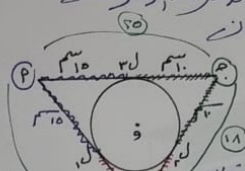
$١٦س = ١٤٤ - ٦٤$

$\frac{١٦س}{١٦} = \frac{٨٠}{١٦}$

$س = ٥$

كتاب الطالب صـ ٢

نظرية ١٣ القطعتان المماستان للدائرة من خارجها متطابقتان



مثال: في الشكل المقابل

أوجد محيط المثلث م ب جـ

∵ جـ ل، ، جـ ل، قطعتان مماستان للدائرة من جـ

∴ جـ ل٣ = جـ ل، = ١٠ سم

ب ل، ، ب ل، قطعتان مماستان للدائرة من ب

∴ ب ل، = ب ل١ = ٨ سم

م ل، ، م ل، قطعتان مماستان للدائرة من م

∴ م ل، = م ل٣ = ١٥ سم

∴ محيط المثلث م ب جـ = م ب + ب جـ + م جـ

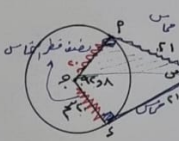
(١٥ + ٨) + (٨ + ١٠) + (١٠ + ١٥)

٢٣ + ١٨ + ٢٥

= ٦٦ سم

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

تابع حصة الزاوية المحيطية والمماس للدائرة (٦-١٠١) الصف العاشر



كوا سته المعطيات $\overleftrightarrow{ب P}$ ، $\overleftrightarrow{ب ك}$ مماسان للدائرة

(أ) أوجد قيمة س

(ب) أوجد محيط المضلع الرباعي ب P ج ك

(ج) أوجد ب ج

∵ $\overleftrightarrow{ب P}$ مماس، $\overline{P ج}$ نصف قطر التماس

$\overleftrightarrow{ب P} \perp \overline{P ج}$

∴ ق(∠ب P ج) = ٩٠°

$\overleftrightarrow{ب ك}$ مماس، $\overline{ك ج}$ نصف قطر التماس

∴ $\overleftrightarrow{ب ك} \perp \overline{ك ج}$

∴ ق(∠ب ك ج) = ٩٠°

∴ مجموع قياسات زوايا المضلع الرباعي ٣٦٠°

∴ س = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٩٨)

س = ٨٧°

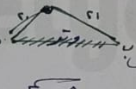
∴ P ج = ك ج = ٢٠ سم

$\overleftrightarrow{ب P}$، $\overleftrightarrow{ب ك}$ مماسان للدائرة من P

∴ ب P = ب ك = ٢١ سم

∴ محيط المضلع الرباعي = ٢١ + ٢١ + ٢٠ + ٢٠

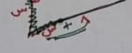
= ٨٢ سم



Δ P ب ج قائم الزاوية في P

باستخدام نظرية فيثاغورث

ب ج = $\sqrt{٢١^{٢} + ٢٠^{٢}}$ = $\sqrt{٨٤١}$ = ٢٩ سم



$(٨ + س)^{٢} = ١٢^{٢} + س^{٢}$

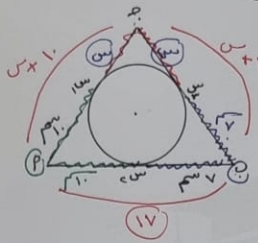
الأستاذ/ عبدالرحمن اليمني
معلم أول رياضيات
90000228

(٦ - ١ (٢)) محاسبة الدائرة

تابع الحصة السابقة
الصف العاشر

كتاب الطالب حاول أن تحل

في المستقيم المقابل:
إذا كان محيط المثلث ب ج = ٥٠ سم
أوجد طول ب ج



ب ب س ، ب س م قطعتان مماستان للدائرة من ب
∴ ب ب س = ب س م = ٧ سم

م س م ، م ب س قطعتان مماستان للدائرة من م
∴ م س م = م ب س = ١٠ سم

ج س م ، ج ب س قطعتان مماستان للدائرة من ج
∴ ج س م = ج ب س = س

محيط المثلث = م ب + ب ج + م ج

= (١٧) + (٧ + س) + (١٠ + س)

٥٠ = ٣٤ + ٢ س

٢ س + ٣٤ = ٥٠

٢ س = ٥٠ - ٣٤

٢ س = ١٦

س = ١٦ ÷ ٢

س = ٨

ب ج = ٧ + س
= ٧ + ٨
= ١٥ سم

م ج = ١٠ + س
= ١٠ + ٨
= ١٨ سم

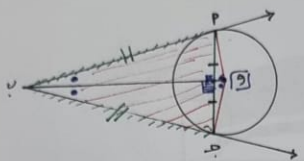
م ب = ١٧
ب ج = ١٥
م ج = ١٨
٥٠

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

(٦-١(ب)) ص ١٢٦

الحصة الخامسة :
الصف العاشر
الحصة الأخيرة للدرس

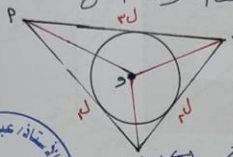
نتائج نظرية (٤)



$\triangle$ ب P جـ مستطيلة الضلعين
١) $\overleftrightarrow{P ب}$ منصف لزاوية P ب̂ جـ
٢) $\overleftrightarrow{P د}$ منصف لزاوية P ب̂ جـ
٣) $\overline{د ب} \perp \overleftrightarrow{P جـ}$

الدائرة الداخلة لمثلث (الداخلة)

هي دائرة محاسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل



مركز الدائرة هو :
نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

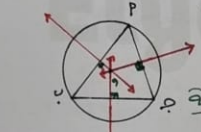
مركز الدائرة الداخلة لمثلث هو نقطة تلاقي منصفات زواياه الداخلية

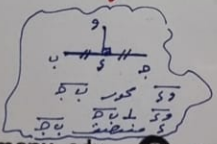
الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

الدائرة المحيطة لمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة

مركز الدائرة هو :
نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث)





مركز الدائرة المحيطة بمثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث

اليمني
Elyamany

(٦-١(ب)) قياس الدائرة

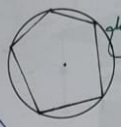
الحصة الأخيرة للدرس

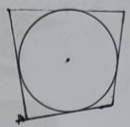
تابع الحصة الخامسة

الصف العاشر

كراسة التمارين ص ٩٠

حدد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع (داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة)

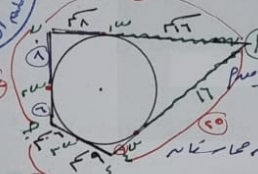




الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
معلم أول رياضيات

كراسة التمارين ص ١٠١ ٧

يحيط المضلع الدائرة. أوجد محيط المضلع



∵ $\overline{P}$ من P

قطعتا مماستان للدائرة من P

$P\text{س}_1 = P\text{س}_2 = 13$

ب س$_1$ ، ب س$_2$ قطعتا مماستان للدائرة من ب

ب س$_1$ = ب س$_2$ = ٨

ج س$_1$ ، ج س$_2$ قطعتا مماستان للدائرة من ج

ج س$_1$ = ج س$_2$ = ٦

د س$_2$ ، د س$_3$ قطعتا مماستان للدائرة من د

د س$_2$ = د س$_3$ = ٩

∴ محيط المضلع = P ب + ب ج + ج د + د P

$= (8+16)+(8+6)+(6+9)+(9+16)$

$= 24 + 14 + 15 + 25$

$= 78$ سم

اليمني
Elyamany

(٦-١(ب)) محاس الدائرة

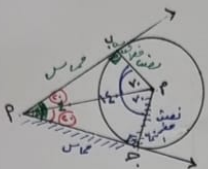
تابع الحصة الخامسة
الصف العاشر

الحصة الأخيرة للدرس

٢٠١٦ - ٢٠١٧ | ٦ درجات

سؤال اختصار

في الشكل المقابل:
دائرة مركزها م ، ق قطع خارجي للدائرة
ق ب ، ق ج مماسان للدائرة عند ب ، ج
على الترتيب ، ق(∠ب ق م) = ٧٠°



أوجد
(١) ق(∠م ج ق) (٢) ق(∠ج ق ب)

∵ ق ج مماس ، م ج نصف قطر التماس
∴ ق ج ⊥ م ج
∴ ق(∠م ج ق) = ٩٠°

∵ ق ب مماس ، م ب نصف قطر التماس
∴ ق ب ⊥ م ب
∴ ق(∠م ب ق) = ٩٠°

∵ م مركز الدائرة ، ق ب ، ق ج مماسان للدائرة
∴ ق م ينصف الزاوية ب ق ج
∴ ق(∠ب ق ج) = ٧٠ + ٧٠ = ١٤٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي ب م ج ق = ٣٦٠
∴ ق(∠ج ق ب) = ٣٦٠ - (٩٠ + ٩٠ + ١٤٠)
= ٤٠°

∵ م مركز الدائرة ، ق ب ، ق ج مماسان للدائرة
ق م ينصف الزاوية ب ق ج
ق(∠ب ق م) = ٤٠ ÷ ٢ = ٢٠°

الأستاذ/ عبد الرحمن اليمني
90000228
متخصص أول رياضيات

شكل (١) صـ ١٥
شكل (٢) صـ ١٨
شكل (٣) هنك صـ ٢٥
كتاب النشاط
محلول اختيار ٢٠١٦ - ٢٠١٧