الرياضيات

الصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثاني

أسئلة الاختيار من متعدد

إعداد : أ / أحمد جويلى

056 7825743

Find the critical points of a given function إيجاد الاعداد الحرجة لدالة معطاة	Page 258 (3 – 6)	①

Find all critical numbers , and determine whether the critical number represents a local maximum , local minimum or neither	جـد كل الاعداد الحرجة يدويا ، وحدد ما إذا كانت الاعداد الحرجة تمثل قيمة عظمي محلية أو صغري محلية أو غير ذلك

③ [a] $f(x) = x^2 + 5x - 1$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 2$ ⓑ $x = 5$ ⓒ $x = \frac{5}{2}$ ⓓ $x = -\frac{5}{2}$	ⓐ Local maximum ⓑ Local minimum ⓒ Neither

③ [b] $f(x) = -x^2 + 4x + 2$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 2$ ⓑ $x = -2$ ⓒ $x = 3$ ⓓ $x = -3$	ⓐ Local maximum ⓑ Local minimum ⓒ Neither

④ [a] $f(x) = x^3 - 3x + 1$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 2$ ⓑ $x = -2$ ⓒ $x = \pm 2$ ⓓ $x = \pm 1$	ⓐ max at $x = -1$, mini at $x = 1$ ⓑ max at $x = 1$, mini at $x = -1$ ⓒ max at $x = 1$, mini at $x = 0$

④ [b] $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 0, 1$	ⓐ max at $x = 1$, mini at $x = 0$
	ⓑ $x = 0, 4$	ⓑ max at $x = 4$, mini at $x = 0$
	ⓒ $x = 0, 2$	ⓒ max at $x = 2$, mini at $x = 0$
	ⓓ $x = 0, -1$	

⑤ [a] $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 1$	ⓐ Local maximum
	ⓑ $x = -3$	ⓑ Local minimum
	ⓒ None	ⓒ Neither
	ⓓ $x = 2$	

⑤ [b] $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 1$	ⓐ Local maximum
	ⓑ $x = -3$	ⓑ Local minimum
	ⓒ None	ⓒ Neither
	ⓓ $x = 2$	

⑥ [a] $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 0, 2, -2$	ⓐ max at $x = 0$, min at $x = \pm 1$
	ⓑ $x = 0, 1, -1$	ⓑ max at $x = 0$, min at $x = \pm 2$
	ⓒ $x = 0, 3, -3$	ⓒ max at $x = \pm 1$, min at $x = 0$
	ⓓ $x = 0, 4, -4$	

⑥ [b] $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2$	Location of critical no موضع النقاط الحرجة	Identify extrema تصنيف القيم القصوى
	ⓐ $x = 0, \frac{9}{4}$	ⓐ local min at $x = 0$
	ⓑ $x = 0, -\frac{9}{4}$	ⓑ local min at $x = \frac{9}{4}$
	ⓒ $x = 0, -\frac{3}{4}$	ⓒ local max at $x = \frac{3}{4}$
	ⓓ $x = 0, \frac{3}{4}$	

Find the absolute extrema of a given function إيجاد القيم القصوى المطلقة لدالة معطاة	Page 258 (25 – 34)	②

Find the absolute extrema of the given functions on each indicated interval	جـد القيم القصوى المطلقة لكل دالة في الفترة المعطاة

	[0 , 2]	[−3, 2]
㉕ $f(x) = x^3 - 3x + 1$	ⓐ f (1) = −1 abs min , f (2) = 3 abs max ⓑ f (2) = 3 abs min , f (1) = −1 abs max ⓒ f (0) = 1 abs min , f (2) = 3 abs max ⓓ f (2) = −1 abs min , f (0) = 3 abs max	ⓐ f (1) = 1 abs min , f (−2) = −3 abs max ⓑ f (−1) = −3 abs min , f (1) = −1 abs max ⓒ f (−3) = −17 abs min , f (−1) = f (2) =3 abs max ⓓ f (2) = 2 abs min , f (3) = −3 abs max

	[−3 , 1]	[−1, 3]
㉖ $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$	ⓐ f (1) = −3 abs min , f (−3) = 2 abs max ⓑ f (−2) = −3 abs min , f (1) = 1 abs max ⓒ f (2) = −1 abs min , f (0) = 3 abs max ⓓ f (−2) = −14 abs min , f (−3) = 11 abs max	ⓐ f (1) = −3 abs min , f (−3) = 2 abs max ⓑ f (−1) = −3 abs min , f (1) = 1 abs max ⓒ f (2) = −14 abs min , f (3) = 11 abs max ⓓ f (−1) = 14 abs min , f (3) = −11 abs max

	$[-4 , -2]$	$[-1, 3]$
㉗ $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$	ⓐ f (−4) = $\sqrt[3]{4}$ abs min , f (−3) = $\sqrt[3]{16}$ abs max ⓑ f (−2) = −3 abs min , f (1) = 1 abs max ⓒ f (0) = −4 abs min , f (2) = −5 abs max ⓓ f (−4) = −9 abs min , f (−2) = abs max	ⓐ f (0) = 3 abs min , f (3) = −2 abs max ⓑ f (0) = 0 abs min , f (3) = $3^{2/3}$ abs max ⓒ f (1) = 1 abs min , f (0) = −3 abs max ⓓ f (1) = −3 abs min , f (3) = 2 abs max

	$[0 , 2\pi]$	$[\pi/2 , \pi]$
㉘ $f(x) = \sin x + \cos x$	ⓐ f$\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = − $\sqrt{2}$ abs min , f $\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ = $\sqrt{2}$ abs max ⓑ f$\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = $\sqrt{2}$ abs min , f $\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ = − $\sqrt{2}$ abs max ⓒ f$\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ = $\sqrt{2}$ abs min , f $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = − $\sqrt{2}$ abs max ⓓ f $\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ = − $\sqrt{2}$ abs min , f $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = $\sqrt{2}$ abs max	ⓐ f $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = − 2 abs min , f (π) = 2 abs max ⓑ f (π) = −1 abs min , f $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = 1 abs max ⓒ f (π) = 1 abs min , f $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = −1 abs max ⓓ f $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = − 1 abs min , f (π) = 1 abs max

㉙ $f(x) = e^{-x^2}$	$[0, 2]$	$[-3, 2]$
	ⓐ $f(2) = 1$ abs max , $f(0) = e^{-4}$ abs min ⓑ $f(2) = e^{-4}$ abs max , $f(0) = 1$ abs min ⓒ $f(2) = e^{-4}$ abs min , $f(0) = 1$ abs max ⓓ $f(2) = -e^{-4}$ abs max , $f(0) = -1$ abs min	ⓐ $f(-3) = 1$ abs max , $f(0) = e^{-9}$ abs min ⓑ $f(-3) = e^{-9}$ abs min , $f(0) = 1$ abs max ⓒ $f(-3) = e^{-9}$ abs min , $f(0) = -1$ abs max ⓓ $f(-3) = -e^{-9}$ abs max , $f(0) = -1$ abs min

㉚ $f(x) = x^2 e^{-4x}$	$[-2, 0]$	$[0, 4]$
	ⓐ $f(0) = 0$ abs min , $f(-2) = 4e^{8}$ abs max ⓑ $f(0) = -4e^{8}$ abs max , $f(-2) = 0$ abs min ⓒ $f(0) = -4e^{-8}$ abs min , $f(2) = -1$ abs max ⓓ $f(-2) = -e^{-4}$ abs max , $f(0) = -1$ abs min	ⓐ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-e}{4}$ abs max , $f(0) = 0$ abs min ⓑ $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ abs max , $f(0) = \frac{-e^{-2}}{4}$ abs min ⓒ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{e^{-4}}{2}$ abs min , $f(0) = 0$ abs max ⓓ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{e^{-2}}{4}$ abs max , $f(0) = 0$ abs min

	[−2 , 2]	[2, 8]
㉛ $f(x) = \frac{3x^2}{x-3}$	ⓐ f(0) = 0 abs min , f (−2) = 12 abs max ⓑ f(0) = 0 abs max , f (−2) = −12 abs min ⓒ f(0) = 0 abs max , f (2) = −12 abs min ⓓ f(0) = 0 abs max , f (2) = −12 abs min	ⓐ f(2) = 0 abs min , f (8) = 12 abs max ⓑ f(2) = 0 abs max , f (8) = −12 abs min ⓒ f(2) = 0 abs max , f (8) = 12 abs min ⓓ None

	[0 , 1]	[−3, 4]
㉜ $f(x) = tan^{-1}(x^2)$	ⓐ f(0) = 0 abs min , f (1) = $\frac{\pi}{4}$ abs max ⓑ f(0) = 0 abs max , f (1) = $\frac{\pi}{4}$ abs min ⓒ f(0) = $\frac{\pi}{4}$ abs max , f (1) = 0 abs min ⓓ f(0) = 1 abs max , f (1) = $\frac{\pi}{4}$ abs min	ⓐ f(0) = $tan^{-1}16$ abs min f (4) = 0 abs max ⓑ f(4) = $tan^{-1}16$ abs min f (0) = 0 abs max ⓒ f(4) = $tan^{-1}16$ abs max f (0) = 0 abs min ⓓ f(4) = 0 abs max f (0) = $tan^{-1}16$ abs min

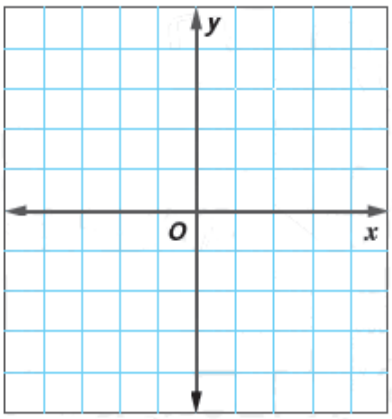
	[0 , 2]	[−3, 3]
㉝ $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$	ⓐ $f(0) = \frac{1}{2}$ abs min , $f(1) = 0$ abs max ⓑ $f(0) = 0$ abs min , $f(1) = \frac{1}{2}$ abs max ⓒ $f(0) = -\frac{1}{2}$ abs max , $f(1) = 0$ abs min ⓓ $f(0) = 1$ abs max , $f(1) = -\frac{1}{2}$ abs min	ⓐ $f(-1) = -\frac{1}{2}$ abs min , $f(1) = \frac{1}{2}$ abs max ⓑ $f(-1) = -\frac{1}{2}$ abs max , $f(1) = \frac{1}{2}$ abs min ⓒ $f(1) = -\frac{1}{2}$ abs max , $f(-1) = \frac{1}{2}$ abs min ⓓ $f(-1) = \frac{1}{2}$ abs max , $f(1) = -\frac{1}{2}$ abs min

	[0 , 2]	[0, 6]
㉞ $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 16}$	ⓐ $f(0) = 0$ abs max , $f(2) = \frac{3}{10}$ abs min ⓑ $f(0) = \frac{3}{10}$ abs min , $f(2) = 0$ abs max ⓒ $f(0) = 0$ abs min , $f(2) = \frac{3}{10}$ abs max ⓓ $f(0) = \frac{3}{10}$ abs max , $f(2) = 0$ abs min	ⓐ $f(0) = 0$ abs max , $f(4) = \frac{3}{8}$ abs min ⓑ $f(0) = \frac{3}{8}$ abs min , $f(4) = 0$ abs max ⓒ $f(0) = 0$ abs min , $f(4) = \frac{3}{8}$ abs max ⓓ $f(0) = \frac{3}{8}$ abs max , $f(4) = 0$ abs min

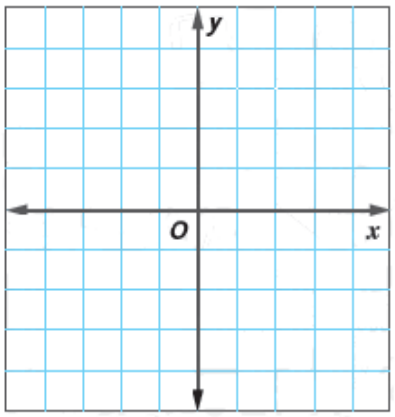
Identify increasing and decreasing functions التعرف على مفهومي الدالة المتناقصة والدالة المتزايدة	Page 267 (1 – 10)	③

Find by hand the intervals where the function is increasing and decreasing. Use this information to determine all local extrema and sketch a graph	جـد يدويا الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة والفترات التي تكون فيها متناقصة. استخدم هذه المعلومات في تحديد جميع القيم القصوى المحلية واسم تمثيلا بيانيا

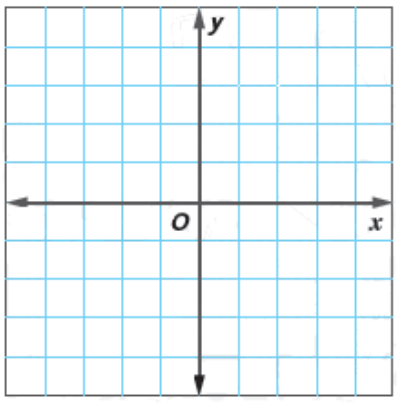
① $y = x^3 - 3x + 2$

Increasing and decreasing Intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ inc , $(-1, 1)$ dec ⓑ $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ dec , $(-1, 1)$ inc ⓒ $(-\infty, -1)$ dec , $(-1, \infty)$ inc ⓓ $(-\infty, 1)$ inc , $(1, \infty)$ dec	ⓐ $x = -1$ loc mini $x = 1$ loc max ⓑ $x = -1$ loc max $x = 1$ loc mini ⓒ $x = -1, 1$ loc mini ⓓ $x = -1, 1$ loc max	

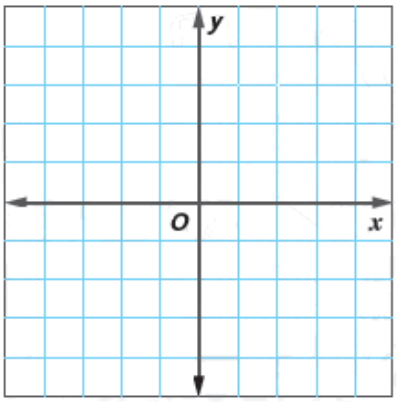
② $y = x^3 + 2x^2 + 1$

Increasing and decreasing Intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (0, \infty)$ dec , $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ inc ⓑ $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (0, \infty)$ inc , $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ dec ⓒ $(0, \infty)$ dec , $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ inc ⓓ $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ inc , $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$ dec	ⓐ $x = -\frac{4}{3}$ loc mini $x = 0$ loc max ⓑ $x = -\frac{4}{3}$ loc max $x = 0$ loc mini ⓒ $x = 0, -\frac{4}{3}$ loc mini ⓓ $x = 0, -\frac{4}{3}$ loc max	

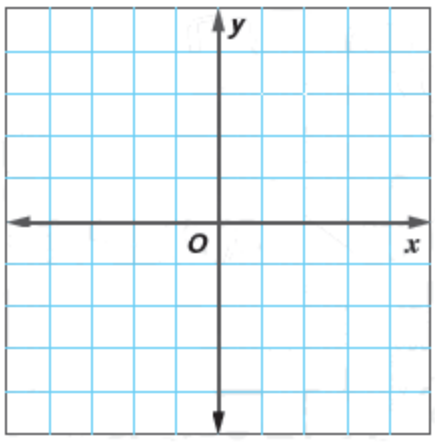
③ $y = x^4 - 8x^2 + 1$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ dec , $(-2, 0) \cup (0, 2)$ inc ⓑ $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ inc , $(-2, 0)$ dec ⓒ $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ dec , $(-2, 0) \cup (2, \infty)$ inc ⓓ $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ inc , $(-2, 0) \cup (0, 2)$ dec	ⓐ $x = \pm 2$ loc mini $x = 0$ loc max ⓑ $x = \pm 2$ loc max $x = 0$ loc mini ⓒ $x = 0, \pm 2$ loc mini ⓓ $x = 0, \pm 2$ loc max	

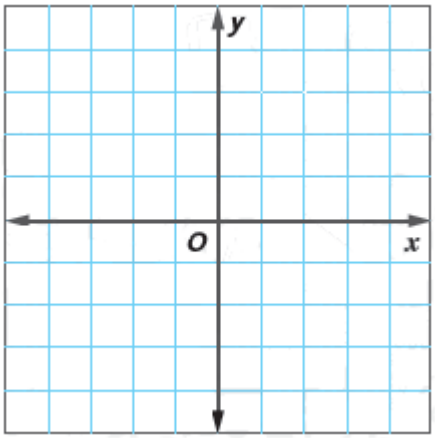
④ $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ dec , $(-1, 3)$ inc ⓑ $(-\infty, -1) \cup (-1, 3)$ inc , $(3, \infty)$ dec ⓒ $(-\infty, -1) \cup (-1, 3)$ dec , $(3, \infty)$ inc ⓓ $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ inc , $(-1, 3)$ dec	ⓐ $x = -1$ loc mini $x = 3$ loc max ⓑ $x = -1$ loc max $x = 3$ loc mini ⓒ $x = -1, 3$ loc mini ⓓ $x = -1, 3$ loc max	

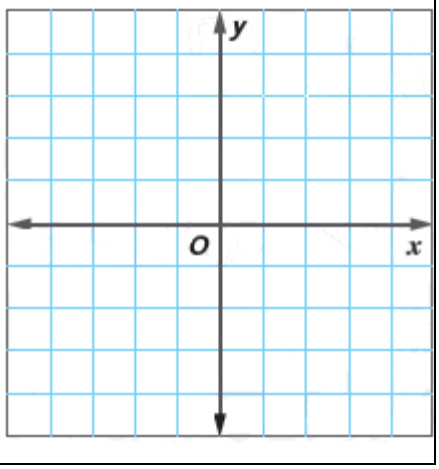
⑤ $y = (x + 1)^{2/3}$

Intervals of increasing and decreasing فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, -1)$ dec , $(-1, \infty)$ dec ⓑ $(-\infty, -1)$ dec , $(-1, \infty)$ inc ⓒ $(-\infty, -1)$ inc , $(-1, \infty)$ dec ⓓ $(-\infty, -1)$ inc , $(-1, \infty)$ inc	ⓐ $x = -1$ mini ⓑ $x = -1$ max ⓒ $x = 1$ mini ⓓ $x = 1$ max	

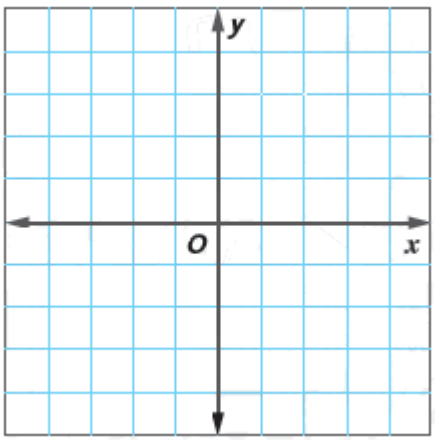
⑥ $y = (x-1)^{1/3}$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, 1)$ dec , $(1, \infty)$ inc ⓑ $(-\infty, 1)$ inc , $(1, \infty)$ dec ⓒ inc for all x ⓓ dec for all x	ⓐ $x = -2$ mini ⓑ $x = -2$ max ⓒ $x = 1$ mini ⓓ None	

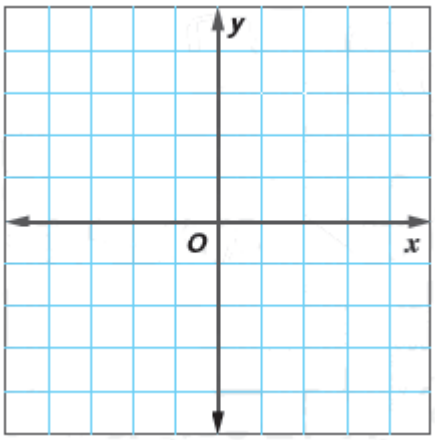
⑦ $y = \sin x + \cos x$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
dec : $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right), \left(\frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right), \ldots\ldots\ldots$ inc : $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right), \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}\right), \ldots\ldots\ldots$	Local maxi $x = \frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \ldots\ldots\ldots$ Local mini $x = \frac{5\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}, \ldots\ldots\ldots$	

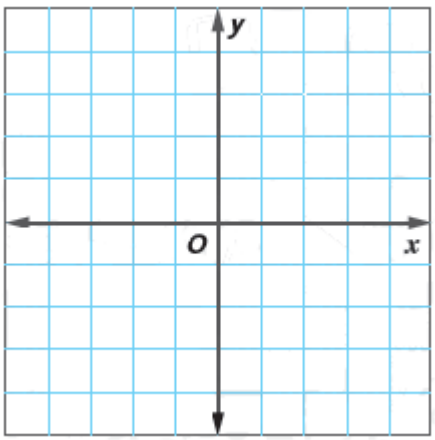
⑧ $y = sin^2 x$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
dec : $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, repeats with period π	**Local maxi at** $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, ...	
Inc : $0 < x < \frac{\pi}{2}$, repeats with period π	**Local mini at** $x = 0 , \pi ,$	

⑨ $y = e^{x^2 - 1}$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty , 0)$ dec , $(0, \infty)$ inc	ⓐ $x = -1$ mini	
ⓑ $(-\infty , 0)$ inc , $(0, \infty)$ dec	ⓑ $x = -1$ max	
ⓒ $(-\infty , 1)$ dec , $(1, \infty)$ inc	ⓒ $x = 0$ mini	
ⓓ $(-\infty , 1)$ inc , $(1, \infty)$ dec	ⓓ $x = 0$ max	

⑩ $y = ln\,(x^2 - 1)$

Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Local extrema القيم القصوى	Graphing التمثيل البياني
ⓐ $(-\infty, 1)$ dec , $(1, \infty)$ inc ⓑ $(-\infty, -1)$ inc , $(1, \infty)$ dec ⓒ $(-\infty, -1)$ dec , $(1, \infty)$ inc ⓓ $(-\infty, -1)$ inc , $(-1, \infty)$ dec	ⓐ $x = -1$ mini ⓑ $x = -1$ max ⓒ $x = 1$ mini ⓓ None	

Find the local extrema of a given function using the First Derivative test إيجاد القيم القصوى المحلية لدالة معينة باستخدام اختبار المشتقة الأولى	Page 267 (11 – 20)	④

Find by hand all critical numbers and use the first derivative test to classify each as the location of a local maximum, local minimum or neither	جد يدويا جميع الاعداد الحرجة واستخدم اختبار المشتقة الأولى لتصنيف كل واحدة علي أنها قيمة عظمي محلية أو قيمة صغري محلية أو غير ذلك

⑪ $y = x^3 - 3x + 2$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = -1 , -3$	ⓐ $x = -3$ loc max
ⓑ $x = 1 , -3$	ⓑ $x = -3$ loc mini
ⓒ $x = 0 , 3$	ⓒ $x = -3$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓓ $x = 0 , -3$	ⓓ $x = 0$ loc mini , $x = -3$ loc max

⑫ $y = x^5 - 5x^2 + 1$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0 , -2$	ⓐ $x = \sqrt[3]{2}$ loc max
ⓑ $x = \sqrt[3]{2} , -\sqrt[3]{2}$	ⓑ $x = 0$ loc mini
ⓒ $x = 0 , \sqrt[3]{2}$	ⓒ $x = \sqrt[3]{2}$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓓ $x = 0 , -\sqrt[3]{2}$	ⓓ $x = 0$ loc mini , $x = \sqrt[3]{2}$ loc max

⑬ $y = x\,e^{-2x}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = -\frac{1}{2}$	ⓐ $x = \frac{1}{2}$ loc max
ⓑ $x = \frac{1}{2}$	ⓑ $x = \frac{1}{2}$ loc mini
ⓒ $x = 0$	ⓒ $x = \frac{1}{2}$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓓ $x = 0 , \frac{1}{2}$	ⓓ $x = 0$ loc mini , $x = \frac{1}{2}$ loc max

⑭ $y = x^2\,e^{-x}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0 , -1$	ⓐ $x = 0$ loc mini , $x = -2$ loc max
ⓑ $x = 0 , -2$	ⓑ $x = -2$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓒ $x = 0 , 1$	ⓒ $x = 2$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓓ $x = 0 , 2$	ⓓ $x = 0$ loc mini , $x = 2$ loc max

⑮ $y = tan^{-1}(x^2)$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0$	ⓐ $x = 0$ loc mini , $x = 1$ loc max
ⓑ $x = 0 , -2$	ⓑ $x = -1$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓒ $x = 0 , 1$	ⓒ $x = -2$ loc mini , $x = 0$ loc max
ⓓ $x = 0 , -1$	ⓓ $x = 0$ loc mini

⑯ $y = sin^{-1}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = -1 , 0$	ⓐ $x = -1$ loc mini , $x = 1$ loc max
ⓑ $x = 1, -1$	ⓑ $x = 1$ loc mini , $x = -1$ loc max
ⓒ $x = 0 , 1$	ⓒ $x = 0$ loc mini , $x = 1$ loc max
ⓓ None	ⓓ Neither

⑰ $y = \dfrac{x}{1 + x^3}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = \sqrt[3]{2}$	ⓐ $x = -\sqrt[3]{1/2}$ loc max
ⓑ $x = -\sqrt[3]{1/2}$	ⓑ $x = \sqrt[3]{1/2}$ loc mini
ⓒ $x = \sqrt[3]{1/2}$	ⓒ $x = \sqrt[3]{1/2}$ loc max
ⓓ $x = \sqrt[3]{2}$	ⓓ $x = -\sqrt[3]{1/2}$ loc max

⑱ $y = \dfrac{x}{1 + x^4}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0 , \sqrt[4]{1/3}$	ⓐ $x = \sqrt[4]{1/3}$ loc mini , $x = -\sqrt[4]{1/3}$ loc max
ⓑ $x = -\sqrt[4]{1/3} , \sqrt[4]{1/3}$	ⓑ $x = -\sqrt[4]{1/3}$ loc mini , $x = \sqrt[4]{1/3}$ loc max
ⓒ $x = 0 , -\sqrt[4]{1/3}$	ⓒ $x = \sqrt[4]{1/3}$ loc mini , $x = \sqrt[4]{1/3}$ loc max
ⓓ $x = -\sqrt[4]{1/2} , \sqrt[4]{1/2}$	ⓓ $x = 0$ loc mini , $x = \sqrt[4]{1/3}$ loc max

⑲ $y = \sqrt{x^3 + 3x^2}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0 , 2 , 3$	ⓐ $x = -2$ loc mini , $x = 0 , -3$ loc max
ⓑ $x = 0 , -2 , 3$	ⓑ $x = 0 , -3$ loc mini , $x = -2$ loc max
ⓒ $x = 0 , 2 , -3$	ⓒ $x = 0 , -2$ loc mini , $x = -3$ loc max
ⓓ $x = 0 , -2 , -3$	ⓓ $x = -3$ loc mini , $x = 0 , -2$ loc max

⑳ $y = x^{4/3} + 4x^{1/3}$

Critical Numbers الاعداد الحرجة	Local Extrema القيم القصوى
ⓐ $x = 0 , -2$	ⓐ $x = -1$ loc mini
ⓑ $x = 1 , -1$	ⓑ $x = 0$ loc mini , $x = -1$ loc max
ⓒ $x = 0 , -1$	ⓒ $x = 0$ loc mini , $x = -2$ loc max
ⓓ $x = 0 , 1$	ⓓ $x = -2$ loc mini , $x = 0$ loc max

Learn the notion of an Inflection Point and find one التعريف على مفهوم نقطة الانعطاف وإيجادها	Page 276 (1 – 8)	⑤

Determine the intervals where graph of the given function is concave up and concave down , and identify inflection points	حدد الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني لدالة معطاة مقعرا إلي أعلي والفترات التي يكون فيها مقعرا إلي الأسفل ، وحدد نقاط الانعطاف

① $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, 1)$ concave down , $(1, \infty)$ concave up	ⓐ $x = -1$
ⓑ $(-\infty, 1)$ concave up , $(1, \infty)$ concave down	ⓑ $x = 0$
ⓒ $(-\infty, 0)$ concave down , $(0, \infty)$ concave up	ⓒ $x = 1$
ⓓ $(-\infty, 0)$ concave up , $(0, \infty)$ concave down	ⓓ None

② $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, -1)$, $(1, \infty)$ concave down , $(-1, 1)$ concave up	ⓐ $x = -1, 1$
ⓑ $(-\infty, -1)$, $(1, \infty)$ concave up , $(-1, 1)$ concave down	ⓑ $x = 0, 1$
ⓒ $(-\infty, -1)$, $(0, \infty)$ concave down , $(-1, 0)$ concave up	ⓒ $x = 0, -1$
ⓓ $(-\infty, -1)$, $(0, \infty)$ concave up , $(-1, 0)$ concave down	ⓓ None

③ $f(x) = x + 1/x$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, 1)$ concave down , $(1, \infty)$ concave up	ⓐ $x = -1$
ⓑ $(-\infty, 1)$ concave up , $(1, \infty)$ concave down	ⓑ $x = 0$
ⓒ $(-\infty, 0)$ concave down , $(0, \infty)$ concave up	ⓒ $x = 1$
ⓓ $(-\infty, 0)$ concave up , $(0, \infty)$ concave down	ⓓ None

④ $f(x) = x + 3(1 - x)^{\frac{1}{3}}$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, 1)$ concave down , $(1, \infty)$ concave up	ⓐ $x = -1$
ⓑ $(-\infty, 1)$ concave up , $(1, \infty)$ concave down	ⓑ $x = 0$
ⓒ $(-\infty, 0)$ concave down , $(0, \infty)$ concave up	ⓒ $x = 1$
ⓓ $(-\infty, 0)$ concave up , $(0, \infty)$ concave down	ⓓ None

⑤ $f(x) = \sin x - \cos x$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
f is **concave down** on $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right), ..$ f is **concave up** on $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}\right), ...$	ⓐ $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ for any integer k ⓑ $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ for any integer k ⓒ $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ for any integer k ⓓ $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ for any integer k

⑥ $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, -\sqrt[4]{1/3})$, $(\sqrt[4]{1/3}, \infty)$ concave down , $(-\sqrt[4]{1/3}, \sqrt[4]{1/3})$ concave up ⓑ $(-\infty, -\sqrt[4]{1/3})$, $(\sqrt[4]{1/3}, \infty)$ concave up , $(-\sqrt[4]{1/3}, \sqrt[4]{1/3})$ concave down ⓒ $(-\infty, -\sqrt[4]{1/3})$, $(0, \infty)$ concave down , $(-\sqrt[4]{1/3}, 0)$ concave up ⓓ $(-\infty, -\sqrt[4]{1/3})$, $(0, \infty)$ concave up , $(-\sqrt[4]{1/3}, 0)$ concave down	ⓐ $x = 0, \sqrt[4]{1/3}$, ⓑ $x = 0, -\sqrt[4]{1/3}$ ⓒ $x = \sqrt[4]{1/3}, -\sqrt[4]{1/3}$ ⓓ None

⑦ $f(x) = x^{4/3} + 4x^{1/3}$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$ concave down , $(0, 2)$ concave up	ⓐ $x = 0, 2$
ⓑ $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$ concave up , $(0, 2)$ concave down	ⓑ $x = 2, -2$
ⓒ $(-\infty, -2)$, $(2, \infty)$ concave down , $(-2, 2)$ concave up	ⓒ $x = 0, -2$
ⓓ $(-\infty, -2)$, $(2, \infty)$ concave up , $(-2, 2)$ concave down	ⓓ None

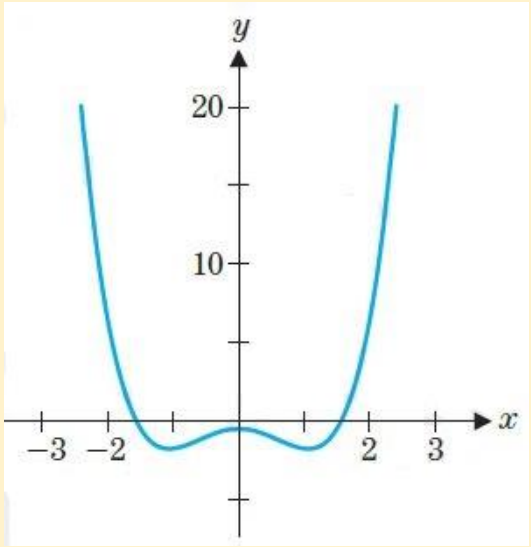
⑧ $f(x) = xe^{-4x}$

Intervals of concavity فترات التقعر	Inflection points نقاط الانقلاب
ⓐ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ concave down , $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ concave up	ⓐ $x = 0$
ⓑ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ concave up , $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ concave down	ⓑ $x = -\frac{1}{2}$
ⓒ $(-\infty, 0)$ concave down , $(0, \infty)$ concave up	ⓒ $x = \frac{1}{2}$
ⓓ $(-\infty, 0)$ concave up , $(0, \infty)$ concave down	ⓓ None

Determine the concavity of a function using the first and second derivatives تحديد فترات التقعر إلى أعلى وإلى أسفل لدالة معينة باستخدام المشتقتين الأولى والثانية	Page 276 (45 , 46)	⑥

Estimate the intervals of increase and decrease, the locations of local extrema, intervals of concavity and locations of inflection points	قدر الفترات المتزايدة والمتناقصة ومواقع القيم القصوى المحلية وفترات التقعر ومواقع نقاط الانعطاف

⑮



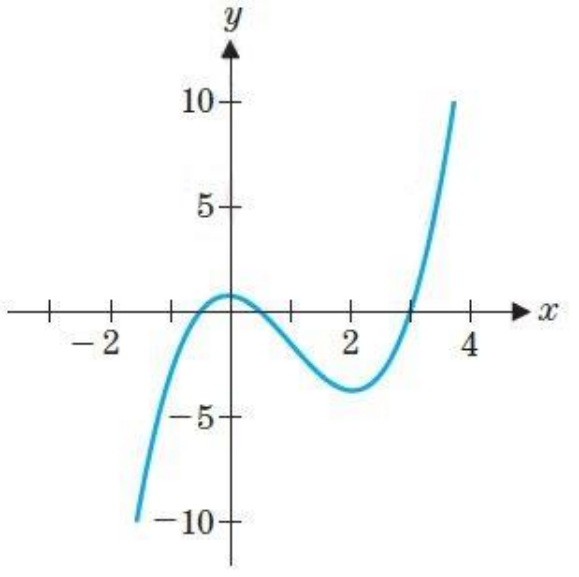
Intervals of increase and decrease
فترات التزايد والتناقص

Local extrema
القيم القصوى

Intervals of concavity
فترات التقعر

Inflection points
نقاط الحرجة

46



Intervals of increase and decrease
فترات التزايد والتناقص

Local extrema
القيم القصوى

Intervals of concavity
فترات التقعر

Inflection points
نقاط الحرجة

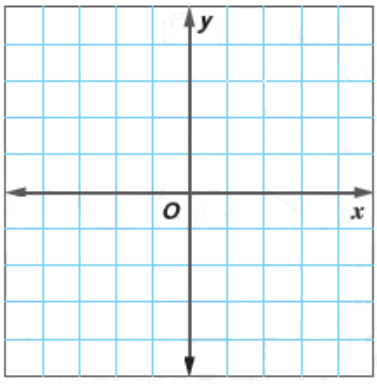
Sketch the graph of a given function using its properties and its first and second derivative	Page 286 (1 – 28)	⑦
رسم منحني الدالة اعتمادا على التمثيل البياني	Page 287 (49 – 52)	

Graph the function and completely discuss the graph	وضح اهم مميزات كل دالة وارسم بيانيا الدالة

① $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

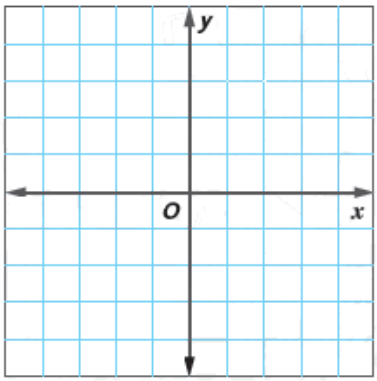
concavity intervals فترات التقعر	
	

② $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

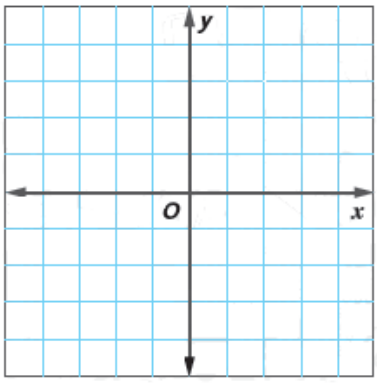
concavity intervals فترات التقعر



③ $f(x) = x^5 - 2x^3 + 1$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

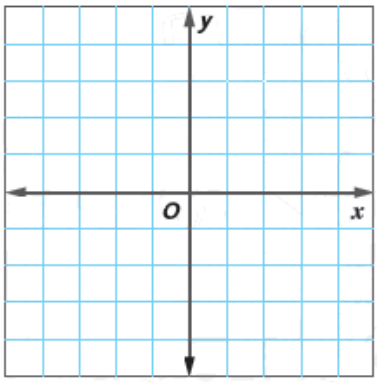
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

④ $f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

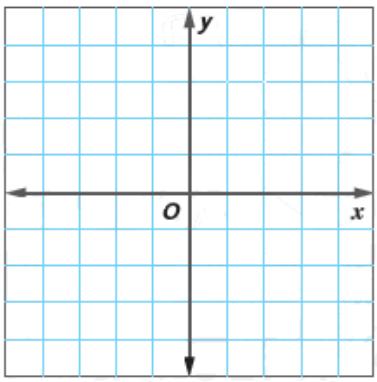
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

⑤ $f(x) = x + \frac{4}{x}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

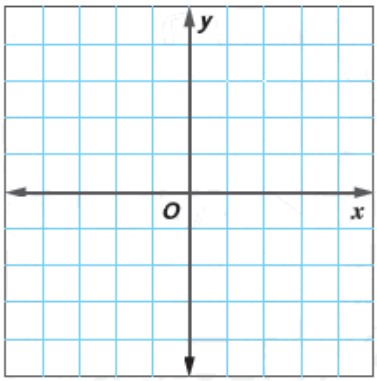
concavity intervals فترات التقعر	
	

⑥ $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

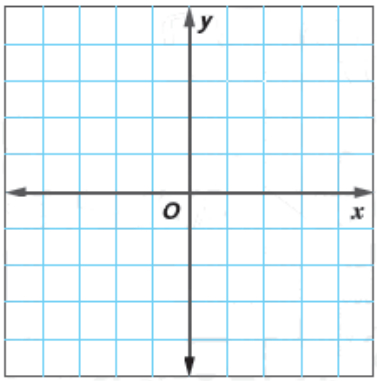
concavity intervals فترات التقعر



⑦ $f(x) = \dfrac{x^2 + 4}{x^3}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

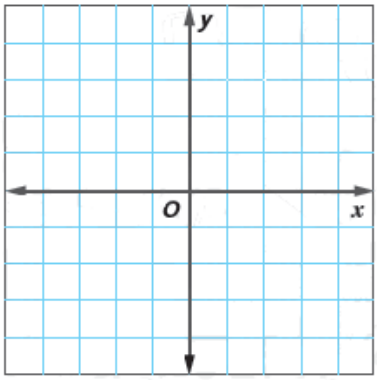
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

⑧ $f(x) = \frac{x-4}{x^3}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

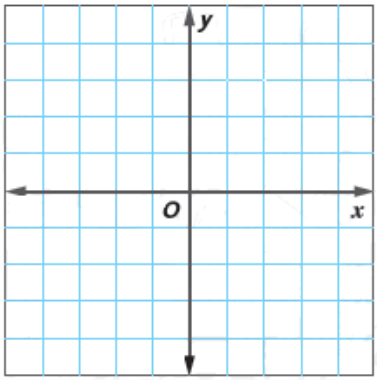
concavity intervals فترات التقعر	
	

⑨ $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

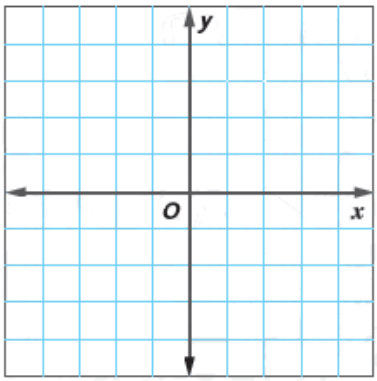
concavity intervals فترات التقعر



⑩ $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2+1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

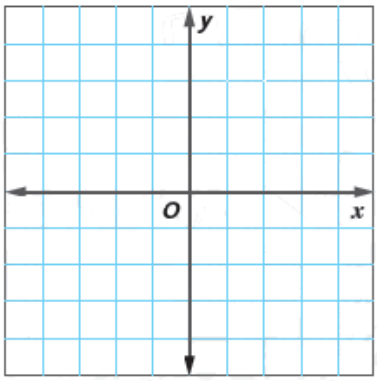
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

⑪ $f(x) = x + \sin x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

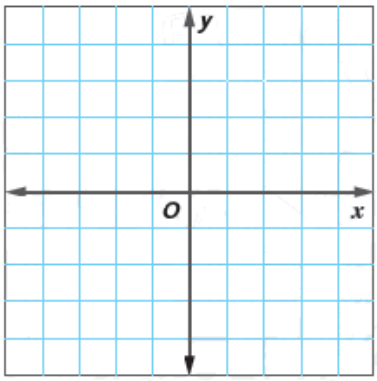
concavity intervals فترات التقعر	
	

⑫ $f(x) = \sin x - \cos x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

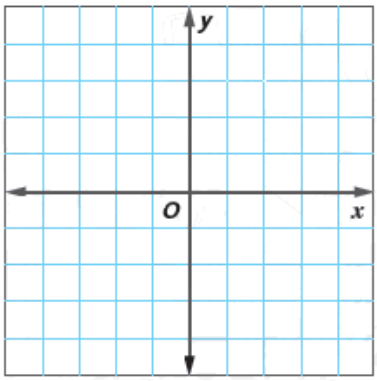
concavity intervals فترات التقعر



⑬ $f(x) = x \ln x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

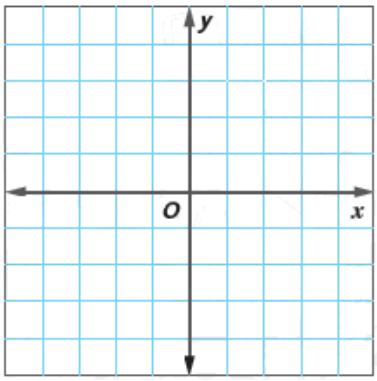
concavity intervals فترات التقعر	
	

⑭ $f(x) = x \ln x^2$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

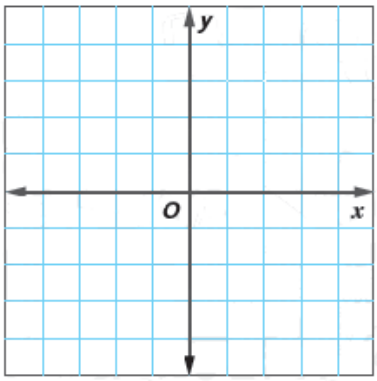
concavity intervals فترات التقعر



⑮ $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

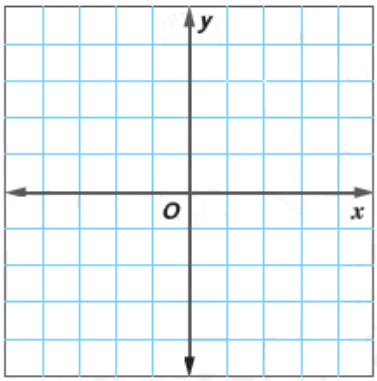
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

⑯ $f(x) = \sqrt{2x-1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

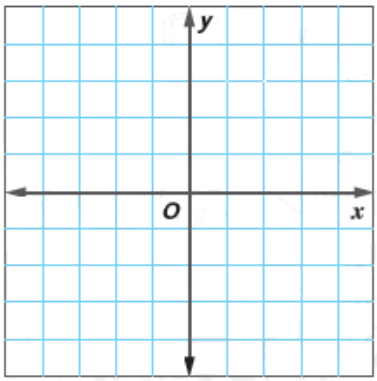
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	

⑰ $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2x}$

Critical numbers الاعداد الحرجة	Asymptotes خطوط التقارب	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Domain المجال

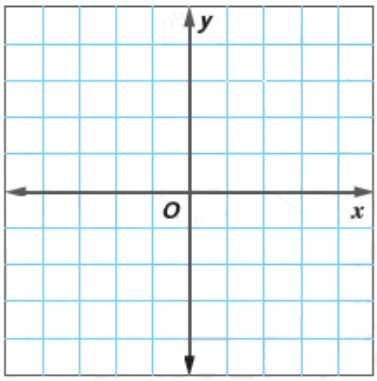
Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Inflection points نقاط الانقلاب	Local extrema القيم القصوى

	concavity intervals فترات التقعر
	

⑱ $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2x}$

Critical numbers الاعداد الحرجة	Asymptotes خطوط التقارب	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Domain المجال

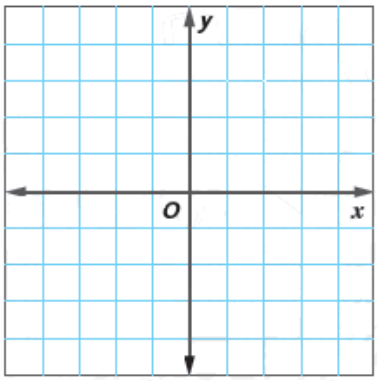
Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص	Inflection points نقاط الانقلاب	Local extrema القيم القصوى

	concavity intervals فترات التقعر
	

⑲ $f(x) = x^{5/3} - 5x^{2/3}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

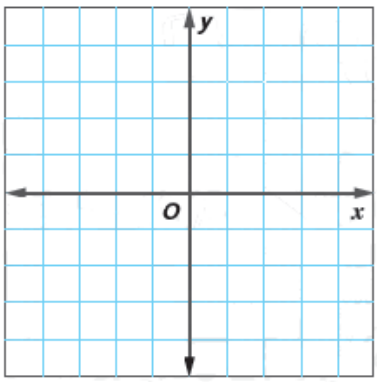
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	
	

⑳ $f(x) = x^3 - \frac{3}{400}x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

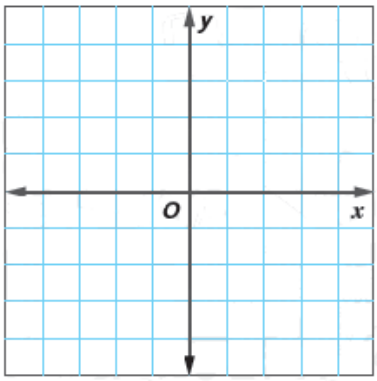
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	

㉑ $f(x) = e^{-2/x}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

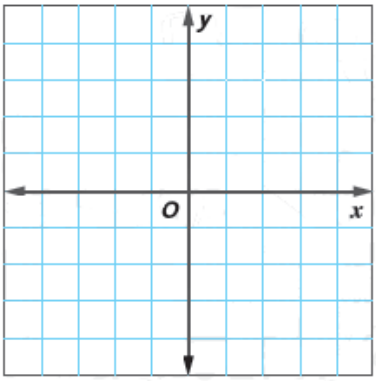
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	

㉒ $f(x) = e^{1/x^2}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

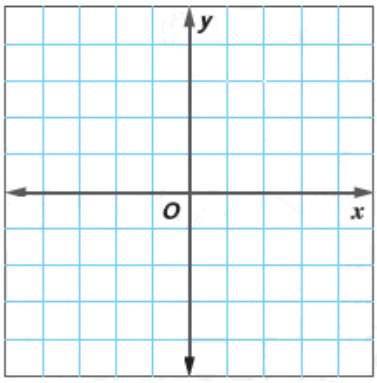
concavity intervals فترات التقعر	

Determine all significant features (approximately if necessary) and sketch a graph	حدد جميع المميزات المهمة (تقريبا إذا لزم الأمر) وارسم تمثيلا بيانيا

㉓ $f(x) = \dfrac{1}{x^3 - 3x^2 - 9x + 1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

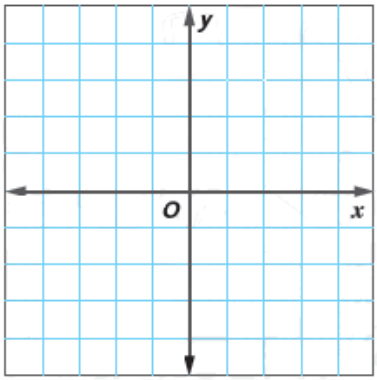
Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	

㉔ $$f(x) = \frac{1}{x^3 + 3x^2 + 4x + 1}$$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

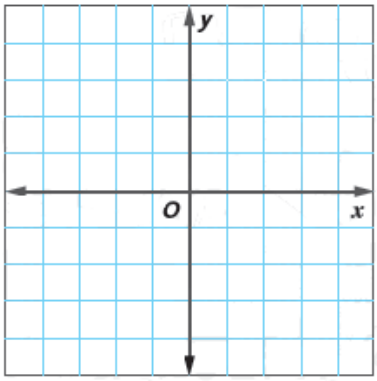
concavity intervals فترات التقعر	
	

㉕ $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 2x)^{2/3}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

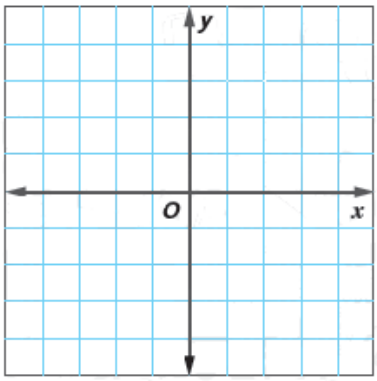
concavity intervals فترات التقعر



㉖ $f(x) = x^6 - 10x^5 - 7x^4 + 80x^3 + 12x^2 - 192x$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

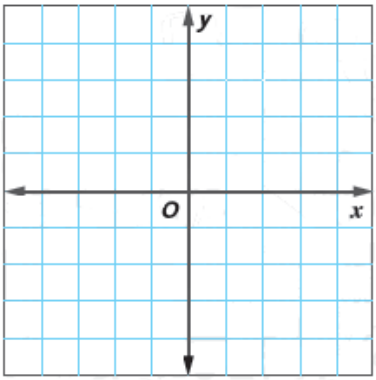
concavity intervals فترات التقعر	

㉗ $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{3x^2 - 1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

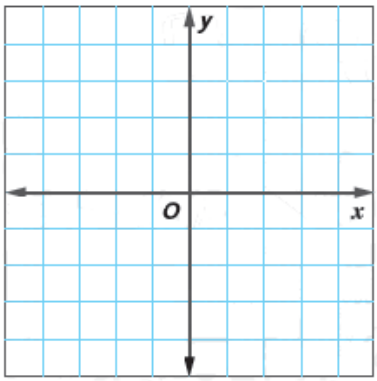
concavity intervals فترات التقعر



㉘ $f(x) = \dfrac{5x}{x^3 - x + 1}$

Domain المجال	x and y intercepts التقاطع مع محوري الإحداثيات	Asymptotes خطوط التقارب	Critical numbers الاعداد الحرجة

Local extrema القيم القصوى	Inflection points نقاط الانقلاب	Increasing and decreasing intervals فترات التزايد والتناقص

concavity intervals فترات التقعر	

Find a function whose graph has the given asymptote	جـد دالة يوجد بتمثيلها البياني خطوط التقارب المعطاة

49

$x = 1$, $x = 2$ and $y = 3$

ⓐ $f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x-2)}$

ⓑ $f(x) = \dfrac{3x^2}{(x^2-1)(x-2)}$

ⓒ $f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x^2-2)}$

ⓓ $f(x) = \dfrac{-3x^2}{(x-1)(x-2)}$

50

$x = -1$, $x = 1$ and $y = 0$

ⓐ $f(x) = \dfrac{-x}{x-1}$

ⓑ $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$

ⓒ $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$

ⓓ $f(x) = \dfrac{-x}{x^2-1}$

51

$x = -1$, $x = 1$, $y = -2$ and $y = 2$

ⓐ $f(x) = \dfrac{2x^2}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$

ⓑ $f(x) = \dfrac{-2x}{\sqrt{(x-2)(x+1)}}$

ⓒ $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$

ⓓ $f(x) = \dfrac{-2x^2}{\sqrt{(x-1)(x+2)}}$

52

$x = 1$, $y = 2$ and $x = 3$

ⓐ $f(x) = \dfrac{-2x^2}{(x-1)(x-3)}$

ⓑ $f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-2)(x+2)}$

ⓒ $f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-3)(x-2)}$

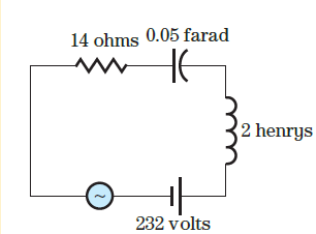
ⓓ $f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-1)(x-3)}$

Solve mathematical and real-life problems on related rates.	Page 312 Example 9.7	⑧
حل مسائل اقتصادية وعلمية على القيم القصوى	Page 314 (33 – 36)	

Example (9-7)

The electrical circuit shown in figure includes a 14 – ohm resistor , a henry inductor , a 0.05 – farad capacitor and a battery supplying 234 volts of AC current modeled by the oscillating function 232 sin 2t , where t is measured in seconds

Find the current in circuit at any time t



مثال (9-7)

تتضمن الدائرة الكهربائية الموضحة مقاوم 14 أوم وأداة ومعايق 2 هنري ومكثف 0.05– فاراد وبطارية إمداد 232 فولت من التيار المتردد المنمذج بالدالة المتذبذبة 232 sin 2t حيث t تقاس بالثواني

جـد التيار في الدائرة عند أي t

(33)

Suppose that the charge in an electrical circuit is
$Q(t) = e^{-2t}(cos\ 3t - 2\ sin\ 3t)$ coulombs

Find the current in

(33)

علي فرض أن الشحنة في الدائرة الكهربائية
$Q(t) = e^{-2t}(cos\ 3t - 2\ sin\ 3t)$ كولوم

جـد التيار

(34)

Suppose that the charge in an electrical circuit is
$Q(t) = e^{t}(3cos\ 2t + \ sin\ 3t)$ coulombs

Find the current in

(34)

علي فرض أن الشحنة في الدائرة الكهربائية
$Q(t) = e^{t}(3cos\ 2t + \ sin\ 3t)$ كولوم

جـد التيار

(35)

علي فرض أن الشحنة في مكان محدد في الدائرة الكهربائية $Q(t) = e^{-3t}cos\ 2t + 4\ sin\ 3t$ كولوم

ماذا يحدث لهذه الدالة إذا كان $t \to \infty$ ؟
اشرح لماذا يسمي الحد $e^{-3t}cos\ 2t$ حالة عابرة و $4\ sin\ 3t$ حالة ثابتة أو قيمة خط التقارب لدالة الشحنة

جـد قيم الحالة الثابتة والعابرة لدالة التيار.

(35)

Suppose that the charge at a prticular location in an electrical circuit is $Q(t) = e^{-3t}cos\ 2t + 4\ sin\ 3t$ coulombs

What happens to this fuction as $t \to \infty$
Explain why the term $e^{-3t}cos\ 2t$ is called a trainsient term and $4\ sin\ 3t$ is known as the steady-store or asymptotic value of the charge gunction.

Find the trainsient and steady-store values of the current finction.

(36)

كما في التمرين 35

جـد قيم الحالة الثابتة والعابرة إذا حُددت دالة الشحنة من خلال
$Q(t) = e^{-2t}(cos\ t - 2\ sin\ t) + te^{-3t} + 2\ cos\ 4t$

(36)

As in exercise 35 ,

Find the steady-store and trainsient values of the current function if the charge function is given by
$Q(t) = e^{-2t}(cos\ t - 2\ sin\ t) + te^{-3t} + 2\ cos\ 4t$

Find the antiderivative of a given function إيجاد عكس المشتقة لدالة معطاة	Page 329 (5 – 28)	⑨

Find the general antiderivative	جـد الدالة الأصلية

⑤ $\int (3x^4 - 3x)\,dx$

ⓐ $\frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^2 + c$ ⓑ $\frac{3}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^2 + c$

ⓒ $\frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^3 + c$ ⓓ $\frac{3}{5}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + c$

⑥ $\int (x^3 - 2)\,dx$

ⓐ $\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + c$ ⓑ $\frac{1}{4}x^4 + 2x + c$

ⓒ $\frac{1}{4}x^4 - 2x + c$ ⓓ $\frac{1}{4}x^4 - 2x + c$

⑦ $\int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}\right)dx$

ⓐ $2x^{3/2} + \frac{1}{3x^3} + c$ ⓑ $2x^{3/2} - \frac{1}{3x^3} + c$

ⓒ $3x^{5/2} + \frac{1}{3x^3} + c$ ⓓ $2x^{3/2} + \frac{1}{5x^5} + c$

⑧ $\int \left(3x^{-2} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$

ⓐ $-\frac{2}{x^2} + 2\sqrt{x} + c$ ⓑ $-\frac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$

ⓒ $-\frac{2}{x^2} - 2\sqrt{x} + c$ ⓓ $-\frac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$

⑨ $\int \frac{x^{1/3}-3}{x^{2/3}}\,dx$	⑩ $\int \frac{x+2x^{3/4}}{x^{5/4}}\,dx$
ⓐ $\frac{3}{2}x^{2/3}-9x^{1/3}+c$ ⓑ $\frac{3}{2}x^{2/3}+9x^{1/3}+c$ ⓒ $\frac{1}{3}x^{1/3}-9x^{2/3}+c$ ⓓ $\frac{1}{3}x^{1/3}+9x^{2/3}+c$	ⓐ $\frac{4}{3}x^{3/4}-4x^{1/2}+c$ ⓑ $\frac{4}{3}x^{3/4}+4x^{1/2}+c$ ⓒ $\frac{4}{3}x^{2/3}+4x^{3/4}+c$ ⓓ $\frac{4}{3}x^{3/4}-4x^{1/2}+c$

⑪ $\int (2\sin x+\cos x)\,dx$	⑫ $\int (3\cos x-\sin x)\,dx$
ⓐ $-2\cos x-\sin x+c$ ⓑ $-2\cos x+\sin x+c$ ⓒ $-\cos x-2\sin x+c$ ⓓ $-\cos x+2\sin x+c$	ⓐ $-3\sin x+\cos x+c$ ⓑ $3\sin x-\cos x+c$ ⓒ $3\sin x+\cos x+c$ ⓓ $-3\sin x-\cos x+c$

⑬ $\int 2 \sec x \tan x \, dx$

ⓐ $2 \cos x + c$ ⓑ $2 \tan x + c$

ⓒ $2 \sec x + c$ ⓓ $-2 \sec x + c$

⑭ $\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

ⓐ $4 \sin^{-1} 2x + c$ ⓑ $2 \sin^{-1} x + c$

ⓒ $4 \tan^{-1} x + c$ ⓓ $4 \sin^{-1} x + c$

⑮ $\int 5 \sec^2 x \, dx$

ⓐ $5 \tan x + c$ ⓑ $10 \tan x + c$

ⓒ $5 \sec x + c$ ⓓ $-5 \sec x + c$

⑯ $\int 4 \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x}\right) \, dx$

ⓐ $4 \sin x + c$ ⓑ $-4 \sin x + c$

ⓒ $4 \csc x + c$ ⓓ $-4 \csc x + c$

⑰ $\int (3e^x - 2) \, dx$

ⓐ $3e^x + 2x + c$ ⓑ $3e^x - 2x + c$

ⓒ $3e^{2x} + 2x + c$ ⓓ $3e^{2x} - 2x + c$

⑱ $\int (4x - 2e^x) \, dx$

ⓐ $2x^2 + 2e^{2x} + c$ ⓑ $2x^2 + 2e^x + c$

ⓒ $2x^2 + 2e^{2x} + c$ ⓓ $2x^2 - 2e^x + c$

⑲ $\int (3\cos x - 1/x)\ dx$

ⓐ $3\sin x + \ln|x| + c$

ⓑ $3\sin x - \ln|x| + c$

ⓒ $3\sin x - \ln|1/x| + c$

ⓓ $3\sin x + \ln|1/x| + c$

⑳ $\int (2x^{-1} + \sin x)\ dx$

ⓐ $\ln|x| - \cos x + c$

ⓑ $2\ln|x| + \cos x + c$

ⓒ $2\ln|x| - \cos x + c$

ⓓ $\ln|x| + \cos x + c$

㉑ $\int \frac{4x}{x^2+4} dx$

ⓐ $2\ln|x+4| + c$ ⓑ $\ln|x^2+4| + c$

ⓒ $2\ln|x^2-4| + c$ ⓓ $2\ln|x^2+4| + c$

㉒ $\int \frac{4}{4x^2+4} dx$

ⓐ $\frac{1}{2}\tan^{-1}x + c$ ⓑ $\frac{3}{4}\sin^{-1}x + c$

ⓒ $\frac{3}{4}\tan^{-1}x + c$ ⓓ $\frac{1}{2}\sin^{-1}x + c$

㉓ $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$	㉔ $\int \left(2\cos x - \sqrt{e^{2x}}\right) dx$
ⓐ $\ln \lvert\sin x\rvert + c$ ⓑ $\ln \lvert\cos x\rvert + c$ ⓒ $-\ln \lvert\sin x\rvert + c$ ⓓ $-\ln \lvert\cos x\rvert + c$	ⓐ $\sin x + e^x + c$ ⓑ $2\sin x - e^x + c$ ⓒ $\sin x - e^x + c$ ⓓ $2\sin x + e^x + c$

㉕ $\int \frac{e^x}{e^x + 3} dx$	㉖ $\int \frac{e^x + 3}{e^x} dx$
ⓐ $\ln \lvert e^x - 3\rvert + c$ ⓑ $\ln \lvert e^x + 3\rvert + c$ ⓒ $-\ln \lvert e^x - 3\rvert + c$ ⓓ $-\ln \lvert e^x + 3\rvert + c$	ⓐ $x + 3e^{-x} + c$ ⓑ $x + 3e^x + c$ ⓒ $x - 3e^{-x} + c$ ⓓ $x - 3e^x + c$

㉗ $\int x^{1/4}(x^{5/4}-4)\,dx$	㉘ $\int x^{2/3}(x^{-4/3}-3)\,dx$
ⓐ $\frac{2}{5}x^{5/2}-\frac{16}{5}x^{5/4}+c$ ⓑ $\frac{2}{5}x^{5/2}+\frac{16}{5}x^{5/4}+c$ ⓒ $\frac{3}{5}x^{5/3}-\frac{16}{5}x^{5/4}+c$ ⓓ $\frac{2}{5}x^{5/2}-\frac{9}{5}x^{5/9}+c$	ⓐ $3x^{2/3}-\frac{9}{3}x^{5/2}+c$ ⓑ $3x^{1/3}-\frac{9}{3}x^{5/2}+c$ ⓒ $3x^{1/3}+\frac{9}{5}x^{5/3}+c$ ⓓ $3x^{1/3}-\frac{9}{5}x^{5/3}+c$

Understand the notion of indefinite integral as finding an antiderivative التعرف على مفهوم التكامل غير المحدود بصفته عكس المشتقة	Page 330 (45 – 48)	⑩

⑮ Determine the position function if the velocity function is $v(t) = 3 - 12t$ and the initial position is $s(0) = 3$	⑮ حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3 - 12t$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 3$
ⓐ $s(t) = 3t + 6t^2 + 3$	ⓑ $s(t) = 3t + 6t^2 - 3$
ⓒ $s(t) = 3t - 6t^2 + 3$	ⓓ $s(t) = -3t + 6t^2 - 3$

⑯ Determine the position function if the velocity function is $v(t) = 3e^{-t} - 2$ and the initial position is $s(0) = 0$	⑯ حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3e^{-t} - 2$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$
ⓐ $s(t) = -3e^{-t} - 2t - 3$	ⓑ $s(t) = -3e^{-t} + 2t + 3$
ⓒ $s(t) = -3e^{-t} + 2t + 3$	ⓓ $s(t) = -3e^{-t} - 2t + 3$

㊼ Determine the position function if the acceleration function is $a(t) = 3\ sin\ t + 1$ the initial velocity is $v(0) = 0$ and the initial position is $s(0) = 4$	㊼ حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = 3\ sin\ t + 1$ والسرعة المتجهة هي $v(0) = 0$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 4$

ⓐ $s(t) = -3\ sin\ t - 3t - 4$	ⓑ $s(t) = -3\ sin\ t + 3t + 4$
ⓒ $s(t) = 3\ sin\ t + 3t + 4$	ⓓ $s(t) = -3\ sin\ t - 3t + 4$

㊽ Determine the position function if the acceleration function is $a(t) = t^2 + 1$ and the initial velocity is $v(0) = 4$ and the initial position is $s(0) = 0$	㊽ حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = t^2 + 1$ والسرعة المتجهة هي $v(0) = 4$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$

ⓐ $s(t) = \frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^2 + 4t$	ⓑ $s(t) = \frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^2 - 4t$
ⓒ $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + 4t$	ⓓ $s(t) = -\frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^2 + 4t$

Use the sigma notation to compute basic summation استخدام رمز المجموع سيجما لإيجاد المجاميع البسيطة	Page 337 (5 – 18)	⑪

Write out all terms and compute the sums	اكتب كل الحدود واحسب المجموع

⑤

$$\sum_{i=1}^{6} 3i^2$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
476	273	875	188

⑥

$$\sum_{i=3}^{7} (i^2 + i)$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
476	280	318	160

⑦

$$\sum_{i=6}^{10} (4i + 2)$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
476	170	318	160

⑧

$$\sum_{i=6}^{8} (i^2 + 2)$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
476	280	155	160

Use summation rules to compute the sum	استخدم قواعد المجموع لحساب المجموع

⑨ $\sum_{i=6}^{8}(i^2+2)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$4,376$	$6,276$	$7,385$	$8,436$

⑩ $\sum_{i=1}^{45}(3i-4)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$2,925$	$3,671$	$1,145$	$4,346$

⑪ $\sum_{i=1}^{40}(4-i^2)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$-16,876$	$-21,980$	$-18,671$	$-20,156$

⑫ $\sum_{i=1}^{50}(8-i)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
-680	-950	-720	-875

⑬ $\sum_{n=1}^{100}(n^2-3n+2)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$323,400$	$454,230$	$212,450$	$312,450$

⑭ $\sum_{n=1}^{140}(n^2+2n-4)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$323,400$	$454,230$	$943,670$	$312,450$

⑮ $\sum_{n=3}^{30}[(i-3)^2+i-3)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$7,805$	$5,671$	$6,679$	$7,308$

⑯ $\sum_{n=4}^{20}(i-3)(i+3)$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
$3,520$	$4,520$	$2,703$	$3,705$

⑰ $\sum_{k=3}^{n}(k^2-3)$

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-3n+1$

⑱ $\sum_{k=0}^{n}(k^2+5)$

$\frac{n\,(n+1)(2n+1)}{6}+5+5n$

Estimate the area under a curve on a given interval using rectangles تقدير المساحة تحت المنحني لدالة في فترة محددة باستخدام المستطيلات	Page 345 (35 – 38)	⑫

Use summation rules to compute the sum	استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحني باستخدام قيم نقطة النهاية اليسرى ونقطة النهاية اليمنى

[35]

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

ⓐ $3,520$ ⓑ $4,520$ ⓒ $6,679$ ⓓ $3,705$

[36]

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
$f(x)$	2.0	2.2	1.6	1.4	1.6	2.0	2.2	2.4	2.0

ⓐ $3,520$ ⓑ $4,520$ ⓒ $6,679$ ⓓ $3,705$

[37]

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
$f(x)$	1.8	1.4	1.1	0.7	1.2	1.4	1.8	2.4	2.6

ⓐ $3,520$ ⓑ $4,520$ ⓒ $6,679$ ⓓ $3,705$

[38]

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	0.0	0.4	0.6	0.8	1.2	1.4	1.2	1.4	1.0

ⓐ $3,520$ ⓑ $4,520$ ⓒ $6,679$ ⓓ $3,705$

Learn the properties of definite integrals التعرف على خصائص التكامل المحدود	Page 356 (23 , 24) (35 – 38)	⑬

Compute $\int_0^4 f(x)\,dx$	احسب $\int_0^4 f(x)\,dx$

㉓ $f(x) = \begin{cases} 2x & if \quad x < 1 \\ 4 & if \quad x \geq 1 \end{cases}$

ⓐ 13	ⓑ 14	ⓒ 12	ⓓ 11

㉔ $f(x) = \begin{cases} 2 & if \quad x \leq 2 \\ 3x & if \quad x > 2 \end{cases}$

ⓐ 18	ⓑ 24	ⓒ 22	ⓓ 21

Write the expression as a single integral	اكتب في صورة تكامل منفرد

㉟ [a]

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓒ
$\int_0^3 f(x)dx$	$\int_3^0 f(x)dx$	$-\int_0^3 f(x)dx$	$-\int_3^0 f(x)dx$

㉟ [b]

$$\int_0^3 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓒ
$\int_1^3 f(x)dx$	$\int_1^2 f(x)dx$	$-\int_1^3 f(x)dx$	$-\int_1^2 f(x)dx$

㊱ [a]

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx$$

ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓒ
$\int_0^2 f(x)dx$	$\int_0^1 f(x)dx$	$-\int_0^2 f(x)dx$	$-\int_0^1 f(x)dx$

㊱ [b]

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{3} f(x)dx$$

ⓐ $-\int_{-1}^{2} f(x)dx$	ⓑ $-\int_{-1}^{3} f(x)dx$	ⓒ $\int_{-1}^{3} f(x)dx$	ⓒ $\int_{-1}^{2} f(x)dx$

Assume that $\int_{1}^{3} f(x)dx = 3$, $\int_{1}^{3} g(x)dx = -2$

Then find

علي فرض أن $\int_{1}^{3} f(x)dx = 3$, $\int_{1}^{3} g(x)dx = -2$

جـــد قيمة ما يلي

㊲ [a]

$$\int_{1}^{3} [f(x)dx + g(x)]dx$$

ⓐ -1	ⓑ 1	ⓒ 2	ⓒ -2

㊲ [b]

$$\int_{1}^{3} [2f(x)dx - g(x)]dx$$

ⓐ -6	ⓑ 6	ⓒ 8	ⓒ -8

㊳ [a]

$$\int_{1}^{3}[f(x)dx - g(x)]dx$$

ⓐ -5	ⓑ 5	ⓒ 4	ⓒ -2

㊳ [b]

$$\int_{1}^{3}[4f(x)dx - 3g(x)]dx$$

ⓐ -16	ⓑ 16	ⓒ 18	ⓒ -18

Apply the Integral Mean Value Theorem تطبيق نظرية القيمة المتوسطة في التكامل	Page 356 (25 – 28) (33 , 34)	⑭

Compute the average value of the function on the given interval	احسب القيمة المتوسطة للدالة في الفترة المعطاة

㉕ $f(x) = 2x + 1 \ , \ [0, 4]$

ⓐ 5	ⓑ 6	ⓒ 8	ⓓ 7

㉖ $f(x) = x^2 + 2x \ , \ [0, 1]$

ⓐ $\frac{2}{3}$	ⓑ $\frac{1}{3}$	ⓒ $\frac{7}{3}$	ⓓ $\frac{5}{3}$

㉗ $f(x) = x^2 - 1 \ , \ [1, 3]$

ⓐ $\frac{2}{3}$	ⓑ $\frac{10}{3}$	ⓒ $\frac{7}{3}$	ⓓ $\frac{5}{3}$

㉘ $f(x) = 2x - 2x^2$, $[0, 1]$

(a) $\frac{2}{3}$	(b) $\frac{10}{3}$	(c) $\frac{7}{3}$	(d) $\frac{5}{3}$

Find a value of c that satisfies the conclusion of the **Integral Mean Value Theorem**	جـد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية **القيمة المتوسطة في التكامل**

㉝

$$\int_0^2 3x^2 dx$$

(a) 6	(b) 8	(c) 5	(c) 4

㉞

$$\int_{-1}^1 (x^2 - 2x) dx$$

(a) $\frac{2}{3}$	(b) $\frac{1}{3}$	(c) $\frac{5}{2}$	(c) $\frac{3}{4}$

Learn the Fundamental Theorem of Calculus (Part I) and use it to compute various definite integrals التعرف على النظرية الأساسية الأولى للتفاضل والتكامل وتطبيقها على دوال متنوعة لإيجاد تكاملات محدود	Page 366 (1 – 18)	⑮

Use the fundamental theorem to compute each integral exactly	استخدم الجزء الأول من النظرية الأساسية لحساب كل تكامل بدقة

① $\int_0^2 (2x-3)\,dx$

ⓐ 1 ⓑ 0

ⓒ -1 ⓓ -2

② $\int_0^3 (x^2-2)\,dx$

ⓐ 1 ⓑ 3

ⓒ -1 ⓓ -2

③ $\int_{-1}^1 (x^3+2x)\,dx$

ⓐ 0 ⓑ 3

ⓒ -1 ⓓ -2

④ $\int_0^2 (x^3+3x-1)\,dx$

ⓐ 0 ⓑ 3

ⓒ -4 ⓓ -2

⑤ $\int_1^4 \left(x\sqrt{x}+\frac{3}{x}\right)dx$

ⓐ $\frac{62}{5}+3\ln 4$

ⓑ $\frac{62}{5}-3\ln 4$

ⓒ $-\frac{62}{5}-3\ln 4$

ⓓ $-\frac{62}{5}+3\ln 4$

⑥ $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2}\right) dx$

ⓐ 0 ⓑ 5

ⓒ -4 ⓓ -2

⑦ $\int_0^1 (6e^{-3x} + 4)\, dx$

ⓐ $-\frac{2}{e^3} - 6$ ⓑ $\frac{2}{e^3} - 6$

ⓒ $-\frac{2}{e^3} + 6$ ⓓ $\frac{2}{e^3} + 6$

⑧ $\int_0^2 \left(\frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}}\right) dx$

ⓐ $-\frac{1}{e^2} - 3$ ⓑ $\frac{1}{e^2} - 3$

ⓒ $-\frac{1}{e^2} + 3$ ⓓ $\frac{1}{e^2} + 3$

⑨ $\int_{\pi/2}^{\pi} (2\sin x - \cos x)\, dx$

ⓐ 0 ⓑ 5

ⓒ 3 ⓓ -2

⑩ $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (3\csc x \cot x)\, dx$

ⓐ $-3 - 3\sqrt{2}$

ⓑ $-3 + 3\sqrt{2}$

ⓒ $3 + 3\sqrt{2}$

ⓓ $3 - 3\sqrt{2}$

⑪ $\int_0^{\pi/4} \sec t \tan t\, dt$

ⓐ $-\sqrt{2} + 1$

ⓑ $-\sqrt{2} - 1$

ⓒ $\sqrt{2} + 1$

ⓓ $\sqrt{2} - 1$

⑫ $\int_0^{\pi/4} sec^2 t\, dt$

ⓐ 0 ⓑ 1

ⓒ 3 ⓓ -2

⑬ $\int_0^{1/2} \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

ⓐ $\frac{\pi}{3}$ ⓑ $\frac{\pi}{4}$

ⓒ $\frac{\pi}{2}$ ⓓ $\frac{\pi}{6}$

⑭ $\int_{-1}^{1} \frac{4}{1+x^2} dx$

ⓐ $\frac{\pi}{3}$ ⓑ $\frac{2\pi}{3}$

ⓒ $\frac{\pi}{2}$ ⓓ 2π

⑮ $\int_1^4 \frac{t-3}{t} dt$

ⓐ $-3-3\ ln\ 4$

ⓑ $3+3\ ln\ 4$

ⓒ $3-3\ ln\ 4$

ⓓ $-3+3\ ln\ 4$

⑯ $\int_0^4 t(t-2)dt$

ⓐ $\frac{16}{3}$ ⓑ $\frac{14}{3}$

ⓒ $\frac{11}{3}$ ⓓ $\frac{7}{3}$

⑰ $\int_0^t (e^{x/2})^2 dx$

ⓐ e^t+1 ⓑ e^t-1

ⓒ $e^{2t}+1$ ⓓ $e^{2t}-1$

⑱ $\int_0^t (sin^2x + cos^2x)dx$		ⓐ $-t$ ⓑ $2t$ ⓒ t ⓓ t^2

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 7825743