



نماذج الإجابة للاختبارات التجريبية



وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education

نماذج الإجابة

وزارة التربية والتعليم - مؤسسة الإمارات للتعليم
مكتب العين التعليمي - مدرسة البدع للتعليم الأساسي والثانوي
الصف / الثاني عشر المتقدم

التوقعات المرئية لامتحان الفصل الثالث للعام الدراسي 2023 - 2024 م

نماذج الإجابة

الامتحان التجريبي (1) لمادة الرياضيات

للصف الثاني عشر المتقدم

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

تنبيهات هامة :-

- * تم مراعاة الهيكل وترتيب أسئلته .
- * تم تغيير الأسئلة مع الاحتفاظ بفكرة السؤال لكي لا يحفظ الطالب أسئلة الهيكل .
- * تم وضع النماذج الثلاثة في ملف واحد وكذلك الإجابات .
- * يتم مراعاة الحلول الأخرى والتي ضمن المنهج .

Part I :- Circle the letter corresponding to the correct answer:

(4 marks for each questions)

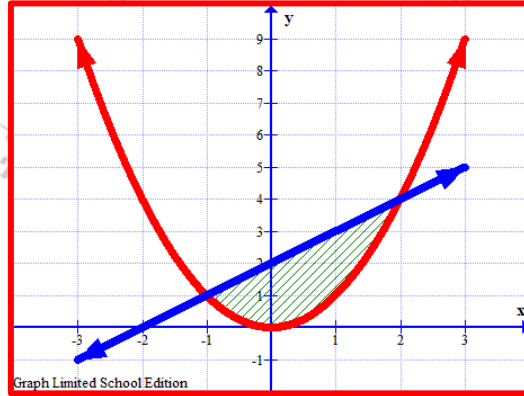
ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

(1) جد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين

1) Determine the area of the region enclosed by

$$y = x^2 \quad , \quad y = x + 2$$

$$y = x^2 \quad , \quad y = x + 2$$



A) $\int_{-2}^1 (x^2 - x + 2) dx$

B) $\int_{-2}^1 (x + 2 - x^2) dx$

C) $\int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$

D) $\int_{-1}^2 (x + 2 - x^2) dx$

2) Find the volume of the solid with cross-sectional area

$$A(x) = \pi(x - 3)^2, 1 \leq x \leq 2$$

(2) جد حجم المجسم بدلالة مساحة المقطع العرضي

$$A(x) = \pi(x - 3)^2, 1 \leq x \leq 2$$

A) $\frac{61}{3} \pi$

B) $\frac{7}{3} \pi$

C) $\frac{31}{5} \pi$

D) $\frac{7}{3}$

3) Compute the volume of the solid formed by revolving R between $y = x^2$, $y = 0$, and $x = 2$ about the line $x = 2$

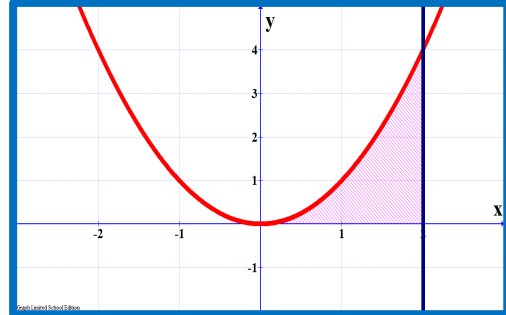
3) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة R والمحصورة بين المنحنى $y = x^2$, $y = 0$, $x = 2$ حول $x = 2$

A) $V = \int_0^4 \pi(2 - \sqrt{y})^2 dy$

B) $V = \int_0^4 \pi(2 - y)^2 dy$

C) $V = \int_0^4 \pi(\sqrt{y})^2 dy$

D) $V = \int_0^4 \pi(\sqrt{y} - 2)^2 dy$



4) which integral represent the arc length Of $f(x)$ and $f'(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$ in $[-2, -1]$

4) أوجد طول القوس لمنحنى الدالة $f(x)$ حيث $f'(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$ في الفترة $[-2, -1]$

A) $\int_{-2}^{-1} \sqrt{1 + 4x^2} dx$

B) $\int_{-2}^{-1} 2x dx$

C) $\int_{-2}^{-1} 4x dx$

D) $\int_{-2}^{-1} -2x dx$

5) which integral represent the surface area Of revolution about X-axis and approximate the integral

$$f(x) = \ln x, \quad 1 \leq x \leq 2$$

5) حدد التكامل الذي يعبر عن مساحة السطح الناتج من الدوران حول محور X وأوجد قيمة التكامل $f(x) = \ln x, 1 \leq x \leq 2$

A) $2\pi \int_1^2 \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx \approx 3.09$

B) $2\pi \int_1^2 \ln x \sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2} dx \approx 1.868$

C) $2\pi \int_1^2 \ln x \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} dx \approx 2.866$

D) $2\pi \int_1^2 \ln x \sqrt{1 + (\ln x)^2} dx \approx 2.722$

6) Identify the initial conditions $y(0)$, $y'(0)$, an object is released from a height of 20 ft with an upward velocity of 4 ft/s

6) حدد الشروط الابتدائية لإطلاق الجسم $y(0)$, $y'(0)$ من ارتفاع 20ft وصعودا بسرعة 4 ft/s متجهة

A) $y(0) = 20$, $y'(0) = -4$

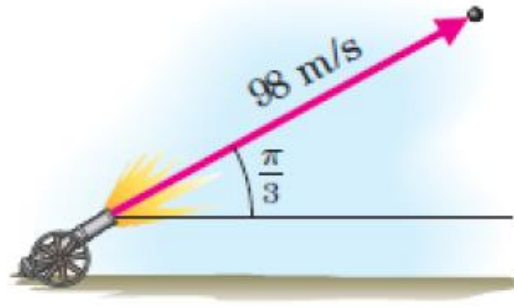
B) $y(0) = 20$, $y'(0) = 4$

C) $y(0) = 20$, $y'(0) = 0$

D) $y(0) = 0$, $y'(0) = -20$

7) An object is launched at an angle $\theta = \frac{\pi}{3}$ radians from the horizontal with an initial speed of 98 m/s . Determine the time of flight and the horizontal range

7) يطلق جسم ما بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان من الأفق بسرعة ابتدائية 98 m/s حدد زمن التحليق والمدى الأفقي



- A) $t = 10\sqrt{3}$, $x(t) = 1470$
 B) $t = 10$, $x(t) = 490$
 C) $t = 5\sqrt{3}$, $x(t) = 245\sqrt{3}$
 D) $t = 10\sqrt{3}$, $x(t) = 490\sqrt{3}$

8) Evaluate $\int \sec 5t \tan 5t dt$

8) أوجد ناتج التكامل $\int \sec 5t \tan 5t dt$

- A) $5\sec 5t + c$
 B) $\frac{1}{25} \sec 5t + c$
 C) $\frac{1}{5} \sec 5t + c$
 D) $\frac{1}{5} \sec t + c$

9) Evaluate $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$

9) أوجد $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$

A) $\frac{5e^3 - 2}{27}$

B) $\frac{5e^3 + 2}{27}$

C) $\frac{-5e^3 - 2}{27}$

D) $\frac{-5e^3 + 2}{27}$

10) Evaluate $\int \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}} dx$

10) أوجد $\int \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}} dx$

A) $2 \sin^{-1}(x^4) + c$

B) $-\frac{\sqrt{1-x^4}}{2} + c$

C) $\sin^{-1}(x^2) + c$

D) $\sin^{-1}(x^4) + c$

11) Evaluate $\int x \ln x dx$

11) أوجد ناتج التكامل $\int x \ln x dx$

A) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$

B) $\frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 + c$

C) $2x^2 \ln x + 4x^2 + c$

D) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + c$

12) Evaluate $\int_0^1 x^2 \cos \pi x \, dx$

12) أوجد ناتج التكامل $\int_0^1 x^2 \cos \pi x \, dx$

A) $\frac{2}{\pi^2}$

B) $-\frac{2}{\pi^2}$

C) $-\frac{4}{\pi^2}$

D) $\frac{2}{\pi}$

13) Evaluate $\int \sin^3 x \cos^4 x \, dx$

13) أوجد التكامل الآتي $\int \sin^3 x \cos^4 x \, dx$

A) $\frac{1}{7} \cos^7 x + \frac{1}{5} \cos^5 x + C$

B) $\frac{1}{7} \cos^7 x - \frac{1}{5} \cos^5 x + C$

C) $\frac{1}{7} \sin^7 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

D) $\frac{1}{7} \sin^7 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

14) Evaluate $\int 5 \tan^3 x \sec x \, dx$

14) أوجد التكامل الآتي $\int 5 \tan^3 x \sec x \, dx$

A) $5 \sec^3 x - 5 \sec x + C$

B) $\frac{5}{3} \sec^3 x - 5 \sec x + C$

C) $5 \tan x - 5x + C$

D) $5 \tan x + 5x + C$

(15) حدد التعويض المناسب لإيجاد

(15) Determine the appropriate substitution to find $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

$$\int \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

A) $-\sqrt{9-x^2} + c$

B) $\sqrt{9-x^2} + c$

C) $-3 \cos x + c$

D) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

Part II :-

(16) Find the area between the line $y = x - 1$ and the curves $y = \sqrt{2x+6}$, $y = -\sqrt{2x+6}$

(16) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المستقيم $y = x - 1$ والمنحنيين $y = \sqrt{2x+6}$ ، $y = -\sqrt{2x+6}$

$$y = x - 1 \rightarrow x = y + 1$$

$$y = \sqrt{2x+6} \rightarrow 2x+6 = y^2$$

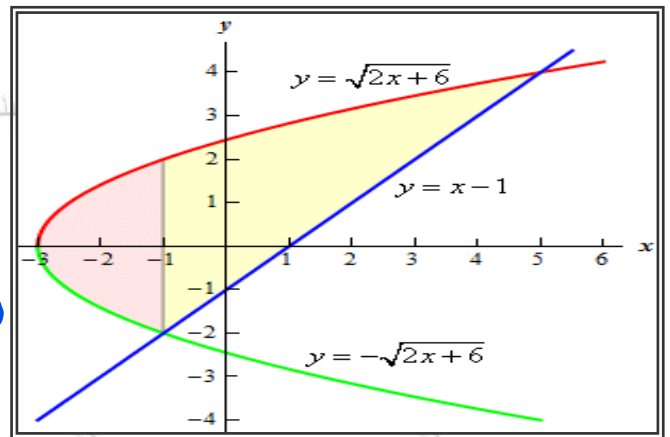
$$x = \frac{y^2-6}{2} = \frac{1}{2}y^2 - 3$$

$$A = \int_{-2}^4 (y+1) - \left(\frac{1}{2}y^2-3\right) dy$$

$$= \int_{-2}^4 y + 1 - \frac{1}{2}y^2 + 3 dy$$

$$= \int_{-2}^4 \left(-\frac{1}{2}y^2 + y + 4\right) dy$$

$$= \boxed{18} \text{ unit}^2$$



سكينة الخليل على dx
بأنتر مساحته

17) Compute the volume of the solid formed by revolving R between $y = x^2$, $y = 8 - x^2$ about the line $y = -1$

(17) أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة R والمحصورة بين المنحنى $y = -1$ حول $y = 8 - x^2$, $y = x^2$

$$R = 8 - x^2 - (-1) = 9 - x^2$$

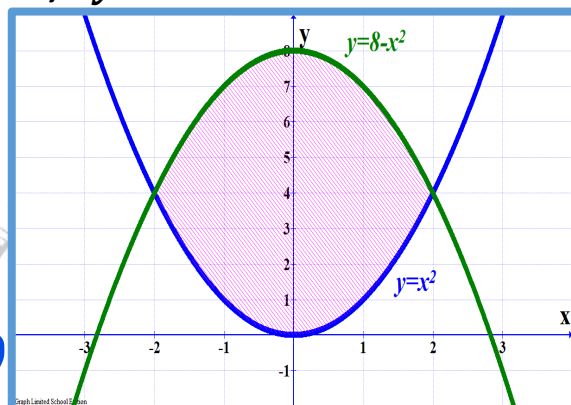
$$r = x^2 - (-1) = x^2 + 1$$

$$A(x) = \pi (R^2 - r^2)$$

$$= \pi ((9 - x^2)^2 - (x^2 + 1)^2)$$

$$V = \pi \int_{-2}^2 (9 - x^2)^2 - (x^2 + 1)^2 dx$$

$$= \frac{640\pi}{3} \text{ Unit}^3$$



18) A rope is to be hung between two poles 40 ft . if the rope assumes the shape of the catenary $y = 10(e^{\frac{x}{20}} + e^{-\frac{x}{20}})$, $-20 \leq x \leq 20$ Compute the length of the rope

(18) عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 40 ft إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة

معادلته احسب طول الحبل $y = 10(e^{\frac{x}{20}} + e^{-\frac{x}{20}})$, $-20 \leq x \leq 20$

$$y' = 10 \left(\frac{1}{20} e^{\frac{x}{20}} - \frac{1}{20} e^{-\frac{x}{20}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} e^{\frac{x}{20}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{20}}$$

$$y'^2 = \frac{1}{4} e^{\frac{x}{10}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{10}}$$

$$s = \int_{-20}^{20} \sqrt{1 + \frac{1}{4} e^{\frac{x}{10}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{10}}} dx = \int_{-20}^{20} \sqrt{\frac{1}{4} e^{\frac{x}{10}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{10}}} dx$$

$$s = \int_{-20}^{20} \sqrt{\left(\frac{1}{2} e^{\frac{x}{20}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{20}} \right)^2} dx = \int_{-20}^{20} \left(\frac{1}{2} e^{\frac{x}{20}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{20}} \right) dx$$

$$\approx \boxed{47} \text{ ft}$$

19) Evaluate $\int e^{4x} \cos 2x \, dx$

u	dv
$+ e^{4x}$	$\cos 2x$
$- 4e^{4x}$	$\frac{1}{2} \sin 2x$
$+ 16e^{4x}$	$-\frac{1}{4} \cos 2x$

$$\int e^{4x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} e^{4x} \sin 2x + e^{4x} \cos 2x - 4 \int e^{4x} \cos 2x \, dx$$

$$\int e^{4x} \cos 2x \, dx + 4 \int e^{4x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} e^{4x} (\sin 2x + 2 \cos 2x)$$

$$5 \int e^{4x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} e^{4x} (\sin 2x + 2 \cos 2x) \quad \div 5$$

$$\int e^{4x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{10} e^{4x} (\sin 2x + 2 \cos 2x) + C.$$

20) Evaluate

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} \, dx$$

أوجد قيمة التكامل الآتي (20)

$$x = 4 \sin \theta \quad \longrightarrow \quad \sin \theta = \frac{x}{4}$$

$$dx = 4 \cos \theta \, d\theta$$

$$\int \frac{16 \sin^2 \theta}{\sqrt{16-16 \sin^2 \theta}} \cdot 4 \cos \theta \, d\theta$$

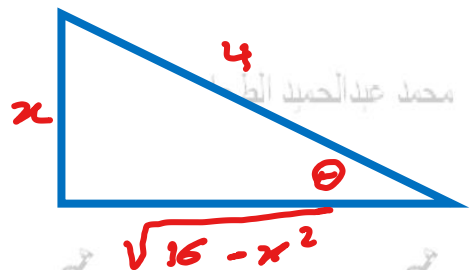
$$= \int \frac{16 \sin^2 \theta}{\sqrt{16(1-\sin^2 \theta)}} \cdot 4 \cos \theta \, d\theta = \int \frac{16 \sin^2 \theta}{4 \cos \theta} \cdot 4 \cos \theta \, d\theta$$

$$= \int 16 \sin^2 \theta \, d\theta = \int 16 \left[\frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) \right] d\theta$$

$$= \int 8 - 8 \cos 2\theta \, d\theta = 8\theta - \frac{8 \sin 2\theta}{2} + C$$

$$= 8\theta - 4(2 \sin \theta \cos \theta) = 8 \sin^{-1} \left(\frac{x}{4} \right) - 8 \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{\sqrt{16-x^2}}{4} + C$$

$$= 8 \sin^{-1} \left(\frac{x}{4} \right) - \frac{x \sqrt{16-x^2}}{2} + C$$





وزارة التربية والتعليم – مؤسسة الإمارات للتعليم
مكتب العين التعليمي - مدرسة البدع للتعليم الأساسي والثانوي
الصف / الثاني عشر المتقدم

الامتحان التجريبي (2)
لمادة الرياضيات
للصف الثاني عشر المتقدم
الفصل الدراسي الثالث
2023 – 2024 م

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

Part I :- Circle the letter corresponding to the correct answer:

(4 marks for each questions)

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

1) Determine the area of the region enclosed by

$$y = x^2, y = \sqrt{x}$$

1) أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين

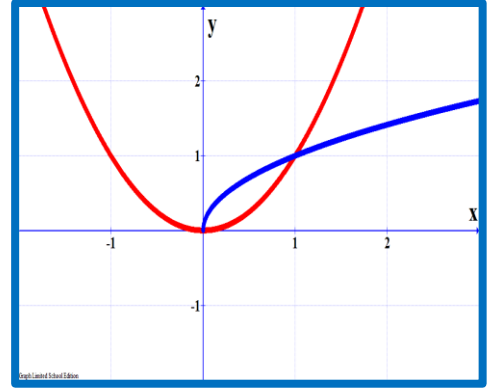
$$y = x^2, y = \sqrt{x}$$

A) $\int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) dx$

B) $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$

C) $\int_{-1}^0 (\sqrt{x} - x^2) dx + \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$

D) $\int_0^1 (\sqrt{x} + x^2) dx$



2) Find The volume of the solid with the cross-sectional area

$$A = \pi \sin(\pi x), 0 \leq x \leq 1$$

2) أوجد حجم المجسم الذي مساحة المقطع العرضي له

$$A = \pi \sin(\pi x), 0 \leq x \leq 1$$

A) 4

B) 2π

C) π

D) 2

3) Compute the volume of the solid formed by revolving R between $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, and $x = 0$ about the line $y = -1$

3) أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة R والمحصورة بين المنحنى

$$y = 2, x = 0, y = \sqrt{x}$$

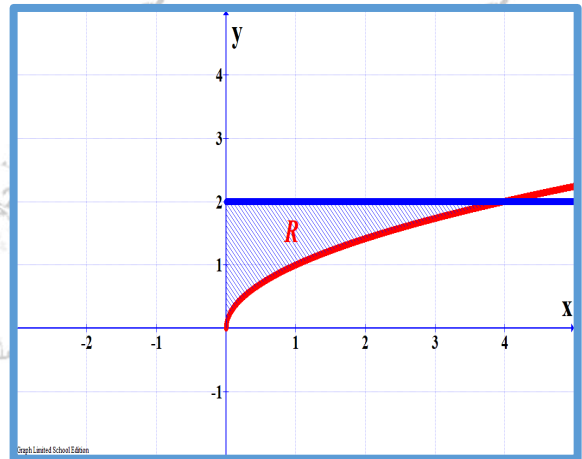
حول $y = -1$

A) $V = \int_0^4 \pi(9 - (\sqrt{x} + 1)^2) dx$

B) $V = \int_0^4 \pi(9 - (x + 1)^2) dx$

C) $V = \int_0^4 \pi((\sqrt{x} + 1)^2 - 9) dx$

D) $V = \int_0^2 \pi(9 - y^2) dy$



4) which integral represent the arc length Of $f(x) = 4x^{\frac{3}{2}} + 1, [1, 2]$

4) حدد التكامل الذي يعبر عن طول منحنى الدالة $f(x) = 4x^{\frac{3}{2}} + 1, [1, 2]$

A) $\int_1^2 \sqrt{1 + 6\sqrt{x}} dx$

B) $\int_1^2 \sqrt{2 + 36x} dx$

C) $\int_1^2 \sqrt{1 + 36x^2} dx$

D) $\int_1^2 \sqrt{1 + 36x} dx$

5) which integral represent the surface area of revolution and approximate the integral
 $f(x) = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

5) حدد التكامل الذي يعبر عن مساحة السطح الناتج من الدوران وأوجد قيمة التكامل
 $f(x) = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

A) $2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \approx 8.08$

B) $2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \approx 7.21$

C) $2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \sin x} dx \approx 8.38$

D) $2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx \approx 8.28$

6) Identify the initial conditions $y(0)$, $y'(0)$
 An object is released from a height of 40 ft with an downward velocity of 6 ft/s

6) حدد الشروط الابتدائية لإطلاق الجسم $y(0)$, $y'(0)$
 من ارتفاع 40ft ونزولا بسرعة متجهة 6 ft/s

A) $y(0) = 40, y'(0) = -6$

B) $y(0) = 40, y'(0) = 6$

C) $y(0) = 40, y'(0) = 0$

D) $y(0) = -6, y'(0) = 40$

7) Find the time the time of flight and the horizontal range of an object launched at angle 30° with initial speed of 64 ft/s

7) حدد زمن التحليق والمدى الأفقي عندما يطلق جسم ما بزاوية 30° من الأفقي بسرعة ابتدائية 64 ft/s

A) $t = 2, x(t) = 64 ft$

B) $t = 1, x(t) = 64\sqrt{3} ft$

C) $t = 2, x(t) = 64\sqrt{3} ft$

D) $t = 2\sqrt{3}, x(t) = 64\sqrt{3} ft$

8) Evaluate $\int \frac{1}{4+x^2} dx$

8) أوجد التكامل $\int \frac{1}{4+x^2} dx$

A) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + c$

B) $\frac{1}{2}\sec^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + c$

C) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + c$

D) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + c$

9) Evaluate the integral

$$\int_0^1 x(x-2)^2 dx$$

9) جد قيمة التكامل

$$\int_0^1 x(x-2)^2 dx$$

A) $\frac{1}{4}(x-2)^4 + \frac{1}{3}(x-2)^3 \Big|_0^1 = \frac{11}{12}$

B) $\frac{1}{4}(x-2)^4 - \frac{1}{3}(x-2)^3 \Big|_0^1 = \frac{43}{12}$

C) $\frac{1}{4}(x-2)^4 + \frac{2}{3}(x-2)^3 \Big|_0^1 = \frac{11}{12}$

D) $\frac{1}{4}(x-2)^4 + \frac{2}{3}(x-2)^3 \Big|_0^1 = \frac{43}{12}$

10) Evaluate $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

10) أوجد التكامل $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

A) $2 \sin^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) - \frac{x\sqrt{4-x^2}}{2} + c$

B) $4 \sec^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + \frac{x\sqrt{4-x^2}}{2} + c$

C) $4 \sin^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) - x\sqrt{4-x^2} + c$

D) $2 \sin^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) - x\sqrt{4-x^2} + c$

11) Evaluate $\int 2x \cos(x^2) dx$

11) أوجد ناتج التكامل $\int 2x \cos(x^2) dx$

A) $-\sin(x^2) + c$

B) $-2x \sin(x^2) + 2\cos(x^2) + c$

C) $\sin(x^2) + c$

D) $\cos(x^2) + c$

12) Evaluate $\int x^2 e^{-3x} dx$

12) أوجد ناتج التكامل $\int x^2 e^{-3x} dx$

A) $\frac{-x^2 e^{-3x}}{3} - \frac{2x e^{-3x}}{9} - \frac{2e^{-3x}}{27} + c$

B) $\frac{x^2 e^{-3x}}{3} + \frac{2x e^{-3x}}{9} - \frac{2e^{-3x}}{27} + c$

C) $\frac{-x^2 e^{-3x}}{3} + \frac{2x e^{-3x}}{9} - \frac{2e^{-3x}}{27} + c$

D) $\frac{-2x^2 e^{-3x}}{3} - \frac{4x e^{-3x}}{9} - \frac{2e^{-3x}}{27} + c$

13) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos x \, dx$

13) أوجد ناتج التكامل
 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos x \, dx$

A) $\frac{\sqrt{2}}{160}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{40}$

C) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

14) Evaluate $\int \tan^3 x \sec^3 x \, dx$

14) أوجد التكامل الآتي
 $\int \tan^3 x \sec^3 x \, dx$

A) $\frac{\sec^5 x}{5} - \frac{\sec^3 x}{3} + c$

B) $\frac{\sec^5 x}{5} + \frac{\sec^3 x}{3} + c$

C) $5 \sec^5 x - 5 \sec^3 x + C$

D) $\frac{\tan^5 x}{5} - \frac{\tan^3 x}{3} + c$

15) Evaluate $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{9-x^2}} \, dx$

15) أوجد التكامل الآتي
 $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{9-x^2}} \, dx$

A) $-\frac{\sqrt{9-x^2}}{x} + c$

B) $-\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + c$

C) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) - \frac{x\sqrt{9-x^2}}{2} + c$

D) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

Part II :-

16) Determine the area of the region enclosed by **(16) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين ؟**

$x = 2 + y^2$, $x = 3y$

$$2 + y^2 = 3y$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0 \rightarrow y = 2, y = 1$$

$$A = \int_1^2 (3 + y) - y^2 dy$$

$$A = \int_1^2 (-y^2 + y + 3) dy$$

$$= \boxed{\frac{13}{6}} \text{ Unit}^2$$

17) Find the volume of the solid formed by revolving the region bounded by $y = 2 - x$, $y = 0$ and $y = x$ about the y-axis

(17) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة والمحصورة بين المنحنى

حول محور y $y = 0$, $y = x$, $y = 2 - x$

$$y = 2 - x \rightarrow x = 2 - y$$

$$y = x \rightarrow x = y$$

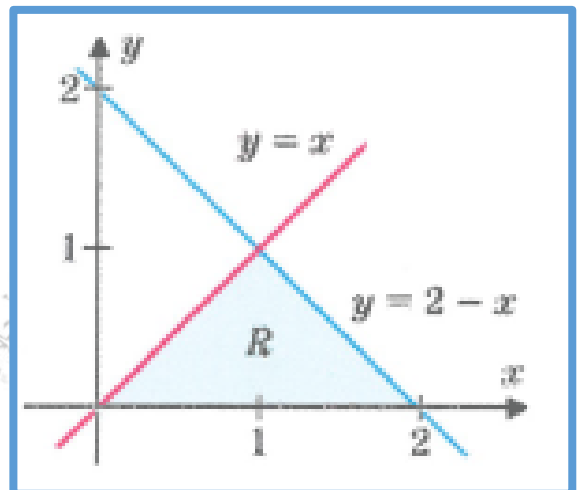
$$R = 2 - y$$

$$r = y$$

$$A = \pi ((2 - y)^2 - y^2)$$

$$V = \pi \int_0^1 (2 - y)^2 - y^2 dy$$

$$= \boxed{2\pi} \text{ Unit}^3$$



18) which integral represent the arc length of

(18) أوجد طول القوس لمنحنى الدالة $f(x)$

$$y = 2(e^{\frac{x}{4}} + e^{-\frac{x}{4}}) \text{ in } [0, 2]$$

$$y' = 2\left[\frac{1}{4}e^{\frac{x}{4}} - \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}}\right] = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{4}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{4}}$$

$$y'^2 = \frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}} \rightarrow 1 + y'^2 = 1 + \frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}}$$

$$S = \int_0^2 \sqrt{\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}}} dx = \int_0^2 \sqrt{\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{4}} + \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{4}}\right)^2} dx$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{2}e^{\frac{x}{4}} + \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{4}} dx = \boxed{0.51} \text{ unit}$$

19) Evaluate

$$\int \sin x \sin 2x dx$$

(19) أوجد قيمة التكامل الآتي

$$\int \sin x \cdot 2 \sin x \cos x dx$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x dx$$

$$dx = \frac{du}{\cos x}$$

$$2 \int u^2 \cos x \cdot \frac{du}{\cos x} = 2 \int u^2 du$$

$$= \frac{2u^3}{3} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sin^3 x + C$$

طريقة
تغيير المتغير باستخدام التكامل بالتجزئة
أو الجدولي

20) Evaluate

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

(20) أوجد قيمة التكامل الآتي

$$x = 2 \sin \theta \rightarrow dx = 2 \cos \theta d\theta$$

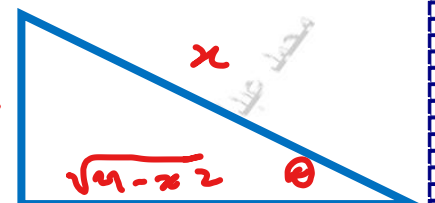
$$\int \frac{8 \sin^3 \theta}{\sqrt{4-4 \sin^2 \theta}} \cdot 2 \cos \theta d\theta$$

$$\int \frac{8 \sin^3 \theta}{2 \cos \theta} \cdot 2 \cos \theta d\theta = \int 8 \sin \theta \cdot \sin^2 \theta d\theta$$

$$\int 8 \sin (1 - \cos^2 \theta) d\theta = \int 8 \sin \theta d\theta - \int 8 \sin \theta \cos^2 \theta d\theta$$

$$= -8 \cos \theta + \frac{8}{3} \cos^3 \theta + C$$

$$= -8 \left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} \right) + \frac{8}{3} \left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} \right)^3 + C$$



$$u = \cos \theta \rightarrow du = -\sin \theta d\theta$$

$$\int 8 \sin \theta \cdot u^2 \frac{du}{-\sin \theta}$$

$$\int -8 u^2 du = -\frac{8}{3} u^3 + C$$



وزارة التربية والتعليم – مؤسسة الإمارات للتعليم
مكتب العين التعليمي - مدرسة البدع للتعليم الأساسي والثانوي
الصف / الثاني عشر المتقدم

الامتحان التجريبي (3) لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثالث 2023 – 2024 م

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

Part I :- Circle the letter corresponding to the correct answer:

(4 marks for each questions)

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

1) Determine the area of the region enclosed by $y = x^2$, $y = 0$, and $x = 2$

1) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى

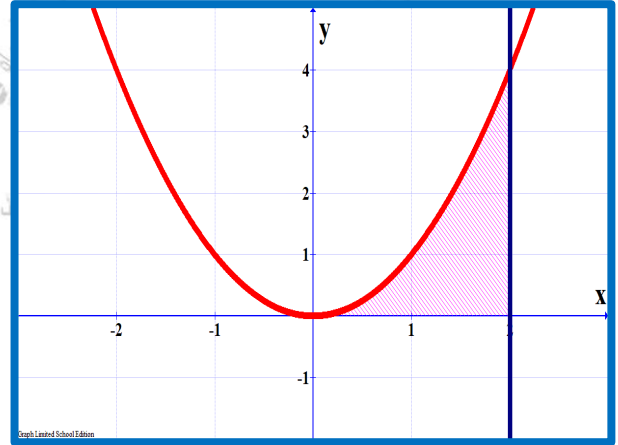
$$y = x^2, y = 0, x = 2,$$

A) $A = \int_0^4 (2 - y) dy$

B) $A = \int_0^4 (2 - \sqrt{y}) dy$

C) $A = \int_0^2 (x^2 - 2) dx$

D) $A = \int_0^4 (\sqrt{y} - 2) dy$



2) Find The volume of the solid with the cross-sectional area

$$A = 10 e^{0.01x}, 0 \leq x \leq 10$$

2) أوجد حجم الجسم الذي مساحة المقطع العرضي له

$$A = 10 e^{0.01x}, 0 \leq x \leq 10$$

A) $V = \int_0^{10} \pi(10 e^{0.01x}) dx$

B) $V = \int_0^{10} \pi(10 e^{0.01x})^2 dx$

C) $V = \int_0^{10} (10 e^{0.01x}) dx$

D) $V = \int_0^{10} 2\pi(10 e^{0.01x})(0.1 e^{0.01x}) dx$

3) Compute the volume of the solid formed by revolving The region bounded by $y = 4 - x$, $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ revolved about $x = -1$

3) أوجد حجم المجسم الناشئ بدوران المنطقة المحددة بالدالتين

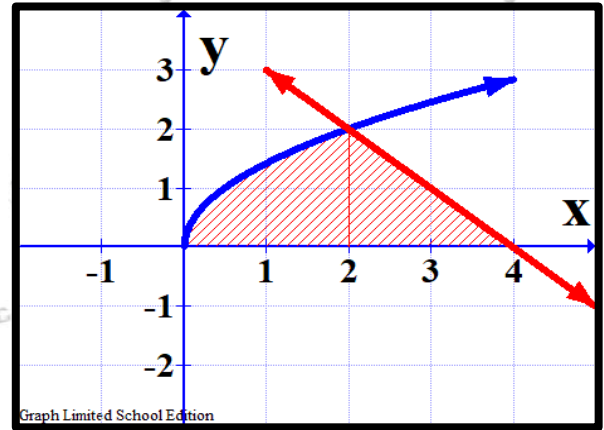
$y = 4 - x$, $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$
في الربع الأول حول المستقيم $x = -1$

A) 16π

B) $\frac{132}{5}$

C) $\frac{448}{15}\pi$

D) $\frac{132}{5}\pi$



4) Find the length of the arc to the curve of the function $f(x)$ where $f'(x) = x\sqrt{x^2 + 2}$ on the interval $[0, 3]$

4) أوجد طول القوس لمنحنى الدالة $f(x)$ حيث $f'(x) = x\sqrt{x^2 + 2}$ في الفترة $[0, 3]$

A) 12

B) 11.2

C) 6.2

D) 7.5

5) which integral represent the surface area Of revolution about X-axis and approximate the integral

$$f(x) = x^2, \quad 1 \leq x \leq 3$$

5) حدد التكامل الذي يعبر عن مساحة السطح الناتج من الدوران حول محور X وأوجد قيمة التكامل

$$f(x) = x^2, \quad 1 \leq x \leq 3$$

A) $2\pi \int_1^3 x^2 \sqrt{1 + 2x^2} dx$

B) $2\pi \int_1^3 2x \sqrt{1 + 4x^2} dx$

C) $2\pi \int_1^3 x^2 \sqrt{1 + 4x^2} dx$

D) $2\pi \int_1^3 x^2 \sqrt{1 + 4x} dx$

6) Identify the initial conditions $y(0)$, $y'(0)$ An object is released from a height of 24 ft

6) حدد الشروط الابتدائية لإطلاق الجسم $y(0)$, $y'(0)$ من ارتفاع 24ft

A) $y(0) = 24$, $y'(0) = -32$

B) $y(0) = 24$, $y'(0) = 0$

C) $y(0) = 0$, $y'(0) = 24$

D) $y(0) = -32$, $y'(0) = 24$

7) A baseball pitcher releases the ball horizontally from height of $6ft$ with initial velocity of $130ft/s$, find the height of the ball when it reaches home plate $60ft$ away.

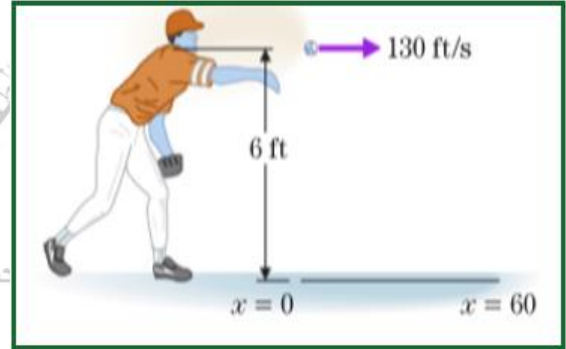
7) يطلق لاعب كرة البيسبول الكرة أفقياً من ارتفاع $6ft$ بسرعة ابتدائية تبلغ $130ft/s$ ، أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الرئيسية على بعد $60ft$

A) $2.95ft$

B) $2.77ft$

C) $0.46ft$

D) $6ft$



8) Evaluate $\int \frac{3}{9+9x^2} dx$

8) أوجد ناتج التكامل $\int \frac{3}{9+9x^2} dx$

A) $\frac{1}{3} \tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

B) $\frac{1}{3} \tan^{-1}(x) + c$

C) $3 \tan^{-1}(x) + c$

D) $\frac{1}{3} \tan^{-1}(3x) + c$

9) Evaluate the integral $\int \frac{1+2x}{1+x^2} dx$

9) جد قيمة التكامل $\int \frac{1+2x}{1+x^2} dx$

A) $\tan^{-1}(x) + \ln|1+x^2| + c$

B) $\ln|1+x^2| + c$

C) $\tan^{-1}(x) + 2\ln|1+x^2| + c$

D) $\frac{1}{2} \tan^{-1}(x) + \ln|1+x^2| + c$

(10) أوجد التكامل

10) Evaluate

$$\int \frac{2e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$$

A) $2 \sin^{-1}(e^x) + c$

B) $2 \sec^{-1}(e^x) + c$

C) $\sin^{-1}(e^x) + c$

D) $2 \sin^{-1}(e^{2x}) + c$

(11) أوجد ناتج التكامل

11) Evaluate

$$\int x \sin 4x \, dx$$

A) $-\frac{1}{4}x \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c$

B) $\frac{1}{4}x \cos 4x - \frac{1}{16} \sin 4x + c$

C) $-4x \cos 4x + 16 \sin 4x + c$

D) $-\frac{1}{4}x \cos 4x + \frac{1}{8} \sin 4x + c$

(12) أوجد ناتج التكامل

12) Evaluate

$$\int x^3 e^{-x} dx$$

A) $-x^3 e^{-x} + 3x^2 e^{-x} - 6xe^{-x} + 6e^{-x} + c$

B) $x^3 e^{-x} + 3x^2 e^{-x} + 6xe^{-x} + 6e^{-x} + c$

C) $-x^3 e^{-x} - 3x^2 e^{-x} - 6xe^{-x} - 6e^{-x} + c$

D) $-x^3 e^{-x} - 3x^2 e^{-x} + 6xe^{-x} + 6e^{-x} + c$

13) Evaluate

$$\int \sin^4 x \cos x \, dx$$

13) أوجد التكامل الآتي

A) $\frac{1}{5} \cos^5 x + C$

B) $-\frac{1}{5} \cos^5 x + C$

C) $-\frac{1}{5} \sin^5 x + C$

D) $\frac{1}{5} \sin^5 x + C$

14) Evaluate

$$\int \cot^2 x \csc^4 x \, dx$$

14) أوجد التكامل الآتي

A) $-\frac{1}{3} \cot^3 x + \frac{1}{5} \cot^5 x + C$

B) $\frac{1}{7} \cos^7 x + \frac{1}{5} \cos^5 x + C$

C) $-\frac{1}{3} \csc^3 x - \frac{1}{5} \csc^5 x + C$

D) $-\frac{1}{3} \cot^3 x - \frac{1}{5} \cot^5 x + C$

15) Evaluate

$$\int \sqrt{9 - x^2} \, dx$$

15) أوجد التكامل الآتي

A) $-\frac{\sqrt{9-x^2}}{x} + c$

B) $\frac{9}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) + \frac{x\sqrt{9-x^2}}{2} + c$

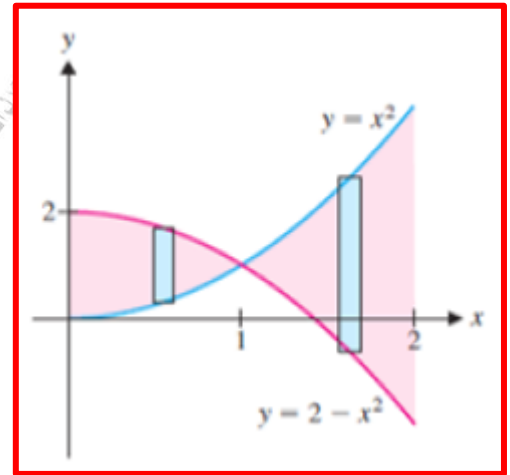
C) $\sin^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) - \frac{x\sqrt{9-x^2}}{2} + c$

D) $\frac{9}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) - \frac{x\sqrt{9-x^2}}{2} + c$

Part II :-

- 16) Find the area bounded by the graphs of $y = x^2$ and $y = 2 - x^2$, $0 \leq x \leq 2$. أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين ؟

$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^1 (2 - x^2 - x^2) dx + \int_1^2 (x^2 - 2 + x^2) dx \\
 &= \int_0^1 (2 - 2x^2) dx + \int_1^2 (2x^2 - 2) dx \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = \frac{12}{3} \\
 &= 4 \text{ unit}^2
 \end{aligned}$$



- 17) Compute the volume of the solid formed by revolving R between $y = \sqrt{x^2 + 1}$, $y = 0$, $0 \leq x \leq 4$ about y-axis

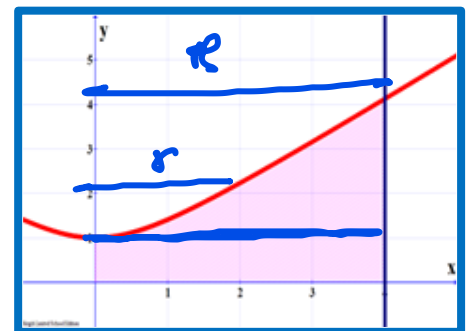
أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة R والمحصورة بين المنحني

$$y = \sqrt{x^2 + 1}, y = 0, 0 \leq x \leq 4 \text{ حول } y\text{-axis}$$

$$V_1 = \pi \int_0^4 4^2 dy = 16\pi$$

نحسب الحجم بقانون

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \pi \int_1^5 (4^2 - (y^2 - 1)) dy \\
 &= \pi \int_1^5 (16 - y^2 + 1) dy \\
 &= 30\pi
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 y^2 &= x^2 + 1 \\
 y^2 - x^2 &= 1 \\
 x^2 &= y^2 - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= V_1 + V_2 \\
 &= 16\pi + 30\pi = 46\pi \text{ unit}^3
 \end{aligned}$$

18) A rope is to be hung between two poles 60 ft . if the rope assumes the shape of the catenary. Compute the length of the rope

18) نذ تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 60 ft إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادلته احسب طول الحبل

$$y = 15(e^{\frac{x}{30}} + e^{-\frac{x}{30}}), -30 \leq x \leq 30$$

$$y' = 15 \left[\frac{1}{30} e^{\frac{x}{30}} - \frac{1}{30} e^{-\frac{x}{30}} \right] = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{30}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{30}}$$

$$s = \int_{-30}^{30} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} e^{\frac{x}{30}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{30}} \right)^2} dx$$

نفس الخطوات بـ 15

$$= \int_{-30}^{30} \left(\frac{1}{2} e^{\frac{x}{30}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{30}} \right) dx \approx 70.5 \text{ unit}$$

19) Evaluate

$$\int (\ln x)^2 dx$$

19) أوجد قيمة التكامل الآتي

$$u = (\ln x)^2$$

$$dv = dx$$

$$du = \frac{2 \ln x}{x} dx$$

$$v = x$$

$$u = 2 \ln x \cdot dv = dx$$

$$du = \frac{2}{x} dx \quad v = x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= x (\ln x)^2 - \int 2 \ln x dx$$

$$= x \ln^2 x - (2x \ln x - 2x) + C$$

$$= x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C$$

$$= 2x \ln x - \int 2 dx$$

$$= 2x \ln x - 2x + C$$

20) Evaluate $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-25}} dx$

20) أوجد قيمة التكامل الآتي

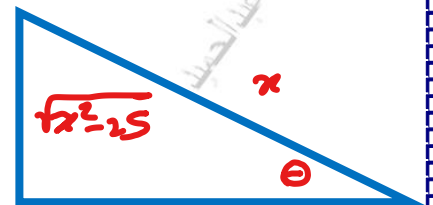
$$x = 5 \sec \theta \rightarrow dx = 5 \sec \theta \tan \theta d\theta$$

$$\int \frac{5 \sec \theta}{\sqrt{25 \sec^2 \theta - 25}} \cdot 5 \sec \theta \tan \theta d\theta$$

$$\int \frac{5 \sec \theta}{5 \tan \theta} \cdot 5 \sec \theta \tan \theta d\theta$$

$$= \int 5 \sec^2 \theta d\theta = 5 \tan \theta + C$$

$$= 5 \left(\frac{\sqrt{x^2-25}}{5} \right) + C = \sqrt{x^2-25} + C$$



$$\tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

نفس حلها بالتكامل
بالتعويض
 $u = x^2 - 25$