

دولة الإمارات العربية المتحدة
مجلس 3 نطاق 5
مدرسة جميلة بوحيرد للتعليم الثانوي



مذكرة مادة الرياضيات

للفصل الثاني عشر عام

اسم الخريجة.....
الشعبة.....

المعلمة :عائشة علي عامر اليليلي
الفصل الدراسي الثاني

SENIOR

مدرسة جميلة بو حيرد الحلقة الثالثة بنات - Jameela Bu Haired School C3 Girls

الدرجة Score	المفصل الدراسي الثاني First semester 2025/2024	درجة اختبار التقييم 1 Evaluation test 1 score	درجة اختبار التقييم 2 Evaluation test 2 score	درجة اختبار التقييم 3 Evaluation test 3 score	درجة اختبار التقييم 4 Evaluation test 4 score	درجة اختبار التقييم 5 Evaluation test 5 score	درجة اختبار التقييم 6 Evaluation test 6 score
توقيع ولي أمر القائدة Parent Signature							

مدير المدرسة مريم عبيد الرعابي - Mariam Obaid Alzaabi

من طالب إلى قائل



خطة الفصل الدراسي الثاني



C6	أنظمة المعادلات والمصفوفات	C6L3	حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر	T2
	Systems of Equations and Matrices		Solving Linear Systems using Inverses and Cramer's Rule	
C7	القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة	C7L1	صيغتا نقطة المنتصف والمسافة	T2
	Conic Sections and Parametric Equations		Midpoint and Distance Formulas	
C7	القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة	C7L2	القطع المكافئ	T2
	Conic Sections and Parametric Equations		Parabolas	
C7	القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة	C7L3	الدوائر	T2
	Conic Sections and Parametric Equations		Circles	
C8	المتجهات	C8L1	مقدمة في المتجهات	T2
	Vectors		Introduction to Vectors	
C8	المتجهات	C8L2	المتجهات في المستوى الإحداثي	T2
	Vectors		Vectors in the Coordinate Plane	
C8	المتجهات	C8L3	الضرب النقطي ومساواة المتجهات	T2
	Vectors		Dot Products and Vector Projection	



الوحدة السادسة

أنظمة المعادلات و المصفوفات



تمرين موجه

استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات، إن أمكن.

1A. $6x + y = -8$
 $-4x - 5y = -12$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1B. $-3x + 9y = 36$
 $7x - 8y = -19$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تمرين موجه

2. **الصناعة** خلال ثلاثة أعوام متتالية، أنتج مصنع لتجميع السيارات إجمالي 720,000 سيارة. فإذا كان عدد السيارات التي أُنتِجت في العام الثاني تزيد عن العام الأول بعدد 50,000 سيارة، وكان عدد السيارات التي أُنتِجت في العام الثالث تزيد عن الثاني بعدد 80,000، فكم عدد السيارات التي أُنتِجت في كل عام؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات، إن أمكن.

7. $x + 2y - z = 2$
 $2x - y + 3z = 4$
 $3x + y + 2z = 6$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



المفهوم الأساسي قاعدة كرامر

لنفرض أن A هو مصفوفة المعاملات في نظام n من المعادلات الخطية في n من المتغيرات، وتحدد المعادلة $AX = B$. فإذا كان $\det(A) \neq 0$ ، فإن الحل الوحيد للنظام تعبر عنه المعادلة

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, x_3 = \frac{|A_3|}{|A|}, \dots, x_n = \frac{|A_n|}{|A|},$$

حيث يتم الحصول على A_i باستبدال العمود i th الخاص بـ A بعمود الحدود الثابتة B . وإذا كان المحدد $(A) = 0$ ، فإن $AX = B$ إما ليس لها حل أو لها عدد لا نهائي من الحلول.

استخدام قاعدة كرامر لحل نظام 2×2

تمرين موجه

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل فريد.

3A. $2x - y = 4$

$5x - 3y = -6$

.....

.....

.....

.....

.....

3B. $-9x + 3y = 8$

$2x - y = -3$

.....

.....

.....

.....

.....



3C. $12x - 9y = -5$
 $4x - 3y = 11$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

استخدام قاعدة كرامر لحل نظام 3X3

4B. $-2x + 4y - z = -3$
 $3x + y + 2z = 6$
 $x - 3y = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4A. $8x + 12y - 24z = -40$

$3x - 8y + 12z = 23$

$2x + 3y - 6z = -10$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

أوجد حل كل معادلة مصفوفة.

22. $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

.....

.....

.....

.....

25. $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$

.....

.....

.....

.....





عنوان الدرس : 6.3 حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات و قاعدة كرامر

نواتج التعلم : 1. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات العكسية (معكوس المصفوفة)

2. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام قاعدة كرامر

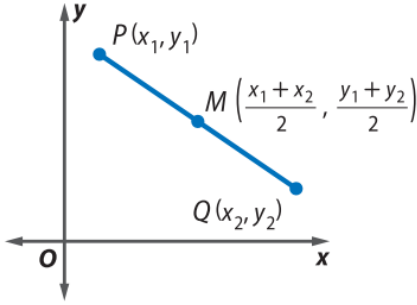
الوحدة السابعة

القطوع المخروطية و المعادلات الوسيطية



إيجاد نقطة المنتصف

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف



الشرح إذا كان لقطعة مستقيمة نقطتان طرفيتان **النموذج** $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$. فإن إحداثيات نقطة المنتصف لهذه القطعة المستقيمة هي $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

تمرين موجّه

1A. أوجد إحداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ من أجل $A(5, 12)$ و $B(-4, 8)$

.....

.....

.....

.....

.....

1B. أوجد إحداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{CD}$ من أجل $C(4, 5)$ و $D(14, 13)$

.....

.....

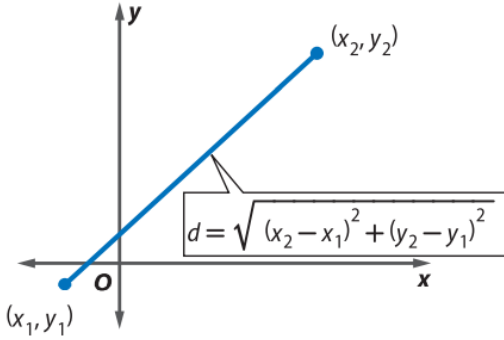
.....

.....

.....

إيجاد المسافة بين نقطتين

المفهوم الأساسي صيغة المسافة



النموذج

المسافة بين نقطتين لهما الإحداثيات

الشرح

(x_1, y_1) و (x_2, y_2) تمثل

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

تمرين موجّه

2. ستضرب آمنة كرة جولف تقع على مسافة 12 قدماً فوق الحفرة و3 أقدام إلى يسارها. في ضربتها الأولى انتقلت الكرة إلى مسافة قدمين فوق الحفرة وقدم واحد إلى يمينها. ما المسافة التي قطعتها الكرة في الضربة الأولى؟

تمرين موجّه

3. إحداثيات النقطتين A و B هي $(-4, -5)$ و $(10, -7)$. بالترتيب. أوجد المسافة بين نقطة منتصف A و B والنقطة B.

F $\sqrt{10}$ وحدة

G $5\sqrt{10}$ وحدة

H $\sqrt{50}$ وحدة

J $10\sqrt{5}$ وحدة

9. اختيار من متعدد وُضعت شبكة أرقام فوق خريطة مركز تجاري. يقع كشك بيع الهواتف المحمولة في منتصف الطريق بين متجر المثلجات اللذيذة ومتجر رؤية للنظارات. إذا كان متجر المثلجات اللذيذة يقع عند النقطة $(2, 4)$ ومتجر النظارات عند النقطة $(78, 46)$. أوجد المسافة بين الكشك ومتجر النظارات.

A 43.4 وحدة

B 47.2 وحدة

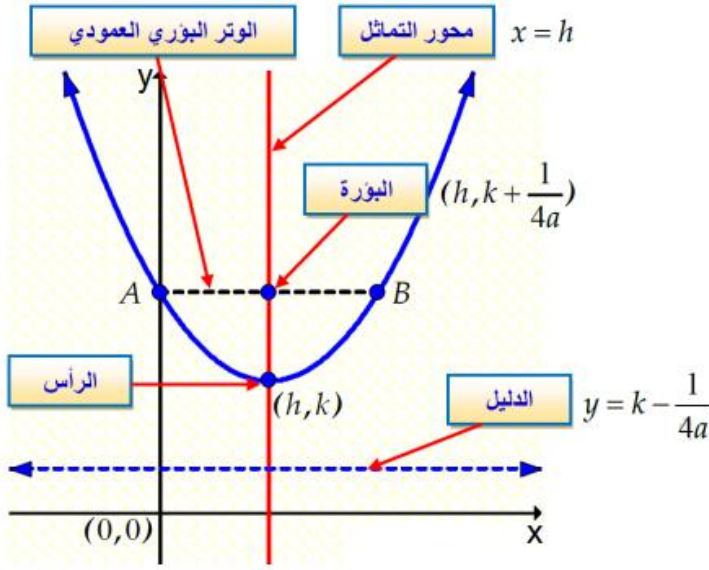
C 62.4 وحدة

D 94.3 وحدة



Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.





المفهوم الأساسي صور معادلات القطوع المكافئة

صيغة المعادلة	$y = a(x - h)^2 + k$	$x = a(y - k)^2 + h$
اتجاه الفتحة	للأعلى إذا كانت $a > 0$ للأسفل إذا كانت $a < 0$	لليمين إذا كانت $a > 0$ لليسار إذا كانت $a < 0$
الرأس	(h, k)	(h, k)
محور التماثل	$x = h$	$y = k$
البؤرة	$(h, k + \frac{1}{4a})$	$(h + \frac{1}{4a}, k)$
الدليل	$y = k - \frac{1}{4a}$	$x = h - \frac{1}{4a}$
طول الوتر البؤري العمودي	$\left \frac{1}{a} \right $ وحدة	$\left \frac{1}{a} \right $ وحدة

تمهيدات:

(1) أكمل المقدار ليصبح مربع كامل:

$$x^2 - 8x + \dots = \dots$$

$$y^2 + 10y + \dots = \dots$$

(2) حلل المربع الكامل:

$$x^2 - 2x + 1 = \dots$$

$$y^2 + 6y + 9 = \dots$$

التحقق من فهمك ص 417:

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

1. $y = 2x^2 - 24x + 40$

الصيغة العامة

الصيغة القياسية

$$x = a(y - k)^2 + h$$

الرأس: $(h, k) = (\dots, \dots)$

محور التماثل:

الفتحة: $a = \dots$

التحقق من فهمك ص 417:

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

3. $x = y^2 - 8y - 11$

الصيغة العامة

الصيغة القياسية

$$x = a(y - k)^2 + h$$

الرأس: $(h, k) = (\dots, \dots)$

محور التماثل:

الفتحة: $a = \dots$



$$x = a(y - k)^2 + h$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

تدريب: اكمل الجدول التالي

معادلة القطع	$y = 2(x - 5)^2 + 2$	$x = -3(y + 2)^2 - 3$
اكمل	$h = \dots\dots\dots, k = \dots\dots\dots, a = \dots\dots\dots$	$h = \dots\dots\dots, k = \dots\dots\dots, a = \dots\dots\dots$
اتجاه فتحة القطع	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
رأس القطع المكافئ	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
محاور التماثل	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
البؤرة	$(h, k + \frac{1}{4a}) \dots\dots\dots$	$(h + \frac{1}{4a}, k) \dots\dots\dots$
الدليل	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$

$$x = a(y - k)^2 + h$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

التمارين وحل المسائل ص 417:

35. السيارات يحتوي مصباح سيارة على عاكس له شكل قطع مكافئ. يترد الضوء المنبعث من المصدر عن

العاكس ذو شكل القطع المكافئ ويضيء خارجاً من الجزء الأمامي للمصباح. معادلة المقطع العرضي

للعاكس هي $y = \frac{1}{12}x^2$. على أي بعد من الرأس يجب أن توضع شعيرة المصباح؟

الرأس: $(h, k) = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$

الفتحة: $a = \dots\dots\dots$

البؤرة: $(h, k + \frac{1}{4a}) = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$

البعد بين الرأس والبؤرة: $\dots\dots\dots$



$$x = a(y - k)^2 + h$$

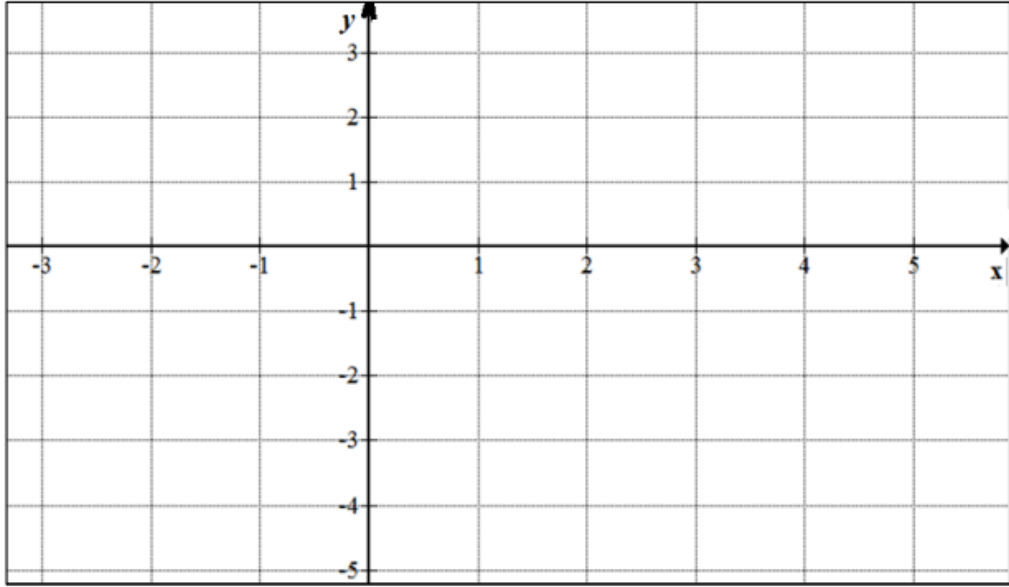
$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$2B) y = 2(x - 1)^2 - 4$$

تمرين موجه ص 414: مثل كل معادلة بيانيا

الرأس: $(h, k) = (\dots \dots , \dots \dots)$

الفتحة: $a = \dots \dots \dots \dots \dots \dots$



$$x = a(y - k)^2 + h$$

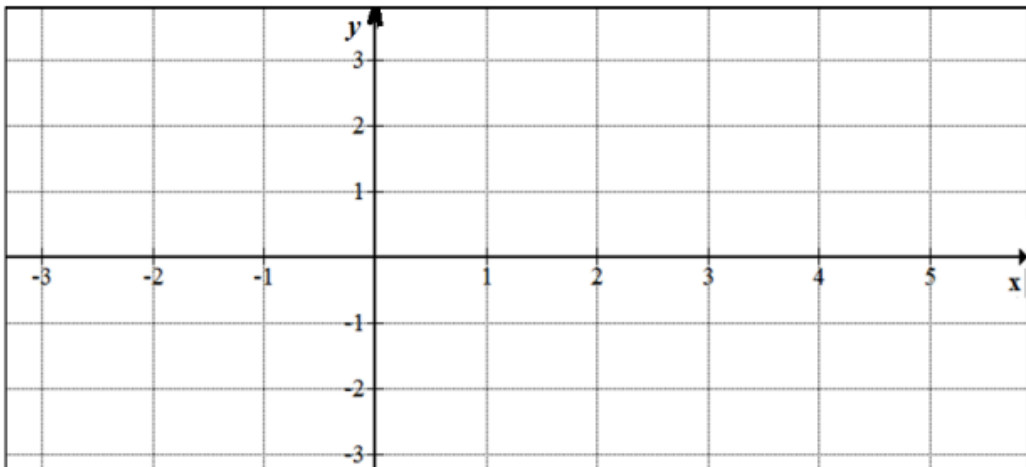
$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$24) x = \frac{1}{2}y^2$$

التمارين وحل المسائل ص 417: مثل كل معادلة بيانيا

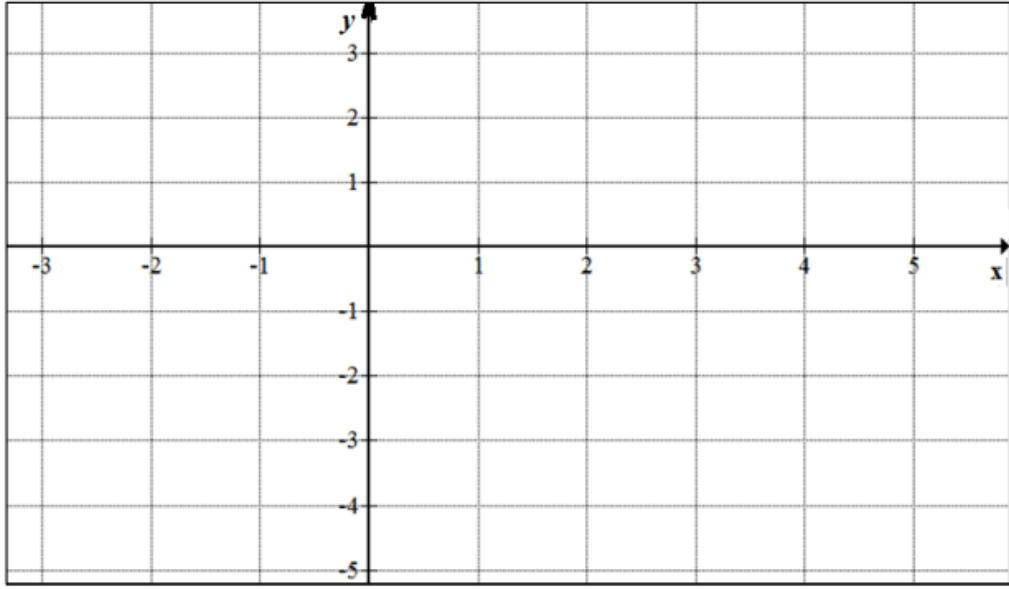
الرأس: $(h, k) = (\dots \dots , \dots \dots)$

الفتحة: $a = \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

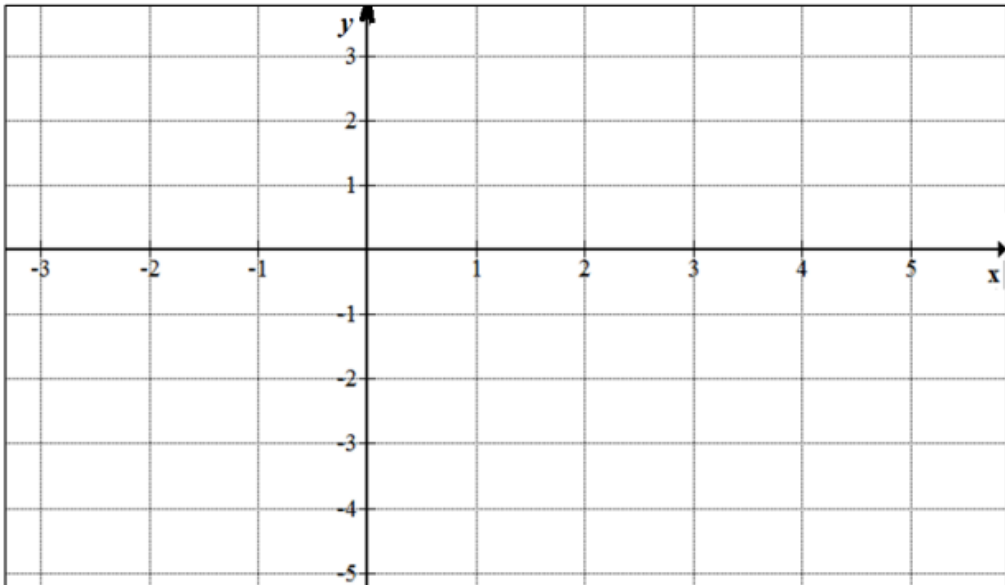


مثّل كل معادلة بيانياً.

3A $3x - y^2 = 4x + 25$



3B. $y = x^2 + 6x - 4$



اكتب معادلة لكل قطعٍ مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثل المعادلة بيانيًا.

4A. الرأس (1, 3)، البؤرة (1, 5)

4B. البؤرة (5, 6)، الدليل $x = -2$

10. الرأس (4, -2)، الدليل $x = -1$



الاختبارات المعيارية

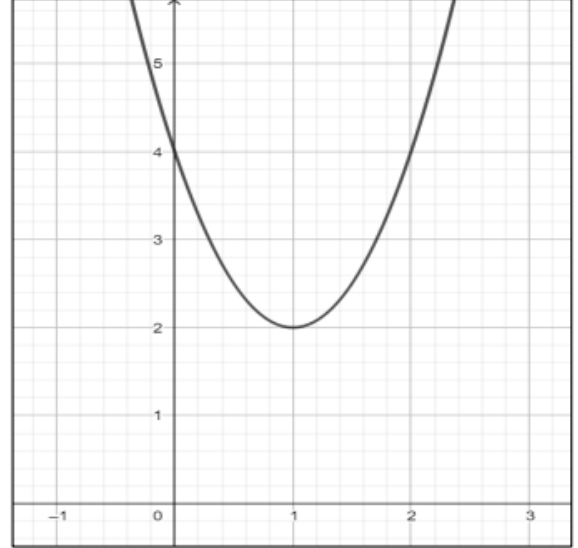
(1) أي المعادلات التالية لها الشكل المرسوم:

A) $y = 2(x - 1)^2 + 2$

B) $y = -2(x - 1)^2 + 2$

C) $x = 2(y - 1)^2 + 2$

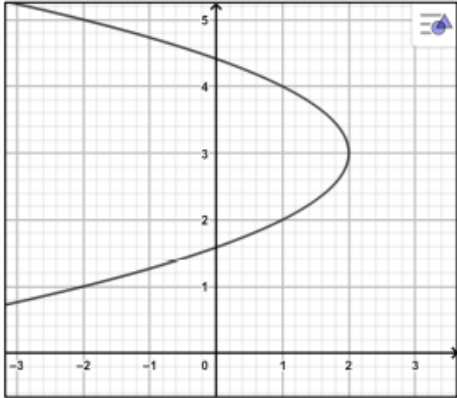
D) $x = -2(x - 1)^2 + 2$



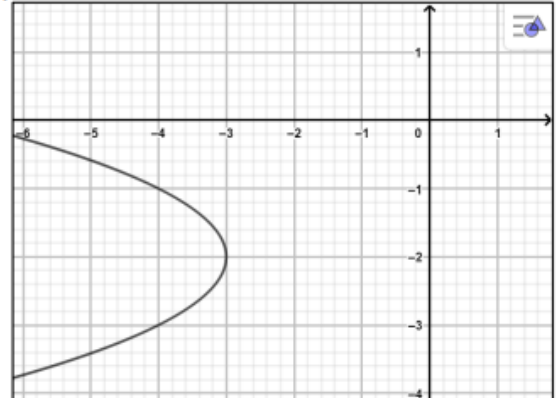
$x = (y + 2)^2 - 3$

(1) أي الرسوم التالية لها معادلة القطع المكافئ

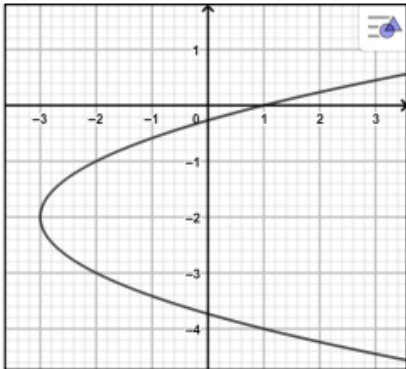
A)



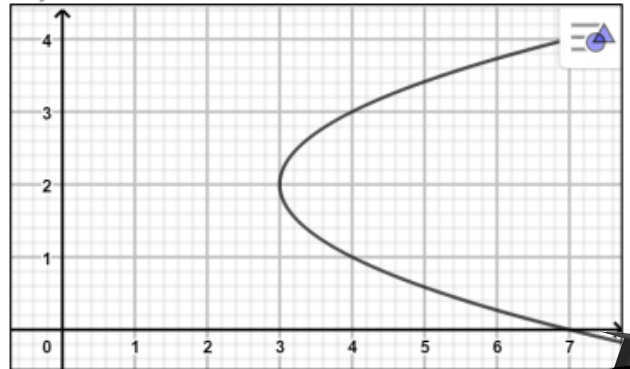
B)



C)

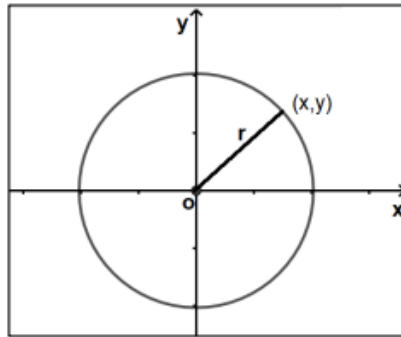
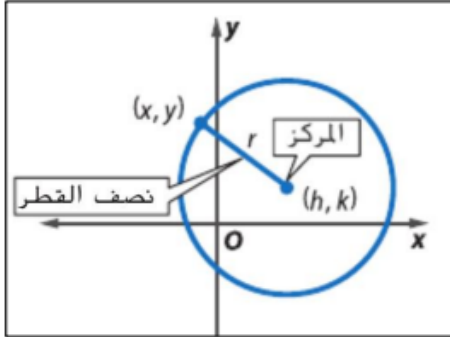


D)





Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.



المفهوم الأساسي صور معادلة الدائرة

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$x^2 + y^2 = r^2$	الصيغة القياسية للمعادلة
(h, k)	$(0, 0)$	المركز
r	r	نصف القطر

التمارين وحل المسائل ص 424:

اكتب معادلة لكل دائرة إذا علمت المركز ونصف القطر

رقم السؤال	المركز	نصف القطر	المعادلة : $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
12	$(4, 9)$	$r = 6$	
14	$(-7, -3)$	$r = 13$	
16	$(1, 0)$	$r = \sqrt{15}$	
13	$(-3, 1)$	$r = 4$	
15	$(-2, -1)$	$r = 9$	
17	$(0, -6)$	$r = \sqrt{35}$	

تمرين موجه

1. واي فاي مدى أحد هواتف واي فاي 30 km في أي اتجاه. إذا كان الهاتف يقع على مسافة 4 km

جنوب المقر الرئيسي و 3 km غربًا، فاكتب معادلة تمثل المساحة التي يمكن تشغيل الهاتف في مداها عبر نظام واي فاي.



المركز:

ونصف القطر:

المعادلة:

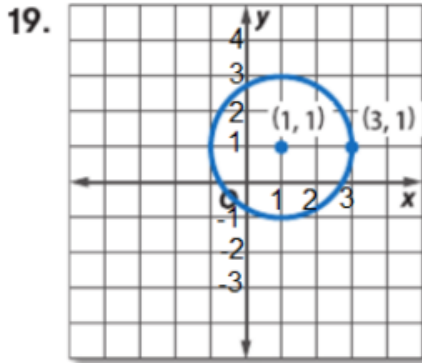


المفهوم الأساسي صور معادلة الدائرة

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$x^2 + y^2 = r^2$	الصيغة القياسية للمعادلة
(h, k)	$(0, 0)$	المركز
r	r	نصف القطر

التمارين وحل المسائل ص 424:

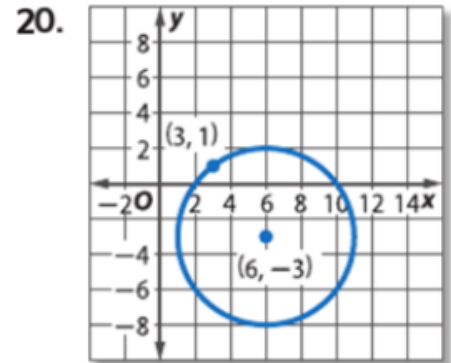
اكتب معادلة لكل تمثيل بياني.



المركز:

نصف القطر:

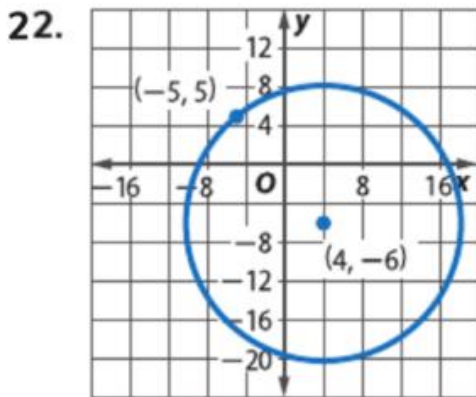
المعادلة:



المركز:

نصف القطر:

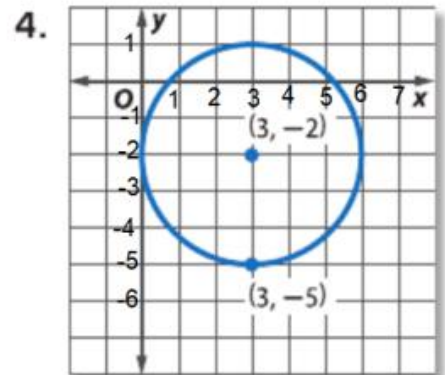
المعادلة:



المركز:

نصف القطر:

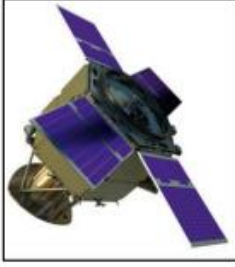
المعادلة:



المركز:

نصف القطر:

المعادلة:



أطلقت دولة الإمارات العربية المتحدة القمر الصناعي (خليفة سات) في 29 / 10 / 2018
ومدار القمر متزامن مع الشمس على ارتفاع اعتباري 613 km فوق سطح الأرض
فإذا اعتبرنا أن القمر يدور في مدار دائري حول الأرض، ونقطة الأصل للمستوى الإحداثي هي
الأرض فاكتب معادلة لمدار القمر خليفة سات.

المركز: ونصف القطر:

المعادلة:

المفهوم الأساسي صور معادلة الدائرة

الصيغة القياسية للمعادلة	$x^2 + y^2 = r^2$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
المركز	(0, 0)	(h, k)
نصف القطر	r	r

التمارين وحل المسائل ص 425:

أوجد المركز وطول نصف القطر لكل دائرة

المعادلة : $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	نصف القطر	المركز	
$x^2 + y^2 = 75$		(..... , ...)	31
$(x - 3)^2 + y^2 = 4$		(..... , ...)	32
$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 34$		(..... , ...)	33
$x^2 + (y - 14)^2 = 144$		(..... , ...)	34
$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 16$		(..... , ...)	35
$x^2 + y^2 = 256$		(..... , ...)	36



المفهوم الأساسي صور معادلة الدائرة		
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$x^2 + y^2 = r^2$	الصيغة القياسية للمعادلة
(h, k)	$(0, 0)$	المركز
r	r	نصف القطر

تمارين ص 425:

اكتب معادلة لكل دائرة إذا علمت النقطتين الطرفيتين للقطر.

27. $(2, -5)$ و $(6, 3)$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

المركز:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ونصف القطر:

المعادلة:

3. اكتب معادلة دائرة النقطتان الطرفيتان لقطرها هما $(3, -3)$ و $(1, 5)$.

تمارين ص 426: الدقة اكتب معادلة للدائرة التي تحقق كل مجموعة من الشروط.

53. المركز $(8, -9)$. تمس المحور الرأسي y

نصف القطر:

المعادلة:

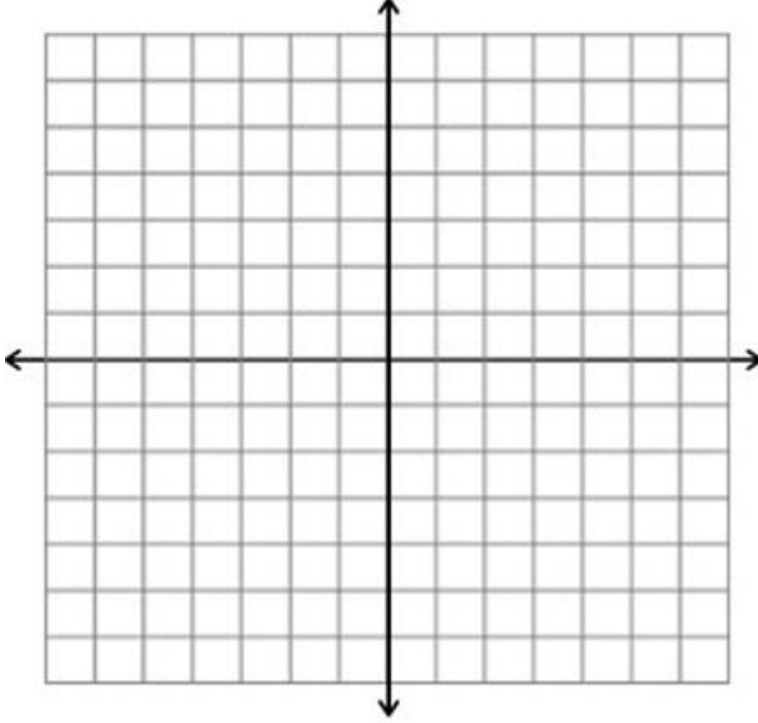
54. المركز $(2, 4)$. تمس المحور الأفقي x

نصف القطر:

المعادلة:

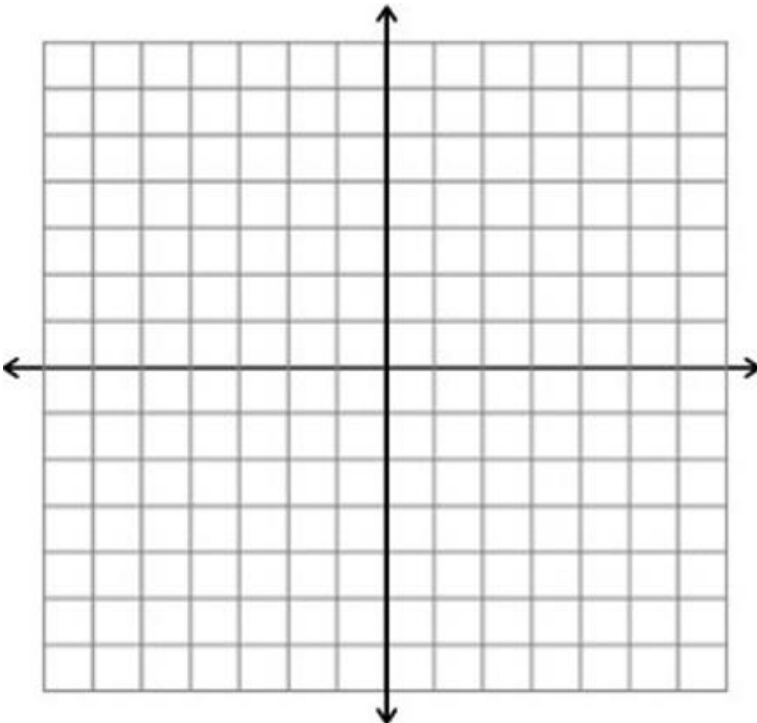
38. $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{25}$

أوجد مركز و نصف القطر دائرة معادلتها التالية
ثم مثلي الدائرو بيانيا



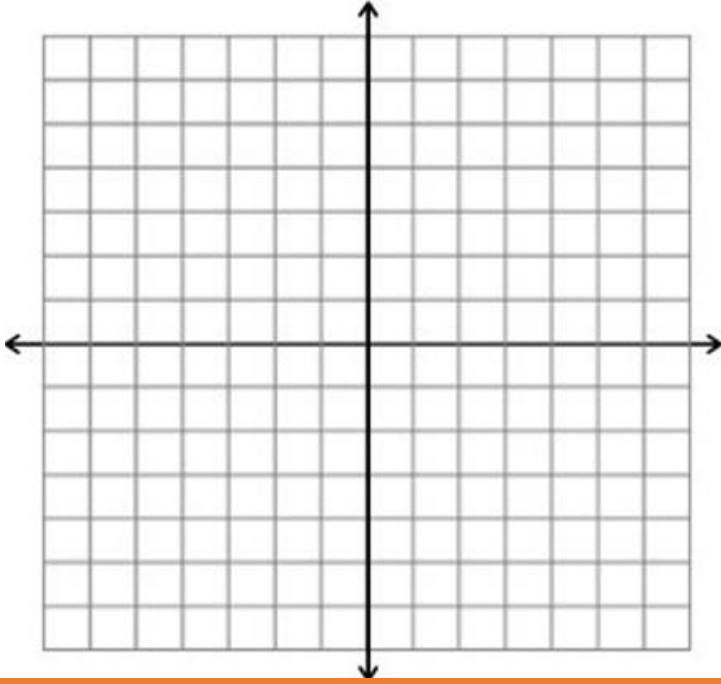
تمرين موجّه

4. أوجد مركز ونصف قطر دائرة معادلتها $x^2 + y^2 = 81$. ثم مثّل الدائرة بيانياً.

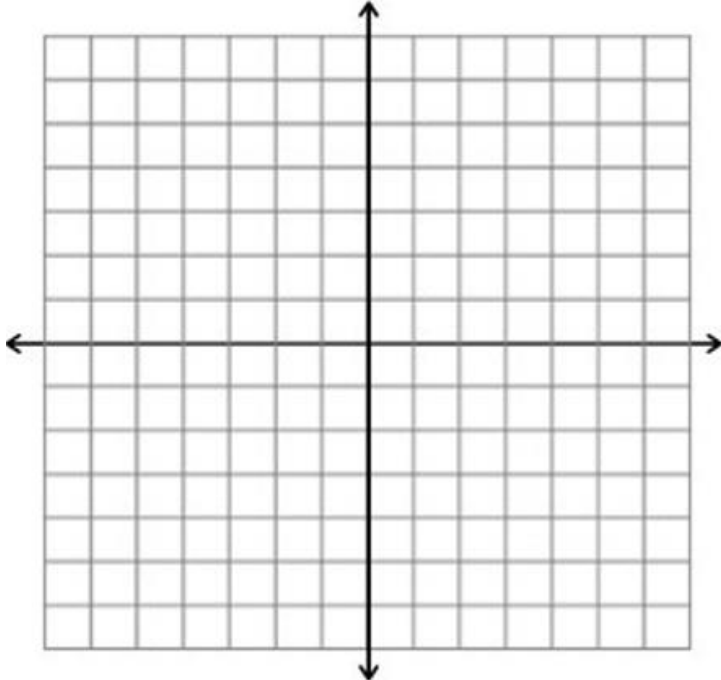


تمرين موجّه

5. أوجد مركز ونصف قطر دائرة معادلتها $x^2 + y^2 + 4x - 10y - 7 = 0$. ثم مثل الدائرة بيانيًا.



44. $x^2 - 18x + 53 = 18y - y^2$





Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.

الوحدة الثامنة

المتجهات



تحديد الكميات المتجهة:



تمرين موجّه

- 1A. تسير السيارة بسرعة 60 km في الساعة بزاوية 15° في اتجاه الجنوب الشرقي
- 1B. يهبط قافز بالمظلات لأسفل مباشرة بسرعة 20.2 km/h
- 1C. يسحب طفل زلاّجة بقوة مقدارها 40 N

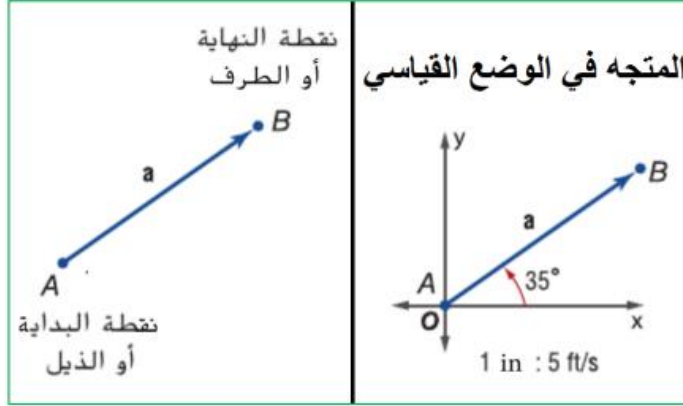
تمارين ص 486:

اذكر ما إذا كانت كل كمية موصوفة هي كمية متجهة أو كمية غير متجهة.

1. صندوق يتم دفعه بقوة مقدارها 125 N
2. الرياح تهب بسرعة 20 km/h
3. غزال يركض بسرعة 15 m/s باتجاه الغرب
4. كرة قاعدة تم قذفها بسرعة 136 km/h
5. إطار يزن 15 N يتدلى من حبل
6. حجر تم قذفه في مسار مستقيم لأعلى بسرعة 15 m/s



تمثيل المتجهات هندسيًا



تمثيل المتجه هندسيًا

الاتجاه مع المركبة الأفقية

الزاوية تبدأ من محور السينات
الموجب (الشرق E)
وعكس عقارب الساعة

الاتجاه الحقيقي

الزاوية تبدأ من الشمال
ومع عقارب الساعة
والزاوية تكتب 3 أرقام

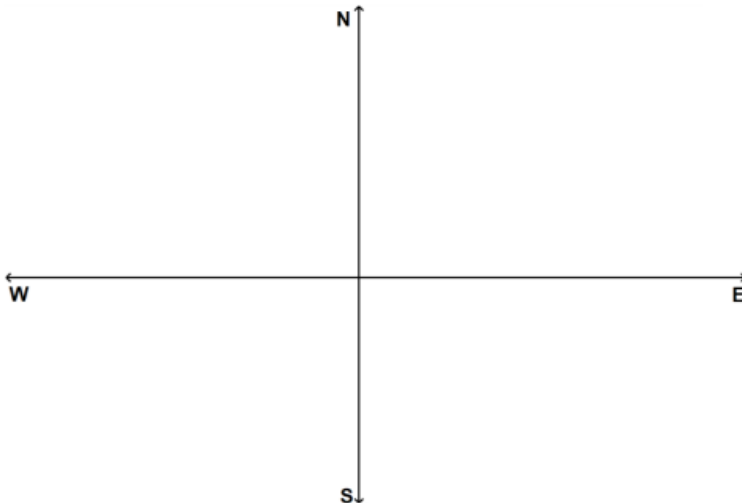
الاتجاه الرباعي ϕ

الزاوية تبدأ من الشمال أو
الجنوب على حسب
المسألة
والمتجه يقع في الربع بين
الاتجاهين المذكورين
بالمسألة

تمرين موجه ص 481:

استخدم المسطرة والمنقلة لتصميم رسم تخطيطي سهمي لكل كمية موضحة، بحيث يشتمل كل رسم تخطيطي على مقياس

2B. $u = 15 \text{ Km/s}$ باتجاه $S25^\circ E$

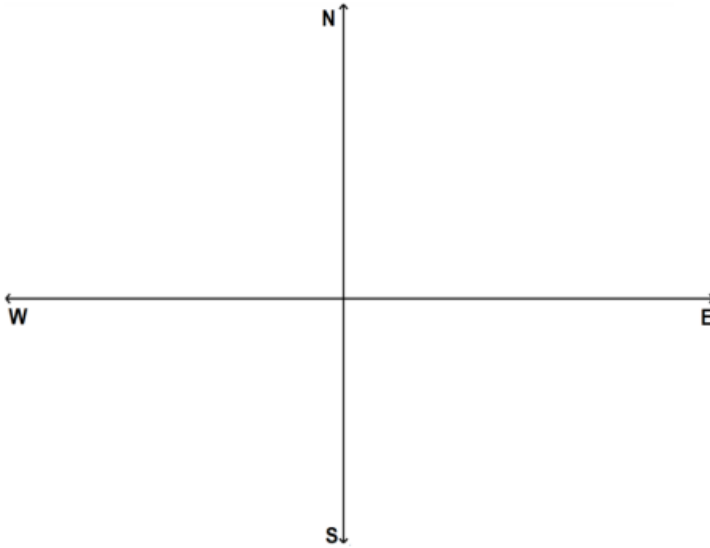


تمثيل المتجه هندسيًا

تمرين موجه ص 481:

استخدم المسطرة والمنقلة لتصميم رسم تخطيطي سهمي لكل كمية موضحة، بحيث يشتمل كل رسم تخطيطي على مقياس

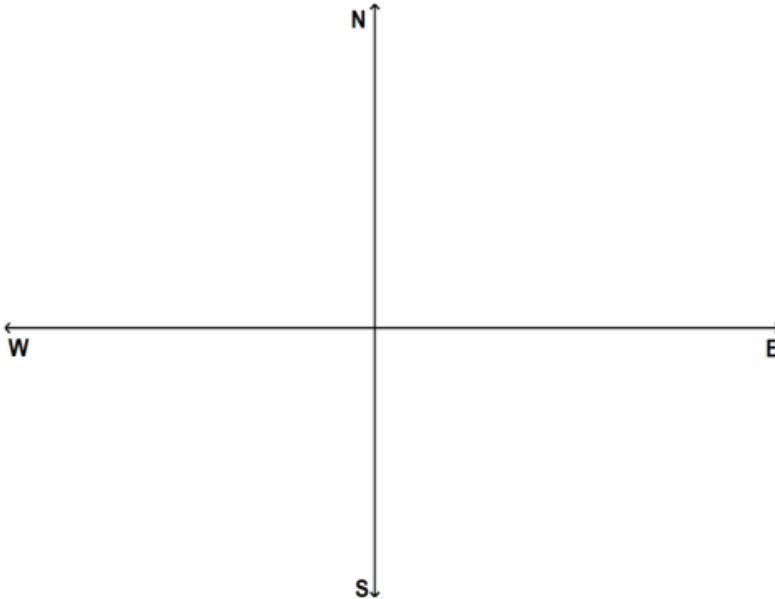
2A. $t = 20 \text{ m/s}$ باتجاه 065°



تمرين موجه ص 481:

استخدم المسطرة والمنقلة لتصميم رسم تخطيطي سهمي لكل كمية موضحة، بحيث يشتمل كل رسم تخطيطي على مقياس

2C. $m = 50 \text{ N}$ بزاوية 80° مع المركب الأفقي



أنواع المتجهات

متعكسة

نفس المقدار وعكس الاتجاه

متكافئة

نفس المقدار والاتجاه

متوازية

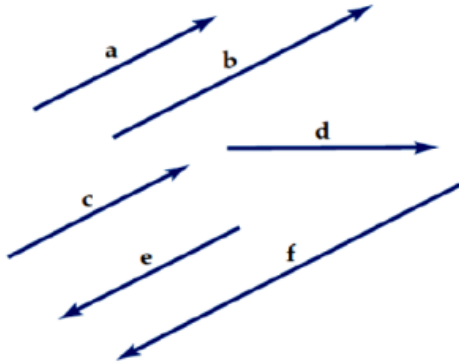
لها نفس الاتجاه أو عكس الاتجاه
وليس بالضرورة نفس المقدار

تدريب : حدد المتجهات :

(1) المتوازية:

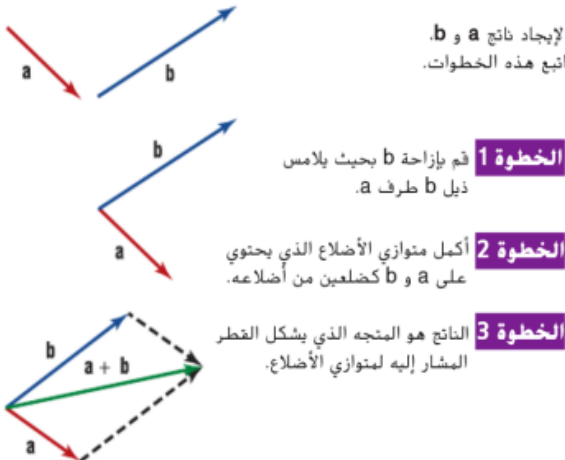
(2) المتكافئة:

(3) المتعكسة:

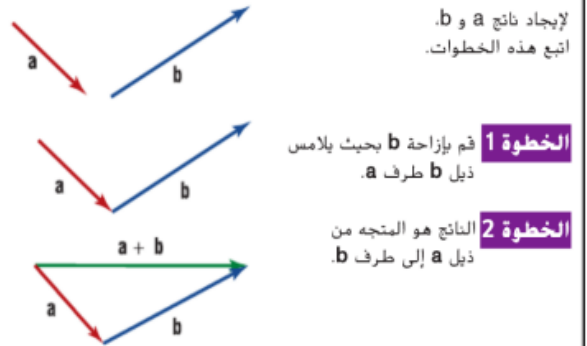


المفهوم الأساسي إيجاد النواتج

طريقة متوازي الأضلاع (الذيل إلى الذيل)



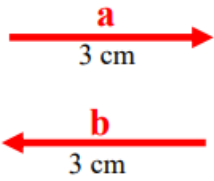
طريقة المثلث (الطرف إلى الذيل)



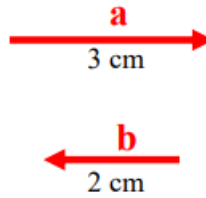
ملاحظات هامة:

محصلة متجهين متوازيين

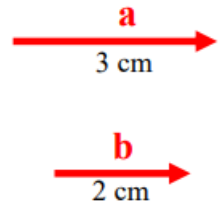
وفي عكس الاتجاه
ولها نفس المقدار



وفي عكس الاتجاه



وفي نفس الاتجاه



المفهوم الأساسي ضرب المتجهات في كمية عددية

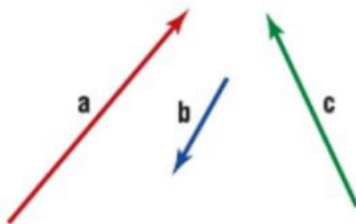
إذا تم ضرب المتجه v في الكمية العددية k . فيكون للكمية العددية k المقدار $|k|$ ويتم تحديد اتجاهها حسب علامة k .

- إذا كان $k > 0$. فإن k لها نفس اتجاه v .
- إذا كان $k < 0$. فإن k في اتجاه معاكس لـ v .

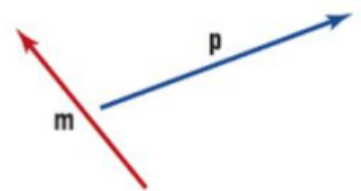
تمرين موجّه

قم بتصميم رسم تخطيطي لمتجه لكل تعبير.

4A. $a - c + 2b$



4B. $m - \frac{1}{4}p$



استخدام المتجهات لحل مسائل الملاحة

تمرين موجّه

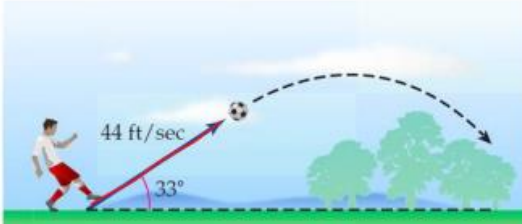
السباحة يسبح إبراهيم في اتجاه الشرق بسرعة 3.5 ft/s عبر نهر متجهًا مباشرة نحو الضفة المقابلة. وفي الوقت ذاته، يحمله تيار النهر باتجاه الجنوب بمعدل 2 ft/s . جد سرعة إبراهيم واتجاهه بالنسبة للشاطئ.

تمرين موجّه

كرة قدم: يركل لاعب كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 44 ft/s ، وبزاوية قياسها 33° مع سطح الأرض كما في الشكل أدناه.

(A) ارسم شكلاً يوضح تحليل هذه السرعة إلى مركبتين متعامدتين.

(B) أوجد مقدار كل من المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة.

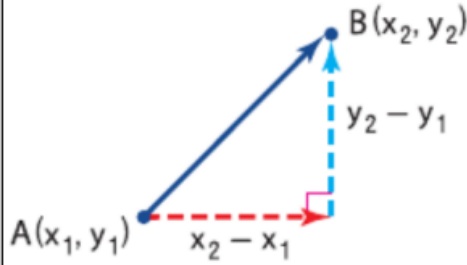




Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.



المفهوم الأساسي الصورة المركبة للمتجه



يُمكن إيجاد الصورة المركبة لمتجه $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ باستخدام

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

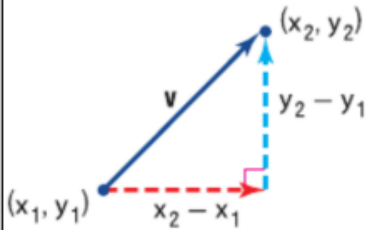
تمرين موجه ص 490:

أوجد الصورة المركبة لـ $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

1A. $A(-2, -7), B(6, 1)$

1B. $A(0, 8), B(-9, -3)$

المفهوم الأساسي مقدار متجه في المستوى الإحداثي



باستخدام نقطتي بدايته (x_1, y_1) و نهايته (x_2, y_2) إذا كان لـ v الصورة المركبة $\langle a, b \rangle$

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|v| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مقدار المتجه يُسمى أيضًا معيار المتجه أو طول المتجه

تمرين موجه ص 490: أوجد مقدار المتجه $\overrightarrow{AB}$

2B) $\overrightarrow{AB} = \langle -9, -11 \rangle$

2A) $A(-2, -7), B(6, 1)$

المفهوم الأساسي العمليات على المتجهات

إذا كان $a = \langle a_1, a_2 \rangle$ و $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ متجهين و k كمية عددية، فإن ما يلي صحيح.

$$a + b = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$$

جمع المتجهات

$$a - b = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$$

طرح المتجهات

$$ka = \langle ka_1, ka_2 \rangle$$

الضرب في كمية عددية

تمارين ص 495:

أوجد كلاً مما يلي حيث $g = \langle -3, -5 \rangle$ و $f = \langle 8, 0 \rangle$ و $h = \langle -6, 2 \rangle$

11. $4h - g$

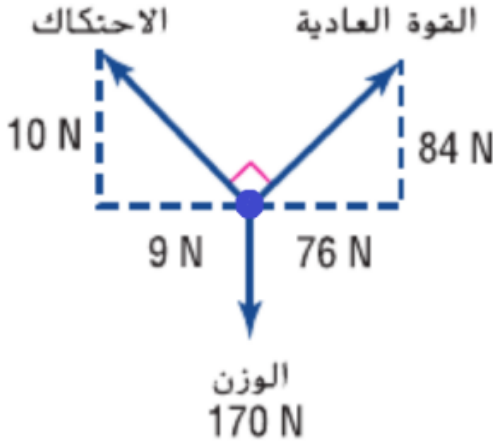
12. $f + 2h$

18. $6h + 5f - 10g$



تمارين ص 495:

19. **الفيزياء** في الفيزياء، يتم استخدام الرسوم التخطيطية للقوى لعرض تأثيرات القوى المختلفة المؤثرة على جسم. يمكن للرسم التخطيطي التالي للقوى تمثيل القوى المؤثرة على طفل ينزلق لأسفل على زحلوفة.



a. باستخدام النقطة الزرقاء الممثلة

للطفل كنقطة أصل، عبر عن كل

قوة كمتجه في الصورة المُرَّبة.

..... متجه القوة العادية:

..... متجه قوة الاحتكاك:

..... متجه قوة الوزن:

b. أوجد الصورة المُرَّبة للمتجه الناتج الممثل للقوة المتسببة في حركة الطفل لأسفل على الزحلوفة.

.....

.....

تعريف: متجه الوحدة هو المتجه الذي مقداره وحدة واحدة.

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

ومتجه الوحدة $\mathbf{u}$ في اتجاه المتجه $\mathbf{v}$ هو:

تمرين موجه ص 492:

أوجد متجه وحدة له نفس اتجاه المتجه المعلوم.

4A. $\mathbf{w} = \langle 6, -2 \rangle$

$\mathbf{u} =$

$=$

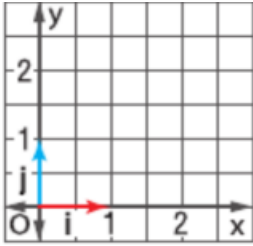
$=$

4B. $\mathbf{x} = \langle -4, -8 \rangle$

$\mathbf{u} =$

$=$

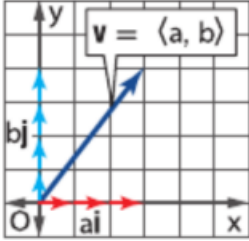
$=$



متجهات الوحدة القياسية والتوفيق الخطي:

متجه الوحدة القياسي في اتجاه محور x الموجب: $\mathbf{i} = \langle 1, 0 \rangle$

متجه الوحدة القياسي في اتجاه محور y الموجب: $\mathbf{j} = \langle 0, 1 \rangle$



ويمكن استخدام هذين المتجهين للتعبير عن المتجه $\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$ على الصورة $a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$ وتسمى التوفيق الخطي للمتجهين $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$

تمرين موجه ص 493:

افتراض أن $\overrightarrow{DE}$ متجه له نقاط البداية والنهاية المعطاة. اكتب $\overrightarrow{DE}$ على شكل توفيق خطي للمتجهين $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$.

5A. $D(-6, 0)$, $E(2, 5)$

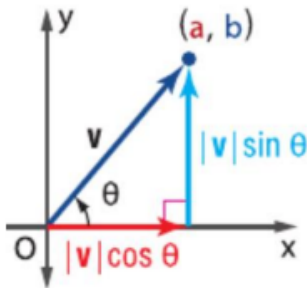
$\overrightarrow{DE} = \dots\dots\dots$ الصورة المركبة:
= $\dots\dots\dots$

$\overrightarrow{DE} = \dots\dots\dots$ التوفيق الخطي:

5B. $D(-3, -8)$, $E(-7, 1)$

$\overrightarrow{DE} = \dots\dots\dots$ الصورة المركبة:
= $\dots\dots\dots$

$\overrightarrow{DE} = \dots\dots\dots$ التوفيق الخطي:



الصورة المركبة للمتجه باستخدام مقداره وزاوية اتجاهه:

إذا كان مقدار المتجه هو $|v|$ وزاوية اتجاهه هي θ
فإن الصورة المركبة للمتجه هي:

$$\mathbf{v} = \langle |v| \cos \theta , |v| \sin \theta \rangle$$

تمرين موجه ص 493:

أوجد الصورة المركبة لـ v بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين.

6A. $|v| = 8, \theta = 45^\circ$

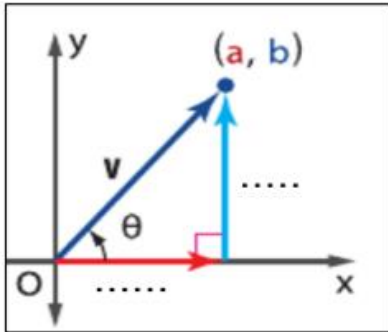
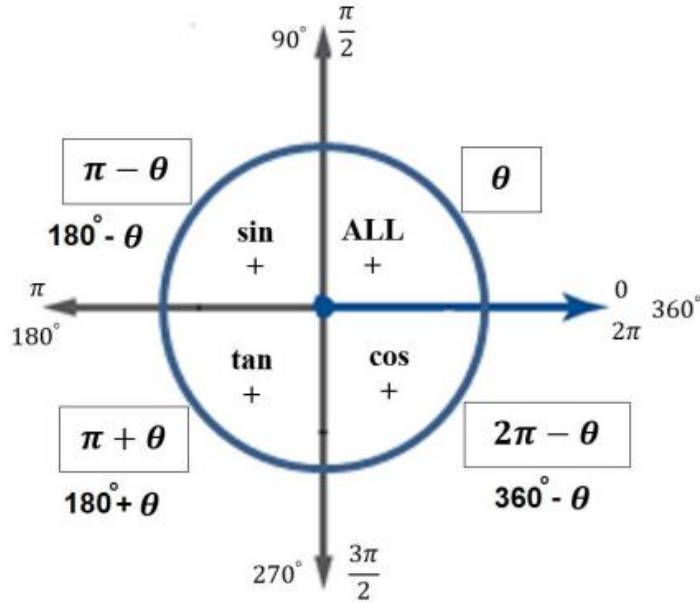
.....
.....

6B. $|v| = 24, \theta = 210^\circ$

.....
.....



تذكر:



زاوية اتجاه المتجه: المتجه $v = \langle a, b \rangle$ يمكن إيجاد زاوية اتجاهه θ من حل المعادلة:

$$\tan \theta = \frac{b}{a}$$

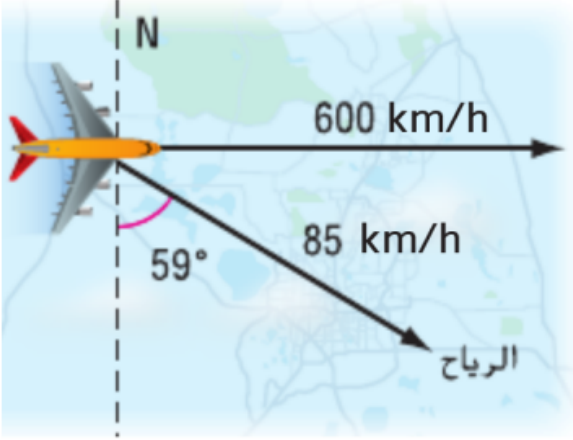
تمرين موجه ص 494: حدد زاوية اتجاه كل متجه مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة

7A) $-6i + 2j$

7B) $\langle -3, -8 \rangle$

تمارين ص 495:

53. **الملاحه** تطير طائره باتجاه الشرق بسرعة 600 km/h. وتهب الرياح بسرعة 85 km/h بزاوية S59°E



a. حدد سرعة طيران الطائرة

الصورة المركبة لمتجه سرعة الطائرة $v_1 = \langle \dots, \dots \rangle$

الصورة المركبة لمتجه سرعة الرياح

$$v_2 = \langle 85 \cos 31^\circ, 85 \sin 31^\circ \rangle$$

$$= \langle \dots, \dots \rangle$$

متجه السرعة الناتجة للطائرة

$$r = v_1 + v_2 = \langle \dots, \dots \rangle$$

مقدار السرعة الناتجة للطائرة

$$|r| = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots$$

b. حدد زاوية طيران الطائرة

$$\tan \theta = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \theta = \dots$$

والاتجاه الربعي هو:





Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.

مفهوم أساسي الضرب النقطي لمتجهين في المستوى الإحداثي

يُعرف الضرب النقطي للمتجهين $a = \langle a_1, a_2 \rangle$, $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ كالآتي :

$$a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$$

مفهوم أساسي المتجهان المتعامدان

يكون المتجهان غير الصفرين a , b متعامدين، إذا وفقط إذا كان $a \cdot b = 0$.

تمرين موجه ص 499:

أوجد الضرب النقطي للمتجهين u , v ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

(1A) $u = \langle 3, -2 \rangle$, $v = \langle -5, 1 \rangle$

$u \cdot v = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(1B) $u = \langle -2, -3 \rangle$, $v = \langle 9, -6 \rangle$

$u \cdot v = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

تمارين ص 504:

أوجد الضرب النقطي للمتجهين u , v ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

(5) $u = -i + 4j$, $v = 3i - 2j$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(6) $u = 11i + 7j$, $v = -7i + 11j$

$\dots\dots\dots$

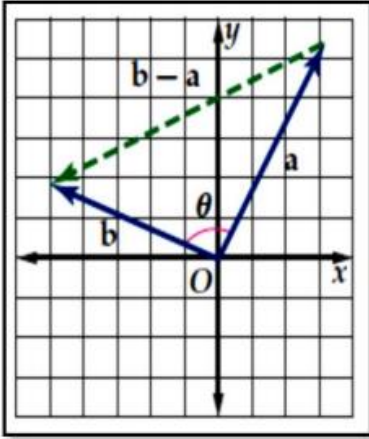
$\dots\dots\dots$

9. **المستلزمات الرياضية** يوضح المتجه $u = \langle 406, 297 \rangle$ أعداد كرات السلة للرجال والنساء على التوالي في مخزون متجر مستلزمات رياضية. يوضح المتجه $v = \langle 27.5, 15 \rangle$ أسعار نوعي الكرات بالدرهم على التوالي. أوجد ناتج الضرب النقطي $u \cdot v$.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

فسر الناتج في سياق المسألة.





الزاوية بين متجهين

مفهوم أساسي

إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير صفريين a, b ، فإن:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

تمارين ص 504:

أوجد الزاوية θ بين u و v لأقرب جزء من عشرة من الدرجة.

16. $u = \langle 0, -5 \rangle$, $v = \langle 1, -4 \rangle$

19. $u = -2i + 3j$, $v = -4i - 2j$

24. **التخييم** انطلق خليفة وخميس من موقع التخييم للبحث عن خشب للتدفئة. يمكن تمثيل المسار الذي اتخذه خليفة بواسطة $u = \langle 3, -5 \rangle$ يمكن تمثيل المسار الذي اتخذه خميس بواسطة $v = \langle -7, 6 \rangle$. أوجد الزاوية بين زوج المتجهات.

المفهوم الأساسي الزاوية بين متجهين

إذا كانت θ هي الزاوية بين المتجهين غير الصفريين a و b ، إذا

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

نصيحة دراسية

المتجهات المتوازية والعمودية يكون المتجهان متعامدين إذا كانت الزاوية بينهما 90° . يكون المتجهان متوازيين إذا كانت الزاوية بينهما 0° أو 180° .

تمارين ص 505:

حدد ما إذا كان كل زوج من المتجهات موازيًا أم متعامدًا أم ليس أيًا منهما. اشرح استنتاجك.

47. $u = \left\langle -\frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right\rangle, v = \langle 9, 8 \rangle$

49 $u = \langle 5, 7 \rangle, v = \langle -15, -21 \rangle$

حساب الشغل:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

تمارين ص 504:

36. التسوق تدفع ريهام عربة تسوق بقوة 125 N وزاوية انخفاض 52° . ما مقدار الشغل بالجول الذي ستبذله ريهام لو دفعت عربة التسوق لمسافة 200 m ؟



تمارين ص 504:

أوجد متجها متعامدا على كل متجه

37. $\langle -2, -8 \rangle$

..... التحقق :

38. $\langle 3, 5 \rangle$

..... التحقق :

39. $\langle 7, -4 \rangle$

..... التحقق :

حساب الشغل:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

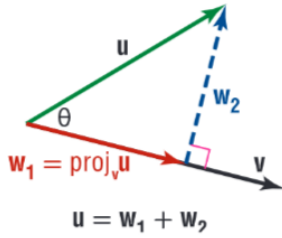
تمرين موجه ص 503:



7. **التنظيف** يدفع خالد مكنسة كهربائية بقوة 375 N. مقبض المكنسة يشكل زاوية 60° مع الأرضية. ما مقدار الشغل، بنيوتن-أمتار الذي يبذله عند دفع المكنسة لمسافة 2 m ؟

.....
.....

المفهوم الأساسي مسقط u على v



افترض أن u و v متجهان غير صفريين. وافترض أن w_1 و w_2 مركبا المتجه u بحيث w_1 توازي v كما هو موضح. إذا المتجه w_1 يسمى **مسقط المتجه u على v** . ويرمز إليه $\text{proj}_v u$ و

$$\text{proj}_v u = \left(\frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) v$$

تمرين موجّه

4. جد مسقط المتجه $u = \langle 1, 2 \rangle$ على $v = \langle 8, 5 \rangle$. ثم اكتب u على هيئة مجموع متجهين متعامدين. أحدهما مسقط المتجه u على v .

.....

.....

.....

.....

.....

تمرين موجّه

5. جد مسقط المتجه $u = \langle -3, 4 \rangle$ على $v = \langle 6, 1 \rangle$. ثم اكتب u على هيئة مجموع متجهين متعامدين. أحدهما مسقط المتجه u على v .

.....

.....

.....

.....

.....

جد مسقط المتجه u على v . ثم اكتب u على هيئة مجموع متجهين متعامدين، أحدهما مسقط المتجه u على v .

25. $u = 3i + 6j, v = -5i + 2j$

.....

.....

.....

.....

.....





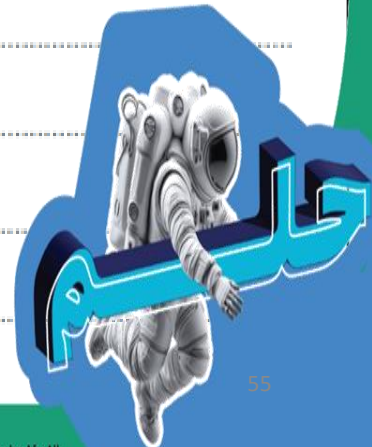
Blank area for student work, featuring horizontal dashed lines for writing.

ملحق التمايز



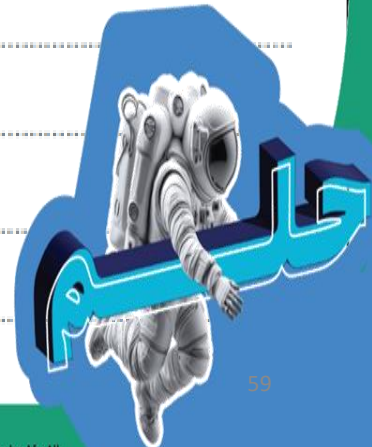
Handwriting practice lines on a page with a green and blue background. The page contains 20 horizontal dashed lines for writing practice.



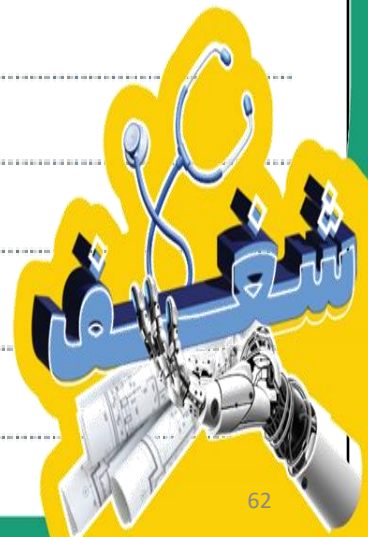


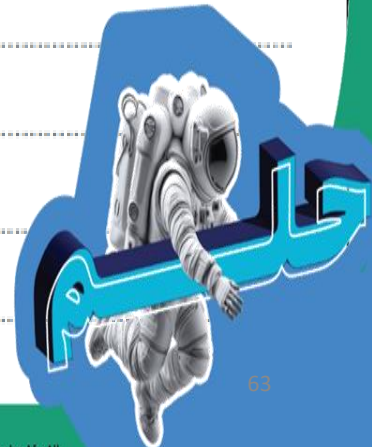
Handwriting practice area with 20 sets of dashed lines on a blue background.





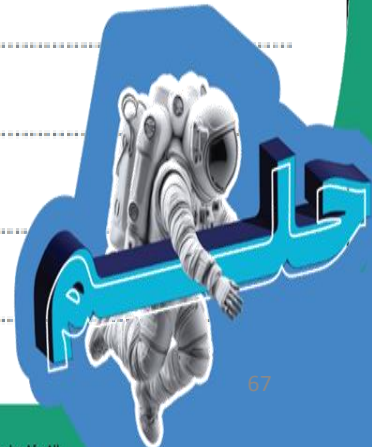
Handwriting practice lines on a page with a green and blue background. The page contains 20 horizontal dashed lines for writing practice.





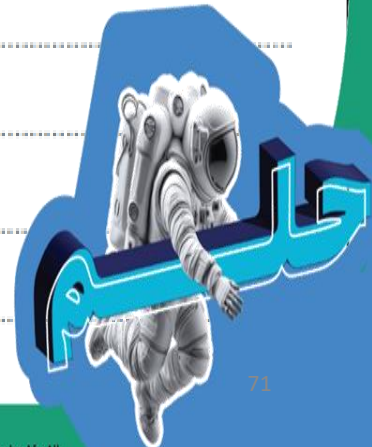
Handwriting practice lines on a page with a green and blue background. The page contains 20 horizontal dashed lines for writing practice.





Handwriting practice lines on a page with a green and blue background. The page contains 20 horizontal dashed lines for writing practice.





تم بحمد الله

نهاية الفصل الدراسي الثاني

