

اتصال الدالة 1

Determine the values of m and n that make the function

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ n, & x = 1 \end{cases}$$

continuous at $x = 1$.

حدد قيم m و n التي تجعل الدالة

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ n, & x = 1 \end{cases}$$

متصلة عند $x = 1$.

لكن تكون الدالة متصلة لا بد أن تكون النهاية موجودة
وتساوي قيمة الدالة عند $x = 1$

- النهاية موجودة مضافا لا بد من التخلص من المقام $(x - 1)$
بتحليل البسط

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)} = x-2$$

لا يجار قيمة m نقتله الأمواس ونقارنه

$$(x-1)(x-2) = x^2 - mx + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - mx + 2$$

$$m = 3$$

لا يجار قيمة n تساوي النهاية مع قيمة الدالة عند $x = 1$

$$(نقوسه عند x) $x - 2 = n$$$

$$1 - 2 = n$$

$$n = -1$$

إيجاد نهاية دالة نسبية 1

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x} \right)$, if it exists.أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x} \right)$ إن وجدت.

بالقويمة المباشرة ننتج $\frac{0}{0}$ ولتقلل الحاصل نسطر الكسور
وعد الخطوات من البسط

$$\frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x} = \frac{2 - (x+2)}{2(x+2)x}$$

$$= \frac{-x}{2(x+2)x} = \frac{-1}{2(x+2)}$$

نغوص من النهاية الجديدة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2(x+2)} = \frac{-1}{4}$$

تركيب دالتين 1

If $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ and $g(x) = x^2 - 2$,
find $(g \circ f)(x)$, with $x \neq \pm 1$.

إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ و $g(x) = x^2 - 2$ ،
أوجد $(g \circ f)(x)$ حيث $x \neq \pm 1$.

$$(g \circ f)(x)$$

دائماً ابدأ بكتابة الدالة الأولى

=

$$x^2 - 2$$

نقوم مع x بالدالة $f(x)$
(الثانية)

$$(f(x))^2 - 2$$

$$\left(\frac{1}{x^2-1} \right)^2 - 2$$

غير محتاج للتبسيط هنا

ربط المشتقة والنهية 1

If $f(x) = x^4 - 5x$ then

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2}$ equals:

إذا كانت $f(x) = x^4 - 5x$ فإن

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2}$ تساوي:

تذكر تعريف المستقيم ولا حظ الفرق بين المشتقة الأولى والثانية

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \bar{f}(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\bar{f}(x) - \bar{f}(2)}{x - 2} = \bar{\bar{f}}(2)$$

$$f(x) = x^4 - 5x$$

المعادلة
من السؤال

$$\bar{f}(x) = 4x^3 - 5$$

$$\bar{\bar{f}}(x) = 12x^2$$

$$\bar{\bar{f}}(2) = 12(2)^2 = 48$$

نظرية الشطيرة 1

If $|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)$ is true for all values of x , evaluate $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

إذا كانت $|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)$ صحيحة

لجميع قيم x ، أوجد $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

نقله القية المطلق ← تذكر $|x| \leq a$
 $-a \leq x \leq a$

$$|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)$$

$$-2(2 - x) \leq g(x) - 4 \leq 2(2 - x)$$

$$-4 + 2x \leq g(x) - 4 \leq 4 - 2x$$

$$2x \leq g(x) \leq 8 - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 2x = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 8 - 2x = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$$

حسب نظرية الشطيرة

مشتقة الدوال الأسية واللوغاريتمية 1

Find the derivative of $f(x) = e^x \ln x$.

أوجد مشتقة $f(x) = e^x \ln x$

مذكر قاعدة الضرب

الأولى $\times$ مشتق الثانية + الثانية $\times$ مشتق الأولى

$$f'(x) = e^x \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot e^x$$

$$= e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$$

e^x ثابت
عامل مشترك

تطبيقات فيزيائية على المشتقات

A ball is thrown upward then moves according to the relation $S(t) = 56t - 4t^2$ where t is in seconds and S in meters. What is the maximum height the ball can reach?

تم قذف كرة لأعلى فتحركت حسب العلاقة $S(t) = 56t - 4t^2$ حيث t بالثواني و S بالأمتار. ما أقصى ارتفاع يمكن أن تصل إليه الكرة؟

تذكر أنه السرعة هي مشتق الإزاحة $v(t) = \dot{S}(t)$
وأنه العجلة هي مشتق السرعة أو المشتق الثاني للإزاحة
 $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{S}(t)$

وتذكر منذ أقصى ارتفاع يتكون السرعة = صفر

$$v(t) = \dot{S}(t) = 56 - 8t$$

$$0 = 56 - 8t \longrightarrow \text{عند أقصى ارتفاع}$$

$$8t = 56$$

$$t = 7$$

لايجاد أقصى ارتفاع نعوضه في معادلة الإزاحة

$$S(7) = 56(7) - 4(7)^2 = 196 \text{ m}$$

قابلية الاشتقاق 1

The function $f(x) = \sqrt{|x-1|}$ is defined for all x . Which of the following statements is true?

الدالة $f(x) = \sqrt{|x-1|}$ معرفة لجميع قيم x . أي من الجمل الآتية صحيحة؟

- 1- متصلة وقابلة للاشتقاق
- 2- متصلة وغير قابلة للاشتقاق
- 3- غير متصلة وقابلة للاشتقاق
- 4- غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق

تذكر أنه تفكك الحطلة كالتالي

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -(x-1) & x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ \sqrt{-x+1} & x < 1 \end{cases}$$

النهاية من اليسار $x < 1$ صفر
النهاية من اليمين $x > 1$ صفر
قيمة الدالة $x=1$ صفر

إذنه
الدالة
متصلة

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \\ \frac{-1}{2\sqrt{-x+1}} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{المشتقة} \\ \text{غير موجودة} \end{array} \right\}$$

الدالة متصلة ولكنها غير قابلة للاشتقاق

معادلة مماس عند نقطة 1

Find the equation of the tangent line
to the function $f(x) = \sqrt{x+3}$
at $x = -2$.

أوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \sqrt{x+3}$
عند $x = -2$.

تذكر لا بجار معادلة المماس أو أي خط مستقيم تحتاج
الميله m (النقطة الأولى هنا) ونقطة تقع عليه
الجوار النقطة (x_0, y_0) بالتعويض m $x = -2$
 $f(-2) = \sqrt{-2+3} = 1$

النقطة هي $(-2, 1)$

الميله هو المشتق الأول $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$$

$$f'(-2) = \frac{1}{2\sqrt{-2+3}} = \frac{1}{2}$$

$$y = m(x - x_0) + y_0$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2) + 1$$

إيجاد نهاية دالة نسبية توول الى المالانهاية 1

Given that $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4,$

Find the constant m.

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$

أوجد قيمة الثابت m.

نغير كتابة المقادير بتجميع الحدود

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+m)x^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$$

درجة البسط x^4 = درجة المقام x^4
 قتلوا الزيادة
 المقادير الرئيسة للبسط
 المقادير الرئيسة للمقام

$$\frac{3+m}{2} = 4$$

$$3+m = 8$$

$$m = 5$$

Find the exponential function of the form $f(x) = ae^{bx}$ that passes through the points $(0, 4)$ and $(2, 2)$.

أوجد الدالة الأسية بالصورة $f(x) = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(0, 4)$ و $(2, 2)$.

$$y = a \cdot e^{bx} \quad (1 \text{ نقطة هي ايجاد قيمة } a \text{ و } b)$$

دائماً نفوضه بالنقطه الأولى التي تحتوي على الصفر

$$4 = a \cdot e^0$$

فكنا حصلنا
على a مباشرة

$$y = 4e^{bx}$$

ثم نفوضه بالمعادلة
بالنقطه الثانيه $(2, 2)$

$$2 = 4 \cdot e^{2b}$$

نقسم على 4

$$\frac{1}{2} = e^{2b}$$

نأخذ $\ln$ للطرفين

$$\ln \frac{1}{2} = 2b$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

ملحوظة هامه

$$-\ln 2 = 2b$$

$$b = \frac{-\ln 2}{2}$$

$$y = 4 \cdot e^{\frac{-\ln 2}{2} x}$$

Find the derivative of $\tan^{-1}(x^3)$.أوجد مشتقة $\tan^{-1}(x^3)$.

نذكر وراجع حل قوانين مشتقات الدوال العكسية

$$y = \tan^{-1} a$$

$$\bar{y} = \frac{1}{1+a^2} \cdot \bar{a}$$

$$y = \tan^{-1} x^3$$

$$\bar{y} = \frac{1}{1+(x^3)^2} \cdot 3x^2$$

$$\bar{y} = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

مشتقة دوال مثلثية لنسبة 1

Find the derivative of $f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$.

أوجد مشتقة $f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$

تذكر قانونه القسمة

$$\bar{f}(x) = \frac{(\text{مشتق المقام})(\text{البسط}) - (\text{مشتق البسط})(\text{المقام})}{\text{مربع المقام}}$$

$$\bar{f}(x) = \frac{(x^2)(\cos x^2 \cdot 2x) - (\sin x^2)(2x)}{(x^2)^2}$$

$$\bar{f}(x) = \frac{2x^3 \cos x^2 - 2x \sin x^2}{x^4}$$

نهاية دالة مثلثية نسبية 1

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$, if it exists.أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$ إن وجدت.

نضرب من المقام (1 + cos x)

$$\frac{(1 - \cos x)}{x \sin x} \cdot \frac{(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)} = \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin x (1 + \cos x)}$$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x \quad \text{ملحوظة}$$

$$\frac{\sin^2 x}{x \sin x (1 + \cos x)} = \frac{\sin x}{x (1 + \cos x)}$$

نقل النهاية

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{1}{1+1} \right) \\ = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{مذكر}$$

كتابة المعادلة الخطية 1

Find an equation of the line

perpendicular to $y = 3(x - 2) + 1$

and intersecting the line at the

point $(0, 3)$.

أوجد معادلة مستقيم عمودي على

 $y = 3(x - 2) + 1$ ويقطع المستقيم عندالنقطة $(0, 3)$.معادلة المستقيم المعطى $= 3$ ومعادلة العمودي $= -\frac{1}{3}$

(نقلب الرقم ونغير الإشارة)

أي معادلة الخط مستقيم تحتاج نقطتين وميل

$$m = -\frac{1}{3} \quad , \quad (0, 3)$$

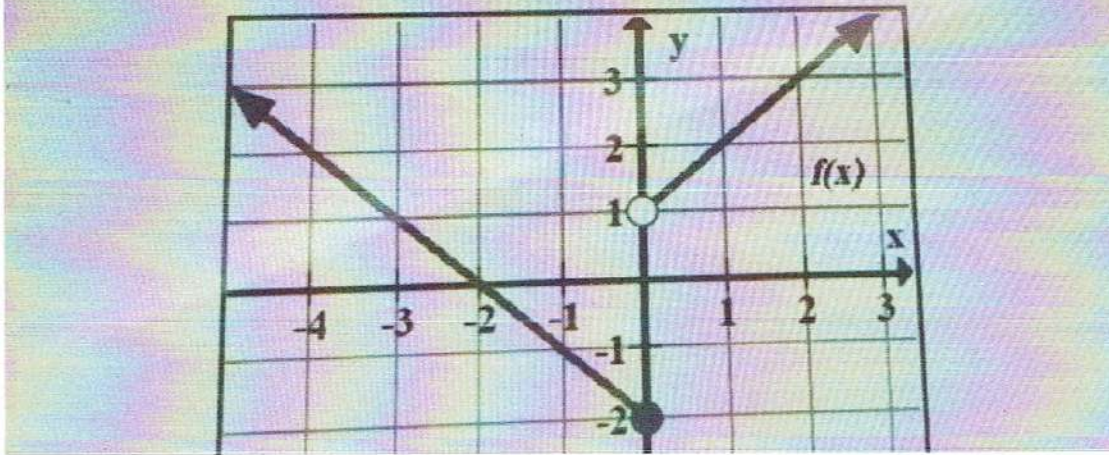
$$y = m(x - x_0) + y_0$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - 0) + 3$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

Use the graph shown below to determine $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.



$x \rightarrow 0^+$ يعني تتحرك على المحور من اليسار إلى اليمين

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

- تذكر أنه الدائري مضمون أو مغلقة لا تفر مع النهاية
تفر فقط مع قيمة الدالة $f(x)$

- تذكر لو هنقنا علامة + من السؤال كالات
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Rightarrow DNE$
تكون النهاية غير موجودة

معكوس الدالة

Find the inverse of the function

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}} \text{ أوجد معكوس الدالة}$$

خطوات الحصول على الدالة العكسية

1- نحول $f(x)$ إلى y 2- نبدل الرموز بين x و y نتبع الطريقة
للتخلص من الجذر

نضرب كلا الطرفين

ننزل y

الدالة العكسية

$$y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{y-1}{2}}$$

$$x^3 = \frac{y-1}{2}$$

$$y-1 = 2x^3$$

$$y = 2x^3 + 1$$

$$f^{-1}(x) = 2x^3 + 1$$

حل المعادلة المثلثية 1

Find all solutions of the equation
 $\sin 2x - \cos x = 0$ in the interval
 $[0, 360^\circ]$.

أوجد جميع حلول المعادلة

 $\sin 2x - \cos x = 0$ في الفترة $[0, 360^\circ]$.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad (\text{ر حافوه حفظي})$$

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0 \quad \begin{array}{l} \text{التحليل بالعامل} \\ \text{المتكافئ} \end{array}$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \cos^{-1} 0$$

$$x = 90$$

$$x = 270$$

(زوايا ربعية)

$$\text{or } 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

(sin موجبة من الربع الأول والثاني)

$$x = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

$$x = 30 \quad (\text{الربع الأول})$$

$$x = 150 \quad (\text{الربع الثاني})$$

الحلول هي

$$x = \{ 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 270^\circ \}$$

- راجع الزوايا الربعية وزوايا المربع واستاران النسب المثلثية
 من حلة ربع

$\sin$ csc	ALL
$\tan$ cot	$\cos$ sec

If $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$, where $n > 0$,
and $h''(x) = 18$ at a given point x ,
find the value of n .

إذا كانت $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث $n > 0$ ،
و $h''(x) = 18$ عند نقطة معطاة x ،
أوجد قيمة n .

$$y = \sqrt{a}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \cdot \bar{a}$$

تذكر القانون

$$\bar{h}(x) = n\sqrt{h(x)}$$

عوضه بـ $\bar{h}(x)$

$$h''(x) = n \cdot \frac{1}{2\sqrt{h(x)}} \cdot \bar{h}(x)$$

$$h''(x) = n \cdot \frac{1}{2\sqrt{h(x)}} \cdot n\sqrt{h(x)}$$

$$h''(x) = \frac{n^2}{2}$$

معطى
في السؤال

$$18 = \frac{n^2}{2}$$

$$n^2 = 36$$

$$n = 6$$

مرفوضه $n = -6$
لأنه $n > 0$

المماسات الأفقية والاشتقاق الضمني

Find all points at which the tangent line to the curve $x^2 + y^2 - 2y = 0$ is horizontal.

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى $x^2 + y^2 - 2y = 0$ أفقياً.

1 اشتقاق ضمني

$$2x + 2y\bar{y} - 2\bar{y} = 0$$

$$2y\bar{y} - 2\bar{y} = -2x$$

(نجعل محل الحدود التي تحتوي على $\bar{y}$ من طرف والباقي في الطرف الآخر)

$$\bar{y}(2y - 2) = -2x$$

$\bar{y}$ عامل مشترك

$$\bar{y} = \frac{-2x}{2y - 2}$$

المماس أفقي معناه $m = 0$ (المنفعة)
يعني البسط = صفر

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

نقوم للوصول إلى y

$$0 + y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

عامل مشترك

$$y = 0 \text{ or } y = 2$$

$$(0, 0) \text{ و } (0, 2)$$

النقاط هي

منذ لو كان المماس رأسي يكون المقام = صفر وليس البسط
مع تحياتي للجميع بالتوفيق
مست محمد طيب الطلح