

ملخص الباب الثالث: كثيرات الحدود ودوالها

الدرس الأول: الأعداد المركبة

★ الوحدة التخيلية: الجذر الموجب

للعدد -1 $i = \sqrt{-1}$ الباقى

$$i^1 = i = 1, i^2 = -1 = 2, i^3 = -i = 3, i^4 = +1 = 0$$

الأعداد التخيلية البحتة:

$$6i, -2i, i\sqrt{3}$$

مثال:-

$$\sqrt{-4} = 2i, \sqrt{-9} = 3i$$

قوة الوحدة التخيلية:-

إذا كان الأس فردي والعدد سالب

نحتفظ بالإشارة السالبة

إذا كان الأس زوجي ← نحذف الإشارة السالبة

$$i^{12} = (i^2)^6 = (-1)^6 = +1$$

$$i^{14} = (i^2)^7 = (-1)^7 = -1$$

حل معادلات والناتج أعداد تخيلية

$$4x^2 + 100 = 0 \rightarrow 4x^2 = -100$$

$$x^2 = -25$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-25}$$

$$x = \pm \sqrt{-25} \rightarrow \pm 5i$$

معادلة يوجد بها عدد مركب:-

$$3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$$

$$\begin{matrix} \text{تخيلي} & \text{تخيلي} & \text{تخيلي} \\ 3x - 5 & + & (y - 3)i \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} +5 & +3 \\ 3x - 5 & = 7 \\ 3x & = 12 \\ \frac{3x}{3} & = \frac{12}{3} \\ x & = 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} +3 \\ y - 3 & = 6 \\ y & = 9 \end{matrix}$$

$$x = 4, y = 9$$

جمع وطرح الأعداد المركبة:-

$$\begin{aligned} & (5 - 7i) + (2 + 4i) \\ & = (5 + 2) + (-7i + 4i) \\ & = 7 - 3i \end{aligned}$$

خرب الأعداد المركبة:-
(عملية التوزيع)

$$(3 - 2i)(2 - 4i)$$

$$6 - 12i - 4i + 8i^2 = 6 - 16i - 8$$

نبدأ نخسر ونجمع المتشابه

$$-2 - 16i$$

مركبين مترافقين:-

★ مهم تذكر قانون الفرق بين مربعين

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

★ مرافق العدد هو عكس الإشارة فقط

$$4 + 3i \rightarrow 4 - 3i$$

ناتج ضربهما عدد حقيقي على صورة $a^2 + b^2$

$$4^2 - 3i^2 = 25$$

★ في الكسور لازم ما تكون موجودة في المقام

وراح نضرب في المرافق بسيطاً ومقاماً

$$\frac{2i}{3 + 6i} \times \frac{3 - 6i}{3 - 6i} = \frac{6i + 12}{9 + 36}$$

نوزع الأعداد ونخسروهم

$$= \frac{6i}{45} + \frac{12}{45} = \frac{2i}{15} + \frac{4}{15}$$

$$\frac{4}{15} + \frac{2}{15}i$$

الدرس الثاني: القانون العام والمميز

لست استخدم القانون العام وإيجاد الحلول يجب أن تكون المعادلة على الصورة العامة:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام:

مثال: $x^2 + 6x - 16 = 0$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$a=1 \quad b=6 \quad c=-16$$

نعوض في القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-16)}}{2} = 10$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{-6+10}{2} = 2 \quad \frac{-6-10}{2} = -8 \end{array}$$

للمعادلة حلان: 2, -8

- في بعض المعادلات يكون الحالات متكرران (نفس القيمة) أو جذور غير نسبية / جذور مركبة

المميز $b^2 - 4ac$

لأنه من خلال قيمته نستطيع أن نعرف عدد الجذور وأنواعها.

مفهوم أساسي	المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة
في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.	$b^2 - 4ac > 0$ والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيا	
	$b^2 - 4ac > 0$ والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعا كاملا.	جذران حقيقيان غير نسبيا	
	$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي مكرر مرتين	
	$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان مترافقان	

الدرس الثالث: العمليات على كثيرات الحدود

وحيدة الحد: عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد

أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وتكون من حد واحد $3x^2$

عملية التبسيط ← عبارات تتضمن قوى: بمعنى إعادة كتابتها دون أقواس وأسس سالبة.

ملخص المفهوم	خصائص الأسس	أمثلة
لاي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b		
الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^2+4 = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأسس السالبة	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$ ، $y \neq 0$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \frac{y^a}{x^a}$ ، $x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

أمثلة:-

$$\begin{aligned} & (-2x^3y^2)^5 (2x^{-3}y^3) (-7x^5y^{-6}) \\ & (-2)^5 (x^3)^5 (y^2)^5 (2x^{-3}y^3) (-7)^1 (x^5y^{-6}) \\ & = -32x^{15}y^{10} \cdot 2(-7)(x^{-3+5})(y^{3-6}) \\ & = -14x^2y^{-3} = \frac{-14x^2}{y^3} \end{aligned}$$

المتشابه مع بعض

$$y^{-3} = \frac{1}{y^3}$$

درجة كثيرة الحدود المبسطة: هي أكبر درجة لوحدات الحد المكونة لها.

أمثلة:-

$$5x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$$

أذن درجة كثيرة الحدود = 7

نجمع أسس المتغيرات

عمليات على كثيرات الحدود:-

الأفضل بعد وجود إشارة الطرح نغير الأشارات بعدها.

1- الجمع والطرح ← نقلي المتشابه مع بعض

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1) \\ & = 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1 \\ & = 2x^2 - 8x + 7 \end{aligned}$$

2- الضرب (توزيعي)

- وحيدة حد في كثيرة حدود

$$3x(2x^2 - 4x + 6)$$

$$6x^3 - 12x^2 + 18x$$

- كثيرة حدود في كثيرة حدود

$$(n^2 + 4n - 6)(n + 2)$$

$$n^3 + 4n^2 - 6n + 2n^2 + 8n - 12$$

$$n^3 + 6n^2 + 2n - 12$$

الدرس الخامس : دوال كثيرات الحدود

* كثيرة الحدود لها شروط :-

- لا تحتوي على أس سالب
- لا تحتوي على كسر/ جذر صامت
- لا تحتوي على متغير في المقام

درجة كثيرة الحدود : أس أكبر متغير فيها

معامل الرئيس : معامل أكبر أس

مثال : $2x^2 + 3x - 2$

الدرجة : الثانية المعامل الرئيس : 2

* إذا كانت الأسس والعوامل غير مرتبة ← نرتبها تنازلياً من الأكبر للأصغر

$$(x+y)^2 \rightarrow x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 \rightarrow x^2 - 2xy + y^2$$

ثم أوجد $5f(c)$

$$5f(c) = 5(x^2) + 5(2x) - 3(5)$$

$$= 5x^2 + 10x - 15$$

الخطوة الأخيرة : ناتج $f(3c-4) + 5f(c)$

$$9c^2 - 18c + 5 + 5c^2 + 10c - 15$$

$$= 14c^2 - 8c - 10$$

* قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير

إذا كانت : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، فأوجد : $f(3c-4)$

- نعوض مكان (x) بـ $(3c-4)$

$$f(3c-4) = (3c-4)^2 + 2(3c-4) - 3$$

$$9c^2 - 24c + 16 + 6c - 8 - 3$$

$$f(3c-4) = 9c^2 - 18c + 5$$

نختصر ونجمع الحدود المتماثلة

الدرس الرابع : قسمة كثيرات الحدود

1- قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد

$$\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy} = 2x^3y^2 + 4x^2y - 6x$$

(نقسم حد حد على المقام)

2- قسمة كثيرة حدود على كثير حدود

* هناك طريقتان للقسمة

- قسمة طويلة :-

$$(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$$

$$\begin{array}{r} x+8 \\ x-5 \overline{) x^2 + 3x - 40} \\ \underline{-x^2 + 5x} \\ 8x - 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8x - 40 \\ \underline{-8x + 40} \\ 0 \end{array}$$

الباقى ← 0

ناتج القسمة : $x+8$

- قسمة تركيبية :-

$$(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$$

نغير إشارة الخ $1 \rightarrow -1$ ونأخذ المعامل

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ x-4 \overline{) 2x^3 - 13x^2 + 26x - 24} \\ \underline{-2x^2 + 8x} \\ 21x - 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ \underline{-2x^2 + 8x} \\ 13x - 24 \end{array}$$

* لو كان في عوامل خاقصة ويوجد باقى :-

$$(6b^4 - 8b^3 - 12b - 14) \div (b - 2)$$

$$\begin{array}{r} 6b^3 + 4b^2 + 8b + 4 \\ b-2 \overline{) 6b^4 - 8b^3 - 12b - 14} \\ \underline{-6b^3 + 12b^2} \\ 12b^2 - 12b - 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12b^2 - 12b - 14 \\ \underline{-12b^2 + 24b} \\ 36b - 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36b - 14 \\ \underline{-36b + 72} \\ 86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86 \\ \underline{-86b + 172} \\ -90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -90 \\ \underline{-90b + 180} \\ 270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ \underline{-270b + 540} \\ -270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -270 \\ \underline{-270b + 540} \\ -810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -810 \\ \underline{-810b + 1620} \\ 2430 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2430 \\ \underline{-2430b + 4860} \\ -2430 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2430 \\ \underline{-2430b + 4860} \\ 4860 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4860 \\ \underline{-4860b + 9720} \\ -4860 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4860 \\ \underline{-4860b + 9720} \\ 9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9720 \\ \underline{-9720b + 19440} \\ -9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9720 \\ \underline{-9720b + 19440} \\ 19440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19440 \\ \underline{-19440b + 38880} \\ -19440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -19440 \\ \underline{-19440b + 38880} \\ 38880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38880 \\ \underline{-38880b + 77760} \\ -38880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -38880 \\ \underline{-38880b + 77760} \\ 77760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77760 \\ \underline{-77760b + 155520} \\ -77760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -77760 \\ \underline{-77760b + 155520} \\ 155520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 155520 \\ \underline{-155520b + 311040} \\ -155520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -155520 \\ \underline{-155520b + 311040} \\ 311040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 311040 \\ \underline{-311040b + 622080} \\ -311040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -311040 \\ \underline{-311040b + 622080} \\ 622080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 622080 \\ \underline{-622080b + 1244160} \\ -622080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -622080 \\ \underline{-622080b + 1244160} \\ 1244160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1244160 \\ \underline{-1244160b + 2488320} \\ -1244160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1244160 \\ \underline{-1244160b + 2488320} \\ 2488320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2488320 \\ \underline{-2488320b + 4976640} \\ -2488320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2488320 \\ \underline{-2488320b + 4976640} \\ 4976640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4976640 \\ \underline{-4976640b + 9953280} \\ -4976640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4976640 \\ \underline{-4976640b + 9953280} \\ 9953280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9953280 \\ \underline{-9953280b + 19906560} \\ -9953280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9953280 \\ \underline{-9953280b + 19906560} \\ 19906560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19906560 \\ \underline{-19906560b + 39813120} \\ -19906560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -19906560 \\ \underline{-19906560b + 39813120} \\ 39813120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39813120 \\ \underline{-39813120b + 79626240} \\ -39813120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -39813120 \\ \underline{-39813120b + 79626240} \\ 79626240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79626240 \\ \underline{-79626240b + 159252480} \\ -79626240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -79626240 \\ \underline{-79626240b + 159252480} \\ 159252480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159252480 \\ \underline{-159252480b + 318504960} \\ -159252480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -159252480 \\ \underline{-159252480b + 318504960} \\ 318504960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318504960 \\ \underline{-318504960b + 637009920} \\ -318504960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -318504960 \\ \underline{-318504960b + 637009920} \\ 637009920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 637009920 \\ \underline{-637009920b + 1274019840} \\ -637009920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -637009920 \\ \underline{-637009920b + 1274019840} \\ 1274019840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1274019840 \\ \underline{-1274019840b + 2548039680} \\ -1274019840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1274019840 \\ \underline{-1274019840b + 2548039680} \\ 2548039680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2548039680 \\ \underline{-2548039680b + 5096079360} \\ -2548039680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2548039680 \\ \underline{-2548039680b + 5096079360} \\ 5096079360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5096079360 \\ \underline{-5096079360b + 10192158720} \\ -5096079360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5096079360 \\ \underline{-5096079360b + 10192158720} \\ 10192158720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10192158720 \\ \underline{-10192158720b + 20384317440} \\ -10192158720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10192158720 \\ \underline{-10192158720b + 20384317440} \\ 20384317440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20384317440 \\ \underline{-20384317440b + 40768634880} \\ -20384317440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -20384317440 \\ \underline{-20384317440b + 40768634880} \\ 40768634880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40768634880 \\ \underline{-40768634880b + 81537269760} \\ -40768634880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -40768634880 \\ \underline{-40768634880b + 81537269760} \\ 81537269760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81537269760 \\ \underline{-81537269760b + 163074539520} \\ -81537269760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -81537269760 \\ \underline{-81537269760b + 163074539520} \\ 163074539520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163074539520 \\ \underline{-163074539520b + 326149079040} \\ -163074539520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -163074539520 \\ \underline{-163074539520b + 326149079040} \\ 326149079040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 326149079040 \\ \underline{-326149079040b + 652298158080} \\ -326149079040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -326149079040 \\ \underline{-326149079040b + 652298158080} \\ 652298158080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 652298158080 \\ \underline{-652298158080b + 1304596316160} \\ -652298158080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -652298158080 \\ \underline{-652298158080b + 1304596316160} \\ 1304596316160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1304596316160 \\ \underline{-1304596316160b + 2609192632320} \\ -1304596316160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1304596316160 \\ \underline{-1304596316160b + 2609192632320} \\ 2609192632320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2609192632320 \\ \underline{-2609192632320b + 5218385264640} \\ -2609192632320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2609192632320 \\ \underline{-2609192632320b + 5218385264640} \\ 5218385264640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5218385264640 \\ \underline{-5218385264640b + 10436770529280} \\ -5218385264640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5218385264640 \\ \underline{-5218385264640b + 10436770529280} \\ 10436770529280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10436770529280 \\ \underline{-10436770529280b + 20873541058560} \\ -10436770529280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10436770529280 \\ \underline{-10436770529280b + 20873541058560} \\ 20873541058560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20873541058560 \\ \underline{-20873541058560b + 41747082117120} \\ -20873541058560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -20873541058560 \\ \underline{-20873541058560b + 41747082117120} \\ 41747082117120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41747082117120 \\ \underline{-41747082117120b + 83494164234240} \\ -41747082117120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -41747082117120 \\ \underline{-41747082117120b + 83494164234240} \\ 83494164234240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83494164234240 \\ \underline{-83494164234240b + 166988328468480} \\ -83494164234240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -83494164234240 \\ \underline{-83494164234240b + 166988328468480} \\ 166988328468480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166988328468480 \\ \underline{-166988328468480b + 333976656936960} \\ -166988328468480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -166988328468480 \\ \underline{-166988328468480b + 333976656936960} \\ 333976656936960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 333976656936960 \\ \underline{-333976656936960b + 667953313873920} \\ -333976656936960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -333976656936960 \\ \underline{-333976656936960b + 667953313873920} \\ 667953313873920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 667953313873920 \\ \underline{-667953313873920b + 1335906627747840} \\ -667953313873920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -667953313873920 \\ \underline{-667953313873920b + 1335906627747840} \\ 1335906627747840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1335906627747840 \\ \underline{-1335906627747840b + 2671813255495680} \\ -1335906627747840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1335906627747840 \\ \underline{-1335906627747840b + 2671813255495680} \\ 2671813255495680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2671813255495680 \\ \underline{-2671813255495680b + 5343626510991360} \\ -2671813255495680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2671813255495680 \\ \underline{-2671813255495680b + 5343626510991360} \\ 5343626510991360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5343626510991360 \\ \underline{-5343626510991360b + 10687253021982720} \\ -5343626510991360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5343626510991360 \\ \underline{-5343626510991360b + 10687253021982720} \\ 10687253021982720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10687253021982720 \\ \underline{-10687253021982720b +$$

الدرس السادس : حل معادلات كثيرات الحدود

- سنقوم بتحليل كثيرات الحدود لتعامل معها بسهولة
✳ إذا كانت كثير الحدود لا يمكن تحليلها تسمى كثيرة حدود أولية

طرق التحليل :-

- التحليل باستخدام عامل مشترك

$$5x^2 + 5xy \rightarrow 5x(x+y)$$

- باستخدام قانون الفرق بين مربعين $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$x^2 - 9 \rightarrow (x+3)(x-3)$$

- باستخدام قانون الفرق بين مكعبين $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$x^3 - 8 \rightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

- باستخدام قانون مجموع مكعبين $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$x^3 + 8 \rightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$(y^3 + 27) \rightarrow (y+3)(y^2 - 3y + 9)$$

- باستخدام كثيرة حدود من الدرجة الثانية وحدودها $\pm$ ومعاملها $\pm$

$$x^2 + 5x + 6 \rightarrow (x+2)(x+3)$$

- أبحث عن عددين حاصل ضربهم 6
وإذا جمعتهم يساوي 5

$$x^2 - 3x - 10 \rightarrow (x+2)(x-5)$$

- حاصل ضربهم -3
في 2 = -5

- في حال كان معامل x لا يساوي صفر

$$2x^2 + 7x + 3 \rightarrow 2x^2 + 7x + 6$$

$$x^2 + 7x + 6$$

في العدد الثابت

وأحذف

$$(x+6)(x+1)$$

في النهاية

أقسم على المعامل

$$(x+3)(2x+1)$$

- التحليل بتجميع الحدود

$$8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$$

$$4x(2a+b+c) + 3y(2a+b+c)$$

$$(4x+3y)(2a+b+c)$$

الصورة التربيعية :-

لازم تكون على شكل $()^2 + ()$ عدد

مثال:

$$8x^6 + 6x^3 + 7$$

$$2(2x^3)^2 + 3(2x^3) + 7$$

لازم يكونوا متساويين

حل معادلات كثيرات الحدود بافتعال الصورة

التربيعية

$$18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$$

$$2(3x^2)^2 - 7(3x^2) + 3 = 0$$

$$2u^2 - 7u + 3 = 0$$

نفرض أن $3x^2 = u$

$$u^2 - 7u + 6 = 0 \rightarrow (u-6)(u-1)$$

$$= (u-3)(2u-1) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

$$2 \cdot 3x^2 - 1 = 0$$

$$6x^2 = 1$$

$$\frac{6x^2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$$

نوجد

الحلول

الدرس السابع : نظرية الباقي والعوامل

★ نظرية الباقي : إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x-r$

فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ المحسوم

أوجد باقي قسمة كثيرة الحدود $x^2 + 2x + 4$ على $x+3$ المحسوم عليه

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 1 & 2 & 4 & \\ & \downarrow & -3 & 3 & + \\ \hline & 1 & -1 & 7 & \end{array}$$

الباقي

التعويض التركيبي : أبحث عن بديل المتغير بمعكوس

عدد المقسوم عليه .

★ بشرط كل الأس تكون مرتبة وموجودة دون نقصان

★ نظرية العوامل : تكون ثنائية الحد $x-r$ عاملاً من

عوامل الحدود $P(x)$ إذا وفقط $P(r) = 0$

باقي القسمة

مثال :-

حدد إذا كان $x-2$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود

$$x^3 - 7x^2 + 4x + 12$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -7 & 4 & 12 \\ & \downarrow & 2 & -10 & -12 \\ \hline & 1 & -5 & -6 & 0 \end{array}$$

العوامل الأخرى

الباقي صفر لذا نعم

يُعد عاملاً

$$x^2 - 5x - 6$$

$$(x-6)(x+1)$$

ملخص المفهوم		
طرائق التحليل		
نموذج	طريقة التحليل	عدد الحدود
$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$	إخراج العامل المشترك الأكبر	أي عدد
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	الفرق بين مربعين	حدان
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$	مجموع مكعبين	
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	الفرق بين مكعبين	
$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	ثلاثية حدود المربع الكامل	ثلاثة حدود
$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	
$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$	تجميع الحدود	أربعة حدود أو أكثر
$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b) = (a+b)(x+y)$	تجميع الحدود	

الدرس الثامن: الجذور والأصفار

الأصفار والجذور المقصود بها **الحلول** وهي **مقاطع المحور x**

أمثلة:- $x^2 + 6x + 9 = 0$

$$(x+3)(x+3) = 0$$

$$\begin{array}{l|l} x+3=0 & x+3=0 \\ x=-3 & x=-3 \end{array}$$

إذن حل المعادلة: -3

عدد الجذور = 2

نوعها: جذر حقيقي مكرر مرتين

$$x^3 + 25x = 0$$

$$x(x^2 + 25) = 0$$

$$\begin{array}{l|l} x=0 & x^2 + 25 = 0 \\ & x = \pm 5i \end{array}$$

عدد الجذور = 3

الحلول: عدد حقيقي واثنان تخيليان

ملخص المفهوم

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود،

فإن العبارات الآتية متكافئة:

• C صفر للدالة $P(x)$.

• C جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.

• $C - x$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$.

• إذا كان C عدداً حقيقياً، فإن $(C, 0)$ هي نقطة تقاطع تمثيل الدالة $P(x)$ مع المحور x .

نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال: $x^3 + 2x^2 + 6 = 0$ 3 جذور
 $4x^4 - 3x^3 + 5x - 6 = 0$ 4 جذور
 $-2x^5 - 3x^2 + 8 = 0$ 5 جذور

قانون ديكارت

قانون ديكارت للإشارات

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن:

1. عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.
2. عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.

غير الإشارة إلى سالب.

بعضها لا يتأثر بعضها

مثال:- اذكر العدد الممكن للأصفار

الحقيقية العوجبة والسالبة والأعداد التخيلية:

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

الأعداد الموجبة: 2 أو 0 الحقيقية

$$h(-x) = -2x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x^2 + x + 9$$

الأعداد الحقيقية السالبة: 3 أو 1

التخيلية:

المتبقي

نجمع ونطرح من الأيسر الكبير المذكور في المعادلة (5)

نظرية الأصفار المركبة المترافقة

التعبير اللفظي: إذا كان a, b عددين حقيقيين، وكان $a + bi$ صفراً لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن $a - bi$ صفر للدالة أيضاً.

مثال: إذا كان $3 + 4i$ صفراً للدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$ ، فإن $3 - 4i$ صفر للدالة أيضاً.

يركز على تغير الإشارات.