10

مدرسة التميز النموذجية

(ابتدائي - متوسط - ثانوي)

بنك الأسئلة

الرياضيات

الصف العاشر

25

خمسةٌ وعشرون عاماً من التميز

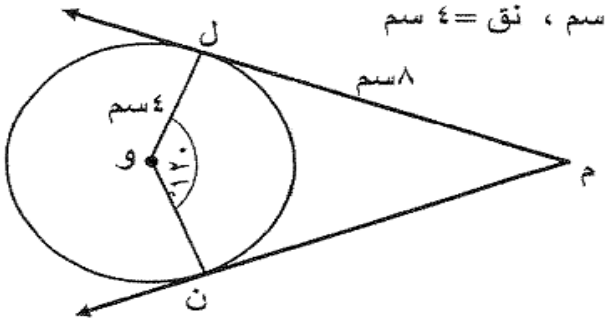
2025/2024

الفصل الدراسي الثاني

الرياضيات

(أ) في الشكل المقابل م ل، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و

ق (ل $\hat{و}$ ن) = ١٢٠°، م ل = ٨ سم ، نق = ٤ سم



أوجد مع ذكر السبب:

١- ق(ل $\hat{م}$ ن) .

٢- محيط الشكل ل م ن و.

الحل:

(١)

∵ م ل مماس ، و ل نصف قطر التماس

∴ ق (و $\hat{ل}$ م) = ٩٠° وبالمثل ق (و $\hat{ن}$ م) = ٩٠°

ل م ن وشكل رباعي

ق (ل $\hat{م}$ ن) = ٣٦٠° − ١٢٠° − ٩٠° − ٩٠°

= ٦٠° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

(٢)

م ل = م ن = ٨ سم (القطعتان المماستان لدائرة و المرسومتان من خارجها متطابقتان).

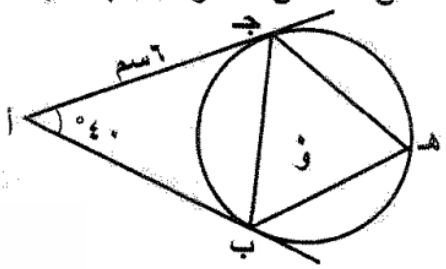
و ل = و ن = ٤ سم ($\overline{و ل}$ ، $\overline{و ن}$ أنصاف أقطار الدائرة)

∴ محيط الشكل الرباعي ل م ن و = م ل + م ن + و ل + و ن

= ٨ + ٨ + ٤ + ٤ = ٢٤ سم

محيط ل م ن و = ٢٤ سم

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب



، ق (أ) = ٤٠° ، أجـ = ٦ سم

أوجد (١) أب

(٢) ق (أجـب)

(٣) ق (جـ هـ ب)

الإجابة

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماستان للدائرة

∴ أجـ = أب

∴ أب = ٦ سم

∴ المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

∴ ق (أجـ ب) = (أ ب جـ)

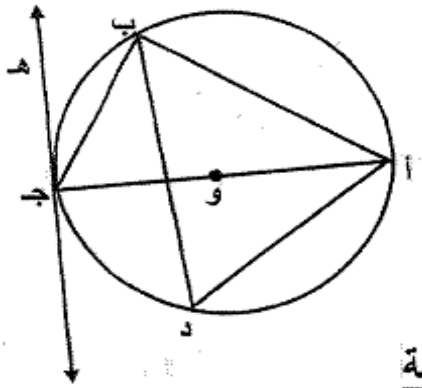
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الثلاث = ١٨٠°

∴ ق (أجـ ب) = (أ ب جـ) = (١٨٠° - ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

∵ أجـب مماسية ، جـ هـ ب محيطية مشتركتان في نفس القوس

∴ ق (أجـ ب) = ق (جـ هـ ب) = ٧٠°

أ) في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{هـ جـ}$ مماس للدائرة عند جـ ،
ق (ب جـ هـ) = ٢٨° ،
أوجد كل من :



ق (أ ب جـ) ، ق (ب أ جـ) ، ق (أ د ب)

الإجابة

∵ (أ ب جـ) محيطية مرسومة في نصف الدائرة

∴ ق(أ ب جـ) = ٩٠°

∵ (ب جـ هـ) مماسية، (ب أ جـ) محيطية (مشتركتان في $\overset{\frown}{ب جـ}$)

∴ ق(ب جـ هـ) = ق(ب أ جـ) = ٢٨°

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°

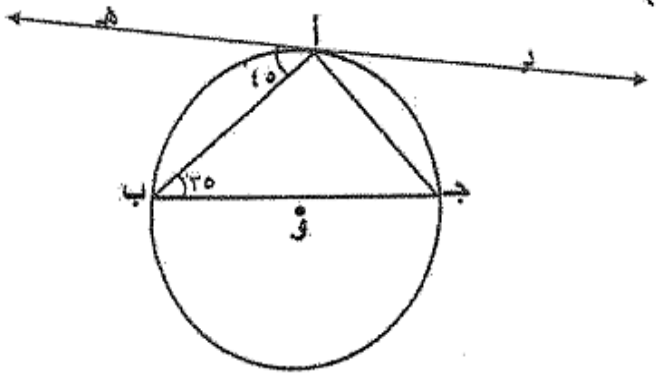
∴ ق(أ جـ ب) = ١٨٠° − (٢٨° + ٩٠°) = ٦٢°

∵ (أ جـ ب) ، (أ د ب) محيطيتان مرسومتان على القوس $\overset{\frown}{أ ب}$

∴ ق (أ د ب) = ق(أ جـ ب) = ٦٢°

(أ) في الشكل المقابل د هـ مماسا للدائرة عند أ

ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٣٥°، ق (هـ $\hat{أ}$ ب) = ٤٥°



أوجد مع ذكر السبب:

١- ق (جـ $\hat{أ}$ ب).

٢- ق ($\overset{\frown}{أب}$).

٣- ق ($\overset{\frown}{أجـب}$).

الحل:

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ق (ب $\hat{أ}$ هـ) = ٤٥°

قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه

∵ ق (جـ $\hat{أ}$ ب) + ق (أ $\hat{جـ}$ ب) + ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ١٨٠°

∴ ق (جـ $\hat{أ}$ ب) = ١٨٠° − ق (أ $\hat{جـ}$ ب) − ق (أ $\hat{ب}$ جـ)

ق (جـ $\hat{أ}$ ب) = ١٨٠° − ٤٥° − ٣٥°

= ١٠٠°

∵ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٢ × ق (أ $\hat{جـ}$ ب)

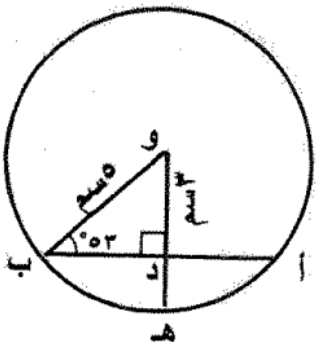
= ٢ × ٤٥° = ٩٠°

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

ق($\overset{\frown}{أجـب}$) = ٣٦٠ − ق ($\overset{\frown}{أب}$)

= ٣٦٠° − ٩٠°

= ٢٧٠°



في الشكل المقابل ، حيث ق (أ $\overset{\frown}{ب}$ و) = ٥٣° أوجد :

(١) أ ب

(٢) ق ($\overset{\frown}{ب هـ}$)

الإجابة

∵ المثلث و د ب قائم الزاوية في د

∴ ب د = $\sqrt{(٥)^{٢} - (٣)^{٢}}$ = ٤ (نظرية فيثاغورث)

∵ $\overline{و د} \perp \overline{أ ب}$

∴ أ د = ب د = ٤ سم

∴ أ ب = ٢ × أ د = ٢ × ٤ = ٨ سم

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الثلاث = ١٨٠°

∴ ق (ب $\hat{و}$ د) = ١٨٠° − (٩٠° − ٥٣°) = ٣٧°

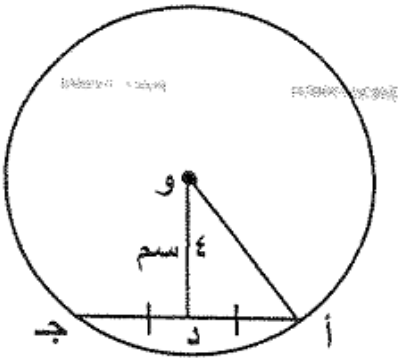
∵ (ب $\hat{و}$ هـ) مركزية مرسومة على القوس $\overset{\frown}{ب هـ}$

∴ ق ($\overset{\frown}{ب هـ}$) = ق (ب $\hat{و}$ هـ) = ٣٧°

(أ) في الشكل المقابل دائرة مركزها و فيها نق = ٥ سم

و د = ٤ سم، د منتصف $\overline{أجـ}$

أوجد بذكر السبب طول $\overline{أجـ}$



الحل:

∵ $\overline{وأ}$ نصف قطر ، $\overline{أجـ}$ وتر

، د منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{ود} \perp \overline{أجـ}$

∴ △ أ و د قائم الزاوية في د

$(أد)^{٢} = (أو)^{٢} - (ود)^{٢}$

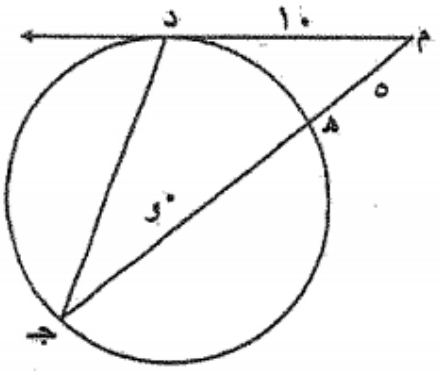
$= (٥)^{٢} - (٤)^{٢}$

$= ٢٥ - ١٦ = ٩$

أ د = ٣ سم

∴ أ جـ = ٦ سم

في الشكل المقابل : $\overline{م د}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠ ، م هـ = ٥



أوجد بذكر السبب :

طول كلا من : $\overline{م جـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$

الحل:

$(م د)^{٢} = م هـ \times م جـ$

$(١٠)^{٢} = ٥ \times م جـ$

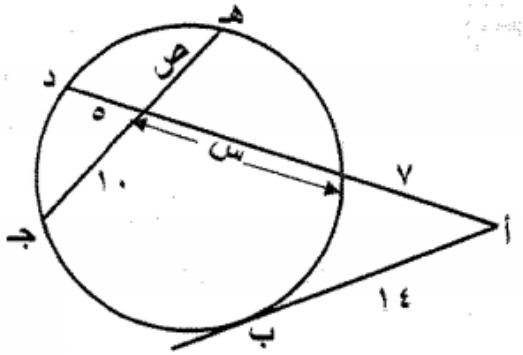
$١٠٠ = ٥ \times م جـ$

$م جـ = ١٠٠ \div ٥ = ٢٠$

$هـ جـ = م جـ - م هـ$

$= ٢٠ - ٥ = ١٥$

من الشكل المقابل : أوجد قيمة كل من س ، ص



الإجابة

$$٧ \times (س + ١٢) = (١٤)^{٢}$$

$$٧ \times (س + ١٢) = ١٩٦$$

$$س + ١٢ = \frac{١٩٦}{٧}$$

$$س + ١٢ = ٢٨$$

$$س = ٢٨ - ١٢ = ١٦$$

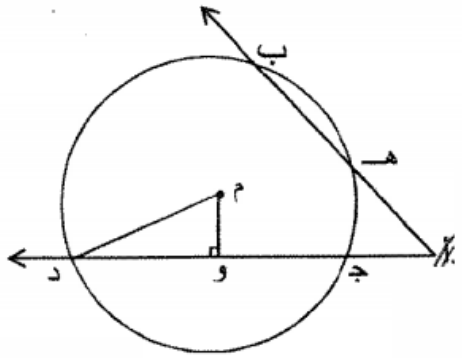
$$١٠ \times ص = ٥ \times ١٦$$

$$ص = \frac{٥ \times ١٦}{١٠}$$

$$ص = ٨$$

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أ هـ = ٧ سم ، أ جـ = ٥ سم ، م و = ٦ سم

جـ د = ١٦ سم ، $\overline{م و} \perp \overline{جـ د}$



أوجد : ١) طول $\overline{هـ ب}$

٢) طول $\overline{م د}$

الاجابة

١) أ هـ × أ ب = أ جـ × أ د

٧ × أ ب = ٥ × ٢١

$أ ب = \frac{٥ \times ٢١}{٧}$ = ١٥ سم

هـ ب = ١٥ – ٧ = ٨ سم

٢) $\overline{م و} \perp \overline{جـ د}$

∴ جـ و = و د = ٨ سم (القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه)

المثلث م و د قائم الزاوية في $\hat{و}$

∴ $(م د)^{٢} = (م و)^{٢} + (و د)^{٢}$

$(م د)^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢}$

$(م د)^{٢} = ١٠٠$

$(م د) = \sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

(ب) اذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س+٤ & ٤ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ص-٥ & ٤ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ص-٢ & ٤ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

أوجد س، ص

الحل:

∵ المصفوفتين متساويتين

∴ ٢س + ٤ = ٤

٢س = ٤ − ٤

٢س = ٠

س = ٠

ص − ٥ = ٢ص − ٢

ص − ٢ص = − ٢ + ٥

− ص = ٣

ص = − ٣

(ب) اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س.

الحل:

∵ أ منفردة

∴ | أ | = صفر

$\begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{vmatrix} = ٠$

∴ ٦س − ٤٨ = ٠

٦س = ٤٨

س = ٨

إذا كانت: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

أوجد:

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ (٢) $\underline{ب}^{-١}$

الحل:

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب} = ٢ \times \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤ & ٦- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ - (٢-) & ٢ - ٢- \\ ٤ - ٥ & ٦- - (٤-) \end{bmatrix}$

$\therefore ٢\underline{أ} - \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ١- & ٢- \end{bmatrix}$

(٢) $\underline{ب}^{-١}$

$\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{vmatrix}$

$= ٢- \times (٤-) - ٥ \times ٢$

$= ٨ - ١٠ = ٢- \neq ٠$

$\underline{ب}^{-١} = \frac{١}{|\underline{ب}|} \times \begin{bmatrix} د & ب- \\ جـ- & أ \end{bmatrix}$

$= -\frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٤- & ٢ \\ ٥- & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$

أوجد حل النظام باستخدام قاعدة كرامر

أوجد:

$$\left.\begin{array}{l} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{array}\right\}$$

الحل :

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٢ \times -٤) - (-٣ \times ٣) =$$

$$= -٩ + ٨ = -١$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (٢ \times ٧) - (-٣ \times -٦) =$$

$$= ١٨ - ١٤ = ٤$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = (٣ \times ٧) - (-٤ \times -) =$$

$$= ٢١ - ٢٤ = -٣$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

∴ س = −٤ ، ص = ٣ حلاً للنظام

حل النظام $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

الإجابة

المعادلة المصفوفية للنظام هي :

$$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

حيث $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ع = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٣ \times ٣ - ٢ \times ٥ = ١ \neq ٠$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \times \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{bmatrix}$$

وبضرب المعادلة المصفوفية للنظام (١) من جهة اليمين في $أ^{-١}$

$$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ١- \\ ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$س = -١$ ، $ص = ٤$

أوجد احداثي النقطة ن التي تقسم أ ب من الداخل من جهة أ اذا علم أن

أ(-٧ ، ٥) ، ب(٨ ، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢

الحل:

نقطة التقسيم ن (س ، ص)

$$س = \frac{م\ س_٢ + ن\ س_١}{م + ن}$$

$$= \frac{(٢ \times -٧) + (١ \times ٨)}{٢ + ١}$$

$$= \frac{-١٤ + ٨}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$$

$$ص = \frac{م\ ص_٢ + ن\ ص_١}{م + ن}$$

$$= \frac{(١ \times -٥) + (٢ \times ٥)}{٢ + ١}$$

$$= \frac{-٥ + ١٠}{٣} = \frac{٥}{٣}$$

نقطة التقسيم ن هي $(-٢ ، \frac{٥}{٣})$

إذا كان أ (٤ ، ١٢) ، ب (٢٨ ، ٤) ويراد تقسيم $\overline{أب}$ من الداخل

من جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢ : ٥ أوجد احداثيات النقطة جـ

الإجابة

إحداثي نقطة التقسيم (س ، ص) = $\left(\frac{م\ س_٢ + ن\ س_١}{م + ن} ، \frac{م\ ص_٢ + ن\ ص_١}{م + ن} \right)$

$$س = \frac{٢ \times ٢٨ + ٥ \times ٤}{٢ + ٥} = \frac{٧٦}{٧}$$

$$ص = \frac{٢ \times ٤ + ٥ \times ١٢}{٢ + ٥} = \frac{٦٨}{٧}$$

نقطة التقسيم : جـ $\left(\frac{٧٦}{٧} ، \frac{٦٨}{٧} \right)$

أ) أوجد البعد بين النقطة أ (- ٤ ، - ٣) و المستقيم ل : ٢ ص = ٣ س - ٧

الإجابة

ل : ٣ س - ٢ ص - ٧ = ٠

أ = ٣ ، ب = - ٢ ، جـ = - ٧

$س_١ = - ٤$ ، $ص_١ = - ٣$

طول العمود (ف) = $\frac{|أ\ س_١ + ب\ ص_١ + جـ|}{\sqrt{(أ)^٢ + (ب)^٢}}$

$$= \frac{|-٤ \times ٣ + (-٢)(-٣) + (-٧)|}{\sqrt{(٣)^٢ + (-٢)^٢}}$$

$$= \frac{|-١٣|}{\sqrt{١٣}}$$

$$= \sqrt{١٣}$$

أ) أوجد بعد النقطة أ (٢ ، ـ ٢) إلى المستقيم ل : ٢ ص = ٣ س ـ ٧

الإجابة

نكتب معادلة المستقيم على الصورة : أ س + ب ص + جـ = ٠

ل : ٣ س ـ ٢ص ـ ٧ = ٠

أ = ٣ ، ب = ـ ٢ ، جـ = ـ ٧

س١ = ٢ ، ص١ = ـ ٢

$$\text{البعد ف} = \frac{|\text{أ س}_1 + \text{ب ص}_1 + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

$$\text{ف} = \frac{|(٣)(٢) + (-٢)(-٢) + (-٧)|}{\sqrt{(٣)^2 + (-٢)^2}}$$

$$\text{ف} = \frac{\sqrt{١٣}\ ٣}{١٣} \text{ وحدة طول}$$

ب) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها : (س - ٢)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} =٨ عند النقطة أ(٠ ، -٢)

الإجابة

أ (٠ ، -٢) ∈ للدائرة ، مركز الدائرة (٢ ، -٤)

ميل نصف قطر التماس = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

ميل نصف قطر التماس = $\frac{-٢ + ٤}{٠ - ٢}$ = -١

∵ المماس عمودي على نصف قطر التماس

∴ ميل المماس × ميل نصف قطر التماس = -١

∴ ميل المماس = ١

معادلة المماس هي : (ص - ص$_{١}$) = م (س - س$_{١}$)

(ص + ٢) = ١ (س - ٠)

ص + ٢ = س

ص = س - ٢

ب) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها :
(س – ١)^{٢} + (ص – ٢)^{٢} = ٥ عند نقطة التماس أ (٣ ، ١)

الإجابة

مركز الدائرة النقطة و (١ ، ٢)

ميل $\overline{و أ}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

= $\frac{٢ - ١}{٣ - ١}$ = $\frac{١}{٢}$ –

∵ نصف قطر التماس $\overline{و أ}$ عمودي على مماس الدائرة

∴ ميل المماس × ميل $\overline{و أ}$ = -١

∴ ميل المماس = ٢

∴ معادلة المماس هي :

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)

ص – ١ = ٢ (س – ٣)

ص – ١ = ٢ س – ٦

ص = ٢ س – ٥

(ب) اذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠

فأوجد معادلة المستقيم ب العمودي على المستقيم ك

والذي يمر بالنقطة (١ ، ٤).

الحل:

$\overleftrightarrow{ك}$: ص $= \frac{-١}{٣}$ س $-$ ١

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك} = \frac{-١}{٣}$

∵ $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ب}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب} = -$ ١

$\frac{-١}{٣}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب} = -$ ١

ميل $\overleftrightarrow{ب} = ٣$

∴ معادلة المستقيم ب:

ص $-$ ص$_{١}$ = م (س $-$ س$_{١}$)

ص $-$ ٤ = ٣ (س $-$ ١)

ص $-$ ٤ = ٣ س $-$ ٣

ص = ٣ س $-$ ٣ + ٤

ص = ٣س + ١

(أ) أوجد معادلة المستقيم هـ الموازي للمستقيم ل و الذي يمر بالنقطة (٢ ، -٣)

حيث $\overleftrightarrow{ل}$: ص = ٢س + ١

الحل:

من معادلة $\overleftrightarrow{ل}$: ص = ٢س + ١

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = ٢

∵ $\overleftrightarrow{هـ}$ // $\overleftrightarrow{ل}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{ل}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ = ٢

معادلة $\overleftrightarrow{هـ}$: ص − ص١ = م (س − س١)

ص − (−٣) = ٢(س − ٢)

ص + ٣ = ٢س − ٤

ص = −٣ +٢س − ٤

ص = ٢س − ٧

ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة :

إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٧}$ ، جتا $\theta > ٠$ فأوجد جتا θ ، ظا θ ، ظتا θ

الإجابة

باستخدام متطابقة فيثاغورث :

$جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١$

$\left(\frac{٣}{٧}\right)^{٢} + جتا^{٢}\theta = ١$

$جتا^{٢}\theta = ١ - \left(\frac{٣}{٧}\right)^{٢} = \frac{٤٠}{٤٩}$

$جتا\theta = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٧} \approx ٠,٩٠٤$ (مرفوض لأن جتا $\theta > ٠$)

أو $جتا\theta = -\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧} \approx -٠,٩٠٤$

$ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{\frac{٣}{٧}}{\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}} = \frac{٣}{٢\sqrt{١٠}}$

$ظتا\theta = \frac{١}{ظا\theta} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٣}$

(أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظا $\theta = -\sqrt{٢}$ ، جتا θ ، فأوجد جتا θ ، جا θ ، قتا θ

الحل:

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

$$\text{قا}^{٢}\theta = ١ + \text{ظا}^{٢}\theta$$

$$= ١ + (-\sqrt{٢})^{٢}$$

$$= ١ + ٢ \times ٤$$

$$= ١ + ٨$$

$$= ٩$$

$$\text{قا}\theta = ٣ \text{ أو } \text{قا}\theta = -٣$$

$$\because \text{جتا}\theta > ٠$$

$$\therefore \text{قا}\theta = ٣$$

$$\therefore \text{جتا}\theta = \frac{١}{\text{قا}\theta}$$

$$\text{جتا}\theta = \frac{١}{٣}$$

$$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$$

$$\text{جا}\theta = \text{ظا}\theta \times \text{جتا}\theta$$

$$\text{جا}\theta = -\sqrt{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{-\sqrt{٢}}{٣}$$

$$\text{قتا}\theta = \frac{١}{\text{جا}\theta} = \frac{٣}{-\sqrt{٢}}$$

أ) حل المعادلة : ٢ جتا س − ١ = ٠

الإجابة

$$٢ \text{ جتا س} = ١$$

$$\text{جتا س} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{جتا س} = \text{جتا} \frac{\pi}{٣}$$

$$\because \text{جتا س} > ٠$$

∴ س تقع في الربع الاول أو تقع في الربع الرابع

$$\therefore \text{س} = \frac{\pi}{٣} + ٢\pi \text{ ك} \quad \text{أو} \quad \text{س} = -\frac{\pi}{٣} + ٢\pi \text{ ك} \quad : (\text{ك} \in \text{ص})$$

(أ) حل المعادلة : ٢ جاس = ١ ، س ∈ [٠ ، ٢π[

الإجابة

٢ جا س = ١

جا س = $\frac{١}{٢}$

جا س = جا $\frac{\pi}{٦}$

∵ جا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ π ك أو س = ($\frac{\pi}{٦}$ − π) + ٢ π ك

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ π ك أو س = $\frac{٥\pi}{٦}$ + ٢ π ك (ك ∈ ص)

(أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جا θ = $\frac{٣}{٥}$ ، ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$

فأوجد كلا من : جتا θ ، ظا θ ، قا θ ، ظتا θ ، قتا θ

الحل:

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

جا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١

($\frac{٣}{٥}$)^{٢} + جتا^{٢} θ = ١

جتا^{٢} θ = ١ − ($\frac{٣}{٥}$)^{٢}

جتا^{٢} θ = ١ − $\frac{٩}{٢٥}$

جتا^{٢} θ = $\frac{١٦}{٢٥}$

جتا θ = $\frac{٤}{٥}$ أو جتا θ = − $\frac{٤}{٥}$ مرفوض لأن ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$

ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}}$ = $\frac{٣}{٤}$

قا θ = $\frac{١}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{٥}{٤}$

ظتا θ = $\frac{١}{\text{ظا}\theta}$ = $\frac{٤}{٣}$

قتا θ = $\frac{١}{\text{جا}\theta}$ = $\frac{٥}{٣}$

(أ) أوجد مركز و طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$

الحل:

$\therefore (س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

نجد أن: $- د = ٢ \Leftarrow د = - ٢$

$- هـ = - ٣ \Leftarrow هـ = ٣$

$نق^{٢} = ٩ \Leftarrow نق = ٣$

مركز الدائرة (-٢ ، ٣) وطول نصف قطر الدائرة = ٣ وحدات.

أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٣

الإجابة

$$\text{المتوسط الحسابي } \overline{س} = \frac{٢ + ٥ + ٦ + ٤ + ٨ + ٧ + ٣}{٧} = ٥$$

القيمة $س_ر$	$(س_ر - \overline{س})$	$(س_ر - \overline{س})^{٢}$
٢	٣-	٩
٥	٠	٠
٦	١	١
٤	١-	١
٨	٣	٩
٧	٢	٤
٣	٢-	٤
المجموع	٠	٢٨

$$\text{التباين} = ع^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^{٢}}{ن} = \frac{٢٨}{٧} = ٤$$

$$\text{الانحراف المعياري} = ع = \sqrt{٤} = ٢$$

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من البيانات هو ع = ٦

و كان $\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢ = ٥٤٠$ فأوجد عدد القيم.

(٢) أوجد قيمة مايلي بدون استخدام الآلة الحاسبة : $ل_٣^{١٠}$ ، $\binom{٧}{٢}$

الحل:

(١) $ع^٢ = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢}{ن}$

وبالتعويض:

$(٦)^٢ = \frac{٥٤٠}{ن}$

$ن = \frac{٥٤٠}{٣٦} = ١٥$

عدد قيم البيانات هو ١٥

(٢) $ل_٣^{١٠} = \frac{!١٠}{!(٣-١٠)} = \frac{!١٠}{!٧}$

$= \frac{!٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠}{!٧}$

$= ١٠ \times ٩ \times ٨$

$= ٧٢٠$

$\binom{٧}{٢} = \frac{ل_٢^٧}{!٢} = \frac{٦ \times ٧}{١ \times ٢} = ٢١$

من تجربة عشوائية أ ، ب حدثان حيث ل ($\overline{أ}$) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦

ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ أوجد كلا من : ل(أ) ، ل (أ ∪ ب) ، ل (أ | ب)

الحل:

ل (أ) = ١ – ل ($\overline{أ}$)

= ١ – ٠,٧

= ٠,٣

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٦ – ٠,٢ = ٠,٧

$$ل(أ \mid ب) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)}$$

$$= \frac{٠,٢}{٠,٦}$$

$$= \frac{١}{٣}$$

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف ، و كان ل(أ)= ٠,٥ ،
ل($\overline{ب}$)= ٠,٢ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ١) ل(ب) ٢) ل (أ ∪ ب) ٣) ل (أ | ب)

الإجابة

١) ل(ب) = ١ – ل ($\overline{ب}$)

= ١ – ٠,٢ = ٠,٨

٢) ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٨ – ٠,٤

= ٠,٩

٣) $ل(أ | ب) = \frac{ل (أ ∩ ب)}{ل (ب)}$

$ل(أ | ب) = \frac{٠,٤}{٠,٨}$

$= \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$