Sunday, February 26, 2023 6:51 PM

Question 2: *find the critical numbers of* $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$

a) $x = -\frac{1}{2}, x = 0, x = \frac{1}{2}$

b) $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

c) $x = -2, x = 2$

d) $x = -2, x = 0, x = 2$

السؤال 2: اوجد جميع النقاط الحرجة للدالة $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$

$f'(x) = 0$ or $f'(x) = D.N.E$

$4x^3 - 16x = 0$

$4x(x^2 - 4) = 0$

$4x = 0$ $\quad x^2 - 4 = 0$

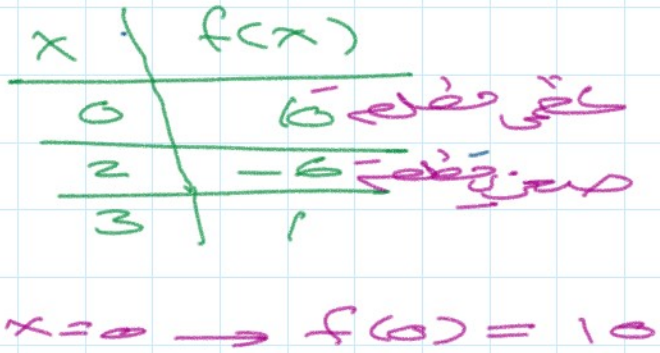
$x = 0$ $\quad x = 2$ $\quad x = -2$

Question 1: *find the absolute extrema of the function* $f(x) = x^3 - 12x + 10$ *At* $[0,3]$

السؤال 1: اوجد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = x^3 - 12x + 10$ في الفترة $[0,3]$

$[0,3]$

$f'(x) = 0$



$x=0 \longrightarrow f(0)=10$

$f'(x)=0$

$3x^2-12=0$

$x_1=2 \qquad x_2=-2$

Question 3: *find the x coordinate at which the function* $f(x)=x^2e^{-x}$ *has a local maximum*

السؤال 3: اوجد جميع قيم x والتي تكون للدالة $f(x)=x^2e^{-x}$ قيم عظمى محلية

a) $x=-2$

b) $x=-\frac{1}{2}$

c) $x=0$

d) $x=2$

نقاط الحرجة

$f(x)=x^2\cdot e^{-x}$

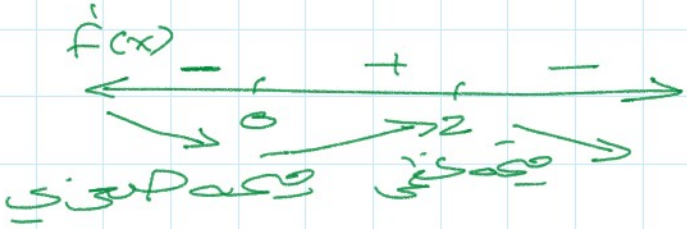
$f'(x)=2x\,e^{-x}+(-1)e^{-x}x^2$

$e^{-x}(2x-x^2)=0$

$e^{-x}\neq 0$

$2x-x^2=0$

$x_1=0 \qquad x_2=2$



Question 4: *find the intervals where the function* $f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$ *is increasing*

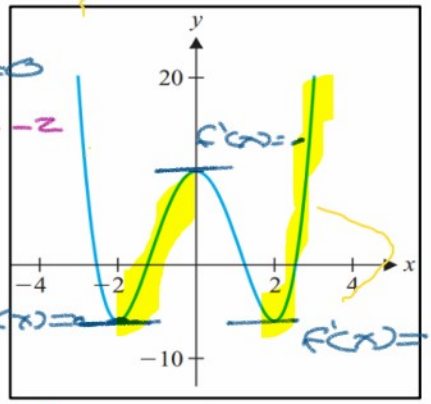
السؤال 4: اوجد فترات تزايد الدالة $f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$

a) $(-\infty, -2) U (0,2)$

b) $(-2,0) U (2, \infty)$

c) $(-\infty, -2) U (2, \infty)$

d) $(-2,0) U (0,2)$



Question 5: *find the inflection point points of the function* $f(x) = x^4 + 12x^3 - x$ *is*

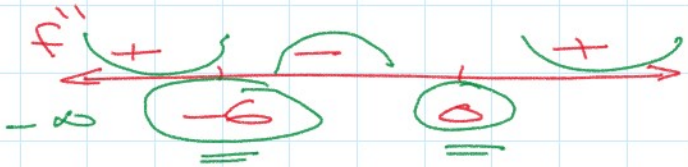
السؤال 5: اوجد نقاط دوران الدالة $f(x) = x^4 + 12x^3 - x$

a) $(-6, f(-6)), (0, f(0))$

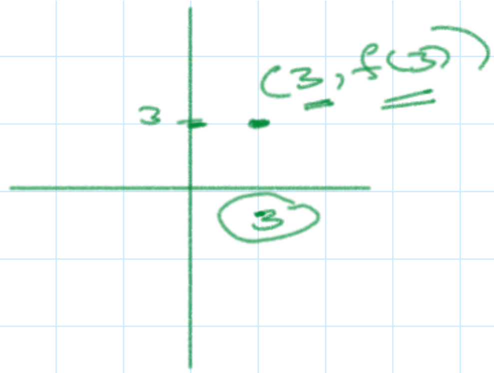
b) $(-6, f(-6)), (6, f(6))$

c) $(0, f(0)), (6, f(6))$

d) $(-6, f(-6)), (0, f(0)), (6, f(6))$



$(-6, 0)$



Question 6: *determine where the graph of the function* $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$ *is concave up*

السؤال 6: اوجد جميع الفترات التي تكون فيها الدالة $f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$ مقعرة لأعلى

$f'(x) = 4x^3 - 12x + 2$

$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0$

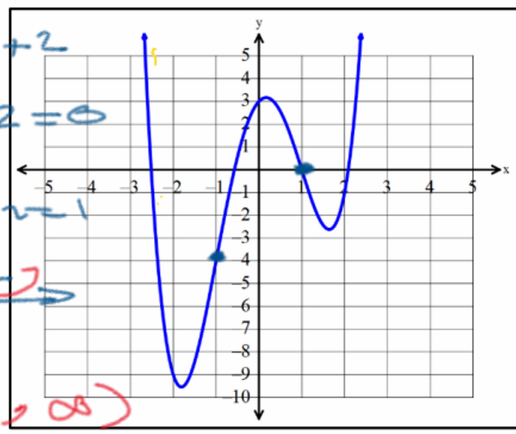
$x_1 = -1, \quad x_2 = 1$

a) $(-\infty, -1)$

b) $(-\infty, -1) U (1, \infty)$

c) $(-1, 1)$

d) $(-\infty, 0) U (0, \infty)$



$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

$ax^2 + bx + c$

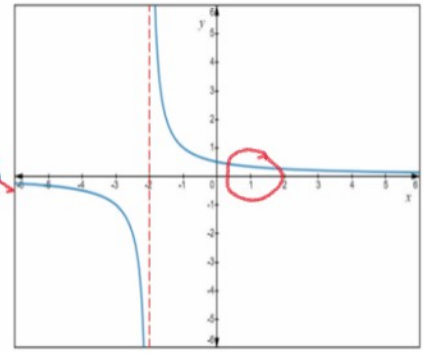
Question 7: *determine the graph of the function*

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

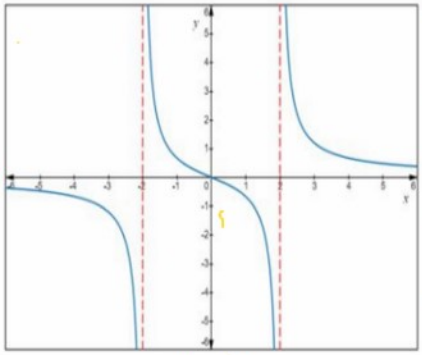
$x^2 - 1 = 0$

$x_1 = 1, \quad x_2 = -1$

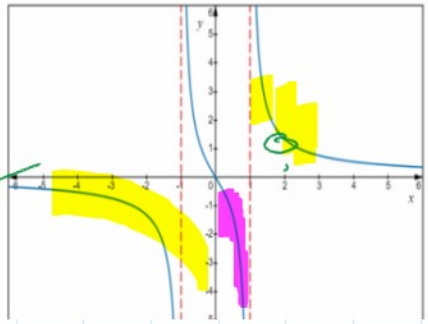
a)



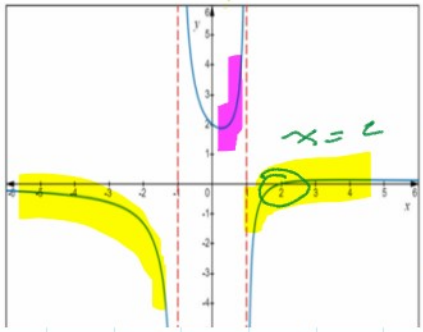
b)



c)

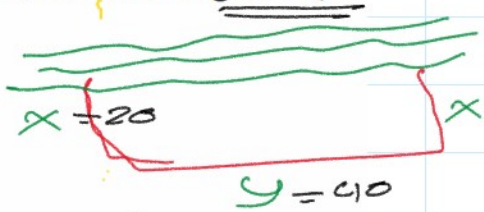


d)



Question 8: *A three side fence is to be built next to a straight section of a river, which forms the fourth side of a rectangular region. There is 80 ft of fencing available. Find the maximum enclosed area.*

السؤال 8: يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر $80\ ft$ من السياج. جد القيمة العظمى للمساحة المحاطة بالسياج.



a) $40\ ft^2$

b) $60\ ft^2$

c) $400\ ft^2$

d) $800\ ft^2$

$A = xy$

$A = x(80 - 2x)$

$A = 80x - 2x^2$

$A' = 80 - 4x = 0$

$x = 20$

$A = 20 \times 40$

$= 800\ ft^2$

$2x + y = 80$

$y = 80 - 2x$

$y = 80 - 2(20)$

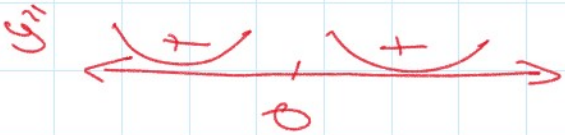
$y = 40$

$y = x^4$

$y' = 4x^3$

$y'' = 12x^2 = 0$

$x = 0$



Question 9: *suppose a forest fire spreads in a circle with radius changing at a rate of* $5\ ft/min$ *when the radius reaches* $100\ ft$, *at what rate is the area of the burning region increasing?*

السؤال 9: على فرض أن حريق غابات ينتشر على شكل دائرة نصف قطرها يتغير بمعدل $5\ ft/min$ عندما يصل نصف القطر الى $100\ ft$. فما هو معدل تزايد مساحة المنطقة المحترقة؟

a) $200\pi\ ft^2/min$

b) $500\pi\ ft^2/min$

c) $1000\pi\ ft^2/min$

d) $2000\pi\ ft^2/min$

$\frac{dr}{dt} = 5$

$r = 100$

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = 2(\pi)(100)(5)$

Question 10: *if the cost of manufacturing x items is* $c(x) = x^3 + 20x^2 + 90x + 15$ *find the marginal cost at* $x = 30$

السؤال 10: إذا كانت تكلفة انتاج x قطعة يعطى بالعلاقة $c(x) = x^3 + 20x^2 + 90x + 15$ اوجد التكلفة الحدية للإنتاج عند $x = 30$

a) 2190

b) 3390

c) 3990

d) 4005

1) التكلفة الفعلية actual cost $= c(30) - c(29)$ عند $x = 30$

التكلفة الحدية marginal $\bar{c}(x) \rightarrow \bar{c}'(30) = 30$

3) متوسط التكلفة $\bar{c}(x) = \frac{c(x)}{x}$

3) $\bar{c}(x) = \frac{x^3 + 20x^2 + 90x + 15}{x}$

Question 11: *find the general antiderivative.*

$$\int \frac{8x}{x^2+7}\,dx$$

السؤال 11: اوجد المشتقة العكسية

$$\int \frac{8x}{x^2+7}\,dx$$

a) $\frac{1}{2}\,ln|x^2+7|+c$

b) $\frac{1}{4}\,ln|x^2+7|+c$

c) $2\,ln|x^2+7|+c$

d) $4\,ln|x^2+7|+c$

$(2x)$

$\frac{1}{2} \times 8 \int \frac{2x}{x^2+7}\,dx$

$= 4 \ln\left|x^2+7\right| + C$

$\int \frac{2}{1+[x]^2}\,dx$

$\frac{d}{dx}\tan^{-1}(f(x)) = \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$ (2)

$2\int \frac{1}{1+(x)^2}\,dx = 2\tan^{-1}(x) + c$

Question 12: *find the general antiderivative.*

$$\int 5\frac{\sin x}{\cos^2 x}\,dx$$

السؤال 12: اوجد المشتقة العكسية

$$\int 5\frac{\sin x}{\cos^2 x}\,dx$$

a) $-5\sec x + c$

b) $5\sec^2 x + c$

c) $5\tan^2 x + c$

d) $5\sec x + c$

$5\int \frac{\sin x \cdot 1}{\cos x \cdot \cos x}\,dx$

$5\int \tan x \sec x\,dx$

$5\sec x + C$

Question 13: *determine the position function if the velocity is given by* $v(t) = 8 - 6t$ *and the initial position is* $s(0) = 4$

السؤال 13: اوجد دالة الموضع لجسم إذا كانت دالة السرعة المتجهة تعطى بالعلاقة $v(t) = 8 - 6t$ وكان الموقع الابتدائي $s(0) = 4$

a) $s(t) = 8t - 6t^2 + 4$

b) $s(t) = 8t - 3t^2 + 4$

c) $s(t) = 6t^2 - 8t + 4$

d) $s(t) = 3t^2 - 8t + 4$

$\int 8 - 6t \, dt$

$s = 8t - \frac{6t^2}{2} + C$

$s(t)$ ← $v(t)$ ← $a(t)$

$s(0) = 4$

$t \to 0$, $s \to 4$

$4 = 0 - 0 + C$ ⟹ $C = 4$

$s = 8t - 3t^2 + 4$

Question 14: *compute the sum*

$$\sum_{i=5}^{9} (i^2 + 3)$$

a) 42

b) 70

c) 270

d) 312

السؤال 14: اوجد المجموع

$$\sum_{i=5}^{9} (i^2 + 3)$$

$x + y = z$

$y = z - x$

$n = 9$, $n = 4$

$\sum_{i=1}^{9} (i^2 + 3) - \sum_{i=1}^{4} (i^2 + 3)$

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sum_{i=1}^{9} i^2 + 3 = \frac{9(10)(19)}{6} + 3 \times 9 = 312$

$\sum_{i=1}^{4} i^2 + 3 = \frac{4(5)(9)}{6} + 3 \times 4 = 42$

270

$\sum_{i=1}^{n} c = cn$

Question 15: *use the given function values to estimate the area under the curve using left endpoint evaluation.*

السؤال 15: استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحني باستخدام قيم نقطة النهاية اليسرى

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

a) 0.97

b) 1.03

c) 9.7

d) 10.3

$\Delta x = 0.3 - 0.2 = 0.1$

$\text{Area} = \sum f(x) \cdot \Delta x$

$\text{Area} = (8.1 \times 0.1 = 1.81$

Question 16: *write as a single integral*

السؤال 16: اكتب على شكل تكامل وحيد

$$\int_0^5 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$$

a) $\int_0^2 f(x)dx$

b) $\int_2^5 f(x)dx$

c) $\int_5^2 f(x)dx$

d) $\int_0^5 f(x)dx$

$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$

$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

Question 17: *compute the average value of the given function at the shown interval*

السؤال 17: احسب القيمة المتوسطة للدالة في الفترة الموضحة

$$f(x) = 4x + 3 \ at \ [0,2]$$

a) 7

b) 11

c) 14

d) 22

$$f_{av} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

$$f_{av} = \frac{1}{2-0}\int_0^2 (4x+3)\,dx = 7$$

f_{av} أوجد جميع قيم x التي تحقق

$$7 = 4x + 3 \qquad 4x = 4 \qquad x = 1$$

Question 18: *write the given total area as an integral or sum of integrals. The area above the x-axis and below* $y = 4 - x^2$

السؤال 18: اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات إذا كانت المساحة أعلى المحور x وتحت المنحنى

$$y = 4 - x^2$$

a) $\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx$

b) $\int_{-2}^{2}-(4-x^2)dx$

c) $\int_{0}^{2}(4-x^2)dx$

d) $\int_{0}^{2}-(4-x^2)dx$

1) إيجاد تقاطع مع محور x

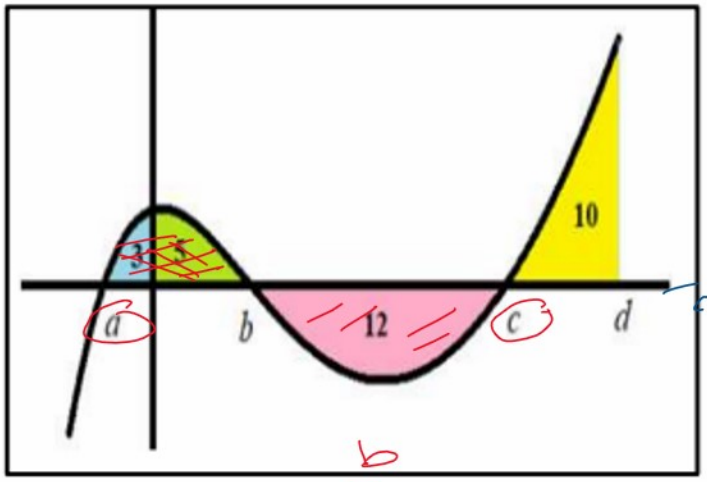
$$4 - x^2 = 0$$

$$x_1 = -2 \qquad x_2 = 2$$

أسفل | أعلى | أسفل

$$\int_{-2}^{2} 4 - x^2\,dx$$

السؤال الثاني: استخدم التمثيل البياني التالي للدالة f(x) لإيجاد قيمة التكاملات التالية



أكتب على شكل تكامل مجموع تكاملات محدودة بين (a → c)

$$A = \int_a^b f(x)\,dx - \int_b^c f(x)\,dx$$

Question 19: *find* $f'(x)$ *if*

السؤال 19: اوجد $f'(x)$ إذا كان

$$f(x) = \int_{x}^{x^2} \sin(3t)\,dt$$

a) $f'(x) = 2x \sin 3x^2 - \sin 3x$

b) $f'(x) = 2x \sin 3x^2 + \sin 3x$

c) $f'(x) = \sin 3x - 2x \sin 3x^2$

d) $f'(x) = \sin 3x^2 - \sin 3x$

$$f'(x) = \sin(3x^2)\cdot(2x) - \sin(3x)$$

Question 20: *evaluate*

السؤال 20: اوجد قيمة

$$\int_0^3 (x^2 - 2)\,dx$$

a) 3

b) 7

c) 21

d) 25

$$\left[\frac{x^3}{3} - 2x\right]_0^3 = \left[\frac{(3)^3}{3} - 2(3)\right] - \left[\frac{(0)^3}{3} - 2(0)\right]$$

= 3

Question 21: *if* $\int_1^4 f(x)\,dx = 5$, $\int_1^4 g(x)\,dx = -3$ *find*

السؤال 21: اذا كان $\int_1^4 f(x)\,dx = 5$ و $\int_1^4 g(x)\,dx = -3$ اوجد

$$\int_1^4 2f(x) - g(x)\,dx = 2\times 5 - -3 = 13$$

a) 2

b) 7

c) 8

d) 13

Question 22: *evaluate*

السؤال 22: اوجد قيمة

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$$

$\sqrt{x} = u$

$\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = du$

$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\,du$

a) $\frac{1}{2e^{\sqrt{x}}} + c$

b) $\frac{2}{e^{\sqrt{x}}} + c$

c) $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$

d) $2e^{\sqrt{x}} + c$

$\int e^u 2\,du$

$2\int e^u\,du = 2e^u + C = 2e^{\sqrt{x}} + C$

Question 14: *compute the sum*

$$\sum_{i=5}^{9}(i^2+3)$$

السؤال 14: اوجد المجموع

$$\sum_{i=5}^{9}(i^2+3)$$

a) 42

b) 70

c) 270

d) 312

$5 \to 9 = 1 \to 9 - 1 \to 4$

$$\sum_{i=5}^{q} = \sum_{i=1}^{q} - \sum_{i=1}^{4}$$