



@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح



## الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات الامتحانات السابقة

الصف الحادي عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( 10 درجات )

( a )  
1 أكتب العدد  $\frac{2}{3-i}$  في الصورة الجبرية

الحل:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{2}{3-i} &= \frac{2}{3-i} \times \frac{3+i}{3+i} \\ 2 \quad &= \frac{6+2i}{9+1} \\ 1 \quad &= \frac{6}{10} + \frac{2}{10}i \\ 1 \quad &= \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i \end{aligned}$$



( 2 ) أوجد مجموعة حل المعادلة :  $z^2 - 2z + 4 = 0$  في  $\mathbb{C}$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \quad \Delta &= b^2 - 4ac \\ \frac{1}{2} \quad \Delta &= 4 - 4(1)(4) = -12 \\ \frac{1}{2} \quad &= 12 \times i^2 \\ \frac{1}{2} \quad z_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{2 \times 1} = 1 + \sqrt{3}i \\ \frac{1}{2} \quad z_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{2 \times 1} = 1 - \sqrt{3}i \end{aligned}$$



مجموعة الحل =  $\{1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i\}$



تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد السعة و الدورة للدالة :  $y = -3\sin x$  ,  $x \in [-\pi, 2\pi]$  ثم ارسم بيانها  
( 5 درجات )

الحل :

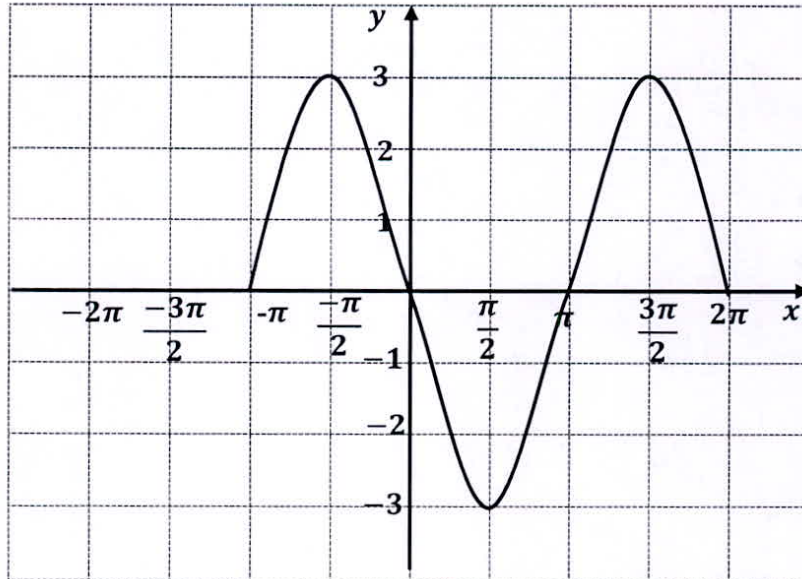
هي دالة دورية  $y = -3\sin x$

السعة :  $|a| = |-3| = 3$

الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

ربع الدورة :  $\frac{\pi}{2}$

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y = -3\sin x$	0	-3	0	3	0



السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( a ) حل المثلث  $ABC$  حيث :  $a = 2 \text{ cm}$  ,  $b = 4 \text{ cm}$  ,  $c = 5 \text{ cm}$

( 7 درجات )

الحل :

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{(4)^2 + (5)^2 - (2)^2}{2 \times 4 \times 5} = \frac{37}{40} \end{aligned}$$

$$\alpha \approx 22.3^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{(2)^2 + (5)^2 - (4)^2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{13}{20} \end{aligned}$$

$$\beta \approx 49.5^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 49.5^\circ) \approx 108.2^\circ$$



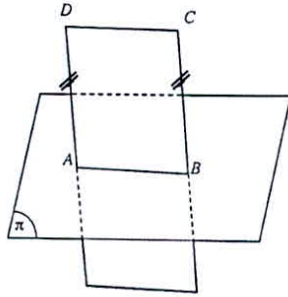
تابع السؤال الثاني :

( b )

( 8 درجات )

( 1 ) أكمل ما يلي :

2 إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه يوازي المستوي



(2) في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \subset \pi , \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

$$\overrightarrow{CD} // \pi : \text{ أثبت أن :}$$

الحل :

$$\therefore \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$$

$\therefore \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC}$  يعينان مستويًا وحيداً وليكن  $(ABCD)$  فيه

$$\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

$\therefore ABCD$  متوازي أضلاع

$$\text{ومنه } \overrightarrow{DC} // \overrightarrow{AB}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \subset \pi$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} // \pi$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

( a ) حل المعادلة :  $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$  ( 8 درجات )

الحل :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = \frac{-1}{2}$$

نفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الاسناد للزاوية  $\theta$

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما  $\theta$  تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha)$$

$$= \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

عندما  $\theta$  تقع في الربع الرابع :

$$\theta = (2\pi - \alpha)$$

$$= \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6} \text{ أو } \theta = \frac{7\pi}{6} \quad \text{حل المعادلة :}$$





تابع السؤال الثالث :

( b ) في احدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربع مدة عام كامل ؟

( 7 درجات )

الحل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(A) = m = 0.9$$

ليكن الحدث  $A$  تخدم البطارية مدة عام كامل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(B) = 1 - m = 0.1$$

ليكن الحدث  $B$  لا تخدم البطارية مدة عام كامل :

الحدث  $E$  تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل:

$$k = 4, n = 4$$

نستخدم احتمال ذات الحدين

$$1$$

$$P(E) = {}_n C_k \cdot (m)^k \cdot (1 - m)^{n-k}$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$= {}_4 C_4 \cdot (0.9)^4 \cdot (0.1)^0$$

$$1$$

$$= 0.6561$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربع مدة عام كامل يساوي 0.6561



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) إذا كان  $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$  ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد  $\sin 2\theta$

( 5 درجات )

الحل :

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ أو } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < 0$$

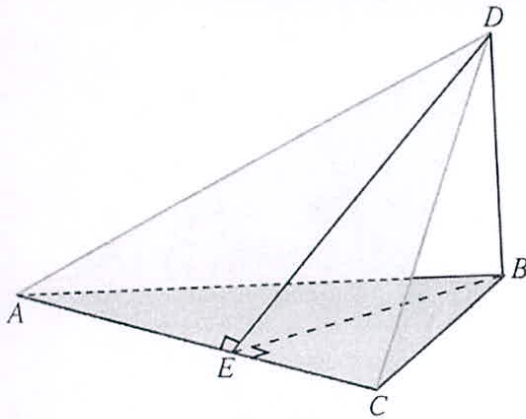
$$\therefore \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = 1$$



تابع السؤال الرابع:



( b ) في الشكل المقابل  $D$  نقطة خارج مستوي المثلث  $ABC$

$$BD = 5 \text{ cm} , AB = 10 \text{ cm} , m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد : (1)  $BE$

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC , DAC$

( 10 درجات )

الحل :

$$1) \because \overline{BE} \perp \overline{AC} \Rightarrow m(\widehat{BEA}) = 90^\circ$$

$$\because m(\widehat{BAC}) = 45^\circ \therefore m(\widehat{ABE}) = 45^\circ$$

$\therefore$  المثلث  $ABE$  قائم في  $E$  ، متطابق الضلعين

$$2(BE)^2 = 100 \rightarrow BE = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\therefore BE = AE = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$2) \quad \overline{AC} \text{ هو خط تقاطع المستويين } BAC , DAC$$

$$\overline{BE} \perp \overline{AC} \text{ في المستوي } BAC$$

$$\overline{DE} \perp \overline{AC} \text{ في المستوي } DAC$$

$\widehat{BED}$  هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC , DAC$

$$\because \overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \subset (ABC)$$

$$\therefore \overline{BD} \perp \overline{BE}$$

$$\therefore \Delta BED \text{ قائم في } B , DB = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore \tan(\widehat{BED}) = \frac{BD}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore m(\widehat{BED}) = 35^\circ 16'$$

$\therefore$  قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC , DAC$  يساوي  $35^\circ 16'$





القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات القطبية للنقطة  $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$  هي :  $M\left(1, \frac{5\pi}{4}\right)$

(2)  $\cos 112^\circ$  يساوي  $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$

(3) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على المستوي الآخر

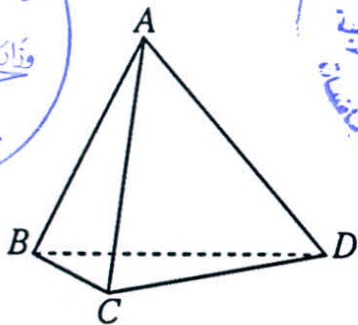
ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب:  $z = 33 - 56i$  هما :

- |   |  |
|---|--|
| (a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ | (b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$ |
| (c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$  | (d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$  |

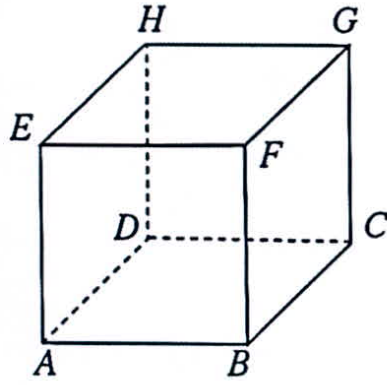
(5) إذا كان:  $a = 2cm, b = 3cm, m(\hat{C}) = 40^\circ$  فإن مساحة المثلث  $ABC$  تساوي حوالي:

- (a)  $4.6 cm^2$  (b)  $3.86 cm^2$  (c)  $1.93 cm^2$  (d)  $2.3 cm^2$



(6) النقاط  $B, C, D$  تعين :

- (a) عدد لا منته من مستويات مختلفة  
(b) مستوياً واحداً  
(c) لا يمكن أن تعين مستوياً  
(d) مستويين مختلفين



(7) في المكعب  $ABCDEFGH$  ،  $\overrightarrow{BD}$  ،  $\overrightarrow{EG}$  هما :

- (a) متوازيان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) يحويهما مستو واحد

(8) إذا كان  $\pi_1 // \pi_2$  ،  $\pi \cap \pi_1 = \vec{l}$  ،  $\pi \cap \pi_2 = \vec{m}$  ، فإن :

- (a)  $\pi // \pi_1$
- (b)  $\pi // \pi_2$
- (c)  $\vec{l} \perp \vec{m}$
- (d)  $\vec{l} // \vec{m}$

(9) في مفكوك  $(3x + 2y)^8$  الحد الذي يحوي  $x^3 y^5$  هو :

- (a)  $T_3$
- (b)  $T_5$
- (c)  $T_6$
- (d)  $T_8$

(10) إذا كان  ${}_nP_3 = 60$  فإن  $n$  تساوي :

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 4
- (d) 3



" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10





القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( 10 درجات )

( a )

(1) اكتب العدد المركب  $\frac{-5+i}{2-3i}$  في الصورة الجبرية

الحل:

1	$\frac{-5+i}{2-3i} = \frac{-5+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i}$
2	$= \frac{-10 - 15i + 2i + 3i^2}{2^2 + 3^2}$
1	$= \frac{-13 - 13i}{4 + 9} = -1 - i$



(2) ضع العدد :  $z = -1 - i$  في الصورة المثلثية

1	$\because x = -1, y = -1$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\therefore r =  z  = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\therefore \tan \alpha = \left  \frac{-1}{-1} \right  = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\because x < 0, y < 0$
1	$\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$
1	$z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

بفرض  $\alpha$  زاوية الاسناد :

$\theta$  تقع في الربع الثالث

الصورة المثلثية هي :



تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها :

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

( 5 درجات )

الحل :

هي دالة دورية  $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

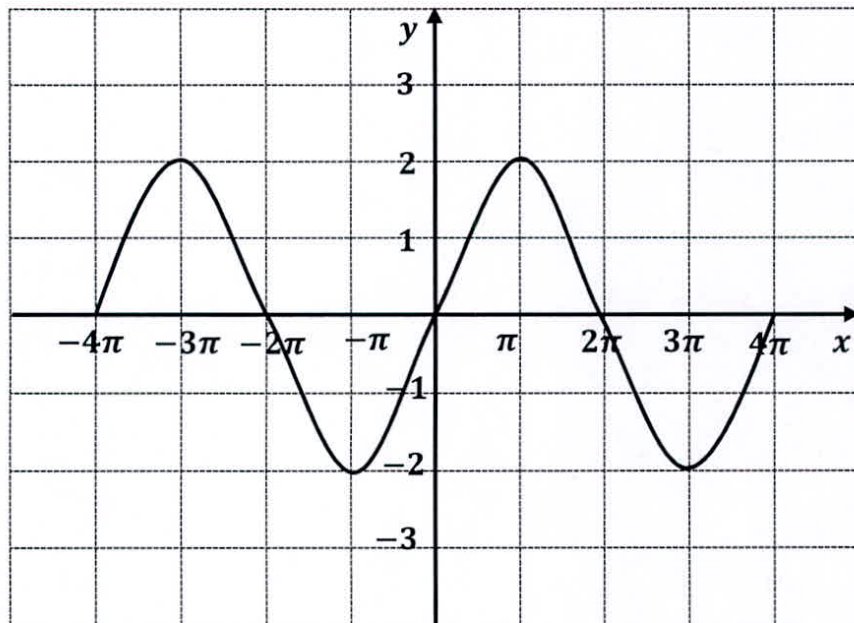
السعة :  $|a| = |2| = 2$

الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

ربع الدورة :  $\pi$



$x$	0	$\pi$	$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	2	0	-2	0



السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( a ) حل المثلث  $ABC$  حيث :  $m(\hat{c}) = 95^\circ$  ,  $b = 21$  ,  $a = 12$  ( 7 درجات )

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos (\hat{c})$$

1

$$= 12^2 + 21^2 - 2 \times 12 \times 21 \times \cos (95^\circ)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 144 + 441 - 504 \cos (95^\circ) \approx 628.926$$

$\frac{1}{2}$

$$c \approx 25.08 \text{ cm}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 b c}$$

1

$$= \frac{(21)^2 + (25.08)^2 - (12)^2}{2 \times 21 \times 25.08}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha \approx 0.879$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha \approx 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha$$

1

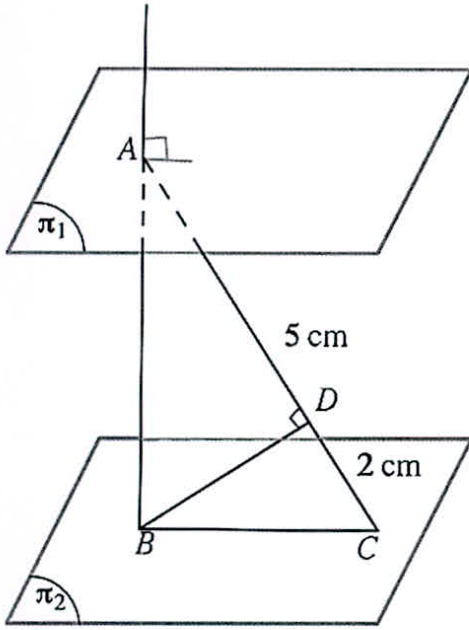
$$\approx 180^\circ - 95^\circ - 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\approx 56.53^\circ$$



تابع السؤال الثاني :



( b ) في الشكل المقابل :  $\pi_1 // \pi_2$  ,  $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$  ,  $A \in \pi_1$

$\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$  , رسم  $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$  في المستوي  $ABC$

إذا كان  $AD = 5 \text{ cm}$  ,  $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد :  $BD$

( 8 درجات )

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\because \pi_1 // \pi_2 , \overrightarrow{AB} \perp \pi_1$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \pi_2$$

$\therefore \overrightarrow{AB}$  عمودي على كل مستقيم في  $\pi_2$

$$\because \overrightarrow{BC} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BC}$$

في المثلث  $ABC$  القائم الزاوية في  $B$

$$\because \overline{BD} \perp \overline{AC}$$

$$\therefore (BD)^2 = AD \times DC$$

$$= 5 \times 2 = 10$$

$$BD = \sqrt{10} \text{ cm}$$





السؤال الثالث : ( 15 درجة )

( a ) حل المعادلة :  $2 \sin \theta + 1 = 0$  ( 8 درجات )

الحل :

$$2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الاسناد للزاوية

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما  $\theta$  تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما  $\theta$  تقع في الربع الرابع:

$$\theta = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$  حل المعادلة :  $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  أو  $\frac{11\pi}{6} + 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$



تابع السؤال الثالث :

( b ) أوجد قيمة  $n$  حيث :  $\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$  ( 7 درجات )

الحل :

$$\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$$

$$n = 8$$



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) إذا كان  $180^\circ < \theta < 270^\circ$  ,  $\sin \theta = \frac{-24}{25}$  ( 5 درجات )

أوجد  $\sin \frac{\theta}{2}$

الحل :

نوجد أولاً  $\cos \theta$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta + \left(\frac{-24}{25}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = \frac{49}{625}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{7}{25}$$

$\theta \because$  تقع في الربع الثالث

$$\therefore \cos \theta = \frac{-7}{25}$$

$$\therefore 180^\circ < \theta < 270^\circ$$

$$\therefore 90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ$$

$\therefore \frac{\theta}{2}$  تقع في الربع الثاني

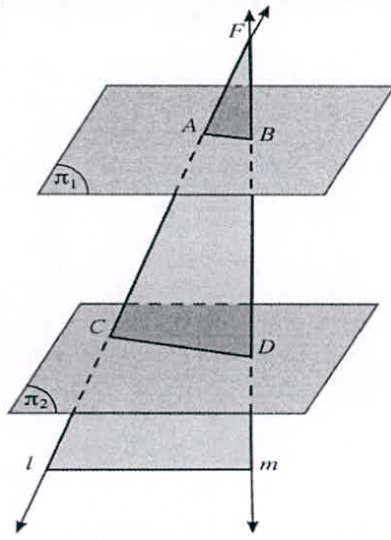
$$\sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\therefore \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = \frac{4}{5}$$

لأن  $\frac{\theta}{2}$  تقع في الربع الثاني



تابع السؤال الرابع:



( 10 درجات )

( b ) في الشكل المقابل  $\pi_1, \pi_2$  مستويين متوازيين ،

$\vec{l}, \vec{m}$  مستقيمان متقاطعان في  $F$  و يقطعان كلا من

$\pi_1$  في  $A, B$  ،  $\pi_2$  في  $C, D$  ، إذا كان  $FB = 5cm$

$CD = 9cm, AC = 6cm, BD = 4cm$

فأوجد محيط المثلث  $FAB$

الحل :

$\therefore \vec{l}, \vec{m}$  مستقيمان متقاطعان في  $F$

$\therefore \vec{l}, \vec{m}$  يعينان مستو واحد  $\pi$

$\therefore \pi_1, \pi_2$  متوازيان

$\pi \cap \pi_1 = \overrightarrow{AB}, \pi \cap \pi_2 = \overrightarrow{CD}$

( نظرية )  $\therefore \overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

في المستوى  $\pi$  ،  $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

المثلثان  $FAB, FCD$  متشابهان

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{5}{5+4} = \frac{FA}{FA+6} = \frac{AB}{9}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{FA}{FA+6}$$

$$9FA = 5(FA+6)$$

$$4FA = 30 \Rightarrow FA = 7.5 cm$$

$$\frac{5}{9} = \frac{AB}{9}$$

$$9AB = 45 \Rightarrow AB = 5 cm$$

محيط المثلث  $FAB$  يساوي

$$FA + FB + AB = 7.5 + 5 + 5 = 17.5 cm$$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة  $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$  هي  $B(-1, 1)$

(2)  $\cos \frac{\pi}{12}$  يساوي  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

(3) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) مجموعة حل المعادلة :  $z^2 - 4z + 20 = 0$  هي :

- (a)  $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$  (b)  $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$   
(c)  $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$  (d)  $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

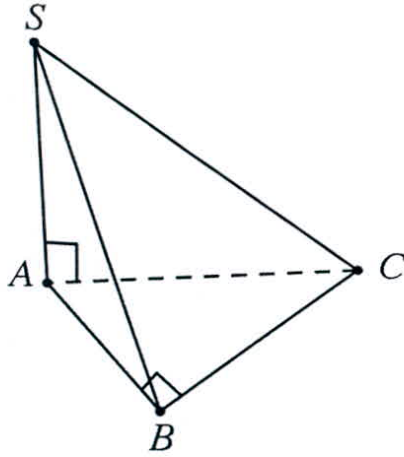
(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه  $5\text{ cm}, 6\text{ cm}, 7\text{ cm}$  هي :

- (a)  $6\sqrt{6}\text{ cm}^2$  (b)  $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$   
(c)  $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$  (d)  $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(6) الحالة التي لا تعين مستويًا وحيداً فيما يلي هي :

- (a) أي ثلاث نقاط مختلفة  
(b) أي مستقيم و نقطة خارجة عنه  
(c) أي مستقيمان متوازيان مختلفان  
(d) أي مستقيمان متقاطعان في نقطة





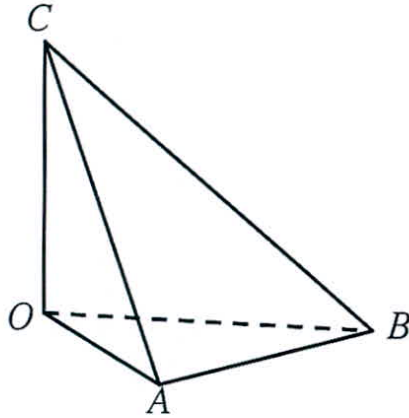
(7) في الشكل المقابل إذا كان  $\overrightarrow{SA} \perp (ABC)$  فإن  $m(\widehat{B}) = 90^\circ$  :

(a) المثلث SAB قائم في  $\widehat{B}$

(b)  $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SCB قائم في  $\widehat{C}$



(8) في الشكل المقابل إذا كان  $OAB$  مثلث فيه

$$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ, OB = 2x, OA = x$$

$\overrightarrow{OC}$  متعامد مع المستوي  $OAB$  فإن

قياس الزاوية الزوجية  $(AOC, \overrightarrow{OC}, BOC)$  هو :

(a)  $30^\circ$

(b)  $45^\circ$

(c)  $60^\circ$

(d)  $90^\circ$

(9) الحد الثالث من مفكوك  $(a - b)^7$  هو :

(a)  $-21a^5b^2$

(b)  $-7a^6b$

(c)  $21a^5b^2$

(d)  $7a^6b$

(10) الحدثان  $m, n$  مستقلان ،  $P(m) = \frac{1}{3}$  ،  $P(n) = \frac{9}{10}$  إذاً  $P(m \cap n)$  تساوي

(a)  $\frac{25}{30}$

(b)  $\frac{3}{10}$

(c)  $\frac{1}{3}$

(d)  $\frac{11}{30}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	<input checked="" type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)		
( 2 )	<input type="radio"/> (a)	<input checked="" type="radio"/> (b)		
( 3 )	<input checked="" type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)		
( 4 )	<input type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)	<input type="radio"/> (c)	<input checked="" type="radio"/> (d)
( 5 )	<input checked="" type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)	<input type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)
( 6 )	<input checked="" type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)	<input type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)
( 7 )	<input type="radio"/> (a)	<input checked="" type="radio"/> (b)	<input type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)
( 8 )	<input type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)	<input checked="" type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)
( 9 )	<input type="radio"/> (a)	<input type="radio"/> (b)	<input checked="" type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)
( 10 )	<input type="radio"/> (a)	<input checked="" type="radio"/> (b)	<input type="radio"/> (c)	<input type="radio"/> (d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10





نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال  
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( 7 درجات ) ( a ) أوجد حل المعادلة :  $z^2 - 2z + 4 = 0$  في  $\mathbb{C}$

الحل:

1  $a = 1$  ,  $b = -2$  ,  $c = 4$

$\frac{1}{2}$   $\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-2)^2 - 4(1)(4)$

$\frac{1}{2}$   $= 4 - 16$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $= -12 = 12i^2$

1  $z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

1  $= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}i}{2}$

1  $= 1 \pm \sqrt{3}i$

1  $\therefore 1 + \sqrt{3}i , 1 - \sqrt{3}i$  حلان للمعادلة



تابع السؤال الأول :

( 8 درجات ) ( b ) إذا كان :  $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$  ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد  $\sin 2\theta$

الحل :

1  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

1  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

1  $= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$

1  $\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos \theta < 0$

1  $\therefore \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

1  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

1  $= 2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

1  $= 1$



السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( a ) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية  $(r, \theta)$ : ( 7 درجات )

$$L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$$

الحل :

1 + 1

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الاسناد

1 + 1

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\sqrt{3}}{1} \right| = \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\because x > 0, y < 0$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore L$  تنتمي إلى الربع الرابع

1

$$\therefore \theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore$  الإحداثيات القطبية هي  $L(2, \frac{5\pi}{3})$



تابع السؤال الثاني :

( b ) حل المعادلة :  $\cos x = -\frac{1}{2}$  حيث  $0 \leq x < 2\pi$  ( 8 درجات )

الحل :

نفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الإسناد للزاوية  $x$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = |\cos x| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

1

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

1

$$\therefore \cos x < 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$\therefore x$  تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما  $x$  تقع في الربع الثاني :

1

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

عندما  $x$  تقع في الربع الثالث :

1

$$x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

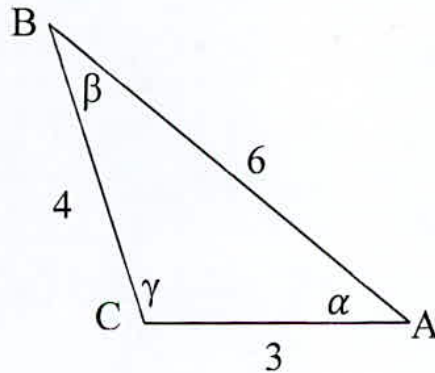
1+1

ومنه يكون حل المعادلة هو  $x = \frac{2\pi}{3}$  أو  $x = \frac{4\pi}{3}$



السؤال الثالث : ( 15 درجة )

( a ) حل المثلث ABC حيث :  $a = 4 \text{ cm}$  ,  $b = 3 \text{ cm}$  ,  $c = 6 \text{ cm}$  ( 6 درجات )



الحل :

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{9 + 36 - 16}{(2)(3)(6)} \\ &= \frac{29}{36} \end{aligned}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{29}{36}\right) \approx 36.3^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{16 + 36 - 9}{(2)(4)(6)} \\ &= \frac{43}{48} \end{aligned}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{43}{48}\right) \approx 26.4^\circ$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\approx 180 - (36.3^\circ + 26.4^\circ)$$

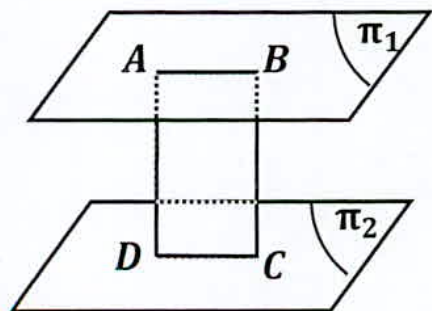
$$= 117.3^\circ$$





تابع السؤال الثالث :

( 9 درجات )



( b ) في الشكل المقابل :  $\pi_1 // \pi_2$  ،

،  $A, B$  نقطتان في  $\pi_1$  ،  
 $C, D$  نقطتان في  $\pi_2$  حيث  $A, B, C, D$  في مستوى واحد  
 ،  $\overline{AD} \perp \pi_2$  ،  $\overline{BC} \perp \pi_2$   
 اثبت ان  $ABCD$  مستطيل

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

(نظرية)

$$\because \overline{AD} \perp \pi_2 , \overline{BC} \perp \pi_2$$

$$\therefore \overline{AD} // \overline{BC} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$\pi_1 // \pi_2$  و  $A, B, C, D$  في مستوى واحد هو  $(ABCD)$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\pi_1 \cap (ABCD) = \overline{AB} , \pi_2 \cap (ABCD) = \overline{DC}$$

$$\therefore \overline{AB} // \overline{DC} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2)

1

$\therefore$  الشكل  $ABCD$  متوازي اضلاع

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\overline{DC} \subset \pi_2 , \overline{AD} \perp \pi_2 \text{ لكن}$$

$$\therefore \overline{AD} \perp \overline{DC} \text{ (نظرية)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore$  الشكل  $ABCD$  متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore$  الشكل  $ABCD$  مستطيل

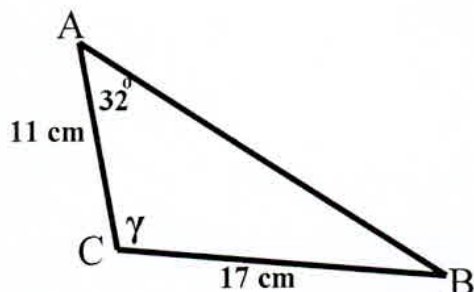


السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) في المثلث ABC :

إذا كان  $\alpha = 32^\circ$  ،  $b = 11 \text{ cm}$  ،  $a = 17 \text{ cm}$  ، أوجد  $\gamma$  ( 6 درجات )

الحل :



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin 32^\circ}{17} = \frac{\sin \beta}{11} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{11 \sin 32^\circ}{17} \approx 0.34 > 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \beta \approx 20.1^\circ$$

توجد زاويتان  $\beta$  تحققان  $\sin \beta \approx 0.34$  و  $0^\circ < \beta < 180^\circ$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^\circ + 32^\circ = 52.1^\circ < 180^\circ$$

$$\beta_2 \approx 180^\circ - 20.1^\circ \quad \text{أو}$$

$$= 159.9^\circ$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^\circ + 32^\circ = 191.9^\circ > 180^\circ \quad \text{مرفوضه}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \gamma \approx 180^\circ - (32^\circ + 20.1^\circ)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\approx 127.9^\circ$$

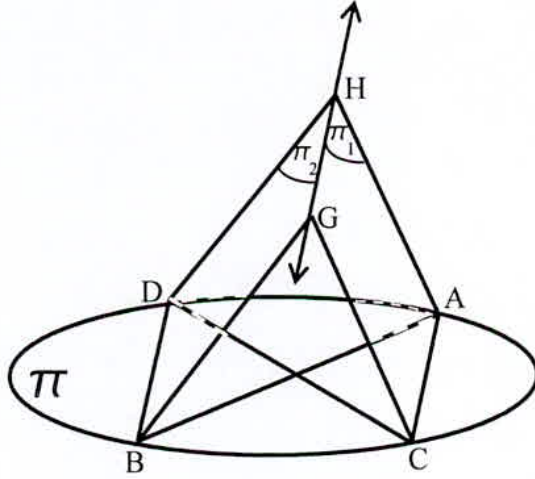




تابع السؤال الرابع:

( 9 درجات )

( b ) في الشكل المقابل :  $\overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$   
 $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$  ، أثبت أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

1

$\therefore \overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$

1

$\therefore$  ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

1

$\therefore$  الشكل ACBD مستطيل

1

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB} \dots\dots\dots (1)$

1

$\overline{AC} \subset \pi_1$  ,  $\overline{DB} \subset \pi_2$

1

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH} \dots\dots\dots (2)$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB} \dots\dots\dots (2) , (1) \text{ من}$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$  ,  $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overleftrightarrow{GH}$



ثانيا: البنود الموضوعية

- أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد  $3 + 2i$  هي  $\sqrt{-4} + 3$

(2)  $\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$

(3) إذا كان  $\vec{l} // \pi$  ,  $\vec{m} // \pi$  فإن  $\vec{l} // \vec{m}$  .

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) أبسط صورة للتعبير:  $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$  هي:

(a)  $18 + 17i$

(b)  $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c)  $6 + 17i$

(d) 18

(5)  $\forall n \in \mathbb{Z}^+$  فإن قيمة  $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$  تساوي:

(a)  $i^{-2n}$

(b) -1

(c) 0

(d) 1

(6)  $\sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right)$  تساوي:

(a)  $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

(b)  $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

(c)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

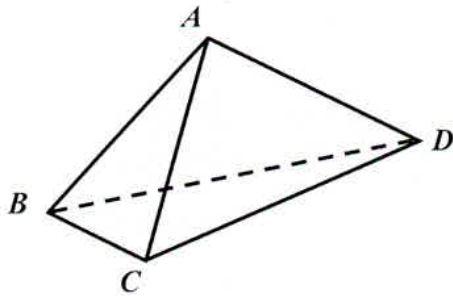
(d)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$





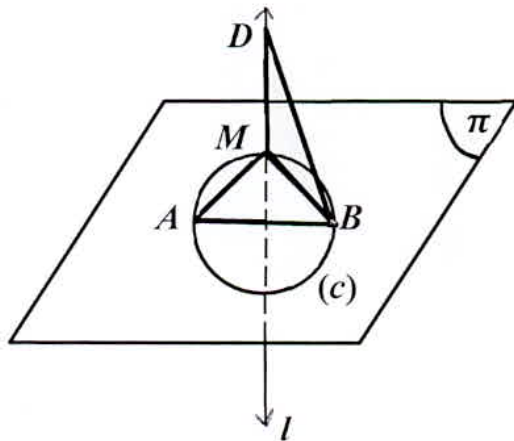
(7) إذا كان  $\sin x + \cos x = 0$  فإن  $x$  تقع في الربع:

- (a) الأول
- (b) الأول أو الثالث
- (c) الثالث
- (d) الثاني أو الرابع



(8) في الشكل المقابل: النقاط  $B, C, D$  تعين:

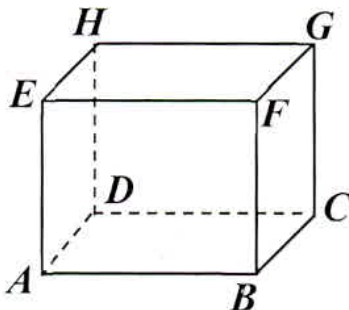
- (a) مستويًا واحدًا
- (b) مستويين مختلفين
- (c) عدد لا منته من المستويات المختلفة
- (d) لا يمكن أن تعين مستويًا



(9) في الشكل المقابل:

إذا كان  $\vec{l} \perp (AMB)$  ،  $\overline{AB}$  قطر في الدائرة (C) فإن:

- (a)  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$
- (b)  $\vec{l} \perp (BMD)$
- (c)  $\overrightarrow{AM} \perp (BMD)$
- (d)  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BM}$



(10) في المكعب  $ABCDEFGH$  ،  $\overrightarrow{BD}$  ،  $\overrightarrow{EG}$  هما:

- (a) متوازيان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) يحويهما مستوي واحد

" انتهت الأسئلة "





ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10





نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال  
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( a ) ضع في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية العدد  $z = \sqrt{3} + i$  ( 7 درجات )

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$x = \sqrt{3} , y = 1$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الإسناد :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$x > 0 , y > 0$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الأول

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

الصورة المثلثية هي :  $z = r ( \cos \theta + i \sin \theta )$

$$z = 2 ( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} )$$



تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان :  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  (8 درجات)

$\cos \beta = \frac{-12}{13}$  ,  $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$  ,  
أوجد  $\cos (\alpha - \beta)$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

$\frac{1}{2}$

$$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos \alpha > 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \beta + \left(\frac{-12}{13}\right)^2 = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \beta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin \beta = \pm \frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \sin \beta < 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \sin \beta = \frac{-5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

1

$$= \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{-12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{-5}{13}\right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= -\frac{56}{65}$$



السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( a ) أكتب العدد المركب :  $\frac{3+i}{2+5i}$  في الصورة الجبرية ( 7 درجات )

الحل :

1		$= \frac{3+i}{2+5i} \times \frac{2-5i}{2-5i}$
1		$= \frac{(3+i)(2-5i)}{4+25}$
2		$= \frac{6-15i+2i-5i^2}{29}$
1		$= \frac{6-15i+2i+5}{29}$
1		$= \frac{11-13i}{29}$
1		$= \frac{11}{29} - \frac{13i}{29}$



تابع السؤال الثاني :

( 8 درجات )

( b ) حل المعادلة :  $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$

الحل :

2

$$(\cos x + 2) (\cos x + 1) = 0$$

1

$$\cos x + 1 = 0 \quad \text{أما}$$

1

$$\cos x = -1$$

1

$$x = \pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

أو

1

$$\cos x + 2 = 0$$

1

$$\cos x = -2 \notin [-1, 1]$$

لا يوجد قيم تحقق هذه المعادلة

1

ومنه يكون :  $x = \pi + 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$  حلا للمعادلة

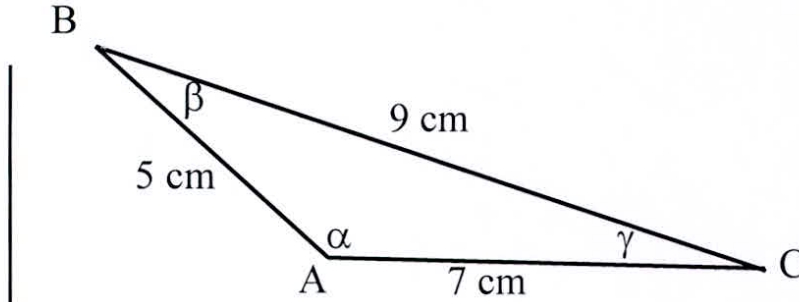




السؤال الثالث : ( 15 درجة )

(a) في  $\triangle ABC$  حيث :  $a = 9 \text{ cm}$  ,  $b = 7 \text{ cm}$  ,  $c = 5 \text{ cm}$  ( 6 درجات )  
أوجد قياس الزاوية الأكبر

الحل :



الزاوية الأكبر تقابل أطول ضلع ، أطول ضلع هو  $\overline{BC}$

$\therefore \alpha$  : هي أكبر زاوية

$$\therefore \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{7^2 + 5^2 - 9^2}{2 \times 7 \times 5}$$

$$= \frac{-1}{10}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{10}\right)$$

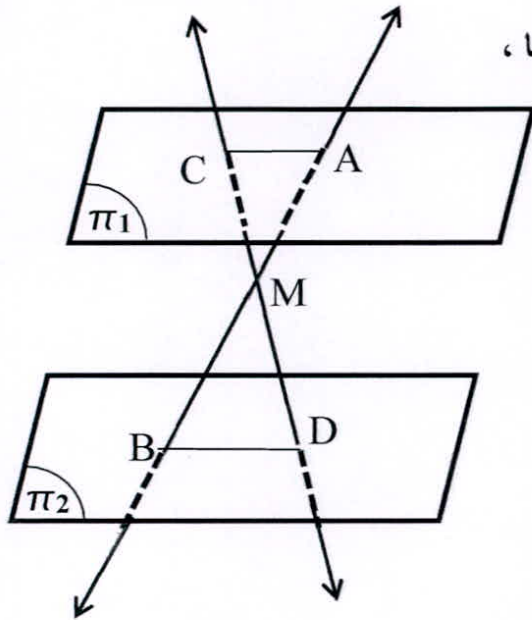
$$\approx 95.7^\circ$$



تابع السؤال الثالث :

( b ) في الشكل المقابل :

( 9 درجات )



$\pi_1, \pi_2$  مستويان متوازيان ، نقطة واقعة بينهما ،

$$\overrightarrow{CD} \cap \overrightarrow{AB} = \{ M \} \text{ حيث}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD} \text{ اثبت أن}$$

الحل :

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$  مستقيمان متقاطعان في M

$\therefore \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$  يعينان مستو واحد وليكن  $\pi$

$\pi_1, \pi_2$  متوازيان

$$\pi \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD} , \pi \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{CA}$$

في المستوى  $\pi$  :  $\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{CA}$

$\therefore$  المثلثان  $MDB, MCA$  متشابهان

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AM}{MB}$$



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

( 6 درجات )

$$y = 3 \sin 2x$$

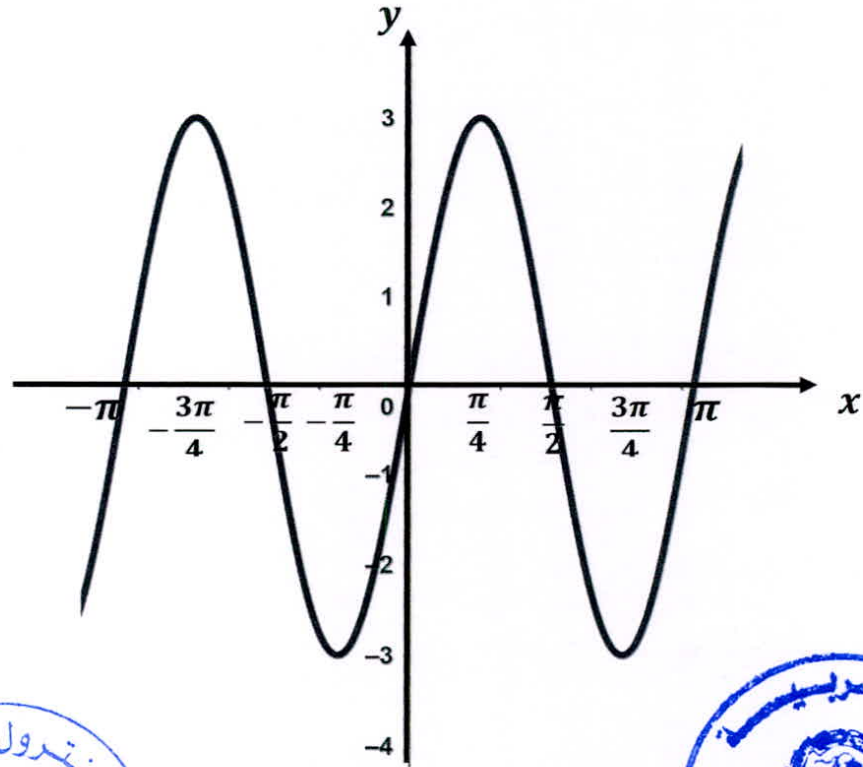
الحل :

السعة :  $|a| = |3| = 3$

الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة =  $\frac{\pi}{4}$

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin 2x$	0	1	0	-1	0
$3 \sin 2x$	0	3	0	-3	0



الرسم  
3



(7)



تابع السؤال الرابع:

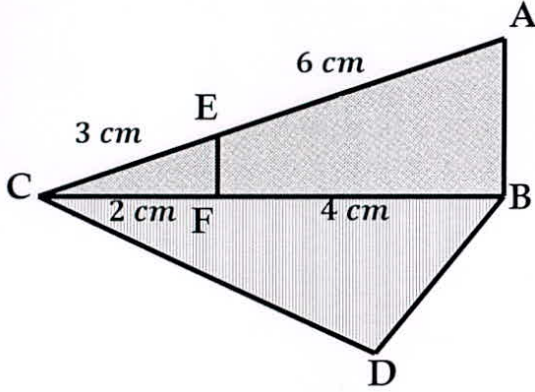
( 9 درجات )

( b ) من الشكل المقابل إذا كان:  $\overline{AB} \perp (BCD)$

وكان  $FB = 4 \text{ cm}, CF = 2 \text{ cm}, EA = 6 \text{ cm}, CE = 3 \text{ cm}$

اثبت أن:  $\overline{EF} \perp \overline{BD}$

الحل:



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$\therefore \overline{AB}, \overline{CA}$  متقاطعين

$\therefore \overline{CA}, \overline{AB}$  يعينان مستوى وحيد  $(ABC)$

في المثلث  $CAB$ :

$$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{AB}$  (نظرية طاليس)

$\therefore \overline{AB} \perp (CBD)$

$\therefore \overline{EF} \perp (CBD)$  ..... (1) (نظرية)

$\overline{DB} \subset (CBD)$  ..... (2)

من (1)، (2):

$\therefore \overline{EF} \perp \overline{DB}$





ثانيا: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) حل المعادلة:  $\bar{z} + 2 = 5 - i$  هو:  $z = 3 + i$

(2)  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

- (3) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان:  $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$  فإن  $(x, y)$  تساوي:

- (a) (5, 1) (b) (-5, -1) (c) (5, -1) (d) (-5, 1)

(5) الإحداثيات الديكارتية للنقطة:  $A(4, \frac{5\pi}{3})$  هي:

- (a)  $A(2, 2\sqrt{3})$  (b)  $A(-2, 2\sqrt{3})$  (c)  $A(-2, -2\sqrt{3})$  (d)  $A(2, -2\sqrt{3})$

(6)  $\tan \frac{7\pi}{12}$  تساوي:

(a)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

(b)  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

(c)  $2 + \sqrt{3}$

(d)  $-2 - \sqrt{3}$



(7)  $2 \cos^2 \frac{x}{2}$  تساوي:

(a)  $\frac{1+\cos x}{2}$

(b)  $1 + \cos x$

(c)  $1 + \cos 2x$

(d)  $\frac{1-\cos 2x}{2}$

(8) إذا كان  $\pi_1 // \pi_2$  ،  $\vec{l} \subset \pi_1$  ،  $\vec{m} \subset \pi_2$  ، حيث  $\pi_1 \neq \pi_2$  فإن:

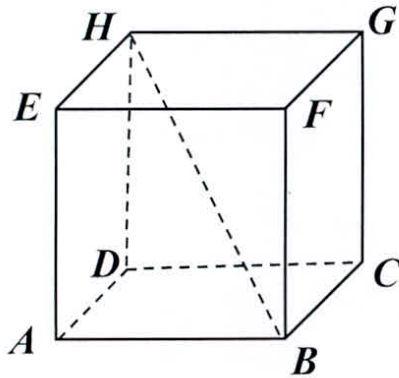
(a)  $\vec{l} \perp \vec{m}$

(b)  $\vec{l} // \vec{m}$

(c)  $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(d) متخالفان  $\vec{l}, \vec{m}$

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا ، إذا كان طول حرفه  $3 \text{ cm}$  فإن طول قطره  $\overline{HB}$  يساوي:



(a)  $3\sqrt{3} \text{ cm}$

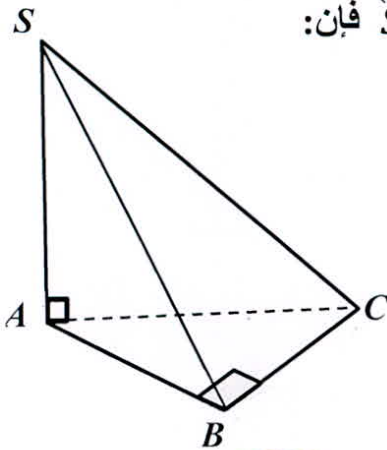
(b)  $\sqrt{3} \text{ cm}$

(c)  $18 \text{ cm}$

(d)  $9 \text{ cm}$



(9) في الشكل المقابل: إذا كان  $m(\widehat{B}) = 90^\circ$  ،  $\overrightarrow{SA} \perp (ABC)$  فإن:



(a) المثلث  $SAB$  قائم في  $\widehat{B}$

(b)  $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث  $SAB$  متطابق الضلعين.

(d) المثلث  $SCB$  قائم في  $\widehat{C}$

" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



## القسم الأول - أسئلة المقال

تتضمن الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 9 درجات )

( a ) اكتب العدد  $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$  في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية

الحل :

$$\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \right| = \sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الاسناد

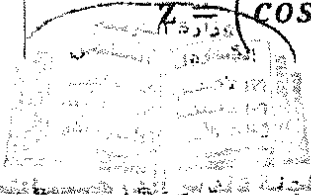
$$x > 0, y < 0$$

 $\theta$  تقع في الربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$z = \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

الصورة المثلثية هي :





تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد السعة و الدورة للدالة :  $y = -3\cos(2x)$  ,  $-\pi \leq x \leq \pi$

ثم ارسم بيانها

( 5 درجات )

الحل :

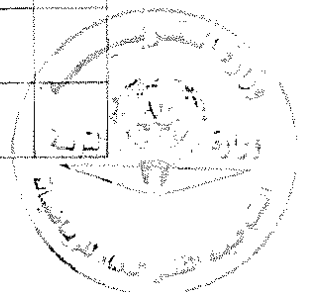
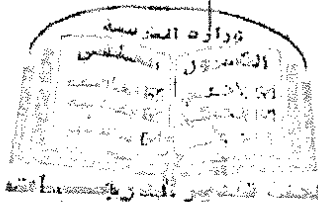
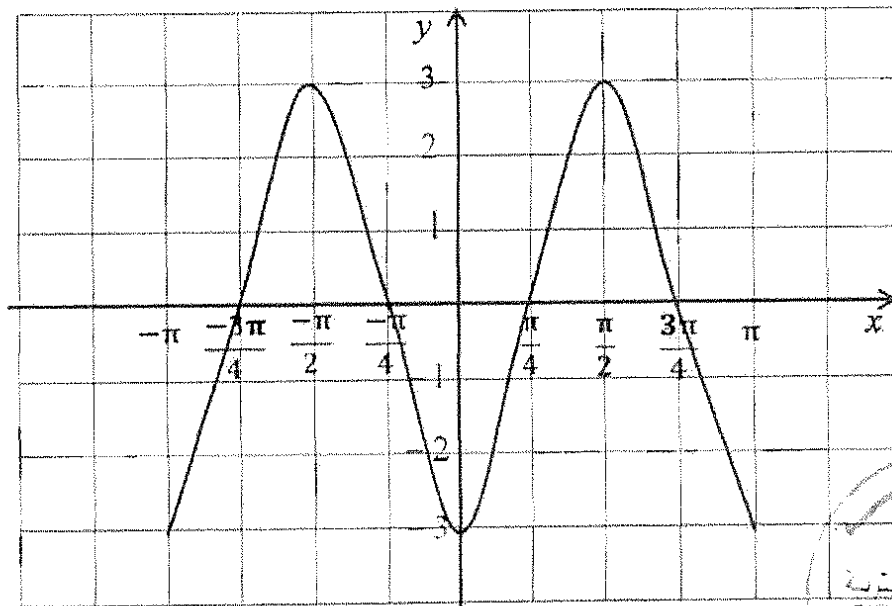
1 السعة :  $|a| = |-3| = 3$

1 الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

$\frac{\pi}{4} =$  ربع الدورة

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = -3\cos(2x)$	-3	0	3	0	-3

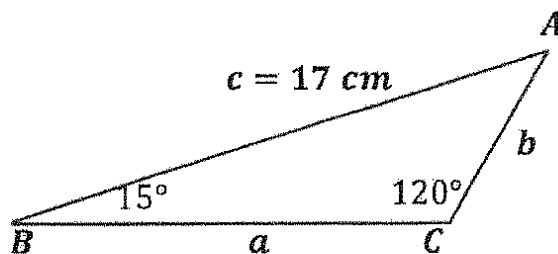
الرسم  
كل دورة  
 $1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( a ) حل المثلث ABC

( 6 درجات )



الحل: لحل المثلث نوجد  $\alpha, b, a$

$$\alpha = 180^\circ - (15^\circ + 120^\circ) = 45^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

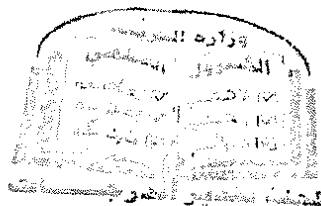
$$\frac{\sin 45^\circ}{a} = \frac{\sin 15^\circ}{b} = \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

$$b = \frac{17 \times \sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$b \approx 5.08 \text{ cm}$$

$$a = \frac{17 \times \sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$a \approx 13.88 \text{ cm}$$



تابع السؤال الثاني :

( b ) حل المعادلة :  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  ( 8 درجات )

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$(2\sin x + 1) = 0 \text{ أو } (\sin x - 2) = 0$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \text{ أو } \sin x = 2$$

$$\sin x = 2 \text{ عندما}$$

$$y = \sin x \text{ مداها } [-1, 1]$$

$$2 \notin [-1, 1]$$

$$\sin x = 2 \text{ ليس لها حل}$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \text{ نأخذ}$$

بفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الاسناد للزاوية  $x$

$$\therefore \sin \alpha = |\sin x| = \left| \frac{-1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x < 0 \text{ } x \text{ تقع في الربع الثالث أو الرابع}$$

$$x = (\pi + \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \text{ عندما } x \text{ تقع في الربع الثالث}$$

$$x = \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

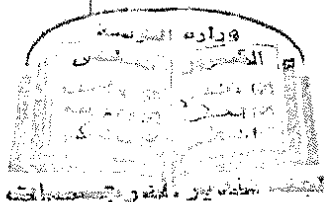
$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \text{ عندما } x \text{ تقع في الربع الرابع}$$

$$x = \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$x = \left( \frac{11\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\text{حل المعادلة: } k \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$



السؤال الثالث: ( 14 درجة )

( 6 درجات ) ( a ) أثبت صحة المتطابقة :  $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$

الحل :

$$\text{L.H.S : } \frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

1 + 1

$$= \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

1

$$= \frac{2}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$$

1

$$= \frac{2}{1 - \cos^2 x}$$

1

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

1

$$= 2\csc^2 x$$

$$= \text{R.H.S}$$





( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

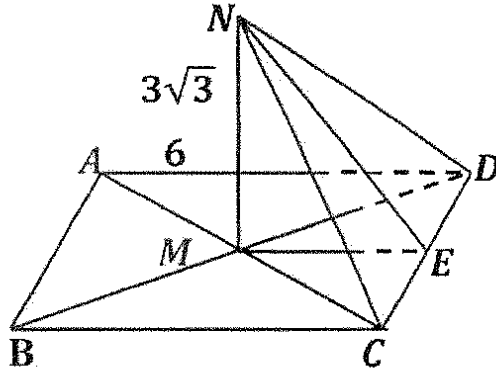
( b )  $ABCD$  مستطيل تقاطع قطراه في  $M$  ، وفيه  $AD = 6cm$

أقيم  $\overline{NM}$  عمودا على  $(ABCD)$  حيث  $N$  خارج مستواه

بحيث  $MN = 3\sqrt{3} cm$  ،  $E$  منتصف  $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $ABCD, NCD$

الحل :



$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$  (1)

في المثلث  $CDM$  المتطابق الضلعين

$\therefore E$  منتصف  $\overline{CD}$  معطى

خواص المثلث المتطابق الضلعين  $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$  (2)

$\therefore \overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$

$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\overline{CD}$  هي الحافة المشتركة بين المستويين  $ABCD, NCD$

$\therefore \widehat{MEN}$  هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overline{CD}$

في المثلث  $BCD$   $E$  منتصف  $\overline{CD}$  معطى

$M$  منتصف  $\overline{BD}$  ( من خواص المستطيل )

$$\therefore ME = \frac{1}{2} BC , AD = BC = 6cm$$

$$\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3 cm$$

في المثلث  $MEN$  القائم الزاوية في  $M$  ( من خواص المستقيم العمودي مع مستو )

$$\tan(\widehat{MEN}) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $ABCD, NCD$  هو  $60^\circ$

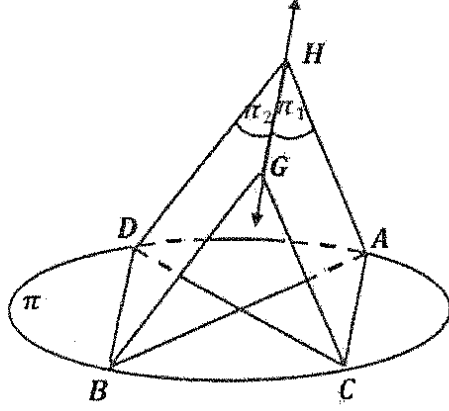
( 7 درجات )

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) في الشكل المقابل:  $\overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$  ،

$$\pi_1 \cap \pi_2 = \overline{GH}$$

أثبت أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overline{GH}$



الحل :

$\therefore \overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$

$\therefore$  ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\therefore$  الشكل ACBD مستطيل

$$\therefore \overline{AC} // \overline{DB} \quad (1)$$

$$\therefore \overline{AC} \subset \pi_1 , \overline{BD} \subset \pi_2 , \pi_1 \cap \pi_2 = \overline{GH} \quad (2)$$

من (1) و (2)

$$\therefore \overline{GH} // \overline{AC} // \overline{DB}$$

$$\overline{GH} // \overline{AC} , \overline{AC} \subset \pi$$

$$\therefore \overline{GH} // \pi$$

أي أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overline{GH}$



( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع :

( b ) حل المعادلة :  ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

الحل:

1

$$\frac{n!}{(n-4)! \times 4!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$$

1 + 1

$$\frac{1}{(n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!} = \frac{1}{2! \times (n-2)(n-3)(n-4)!}$$

1

$$\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{(n-2)(n-3)}$$

$\frac{1}{2}$

$$4 \times 3 = (n-2)(n-3)$$

$\frac{1}{2}$

$$12 = n^2 - 5n + 6$$

$\frac{1}{2}$

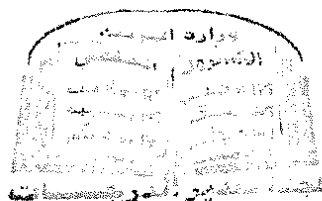
$$n^2 - 5n - 6 = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$(n-6)(n+1) = 0$$

1

$$n = 6 , \quad n = -1 \text{ مرفوضة}$$



القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة  $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$  هي  $B(-1, 1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية  $y = a \sin(b\theta)$  حيث السعة 5 و الدورة  $3\pi$

يمكن أن تكون  $y = 5 \sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \quad (4)$$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب  $z = 33 - 56i$  هما :

(a)  $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(6) في المثلث  $ABC$ :  $m(\hat{A}) = 120^\circ$ ,  $AB = 30 \text{ cm}$ ,  $AC = 40 \text{ cm}$  فإن طول  $\overline{BC}$  يساوي تقريباً :

(a)  $68 \text{ cm}$

(b)  $36 \text{ cm}$

(c)  $60.8 \text{ cm}$

(d)  $21 \text{ cm}$

(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه  $7 \text{ cm}$ ,  $8 \text{ cm}$ ,  $9 \text{ cm}$  هي :

(a)  $6\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(b)  $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(c)  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(d)  $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$



(8)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  تساوي :

(a)  $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

(b)  $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

(c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$

(d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(9)  $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$  تساوي :

(a)  $\csc x$

(b)  $\csc 2x \cos x$

(c)  $\tan 2x$

(d)  $\tan x$

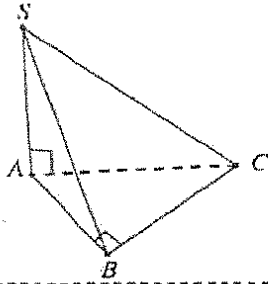
(10) إذا كان  $\pi_1 // \pi_2$  ،  $\vec{l} \subset \pi_1$  ،  $\vec{m} \subset \pi_2$  فإن :

(a)  $\vec{l} // \vec{m}$

(b)  $\vec{l} \perp \vec{m}$

(c)  $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(d)  $\vec{l}, \vec{m}$  متخالفان



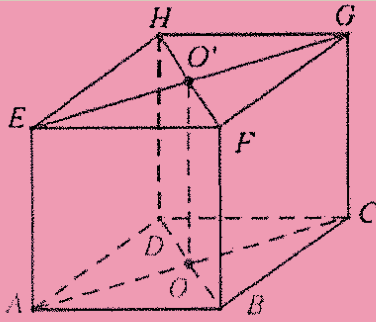
(11) في الشكل المقابل إذا كان  $\vec{SA} \perp (ABC)$  ،  $m(\hat{B}) = 90^\circ$  فإن :

(a)  $\vec{CB} \perp (SAB)$

(b) المثلث SCB قائم في  $\hat{C}$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين

(d) المثلث SAB قائم في  $\hat{B}$



(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،

O مركز المربع ABCD ، O' مركز المربع EFGH

فإن (DHFB) ، (EACG) هما :

(a) متطابقان

(b) متعامدان

(c) متوازيان

(d) ليس أيًا مما سبق

(13) في مفكوك  $(2a - 3b)^6$  الحد الذي معاملته 2160 هو :

(a) الحد الخامس

(b) الحد الرابع

(c) الحد الثالث

(d) الحد الثاني

(14) إذا كان الحدثان  $m, l$  مستقلان ،  $P(m) = \frac{1}{3}$  ،  $P(l) = \frac{9}{10}$  فإن  $P(m \cap l)$  تساوي :

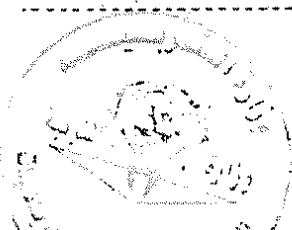
(a)  $\frac{1}{3}$

(b)  $\frac{25}{30}$

(c)  $\frac{11}{30}$

(d)  $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

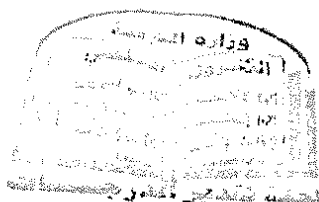


ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(11)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(12)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(13)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(14)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d

14

لكل بند درجة واحدة فقط



( الأسئلة في 11 صفحة )  
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة  
العام الدراسي 2019/2018  
للمصف الحادي عشر علمي

وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات  
المجال الدراسي الرياضيات  
نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية -

القسم الأول - أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 9 درجات )

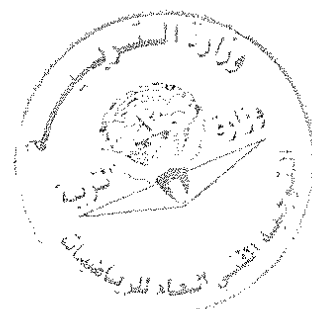
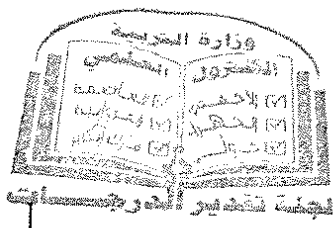
( a ) إذا كان :  $z_1 = 3 + 4i$  ,  $z_2 = 5 - 2i$   
فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1)  $\overline{3z_1 - 2z_2}$

الحل :  
$$\begin{aligned} \overline{3z_1 - 2z_2} &= \overline{3(3 + 4i) - 2(5 - 2i)} \\ &= \overline{9 + 12i - 10 + 4i} \\ &= \overline{-1 + 16i} \\ &= -1 - 16i \end{aligned}$$

2)  $\frac{z_2}{z_1}$

الحل :  
$$\begin{aligned} \frac{z_2}{z_1} &= \frac{5 - 2i}{3 + 4i} \times \frac{3 - 4i}{3 - 4i} \\ &= \frac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2} \\ &= \frac{7 - 26i}{25} \\ &= \frac{7}{25} - \frac{26}{25}i \end{aligned}$$



تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد السعة و الدورة للدالة :  $y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$  ,  $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بيانها

( 5 درجات )

الحل :

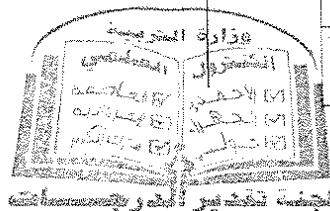
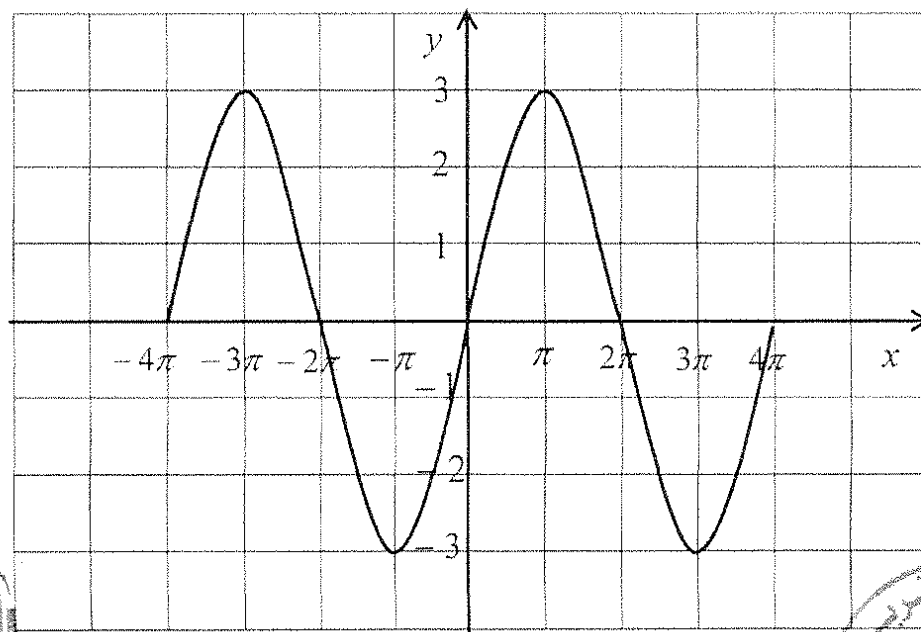
1 السعة :  $|a| = |3| = 3$

1 الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

$\pi =$  ربع الدورة

$x$	0	$\pi$	$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	3	0	-3	0

رسم كل  
دورة  
 $1\frac{1}{2}$





السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( a ) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه :

$$a = 9 \text{ cm} , b = 7 \text{ cm} , c = 6 \text{ cm}$$

الحل:

1

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

1

$$s = \frac{1}{2}(9 + 7 + 6) = \frac{1}{2}(22) = 11$$

1

$$A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

1

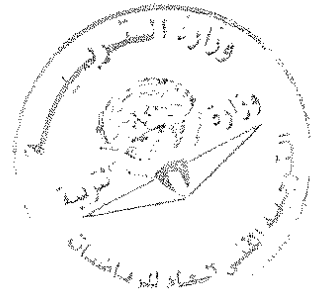
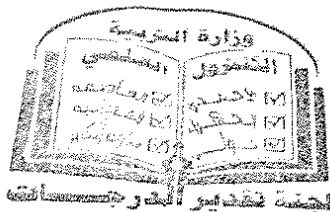
$$A = \sqrt{11(11 - 9)(11 - 7)(11 - 6)}$$

1

$$A = \sqrt{11 \times 2 \times 4 \times 5}$$

1

$$A = 2\sqrt{110} \text{ cm}^2$$



تابع السؤال الثاني :

( b ) حل المعادلة :  $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$  ( 8 درجات )

الحل :

$$5\sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4\sin \theta = 3$$

$$\sin \theta = \frac{3}{4}$$

بفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الاسناد للزاوية  $\theta$

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radians}$$

$$\sin \theta > 0 \quad \therefore$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

عندما  $\theta$  تقع في الربع الأول  $\therefore \theta = \alpha$

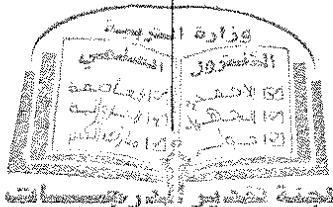
$$\therefore \theta \approx 0.848 \quad 0.848 \in [0, 2\pi)$$

عندما  $\theta$  تقع في الربع الثاني  $\therefore \theta = \pi - \alpha$

$$\therefore \theta \approx \pi - 0.848$$

$$\therefore \theta \approx 2.2935 \quad 2.2935 \in [0, 2\pi)$$

حل المعادلة :  $\theta \approx 0.848$  أو  $\theta \approx 2.2935$



السؤال الثالث: ( 14 درجة )

( 6 درجات )

( a ) إذا كان  $\sin\theta = \frac{-12}{13}$  ,  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

أوجد :  $\sin 2\theta$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{-12}{13}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

1

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13} \text{ أو } \cos\theta = -\frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \cos\theta > 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13}$$

1

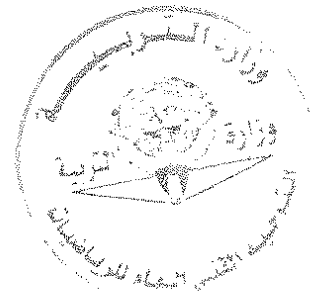
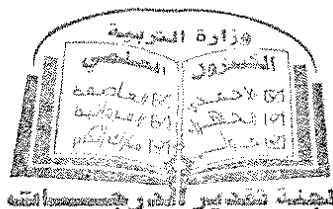
$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

1

$$= 2 \left(\frac{-12}{13}\right) \left(\frac{5}{13}\right)$$

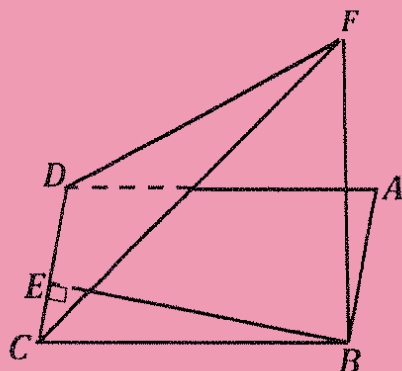
$\frac{1}{2}$

$$= -\frac{120}{169}$$



تابع السؤال الثالث:

(b) في الشكل المقابل  $ABCD$  شكل رباعي ،  $\overrightarrow{FB}$  عمودي على المستوى  $ABCD$  ،  $\overrightarrow{BE} \perp \overrightarrow{CD}$  فإذا كان  $FB = BE$  أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $(FCD)$  ،  $(ABCD)$



الحل :

$$\because \overrightarrow{FB} \perp (ABCD) , \quad \overrightarrow{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overrightarrow{FB} \perp \overrightarrow{CD} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BE} \perp \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{BE} \subset (ABCD) \quad (2)$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} \perp (FBE)$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{FE} , \overrightarrow{FE} \subset (FCD) \quad (3)$$

$\overrightarrow{CD}$  هو خط تقاطع المستويين  $(FCD)$  ،  $(ABCD)$

من (2) و (3)

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين  $(FCD)$  ،  $(ABCD)$  هي  $\widehat{FEB}$

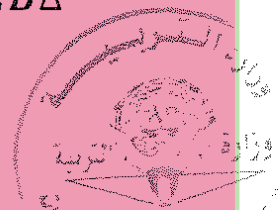
$$\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{FE} \text{ في المستوى } FCD$$

$$\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{BE} \text{ في المستوى } ABCD$$

$$\overrightarrow{FB} \perp \overrightarrow{BE} , \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BE} : \text{ فيه } \triangle FEB$$

$$\therefore m(\widehat{FEB}) = \frac{\pi}{4}$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $(FCD)$  ،  $(ABCD)$  يساوي  $\frac{\pi}{4}$





( 7 درجات )

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) ( 1 ) أكمل ما يلي :

إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

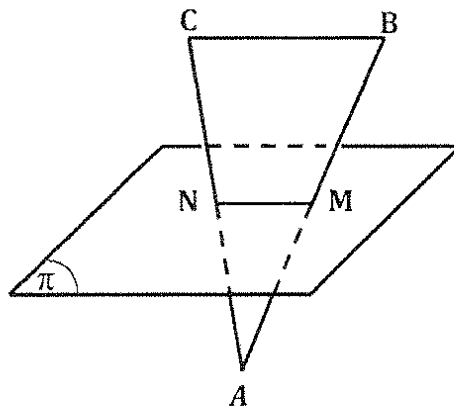
فإنه يوازي المستوى

2

( 2 ) في الشكل المقابل : المثلث  $ABC$  فيه  $M$  منتصف  $\overline{AB}$  ،  $N$  منتصف  $\overline{AC}$

$N, M$  تنتميان الى المستوى  $\pi$

أثبت أن :  $\overrightarrow{BC} // \pi$



الحل :

المثلث  $ABC$  فيه

$\therefore M$  منتصف  $\overline{AB}$  ،  $N$  منتصف  $\overline{AC}$

$\therefore \overline{CB} // \overline{NM}$

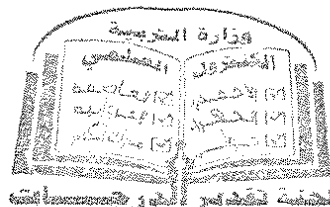
$\overline{CB} // \overline{NM}$

$\overline{CB}$  خارج المستوى  $\pi$

$N, M$  تنتميان الى المستوى  $\pi$

$\therefore \overline{NM} \subset \pi$

$\therefore \overline{BC} // \pi$



( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع :

( b ) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون . أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

(1) الكرتان زرقاوان

(2) كرة زرقاء و كرة حمراء

الحل:

$$1) \quad n(S) = {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = 15$$

الحدث A : الكرتان زرقاوان

$$n(A) = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = 6$$

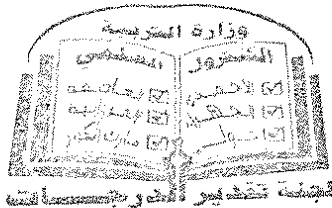
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

الحدث B : كرة زرقاء و كرة حمراء

$$n(B) = {}_4C_1 \times {}_2C_1$$

$$= \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} \times \frac{2!}{(2-1)! \times 1!} = 4 \times 2 = 8$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$$





القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان  $z_1, z_2$  جذران تربيعيان للعدد  $z$  فإن  $z_1 + z_2 = 0$

(2) سعة الدالة  $y = 3 \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$  هي 3 .

(3)  $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

(4) إذا كان  $\vec{m} \subset \pi$  ,  $\vec{l} \perp \vec{m}$  فإن  $\vec{l} \subset \pi$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد المركب  $z = 2 - 2\sqrt{3}i$  حيث  $\theta \in [0, 2\pi)$  هي :

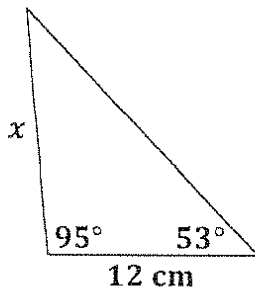
(a)  $z = 4 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

(b)  $z = 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(c)  $z = 4 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

(d)  $z = 4 \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) في المثلث المقابل  $x$  تساوي تقريباً :



(a) 8.6 cm

(b) 15 cm

(c) 18.1 cm

(d) 19.2 cm

(7) في المثلث  $ABC$  :  $m(\widehat{C}) = 60^\circ$  ,  $AC = 10$  cm ,  $BC = 20$  cm  
فإن طول  $\overline{AB}$  يساوي :

(a)  $10\sqrt{7}$  cm

(b)  $10\sqrt{3}$  cm

(c) 12.4 cm

(d) 29 cm





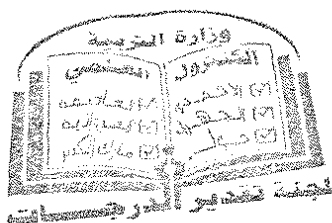


ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(11)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(12)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(13)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(14)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d

14

لكل بند درجة واحدة فقط



## دولة الكويت

( الأسئلة في 11 صفحة )  
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة  
العام الدراسي 2017/2018

وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات  
المجال الدراسي الرياضيات

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي



(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)  
(تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)

السؤال الأول: (14 درجة)

9 درجات

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب  $z = -3 - 4i$

الحل:

ليكن  $w = m + ni$  جذرا تربيعيا للعدد  $z$  ، فيكون  $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = -3 - 4i$$

بالتعويض

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$$

خاصية ضرب كثيرات الحدود

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \end{cases} \rightarrow (1)$$

خاصية المساواة لعددتين مركبتين

$$\begin{cases} 2mn = -4 \end{cases} \rightarrow (2)$$

$$|w|^2 = |z|$$

تضيف المعادلة:

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = (\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2})^2$$

$$m^2 + n^2 = 5 \rightarrow (3)$$

بجمع المعادلتين (1) ، (3) نحصل على:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$$

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

بالتعويض في (1) نحصل على:  $n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2$

$$\begin{cases} m = 1 , m = -1 \\ n = 2 , n = -2 \end{cases}$$

من المعادلة  $2mn = -4$  نستنتج أن  $m, n$  لهما إشارتان مختلفتان

$$\therefore m = 1 , n = -2 \text{ أو } m = -1 , n = 2$$

الجذران التربيعيان للعدد المركب  $z = -3 - 4i$

$$\text{هما: } w_1 = 1 - 2i , w_2 = -1 + 2i$$

تابع السؤال الأول:

(5 درجات)

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه:  $7cm, 5cm, 8cm$

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(8 + 5 + 7) = 10$$

$$\frac{1}{2}$$

$$Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$2$$

$$= \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{10(2)(5)(3)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



$$Area \approx 17.32 \text{ cm}^2$$

السؤال الثاني: (14 درجة)

(6 درجات)

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

(a) حل  $\Delta ABC$  حيث  $b = 9 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$

الحل:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6) \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 63$$

$$a = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \beta = \frac{(3\sqrt{7})^2 + (6)^2 - (9)^2}{2(3\sqrt{7})(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\beta \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma \approx 180 - (60^\circ + 79.1^\circ)$$

$$\gamma = 40.9^\circ$$



تابع السؤال الثاني:

(8 درجات)

(b) إذا كان:  $\sin \theta = \frac{-3}{5}$  ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  ، فأوجد:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

الحل:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \cos \theta < 0$$

$$\cos \theta = \frac{-4}{5}$$



$$(1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$\frac{\theta}{2}$  تقع في الربع الثاني

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$(2) \tan(\theta) = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{3}{4}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \times \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

(4)



السؤال الثالث: (14 درجة)

(4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{\cos x \sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sec x \cdot \csc x$$



تابع السؤال الثالث: ✓

(10 درجات)

(ب) في الشكل المقابل  $D$  نقطة خارج مستوى المثلث  $ABC$  ،

$$DB = 5 \text{ cm} , AB = 10 \text{ cm} , m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{DB} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد:

$$BE \quad (1)$$

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC, DAC$

الحل:

$$(1) \text{ في المثلث } ABC \quad \because \overline{BE} \perp \overline{AC}$$

$$\therefore \sin(45^\circ) = \frac{BE}{AB}$$

$$BE = 10 \cdot \sin(45^\circ)$$

$$BE = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

(2)  $\overline{AC}$  هي خط تقاطع المستويين  $(BAC), (DAC)$  (هي حافة الزاوية الزوجية)

$$\overline{BE} \subset (BAC) , \overline{BE} \perp \overline{AC}$$

$$\overline{DE} \subset (DAC) , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

$\therefore \widehat{BED}$  هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين  $(BAC), (DAC)$

لإيجاد قياس الزاوية الزوجية

$$\because \overline{DB} \perp (ABC)$$

$$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

المثلث  $DBE$  قائم في  $B$

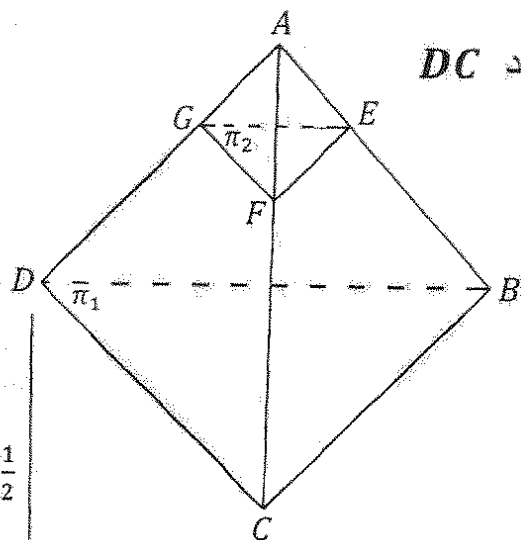
$$\tan(\widehat{BED}) = \frac{DB}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore m(\widehat{BED}) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.2644^\circ$$

$\therefore$  قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $(BAC), (DAC)$  حوالي  $35^\circ 15' 52''$

السؤال الرابع: (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل، هرم ثلاثي، المستويان  $\pi_1, \pi_2$  متوازيان (7 درجات)



إذا كان  $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ ،  $FG = 6 \text{ cm}$ ، فأوجد  $DC$

الحل:

$$\because (ABC) \cap \pi_1 = \overline{BC}$$

$$\because (ABC) \cap \pi_2 = \overline{EF}, \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{EF} // \overline{BC} \Rightarrow \overline{EF} // \overline{BC}$$

$$\Delta BAC$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_1 = \overline{DC}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_2 = \overline{GF}, \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{GF} // \overline{DC} \Rightarrow \overline{GF} // \overline{DC}$$

$$\therefore \Delta DAC$$

$$\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore CD = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}$$



تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك  $(x - 2y)^3$  (4 درجات)

الحل:

$$4 \times \frac{1}{2} \quad (x - 2y)^3 = {}_3C_0(x)^3 + {}_3C_1(x)^2(-2y) + {}_3C_2(x)(-2y)^2 + {}_3C_3(-2y)^3$$

$$1 \quad (x - 2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$$

$$1 \quad (x^2 - 2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$$



(2) حل المعادلة:  $nP_4 = 5 \times nP_3$ ,  $n \geq 4$  (3 درجات)

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 5 \times \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{(n-4)!} = \frac{5}{(n-3)(n-4)!}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$n - 3 = 5$$

$$\frac{1}{2}$$

$$n = 8$$

**القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)**

أولاً: في البنود من (1-2) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الصورة المبسطة للتعبير  $(12 + 5i) - (2 - i)$  هي  $(10 - 6i)$

(2) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

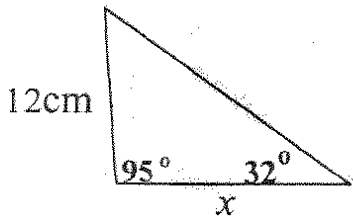
ثانياً: في البنود من (3-10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة



(3) قيمة  $i^{40}$  تساوي

- (a)  $-i$  (b)  $1$  (c)  $i$  (d)  $-1$

(4) في المثلث المقابل ،  $x$  تساوي حوالي:



- (a) 8.6 cm (b) 15 cm  
(c) 18.1 cm (d) 19.2 cm

(5) في الدالة المثلثية  $y = -2 \sin(3x)$  السعة هي:

- (a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

(6) إذا كان  $\sin x + \cos x = 0$  فإن الربع الذي تقع فيه  $x$  هو

- (a) الأول أو الثالث  
(b) الثاني أو الرابع  
(c) الثالث  
(d) الأول

(7)  $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$  يساوي

- (a)  $\cos \frac{4\pi}{21}$  (b)  $\sin \frac{4\pi}{21}$  (c)  $\cos \frac{10\pi}{21}$  (d)  $\sin \frac{10\pi}{21}$



(8) المنشور القائم خماسي القاعدة يعين:

- (a) خمسة مستويات مختلفة
- (b) ستة مستويات مختلفة
- (c) سبعة مستويات مختلفة
- (d) ثمانية مستويات مختلفة

(9) إذا كان  $\vec{l} \subset \pi_2$  ,  $\vec{l} \perp \pi_1$  فإن:

- (a)  $\pi_1 = \pi_2$
- (b)  $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$
- (c)  $\pi_1 // \pi_2$
- (d)  $\pi_1 \perp \pi_2$

(10) الحدثان  $m, n$  متنافيان ،  $P(n) = \frac{3}{5}$  ,  $P(m) = \frac{1}{3}$  فإن  $P(n \cup m)$  تساوي

- (a)  $\frac{14}{15}$
- (b)  $\frac{3}{15}$
- (c)  $\frac{1}{5}$
- (d) 0

إنتهت الأسئلة

إجابة الموضوعي

1	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
2	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
3	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
4	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
5	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
6	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
7	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
8	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
9	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
10	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d



– البنود [ 1 - 2 ] لكل بند درجة واحدة فقط

– البنود [ 3 - 10 ] لكل بند درجة ونصف

14

## القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( a ) ( 1 ) أوجد مجموعة حل المعادلة :  $4z^2 + 16z + 25 = 0$  في  $C$  ( 5 درجات ) $\frac{1}{2}$ 

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

الحل : نحسب المميز  $\Delta$  : $\frac{1}{2}$ 

$$\Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$$

$$= -144$$

$$= (-1) \times (12)^2$$

$$= i^2 \times (12)^2$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$\left\{ -2 - \frac{3}{2}i, -2 + \frac{3}{2}i \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

( 2 ) أوجد الزوج المرتب  $(r, \theta)$  للنقطة  $D(3\sqrt{3}, 3)$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$ 

( 4 درجات )

الحل :

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الاسناد $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{3}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6} \text{ وبالتالي :}$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$\therefore x > 0, y > 0 \rightarrow D \text{ تنتمي إلى الربع الأول}$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

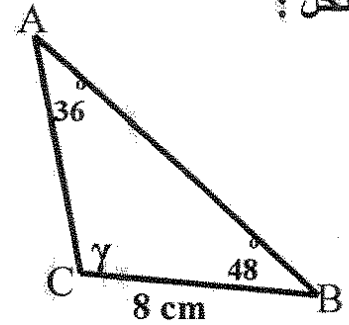
 $\frac{1}{2}$ وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي  $D(6, \frac{\pi}{6})$ 

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) حل المثلث ABC حيث  $\alpha = 36^\circ$  ،  $\beta = 48^\circ$  ،  $a = 8 \text{ cm}$  (5 درجات)

الحل :



$$\gamma = 180^\circ - (36^\circ + 48^\circ) = 96^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

$$b = \frac{8 \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$b \approx 10.11 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$c = \frac{8 \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$c \approx 13.54 \text{ cm}$$



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( a ) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

( 6 درجات )

$$y = \frac{1}{2} \cos ( - x ) \quad : \quad x \in [ - 2\pi , 2\pi ]$$

الحل :

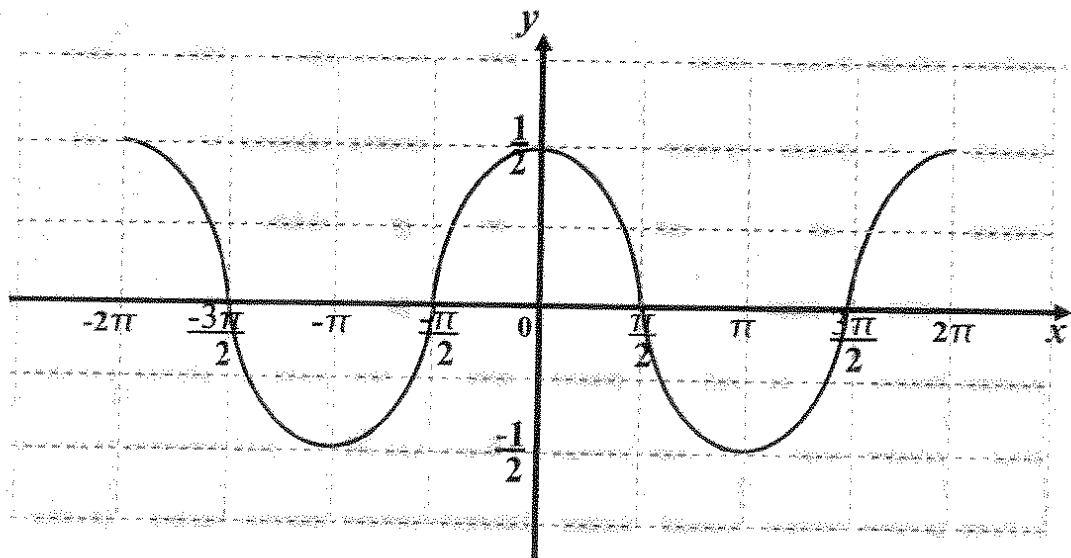
$$| a | = | \frac{1}{2} | = \frac{1}{2} \quad : \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{| b |} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi \quad : \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad : \quad \text{ربع الدورة}$$



$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	$-2\pi$
$\cos ( - x )$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2} \cos ( - x )$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$



الرسم  
3



تابع السؤال الثاني :

( 8 درجات ) ( b ) إذا كان  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أوجد كلاً مما يلي :  $\cos \beta = -\frac{12}{13}$  ,  $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

( 1 )  $\sin(\alpha + \beta)$  ( 2 )  $\tan 2\beta$

الحل :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha = 1 - \left( \frac{4}{5} \right)^2$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\frac{1}{2} \sin^2 \beta = 1 - \left( -\frac{12}{13} \right)^2$$

$$\frac{1}{2} \sin^2 \beta = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \pm \frac{5}{13}$$

$$\frac{1}{2} \because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$$

$$\frac{1}{2} \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{2} (1) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$1 + \frac{1}{2} = \left( \frac{4}{5} \right) \left( -\frac{12}{13} \right) + \left( \frac{3}{5} \right) \left( -\frac{5}{13} \right) = -\frac{63}{65}$$

$$1 + \frac{1}{2} (2) \tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2 \times \frac{5}{12}}{1 - \left( \frac{5}{12} \right)^2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{120}{119}$$

السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( a ) اثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل :

1

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

1

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

1



$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

1

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

(10 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل: D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ،  $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$  ،

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$  ،  $\overline{DE} \perp \overline{AC}$  ،  $\overline{DB} \perp (ABC)$  ،  $BD = 5 \text{ cm}$  ،  $AB = 10 \text{ cm}$  ،

أوجد :  $BE(1)$

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $(BAC)$  و  $(DAC)$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

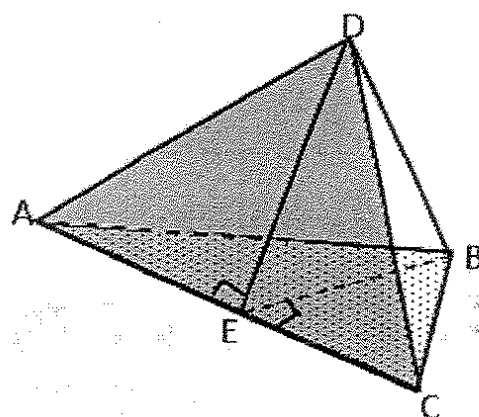
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$



الحل :  $(1) \because \overline{BE} \perp \overline{AC}$

$$\therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$\therefore AEB$  مثلث ثلاثيني ستياني

$$BE = \frac{1}{2}AB = 5 \text{ cm}$$

(2)  $\overleftrightarrow{AC}$  هو خط تقاطع المستويين  $BAC, DAC$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$  في المستوى  $BAC$  ،

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$  في المستوى  $DAC$

$\therefore$  الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC, DAC$  هي  $\hat{BED}$

(معطى)  $\overline{DB} \perp (ABC)$  ،  $\overline{BE} \subset (ABC)$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$  (المستقيم العمودي على مستو)

$\therefore$  المثلث  $DBE$  قائم في  $\hat{B}$  و متطابق الضلعين

$$\therefore m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$  قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $BAC, DAC$  يساوي  $\frac{\pi}{4}$



السؤال الرابع :

(a) (1) أكمل :

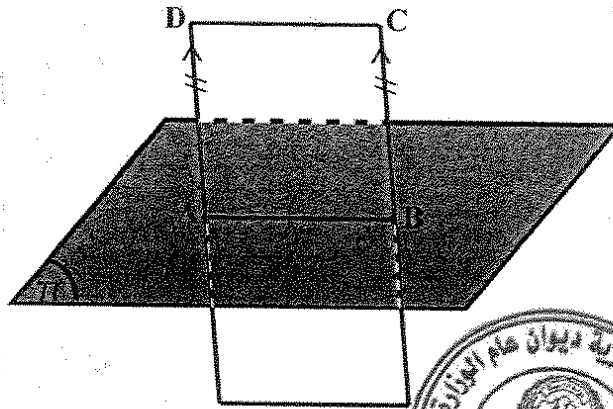
(7 درجات)

1

إذا وازى مستقيم خارج مستوي مستقيما في المستوي ، فإنه يوازي المستوي

(2) في الشكل المقابل :  $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$  ،  $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$  ،  $AD = BC$  :

اثبت أن :  $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$



الحل :



$$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$$

$\frac{1}{2}$

1

$\therefore \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$  يعينان مستويين وحيداً وليكن (ABCD) فيه

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC} , \quad AD = BC$$

1

$\therefore$  ABCD متوازي أضلاع

$$\text{ومنه } \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$$

1

$$\therefore \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \subset \pi \quad (\text{معطى})$$

1

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi \quad (\text{نظرية})$$

تابع السؤال الرابع :

( b ) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل ( 7 درجات )  
على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الراجعة  
بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟  
الحل :

نفرض الحدث A : فوز راشد بجائزة

1

$$P ( A ) = m = 0.30$$

نفرض الحدث B : عدم فوز راشد بجائزة

1

$$P ( B ) = 1 - m = 0.70$$

نفرض الحدث E : فوز راشد بجائزتين

1

فيكون  $k = 2$  ،  $n = 4$

1

$$P ( E ) = {}_n C_k ( m )^k ( 1 - m )^{n - k}$$

2

$$= {}_4 C_2 ( 0.3 )^2 ( 0.7 )^2$$

1

$$= 0.2646$$





**القسم الثاني : البنود الموضوعية ( 14 درجة )**

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مرافق العدد المركب :  $z = 3 + 4i$  هو  $\bar{z} = 3 - 4i$

(2) إذا كان :  $\vec{l} \parallel \pi$  ,  $\vec{m} \parallel \pi$  فإن  $\vec{l} \parallel \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) الصورة المثلثية للعدد المركب :  $z = \frac{-4}{1-i}$  حيث  $0 \leq \theta < \pi$  هي  $z$  تساوي :

- (a)  $4 \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$  (b)  $2\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$   
(c)  $2\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$  (d)  $2\sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

(4) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاع 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

- (a)  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$  (b)  $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$  (c)  $24 \text{ cm}^2$  (d)  $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(5) في مثلث ABC :  $m(\hat{C}) = 60^\circ$  ,  $AC = 10 \text{ cm}$  ,  $BC = 20 \text{ cm}$  فإن طول  $\overline{AB}$  يساوي :

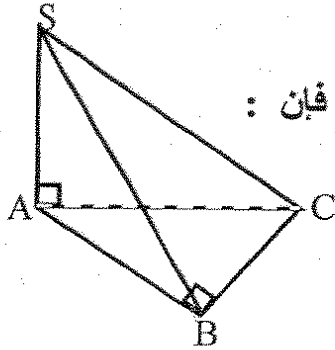
- (a)  $10\sqrt{3} \text{ cm}$  (b)  $10\sqrt{7} \text{ cm}$  (c)  $12.4 \text{ cm}$  (d)  $29 \text{ cm}$

(6)  $\cos \left( h + \frac{\pi}{2} \right)$  يساوي :

- (a)  $-\sin h$  (b)  $\sin h$  (c)  $\cos h$  (d)  $-\cos h$

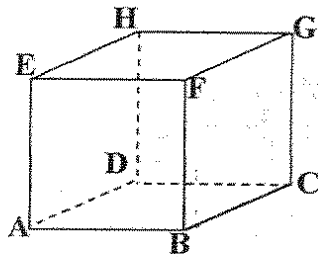
(7) مجموعة حل المعادلة :  $\tan(x) = -\sqrt{3}$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$  هي  $x$  تساوي :

- (a)  $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$  (b)  $\{ \frac{2\pi}{3} \}$   
(c)  $\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \}$  (d)  $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \}$



(8) في الشكل المقابل : إذا كان  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  ،  $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$  فإن :

- (a) المثلث SAB قائم في  $\widehat{B}$   
(b)  $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$   
(c) المثلث SAB متطابق الضلعين  
(d) المثلث SCB قائم في  $\widehat{C}$



(9) في المكعب ABCDEFGH ،  $\overleftrightarrow{BD}$  ،  $\overleftrightarrow{EG}$  هما :



- (a) متوازيان  
(b) متقاطعان  
(c) متخالفان  
(d) يحويهما مستو واحد

(10) معامل الحد الثالث في مفكوك  $(3c - 4b)^5$  هو :

- (a) 5170 (b) 3312 (c) 4320 (d) 2316

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(5)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(8)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d

- البنود [ 1 - 2 ] لكل بند درجة واحدة فقط

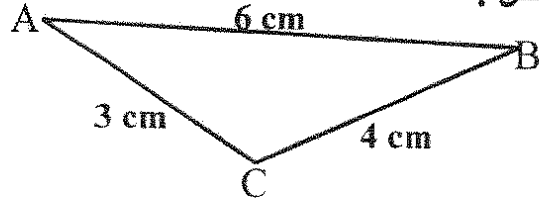
- البنود [ 3 - 10 ] لكل بند درجة ونصف

14



القسم الأول - أسئلة المقالأجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منهاالسؤال الأول : ( 14 درجة )( 5 درجات ) ( a ) حل المثلث ABC حيث  $a = 4 \text{ cm}$  ،  $b = 3 \text{ cm}$  ،  $c = 6 \text{ cm}$ 

الحل :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$

$$= \frac{29}{36}$$

$$\alpha \approx 36.3^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$

$$= \frac{43}{48}$$

$$\beta \approx 26.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 26.4^\circ - 36.3^\circ$$

$$\approx 117.3^\circ$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان :  $z_1 = -2 + 2i$  ،  $z_2 = 1 - i$

(1) ضع  $z_1$  في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة :  $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

الحل :

$$(1) \quad z_1 = -2 + 2i$$

$$x = -2 \quad , \quad y = 2$$

$$1 \quad r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الإسناد

$$1 \quad \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = |-1| = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$x < 0 \quad , \quad y > 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الثاني

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$1$$

الصورة المثلثية هي :  $z_1 = 2\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

$$(2) \quad 2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2z + (-2 + 2i) = 3i (1 - i)^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (1 - 2i - 1)$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (-2i)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = -6i^2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = 6$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$$

$$\frac{1}{2}$$

$$z = 4 + i$$



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 6 درجات )

( a ) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

مستخدماً قاعدة هيرون  $a = 23 \text{ cm}$  ،  $b = 19 \text{ cm}$  ،  $c = 12 \text{ cm}$

الحل :

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} ( a + b + c ) \\ &= \frac{1}{2} ( 23 + 19 + 12 ) \\ &= \frac{1}{2} ( 54 ) \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \sqrt{s ( s - a ) ( s - b ) ( s - c )} \\ &= \sqrt{27 ( 27 - 23 ) ( 27 - 19 ) ( 27 - 12 )} \\ &= \sqrt{( 27 ) ( 4 ) ( 8 ) ( 15 )} \\ &= \sqrt{12960} \\ &= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$



∴ مساحة المثلث ABC =  $113.84 \text{ cm}^2$  تقريباً



تابع السؤال الثاني :

( b ) إذا كان  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  ،  $\cos \beta = \frac{24}{25}$  حيث  $\alpha$  ،  $\beta$  زاويتين حادتين ( 8 درجات )  
أوجد كلاً مما يلي :

( 1 )  $\cos(\alpha - \beta)$

( 2 )  $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

الحل :

$\frac{1}{2}$   $\cos^2 \alpha = 1 - (\frac{3}{5})^2$

$\frac{1}{2}$   $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$   $\therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$

$\alpha$  زاوية حادة

$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\frac{1}{2}$   $\sin^2 \beta = 1 - (\frac{24}{25})^2$

$\frac{1}{2}$   $\sin^2 \beta = \frac{49}{625} \quad \sin \beta = \pm \frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$   $\therefore \sin \beta = \frac{7}{25}$

$\beta$  زاوية حادة

1 ( 1 )  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

1  $= (\frac{4}{5})(\frac{24}{25}) + (\frac{3}{5})(\frac{7}{25})$

1  $= \frac{117}{125}$

1 ( 2 )  $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos \beta$

1  $= \frac{24}{25}$



السؤال الثالث : ( 14 درجة)

( 4 درجات )

( a ) حل المعادلة :  $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

الحل :

نفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الإسناد للزاوية  $x$

$$\sin \alpha = | \sin x |$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore x$  تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما  $x$  تقع في الربع الثالث :

$$x = \left( \pi + \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما  $x$  تقع في الربع الرابع :

$$x = \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$



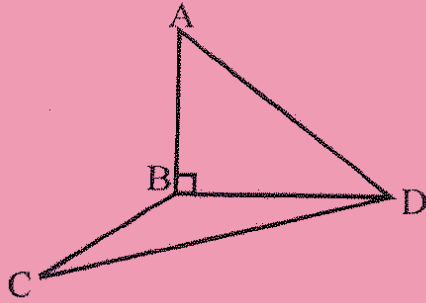
تابع السؤال الثالث :

(b)  $A, B, C, D$  أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان  $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$  (10 درجات)

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 \quad \text{وكان}$$

أثبت أن : (1)  $\overline{BC} \perp \overline{DC}$  (2)  $(ABD) \perp (CBD)$

الحل :



$$\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$$

$$\overrightarrow{BD} \subset (BCD)$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$$

$\therefore ABD$  مثلث قائم الزاوية في  $\hat{B}$  ومنه :

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

من (1) ، (2) نجد أن :

$$(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$$

$\therefore BDC$  مثلث قائم الزاوية في  $\hat{C}$  (عكس نظرية فيثاغورث) ومنه :

$$\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$$

$$\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$$

(معطى)

$$\overrightarrow{AB} \subset (ABD)$$

$$\therefore (ABD) \perp (CBD) \quad \text{(نظرية)}$$

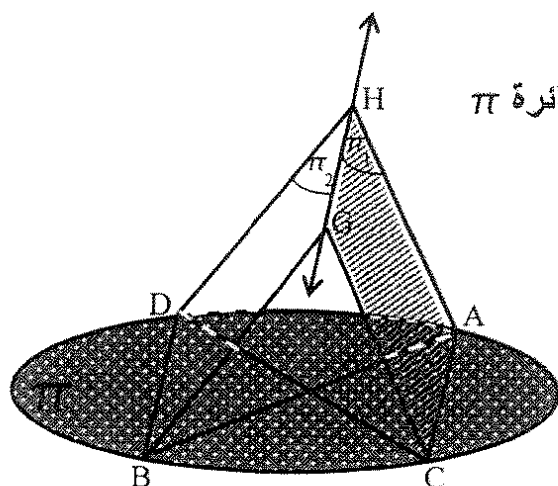
السؤال الرابع : ( 14 درجة)

( 7 درجات )

( a ) في الشكل المقابل :  $\overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$

$\overleftrightarrow{GH}$  ، أثبت أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overleftrightarrow{GH}$

الحل :



$\therefore \overline{AB}$  ,  $\overline{CD}$  قطران في مستوى الدائرة  $\pi$

$\therefore$  ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\therefore$  الشكل ABCD مستطيل

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB}$  ..... ( 1 )

$\overline{AC} \subset \pi_1$  ,  $\overline{DB} \subset \pi_2$

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$  ..... ( 2 )

من ( 1 ) ، ( 2 )  $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB}$

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$  ,  $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوى الدائرة  $\pi$  يوازي  $\overleftrightarrow{GH}$



( 7 درجات )

( b ) أوجد الحد الذي يحتوي على  $x^3 y^4$  في مفكوك  $(2x + 3y)^7$

الحل:

الحد الذي رتبته  $r+1$  هو :  $T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

في مفكوك كثيرة الحدود  $(2x + 3y)^7$  ,  $n = 7$

$\therefore$  أس  $y$  يساوي 4  $\therefore r = 4$

$$T_5 = {}_7 C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$$

$$= (35) 2^3 x^3 \cdot 3^4 y^4$$

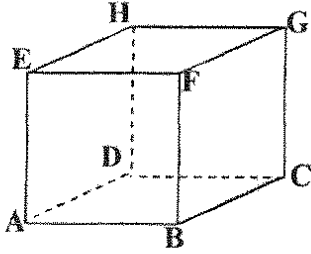
$$= (35) (8) (81) x^3 y^4$$

$$= 22680 x^3 y^4$$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد  $3 + \sqrt{-4}$  هي :  $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل: إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن  $\overrightarrow{AB}$  ،  $\overrightarrow{HG}$  يعينان مستويين

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل :  $z^2 - 4z + 20 = 0$  :  $z \in \mathbb{C}$  هي :

- (a)  $\{ 2 - 4i , -2 - 4i \}$  (b)  $\{ -2 + 4i , -2 - 4i \}$   
(c)  $\{ 2 - 4i , -2 + 4i \}$  (d)  $\{ 2 - 4i , 2 + 4i \}$

(4) معادلة الدالة المثلثية  $y = a \cos (bx)$  حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون :

- (a)  $y = -\frac{1}{4} \cos \left( \frac{x}{3} \right)$  (b)  $y = -4 \cos \left( \frac{3}{\pi} x \right)$   
(c)  $y = -4 \cos \left( \frac{\pi}{3} x \right)$  (d)  $y = 4 \cos \left( \frac{x}{3} \right)$

(5) مثلث قياسات زواياه  $50^\circ$  ،  $60^\circ$  ،  $70^\circ$  فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

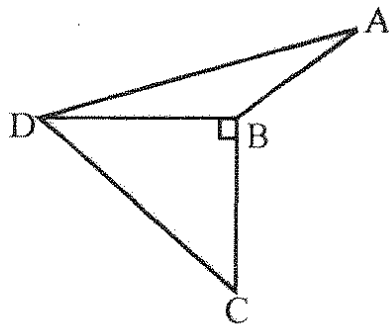
(6) المقدار :  $\tan^2 x - \sin^2 x$  متطابق مع المقدار :

- (a)  $\cot^2 x$  (b)  $\tan^2 x$  (c)  $\cot^2 x \cos^2 x$  (d)  $\tan^2 x \sin^2 x$

(7)  $\sin (2\theta) =$

- (a)  $\cos \theta \sin \theta$  (b)  $\sin^2 \theta$  (c)  $\cos^2 \theta$  (d)  $2 \cos \theta \sin \theta$

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$  ( DBC ) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overrightarrow{BD}$  هي :



- (a)  $\hat{DBC}$  (b)  $\hat{ABC}$   
(c)  $\hat{ABD}$  (d)  $\hat{ADC}$

(9) إذا كان  $\pi_2 \parallel \pi_1$  ،  $\pi_2 \neq \pi_1$  ،  $\vec{l} \subset \pi_1$  ،  $\vec{m} \subset \pi_2$  فإن :

- (a)  $\vec{l} \parallel \vec{m}$  (b)  $\vec{l} \perp \vec{m}$  (c) متخالفان  $\vec{l}, \vec{m}$  (d)  $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 7 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(2)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(3)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(4)	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
(5)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(6)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(7)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(8)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(9)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(10)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d

14

البنود [ 1 - 2 ] لكل بند درجة واحدة فقط  
-البنود [ 3 - 10 ] لكل بند درجة ونصف



## القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( a ) حل المثلث ABC حيث  $a = 11\text{cm}$  ,  $b = 5\text{cm}$  ,  $\gamma = 20^\circ$  (5 درجات)

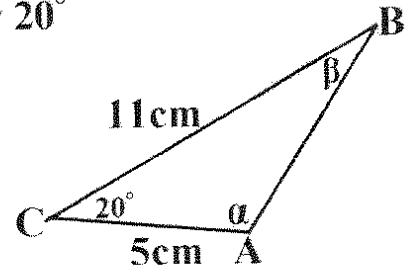
الحل :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$= 121 + 25 - (2)(11)(5) \cos 20^\circ$$

$$= 42.6$$

$$c \approx 6.5 \text{ cm}$$



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$$

$$\alpha \approx 145.2^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$$

$$\beta \approx 14.8^\circ$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

( 9 درجات )

( b ) إذا كان  $z_1 = -2 - 2i$  ,  $z_2 = 3 - 5i$

( 1 ) أوجد :  $z_2^{-1}$

( 2 ) اكتب العدد  $z_1$  في الصورة المثلثية

الحل :

( 1 )  $z_2^{-1} = \frac{1}{3 - 5i} \times \frac{3 + 5i}{3 + 5i}$

$= \frac{3 + 5i}{9 + 25}$

$= \frac{3}{34} + \frac{5}{34} i$



$z_1 = -2 - 2i$

$x_1 = -2$  ,  $y_1 = -2$

$r_1 = | z_1 | = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الإسناد

$\tan \alpha = \left| \frac{y_1}{x_1} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$\therefore x_1 < 0$  ,  $y_1 < 0 \longrightarrow \therefore \theta$  تقع في الربع الثالث

$\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$z_1 = 2\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$  الصورة المثلثية هي :

السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( a ) اوجد السعة والدورة للدالة:  $y = -5 \cos \left( \frac{2x}{3} \right)$  ثم ارسم بيانها (6 درجات)

الحل :

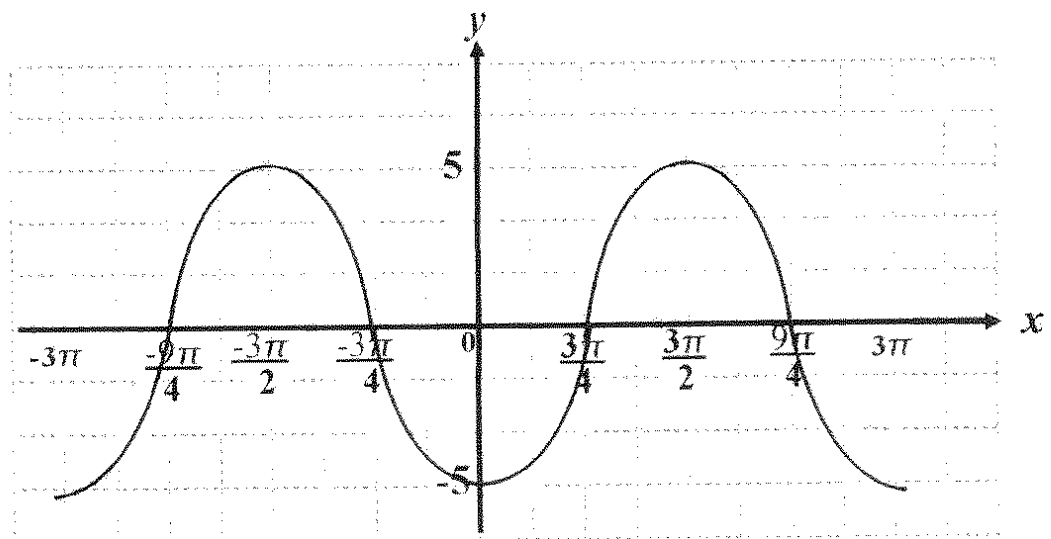
$$|a| = |-5| = 5 = \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left| \frac{2}{3} \right|} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi : \text{الدورة}$$

$$\therefore \text{ربع الدورة} = \frac{3\pi}{4}$$



$x$	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	$3\pi$
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos \left( \frac{2x}{3} \right)$	1	0	-1	0	1
$-5 \cos \left( \frac{2x}{3} \right)$	-5	0	5	0	-5



تابع السؤال الثاني :

( b ) حل المعادلة :  $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$  ( 8 درجات )

الحل :

$$5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 2$$

$$4 \sin \theta = 2$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$



نفرض أن  $\alpha$  هي زاوية الإسناد للزاوية  $\theta$

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

$$\begin{aligned} \theta &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( a ) أثبت صحة المتطابقة :  $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$  ( 4 درجات )

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

$$= \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$



$$= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2 \csc^2 x$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$

تابع السؤال الثالث :

( 10 درجات )

( b ) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M  
D منتصف  $\overline{AB}$  ، مثلث ABC مثلث فيه  $CA = CB$  إذا كان

$$DC = DM = 5 \text{ cm} , MC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

اثبت ان : ( 1 )  $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

( 2 ) مستوى الدائرة  $\perp (ACB)$

الحل :

في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\therefore D$  منتصف  $\overline{AB}$  :

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \dots\dots (1)$$

في مستوى الدائرة

$\therefore D$  منتصف  $\overline{AB}$  ، M مركز الدائرة

$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \dots\dots (2)$$

من ( 1 ) ، ( 2 ) نجد أن :

$$\overline{AB} \perp (CDM)$$

$$\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$$

$$(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

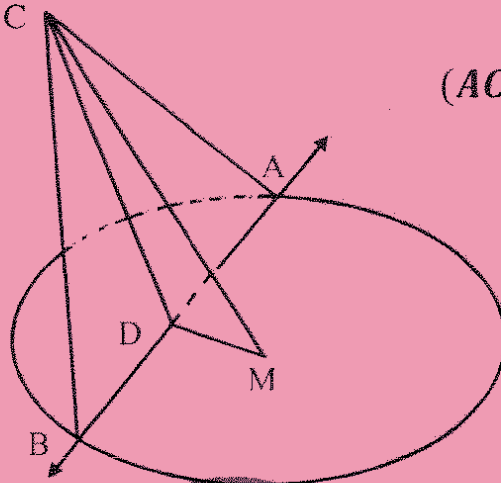
$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM} \dots\dots (3)$$

$\therefore$  المثلث CDM قائم الزاوية في  $\hat{D}$

من ( 1 ) ، ( 3 ) نجد أن :

$$\therefore \overline{CD} \subset (ACB) , \overline{CD} \perp \text{مستوى الدائرة}$$

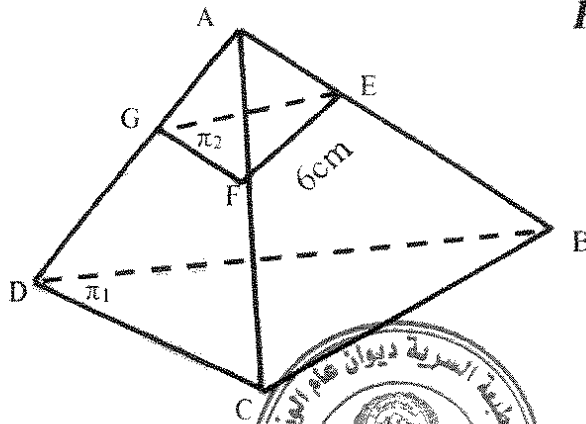
$\therefore$  مستوى الدائرة  $\perp (ACB)$  ( نظرية )





السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) في الشكل المقابل  $ABCD$  هرم ثلاثي ، المستويان  $\pi_1, \pi_2$  متوازيان ( 7 درجات )



إذا كان  $FE = 6cm$  ،  $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد :  $CB$

الحل :

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$$

$\therefore$  يعينان مستوى وحيد ليكن  $\pi$

$$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$$

$$\therefore \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$CB = 24 \text{ Cm}$$

تابع السؤال الرابع :

( 7 درجات )

( b ) حل المعادلة :  ${}_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$

الحل :

$${}_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$$

1 + 1

$$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1

$$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$

1



$$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1

$$7-r=4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=7-4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=3$$

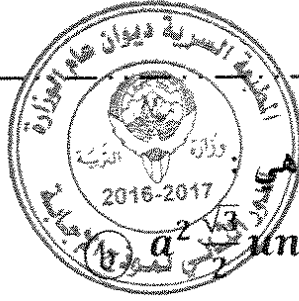
ثانيا: البنود الموضوعية ( 14 درجة )

- أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة :  $z^2 - 4z + 5 = 0$  هي  $\{ 2 - i , 2 + i \}$  .

(2) إذا كان المستقيمان  $L, M$  متخالفان وكان  $\vec{N} \perp \vec{M}$  فإن  $\vec{L} \perp \vec{N}$  .

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .



(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه  $a$  هي  
(a)  $\frac{1}{2}a^2 \text{ units}^2$  (b)  $a^2 \sqrt{3} \text{ units}^2$  (c)  $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$  (d)  $a^2 \text{ units}^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب  $z = (1 + 2i)^2$  هي :

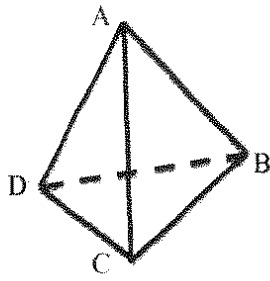
- (a)  $z = -3 + 4i$  (b)  $z = 5 + 4i$  (c)  $z = 5$  (d)  $z = -3$

(5)  $2 \cos^2 \frac{x}{2}$  تساوي :

- (a)  $1 + \cos 2x$  (b)  $1 + \cos x$  (c)  $\frac{1 - \cos 2x}{2}$  (d)  $\frac{1 + \cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة  $2 \cos 4x = 1$  حيث  $x \in \left[0, \frac{\pi}{8}\right)$  هو :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :

- (a) تعين مستويا واحد
- (b) تعين مستويين اثنين
- (c) لا يمكن ان تعين مستويا
- (d) تعين عدد لا منته من المستويات

(8) اذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :



- (a) متعامدان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) متوازيان

(9) اذا كان  $AB = 12 \text{ cm}$  ,  $AC = 17 \text{ cm}$  ,  $BC = 25 \text{ cm}$  فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

- (a)  $118^\circ$
- (b)  $110^\circ$
- (c)  $125^\circ$
- (d)  $100^\circ$

(10) إذا كان الحدثان  $t$  ,  $r$  متنافيان ،  $p(t) = \frac{1}{7}$  ،  $p(r) = 60\%$  فإن  $p(t \cup r)$  تساوي

- (a)  $28\%$
- (b)  $42\%$
- (c)  $\frac{16}{35}$
- (d)  $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(4)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(7)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(9)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>



14

في البنود ( 1 - 2 ) لكل بند درجة  
في البنود ( 3 - 10 ) لكل بند درجة ونصف

## القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

## السؤال الأول :

(6 درجات)

$$z_1 = 1 + i, z_2 = 3 - 4i$$

$$(1) \text{ أوجد } 2z_1 - \bar{z}_2$$

$$(2) \text{ اكتب العدد } z_1 \text{ في الصورة المثلثية.}$$

الحل

$$\begin{aligned} (1) \quad 2z_1 - \bar{z}_2 &= 2(1 + i) - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - 3 + 4i \\ &= -1 + 6i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad z_1 = 1 + i &\Rightarrow x = 1, y = 1 \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الأسناد للزاوية  $\theta$  :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{1} \right| = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\because x > 0, y > 0$$

$$\therefore \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$z_1 = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad \text{الصورة المثلثية هي :}$$

$$z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \left( \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

( 4 درجات )

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

تابع السؤال الأول :  
( b ) حل المعادلة :

الحل

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1 \Rightarrow 2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن  $\alpha$  زاوية الأسناد للزاوية  $\theta$  :

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$



$\therefore \theta$  تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

عندما  $\theta$  تقع في الربع الثالث :

$$\theta = \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما  $\theta$  تقع في الربع الرابع :

$$\theta = \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$  حل المعادلة هو :

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$



السؤال الثاني:

(4 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$

الحل

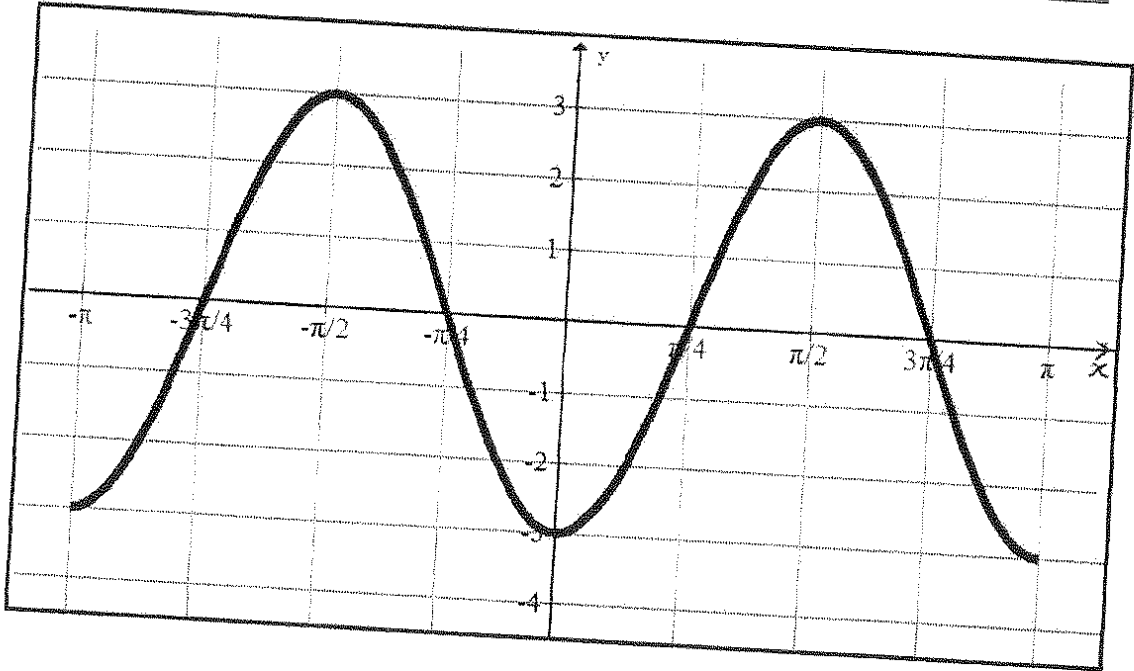
$$3 = |-3| = |a| = \text{السعة}$$

$$\pi = \frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} = \text{ربع الدورة}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
Cos 2x	1	0	-1	0	1
-3 Cos 2x	-3	0	3	0	-3



الرسم  
2

تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)

(b) في الشكل المقابل :  $\pi_1$  ,  $\pi_2$  مستويان متوازيان ،  
 $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$  حيث  $M$  نقطة واقعة بينهما ،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD} \text{ : أثبت أن :}$$

الحل

$\overrightarrow{AB}$  ,  $\overrightarrow{CD}$  مستقيمان متقاطعان

$\therefore$  يعينان مستويًا واحدًا و ليكن  $\pi$

$$\pi_1 // \pi_2$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$\pi \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BD}$$

$\therefore$  المثلثان  $MCA$  ,  $MDB$  متشابهان

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

1

1



( 4 درجات )

السؤال الثالث :  
( a ) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل

نبسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)}{\cos x}$$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر



نموذج إجابة

1

1

1

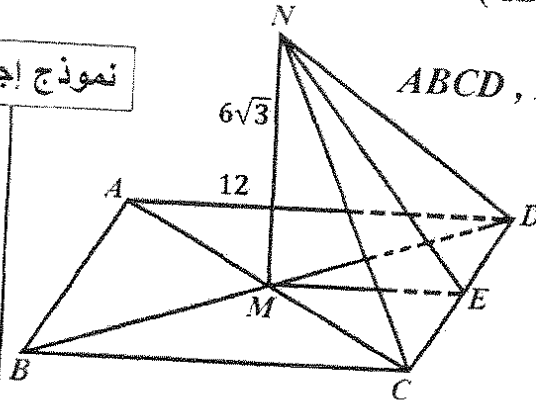
1

تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم  $ABCD$  مستطيل تقاطع قطراه في  $M$  ، وفيه  $AD = 12$  أقيم  $NM$  عموداً على  $(ABCD)$  حيث  $N$  خارج مستواه بحيث  $MN = 6\sqrt{3}$  ،  $E$  منتصف  $CD$  أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $ABCD$  ،  $NCD$

نموذج إجابة



الحل

البرهان :

$\overline{CD}$  هي الحافة المشتركة بين المستويين  $ABCD$  ،  $NCD$

$$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$$

(1)

في المثلث  $CDM$  المتطابق الضلعين  $CDM$  (متساوية الساقين)  $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$

$\therefore E$  منتصف  $CD$

$$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$$

(2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$$\overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$$

$$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$$

$\therefore \widehat{MEN}$  هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overline{CD}$

في المثلث  $ACD$  :

$\overline{CA}$  ،  $\overline{CD}$  واصله بين منتصفي الضلعين  $\therefore \overline{EM}$

$$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6 \text{ cm}$$

في المثلث  $MEN$  القائم الزاوية في  $M$  :

$$\therefore \tan(\widehat{MEN}) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين  $ABCD$  ،  $NCD$  هو  $60^\circ$

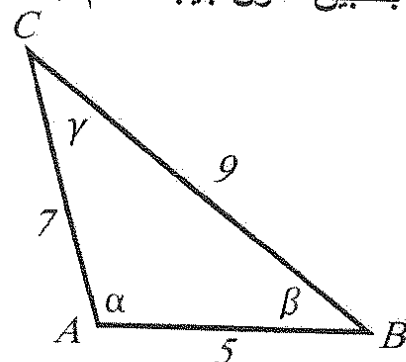
السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث  $a = 9 \text{ cm}$  ,  $b = 7 \text{ cm}$  ,  $c = 5 \text{ cm}$  (5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

بتطبيق قانون جيب التمام :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)}$$

$$= \frac{-1}{10}$$

$$\alpha \approx 95.7^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)}$$

$$= \frac{19}{30}$$

$$\beta \approx 50.7^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ)$$

$$= 33.56^\circ$$



تابع السؤال الرابع :

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \frac{6}{5} \quad (b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ حيث :}$$

( 5 درجات )

نموذج إجابة

الحل

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5}$$

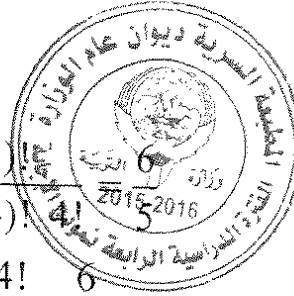
$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)! 4!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-5)! 5 \cdot 4!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n}{5} = \frac{6}{5}$$

$$n = 6$$



$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

نموذج إجابة

ثانيا: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة  $A(4, \frac{5\pi}{3})$  هي  $A(2, -2\sqrt{3})$  .

(2) إذا كان المستقيم  $\ell$  مائل على المستوى  $\pi$  فإن  $\bar{\ell}$  ليس عمودياً على أي مستقيم محتوي في  $\pi$  .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي  $5\text{ cm}$  ،  $8\text{ cm}$  ،  $12\text{ cm}$  فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي  $133.4^\circ$

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة خيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب  $z = 3 - 4i$  هما :

(a)  $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار :  $\tan^2 x - \sin^2 x$  متطابق مع المقدار :

(a)  $\tan^2 x$  (b)  $\cot^2 x$  (c)  $\tan^2 x \sin^2 x$  (d)  $\cot^2 x \cos^2 x$

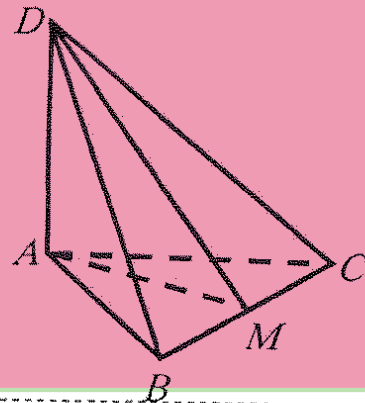
(6) إذا كان  $\bar{m} \subset \pi_2$  ،  $\bar{\ell} \subset \pi_1$  ،  $\pi_1 \neq \pi_2$  ،  $\pi_1 // \pi_2$  فإن :

(a)  $\bar{\ell} // \bar{m}$  (b)  $\bar{\ell} \perp \bar{m}$  (c)  $\bar{\ell}$  ،  $\bar{m}$  متخالفان (d)  $\bar{\ell} \cap \bar{m} = \phi$



(7) في الشكل المقابل : إذا كان  $\overline{AD}$  عمودي على  $(ABC)$  ،  $AB = AC$  ،  $M$  منتصف  $\overline{BC}$  فإن :

- (a)  $(ABC) \perp (DAC)$   
 (b)  $(DBC) \perp (DAC)$   
 (c)  $(AMD) \perp (ACD)$   
 (d)  $(ABD) \perp (BCD)$



(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه  $7\text{ cm}$  ،  $8\text{ cm}$  ،  $9\text{ cm}$  هي :

- (a)  $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$  (b)  $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$  (c)  $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$  (d)  $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(9)  $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$  تساوي :

- (a)  $1 + \tanh$  (b)  $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$   
 (c)  $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$  (d)  $1 - \tanh$

(10) في مفكوك  $(2a - 3b)^6$  الحد الذي معاملته 2160 هو الحد :

- (a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

نموذج إجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(7)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d



10

لكل بند درجة واحدة فقط

امتحان الدور الثاني للفترة الدراسية الرابعة - الرياضيات  
الصف الحادي عشر العلمي  
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة  
العام الدراسي 2015/2016 م

أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

إجابة السؤال الأول :

(a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب  $z = 3 + 4i$  (6 درجات)

الحل :-

ليكن  $w = m + ni$  جذراً تربيعياً للعدد  $Z$  فيكون  $w^2 = Z$

$$(m + ni)^2 = 3 + 4i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = 3 + 4i$$

$$m^2 - n^2 = 3 \quad (1)$$

$$2mn = 4 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |Z|$$

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$m^2 + n^2 = 5 \quad (3)$$

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 5 \\ m^2 - n^2 = 3 \end{cases} \quad \text{من (1) ، (3) بالجمع :}$$

$$2m^2 = 8 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$n^2 = 1 \Rightarrow n = \pm 1$$

$$\therefore m = -2, n = -1$$

$$\text{أو } m = 2, n = 1$$

$\therefore$  الجذران التربيعيان للعدد المركب  $Z = 3 + 4i$  هما :

$$w_1 = 2 + i, \quad w_2 = -2 - i$$

تراجعى الحلول الأخرى



تابع إجابة السؤال الأول:

(b) حل المعادلة :-  $2 \cos x = -\sqrt{3}$  ( 4 درجات )  
الحل :-

$$2 \cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

نفرض أن  $\alpha$  هي قياس زاوية الإسناد للزاوية التي قياسها  $x$

$$\therefore \cos \alpha = |\cos x|$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \cos x < 0$$



$\therefore x$  تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما  $x$  تقع في الربع الثاني

$$x = \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

وعندما  $x$  تقع في الربع الثالث

$$x = \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\therefore \text{حل المعادلة : } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ أو } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

سأرى الحلول الأخرى -2-



إجابة السؤال الثاني:

10

(a) أوجد السعة والدورة للدالة ثم ارسم بيانها؛  $y = 2\cos 2x, x \in [-\pi, \pi]$  ( 4 درجات )

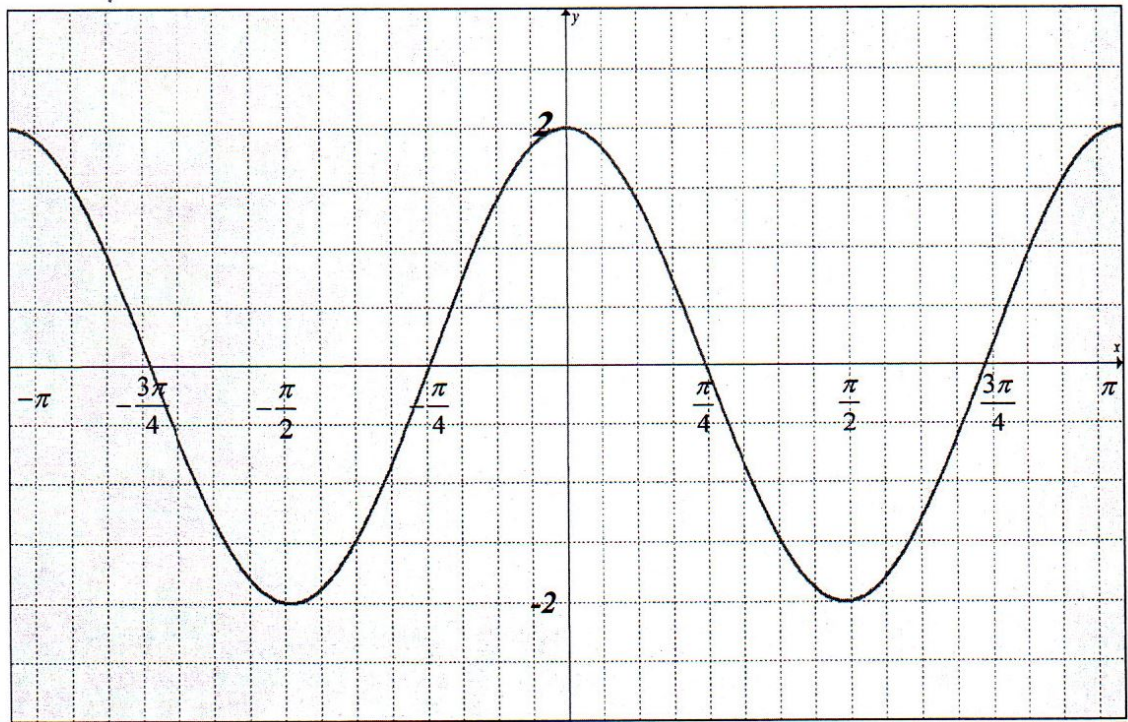
الحل :

السعة :  $|a| = |2| = 2$

الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$\therefore$  ربع الدورة  $= \frac{\pi}{4}$

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$y = 2\cos 2x$	2	0	-2	0	2

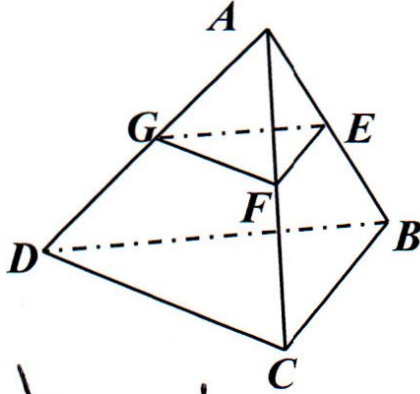


الرسم  
درجات

(b) في الشكل المقابل  $ABCD$  هرم ثلاثي ، المستويان  $EFG, BCD$  متوازيان ( 6 درجات )

فإذا كان  $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$  ،  $FG = 6 \text{ cm}$  فأوجد  $DC$

الحل :-



$$\therefore (EFG) \parallel (BCD)$$

البرهان :- معطى

$$\therefore (EFG) \cap (ACB) = \overline{FE}$$

$$, (ABC) \cap (BCD) = \overline{CB}$$

$$\therefore \overline{FE} \parallel \overline{CB}$$

$\therefore$  المثلثان  $ABC, AEF$  متشابهان

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FG}{CB}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AE + EB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

بالمثل المثلثان  $AGF, ADC$  متشابهان

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} \quad (2)$$

$$\therefore \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

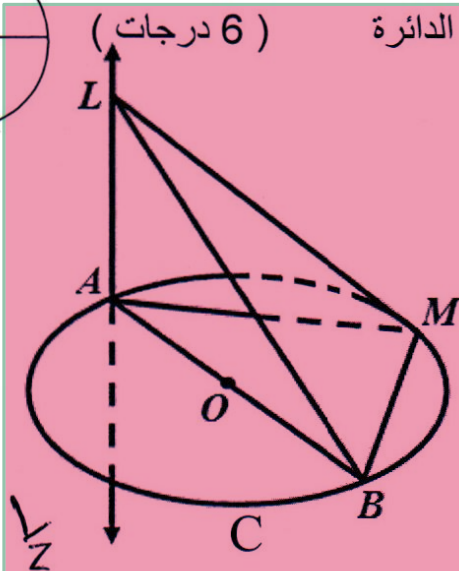
من ( 1 ) ، ( 2 ) نستنتج أن

$$\therefore \frac{6}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow DC = 24 \text{ cm}$$

تراجعى الحلول الأخرى



10



(a) في الشكل المقابل دائرة  $C$  دائرة مركزها  $O$ ،  $AB$  قطر في الدائرة (6 درجات)  
نقطة  $M$  تنتمي للدائرة،  $\overline{LA}$  متعامد مع مستوى الدائرة  
أثبت أن:

$$(a) \overline{BM} \perp (LMA)$$

$$(b) (LBM) \perp (LAM)$$

البرهان :-  $\because \overline{AB}$  قطر في الدائرة التي مركزها  $O$

$$\therefore m(\widehat{AMB}) = 90^\circ \Rightarrow \overline{BM} \perp \overline{AM} \quad (1)$$

$$\because \overline{LA} \perp (AMB), \because \overline{AM} \subset (AMB)$$

$$\therefore \overline{BM} \perp \overline{LA} \quad (2)$$

من (1), (2) نستنتج أن:

$\overline{BM}$  عمودي على كلا من المستقيمان المتقاطعان  $\overline{AM}, \overline{AL}$

$$\therefore \overline{BM} \perp (LMA)$$

$$\because \overline{BM} \subset (LMB), \overline{BM} \perp (LMA)$$

$$\therefore (LMB) \perp (LMA)$$

وهو المطلوب إثباته أولاً

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

وهو المطلوب إثباته ثانياً





(4 درجات)  $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  إذا كان (b)

(1)  $\sin 2\theta$  (2)  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$  فأوجد

الحل :- متطابقة فيثاغورث :

(1)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

$= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{2}$

$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  أو  $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$  :  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$= 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin 2\theta = 1$

(2)  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \theta \cos \frac{\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{\pi}{3}$

$= \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$



(a) حل المثلث  $ABC$  الذي فيه  $a = 4 \text{ cm}, \alpha = 40^\circ, \beta = 60^\circ$  (5 درجات)

الحل :

يجب إيجاد  $\gamma, b, c$

1

$$\gamma = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

1

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

1

$$\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$$

1

$$b = \frac{4 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow b \approx 5.389$$

1

$$c = \frac{4 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow c \approx 6.128$$



(5 درجات)

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على  $x^3 y^4$  في مفكوك  $(2x + 3y)^7$

الحل :

1

الحد الذي رتبته  $r + 1$  هو  $T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

1

في مفكوك ذات الحدين  $n = 7 : (2x + 3y)^7$

$\frac{1}{2}$

∴ أس  $y$  يساوي  $4 \Leftarrow r = 4$

يصبح هذا الحد :

1

$$T_5 = {}_7 C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$$

1

$$= 35 \times (2)^3 x^3 (3)^4 y^4$$

$\frac{1}{2}$

$$= 35 \times 8 \times 81 \times x^3 y^4$$

$$= 22680 x^3 y^4$$

تراجعى الحلول الأخرى

في البنود من ( 3 - 1 ) بنود صحيحة وأخرى خاطئة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

①	الإحداثيات القطبية للنقطة $M(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ هي $M(1, \frac{5\pi}{4})$ .
②	إذا كان $a, b$ طولاً ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و $\theta$ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab \sin \theta$ .
③	إذا وازى مستقيم $l$ مستويًا $\pi$ فإن $\vec{l}$ يوازي مستقيماً وحيداً في $\pi$ .

في البنود من ( 10 - 4 ) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدالة على الإجابة الصحيحة :-

④	إذا كان $z = i$ فإن $z^{250}$ تساوي (a) $-i$ (b) $i$ (c) $1$ (d) $-1$
⑤	إذا كان $a = 4cm, b = 3cm, c = 6cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث $ABC$ يساوي حوالي : (a) $117^\circ$ (b) $110^\circ$ (c) $125^\circ$ (d) $100^\circ$
⑥	إذا كان $\vec{l} \subset \pi_1, \vec{m} \subset \pi_2, \pi_1 // \pi_2, \pi_1 \neq \pi_2$ فإن : (a) $\vec{l} // \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان $\vec{l}, \vec{m}$ (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \phi$
⑦	$2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي (a) $\frac{1 + \cos x}{2}$ (b) $1 + \cos 2x$ (c) $1 + \cos x$ (d) $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

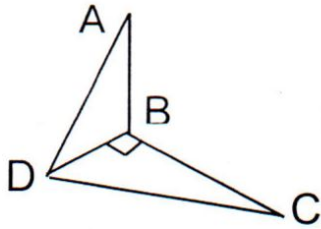




المقدار  $\frac{1}{\tan x} + \tan x$  متطابق مع المقدار

⑧

- Ⓐ  $\sec x \cos x$  Ⓑ  $\sec x \sin x$  Ⓒ  $\sec x \csc x$  Ⓓ  $\sin x \cos x$



في الشكل المقابل  $DBC$  مثلث قائم الزاوية في  $B$  فإذا كان  $\overrightarrow{AB} \perp (DBC)$  فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overrightarrow{DB}$  هي :

⑨

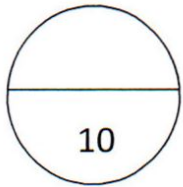
- Ⓐ  $\widehat{DBC}$  Ⓑ  $\widehat{ABC}$  Ⓒ  $\widehat{ABD}$  Ⓓ  $\widehat{ADC}$

إذا كان  $r, t$  حدثان متنافيان،  $P(t) = \frac{3}{5}$ ،  $P(r) = \frac{1}{3}$  فإن  $P(r \cup t)$  يساوي :

⑩

- Ⓐ  $\frac{1}{5}$  Ⓑ  $\frac{1}{2}$  Ⓒ  $\frac{4}{15}$  Ⓓ  $\frac{14}{15}$

إجابة البنود الموضوعية



رقم البند	الإجابة			
①	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
②	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
③	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
④	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑤	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑥	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑦	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑧	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑨	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
⑩	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ

## نموذج الاجابة

## القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(a) السؤال الأول : أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب  $z = 5 + 12i$  (5 درجات)لتكن  $w = m + ni$  جذراً تربيعياً للعدد  $z$  فيكون  $w^2 = z$ 

$$(m + ni)^2 = 5 + 12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad (1)$$

$$2mn = 12 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 13 \quad (3) \quad \text{بجمع المعادلتين (1) و (3)}$$

$$m^2 - n^2 = 5$$

$$2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9$$

$$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$$

$$m = 3, n = 2$$

$$m = -3, n = -2$$

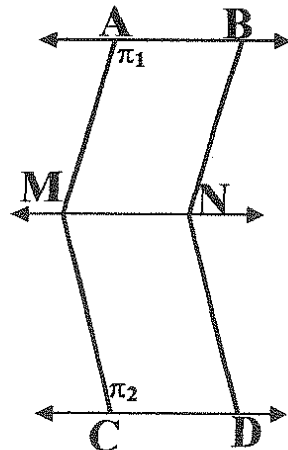
الاجزاء التربيعيان للعدد المركب  $5 + 12i$  هما :

$$w_1 = 3 + 2i, w_2 = -3 - 2i$$



بالعوض في (1)

من المعادلة (2)

(b) في الشكل المقابل ليكن  $\pi_1, \pi_2$  مستويان متقاطعان في  $\overleftrightarrow{MN}$  حيث  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$  (5 درجات)اثبت  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  حيث  $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$ 

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (1) \quad \text{(نظرية)}$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (2)$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \quad \text{(نظرية)} \quad \text{من (1) و (2)}$$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) إذا كان :  $z_1 = 5 - 4i$  ,  $z_2 = 3 + i$  فاوجد :

(3)  $(z_2)^{-1}$

(2)  $(\overline{z_2 + z_1})$

(1)  $z_2 \cdot z_1$

(1)  $z_2 \cdot z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$   
 $= 15 - 12i + 5i + 4$

$= 19 - 7i$

(2)  $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

(3)  $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(b) حل  $\triangle ABC$  حيث  $\alpha = 26.3^\circ$  ,  $b = 6 \text{ cm}$  ,  $a = 7 \text{ cm}$  (3 درجات)

$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$  أو  $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\therefore B_2$  مرفوضه

$\delta = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4^\circ}{c}$

$c \approx 11.85 \text{ cm}$

نموذج الإجابة

تابع السؤال الثاني :

( c ) أوجد السعة و الدورة للدالة :  $y = -3 \cos 4x$  ، حيث  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  ( 4 درجات )  
ثم ارسم بيانها

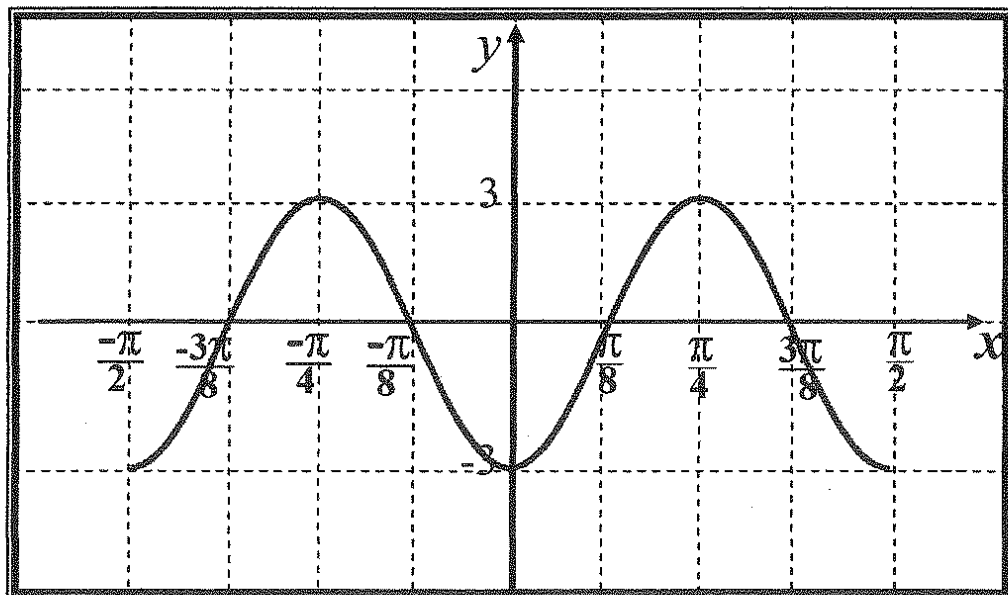
السعة :  $|a| = |-3| = 3$

الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة =  $\frac{\pi}{8}$



$x$	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3 \cos 4x$	-3	0	3	0	-3





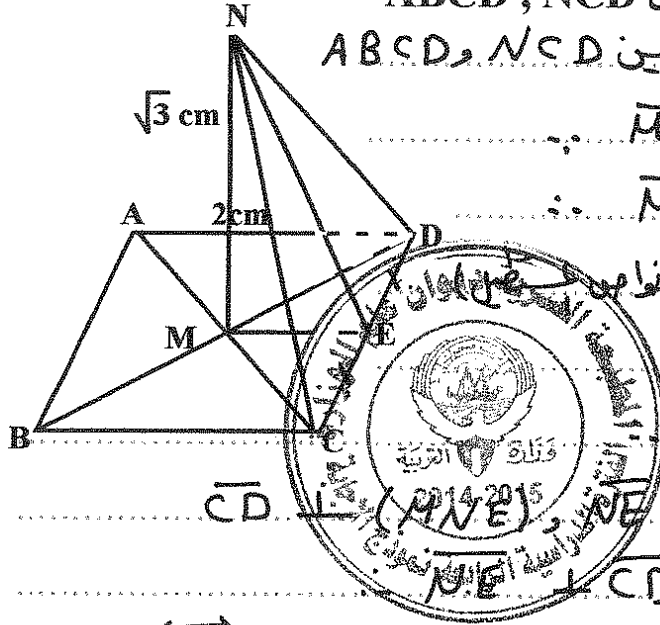
نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه  $AD = 2\text{cm}$  , E منتصف  $\overline{CD}$  (7 درجات)

أقيم  $\overline{NM}$  عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث  $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD  
 $\overline{CD}$  هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD



$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD)$  و  $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$  (1)

في مثلث CDM ،  $\overline{ME}$  خطابه (من خواصه)  $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$

(2)  $\overline{ME} \perp \overline{CD}$

من (1) و (2) نجد أن:  $\overline{ME} \perp \overline{CD}$  و  $\overline{MN} \perp \overline{CD}$

$\therefore \angle MEN$  هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overline{CD}$

في المثلث BCD

M منتصف  $\overline{BD}$  (من خواصه)  $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$

E منتصف  $\overline{CD}$

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \rightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{ cm}$

في مثلث MEN ،  $\angle MEN$  الزاوية في M (من خواصه)  $\therefore \angle MEN$  الزاوية في M

$\tan(\angle MEN) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$

$\therefore m(\angle MEN) = 60^\circ$

$\therefore$  قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو  $60^\circ$

(b) اثبت صحة المتطابقة :  $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$  (3 درجات)

الطرف الأيسر =  $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$

=  $\frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$

=  $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

الطرف الأيمن =

نموذج الإجابة

السؤال الرابع :

(5 درجات)

فاوجد :  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

(a) إذا كان  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

(2)  $\tan 2\theta$

(1)  $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - \theta))$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{24}{7}$$



(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة :  ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

$$1 + 1 \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!5!}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} \times \frac{(2n-5)!5!}{2n!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!4!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$$

$$\frac{1}{2} \quad 2n = 14 \rightarrow n = 7$$

5

تجب مراعاة الحلول الأخرى

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث  $ABC$  :  $AC = 9\text{cm}$  ،  $AB = 7\text{cm}$  ،  $BC = 8\text{cm}$  فإن مساحة المثلث  $ABC$  تساوي  $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  فإن  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  فإن  $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان :  $m \parallel \pi$  فإن  $l \perp m$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان :  $z = i$  فإن  $z^{250}$  يساوي :

- (a)  $i$  (b)  $-i$  (c)  $1$  (d)  $-1$

(5) الدالة التي تمثل تمداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل  $\frac{1}{3}$  لمنحنى الدالة  $g(x) = \sin(x)$  هي الدالة  $f(x)$  تساوي

- (a)  $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$  (b)  $\frac{1}{3} \sin(3x)$   
(c)  $3 \sin(4x)$  (d)  $4 \sin(3x)$

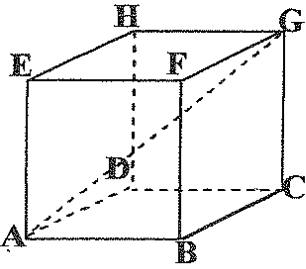
(6) في المثلث ABC :  $m(\hat{A}) = 120^\circ$  ,  $AB = 30 \text{ cm}$  ,  $AC = 40 \text{ cm}$  فإن طول  $\overline{BC}$  يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm  
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار :  $\frac{1}{\tan x} + \tan x$  متطابق مع المقدار :

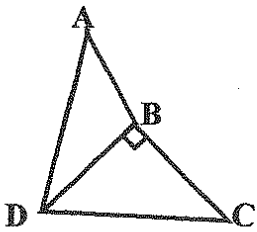
- (a)  $\sec x \cos x$  (b)  $\cos x \sin x$  (c)  $\sec x \csc x$  (d)  $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل، مخططاً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره  $\overline{AG}$  يساوي :



- (a)  $\sqrt{3} \text{ cm}$  (b) 9 cm  
(c) 18 cm (d)  $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان  $\overrightarrow{AB}$  عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية  $\overrightarrow{BD}$  هي :



- (a)  $\hat{DBC}$  (b)  $\hat{ABC}$   
(c)  $\hat{ABD}$  (d)  $\hat{ADC}$

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك  $(a - b)^7$  هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(6)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(9)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>



10

لكل بند درجة واحدة فقط



( الأسئلة في 8 صفحات )

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان ( الدور الثاني ) الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

## القسم الأول - أسئلة المقال

نموذج الإجابة

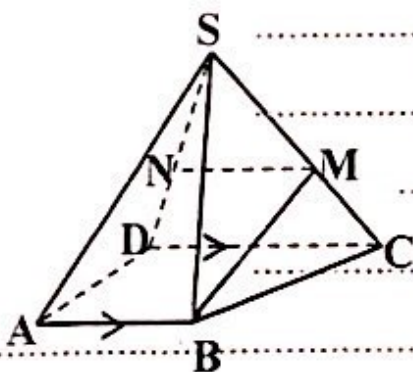
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(a) السؤال الأول : أوجد مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 6x + 25 = 0$  (5 درجات)

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4(a)(c) \\ &= 36 - 4(1)(25) \\ &= -64 = 64i^2 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{64i^2}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 8i}{2} \\ &= (-3 \pm 4i) \\ \{ -3 + 4i, -3 - 4i \} &= \text{الحل} \end{aligned}$$



(b) في الشكل المقابل : هرم قاعدته شبه المنحرف ABCD حيث إن

المستوى ABM يقطع SD في N ،  $M \in SC$  ،  $AB \parallel CD$ اثبت أن : (a)  $\overrightarrow{AB} \parallel$  المستوي SDC(b)  $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{CD}$  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$\overrightarrow{AB} \parallel (SCD) : \overrightarrow{CD} \subset (SCD) , \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \therefore (a)$$

(b) يمر المستقيم AB بـ (ABM)

$$\therefore (ABM) = (AB, MN)$$

$$(ABM) \cap (SDC) = \overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AB} \quad \text{نثبت}$$

$$\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{CD}$$



نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) حول الأحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية حيث  $N(5, \frac{\pi}{4})$

الزوج المرتب  $(5, \frac{\pi}{4})$  يمثل الإحداثيات القطبية للنقطة  $N$  حيث

$$r = 5, \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$x = r \cos \theta = 5 \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$y = r \sin \theta = 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

∴ الزوج المرتب الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية

$$\frac{1}{2}$$

لنقطة  $N$  :  $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2})$

(3 درجات)

(b) حل  $\triangle ABC$  حيث  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = \sqrt{7} \text{ cm}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{9 + 7 - 4}{2(3)(\sqrt{7})}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \alpha \approx 40.9^\circ$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + 7 - 9}{2(2)(\sqrt{7})}$$

$$\cos B = \frac{1}{2\sqrt{7}} \Rightarrow B \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - B$$

$$= 180^\circ - 40.9^\circ - 79.1^\circ$$

$$\gamma = 60^\circ$$





نموذج الإجابة

تابع السؤال الثاني :

( c ) أوجد السعة و الدورة للدالة :  $y = \cos 2x$  ثم مثل بيان دورة واحدة للدالة ( 4 درجات )

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

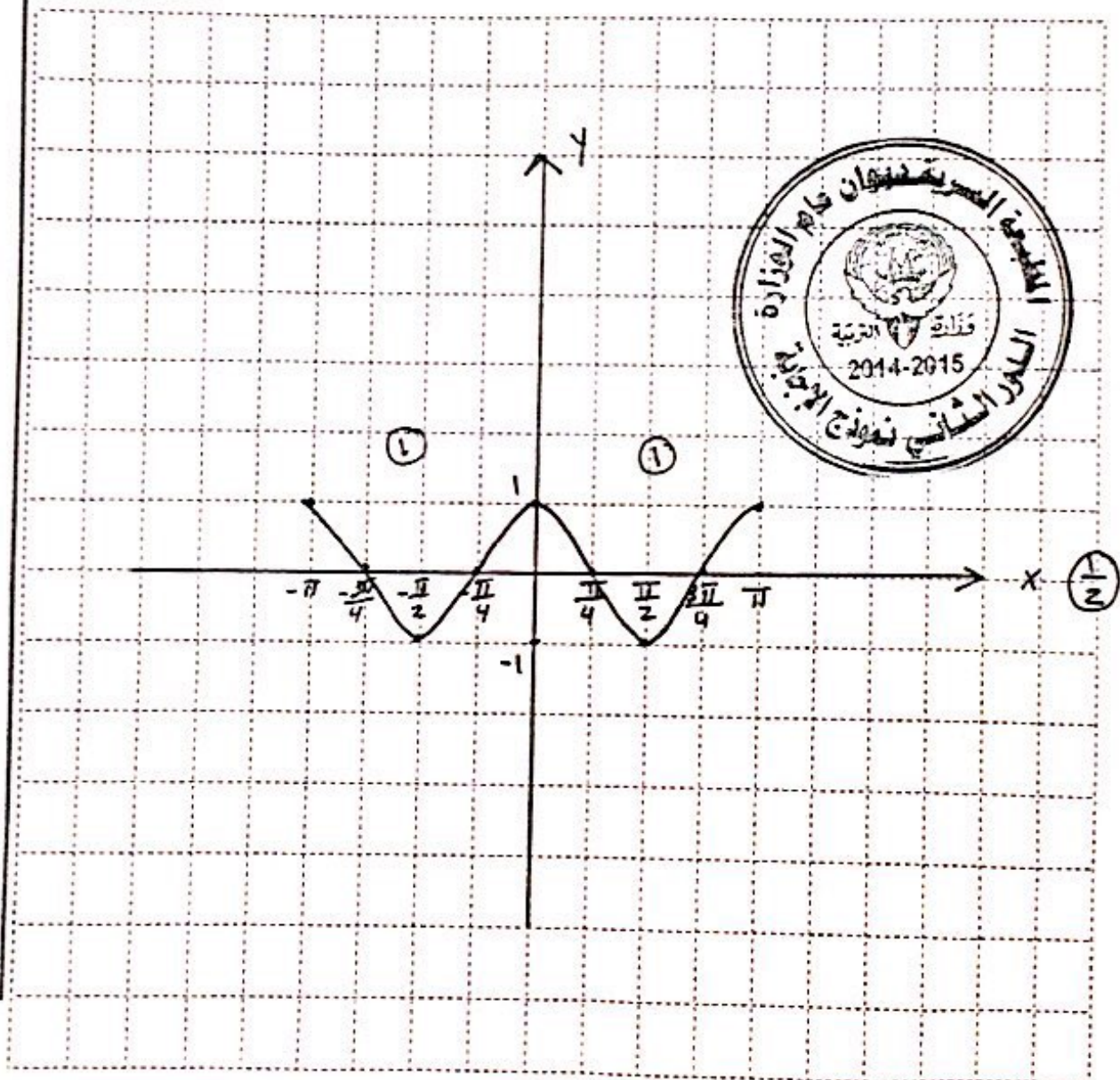
$\frac{1}{2}$

السعة = 1

الدورة =  $\frac{2\pi}{2} = \pi$

التدريج :  $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y = cos 2x	1	0	-1	0	1

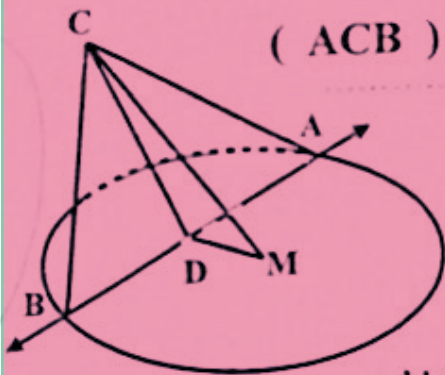




نموذج الإجابة

(7 درجات)

(a) في الشكل المقابل : C نقطة خارج مستوي الدائرة التي مركزها M ,  
 D منتصف  $\overline{AB}$  ،  $ABC$  مثلث فيه  $CA = CB$  ، إذا كان  $MC = \sqrt{50} \text{ cm}$  ،  
 $DM = DC = 5 \text{ cm}$  ، أثبت أن : (1)  $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوي الدائرة  $\perp (ACB)$ 

البرهان :

(1) في المثلث  $ABC$  قاعبه  $AB$  وضلعيهD منتصف  $\overline{AB}$  :

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \quad 1$$

فمستوي  $AB$  : D منتصف  $\overline{AB}$  ، M مركز الدائرة

$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \quad 2$$

$$\overline{AB} \perp (CDM) : (1), (2) \quad \text{سـ}$$

$$\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$$

$$(CM)^2 = 50 \quad \Leftarrow \therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \quad (2)$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = (5)^2 + (5)^2 = 50$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM}$$

CDM قائم الزاوية في D

$$\overline{CD} \perp \text{مستوي الدائرة}$$

$$\therefore \overline{CD} \subset (ACB) \Rightarrow \text{مستوي } (ACB) \perp \text{مستوي الدائرة} \quad \text{لظـ}$$



(3 درجات)

(b) اثبت صحة المتطابقة :  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ 

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

4

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \text{الطرف الأيمن}$$

نموذج الإجابة

(5 درجات)

السؤال الرابع :

(a) إذا كان  $\sin \theta = -\frac{1}{2}$  حيث  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  فاوجد :  $\sin 2\theta$

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1 \\ \cos^2 \theta &= 1 - \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \\ \cos \theta &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \\ \therefore \cos \theta &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ \sin 2\theta &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة  $n$  في المعادلة :  $\frac{{}^nC_7}{{}^{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} &= \frac{8}{7} \\ \frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} &= \frac{8}{7} \\ \frac{n}{7} &= \frac{8}{7} \\ n &= 8 \end{aligned}$$





ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) يمثل منحنى الدالة  $f(x) = 3 \cos(4x)$  تمداً رأسياً بمعامل 3 و انكماشاً أفقياً بمعامل 4 لمنحنى الدالة  $g(x) = \cos(x)$

(2) حل المعادلة  $\cos x = \frac{1}{2}$  هو  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  حيث  $k$  عدد صحيح

(3) إذا كان  $\pi_1 // \pi_2$  ،  $\vec{l} \subset \pi_1$  ،  $\vec{m} \subset \pi_2$  فإن  $\vec{l} \cap \vec{m} = \phi$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4)  $8 - (\sqrt{-1}) - (-3 + \sqrt{-16})$  يساوي :

- (a)  $11 - 3i$  (b)  $11 + 3i$  (c)  $11 - 5i$  (d)  $11 + 5i$

(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : 6 cm ، 4 cm ، 8 cm هي :

- (a)  $5\sqrt{3} \text{ cm}^2$  (b)  $3\sqrt{15} \text{ cm}^2$   
(c)  $3\sqrt{5} \text{ cm}^2$  (d)  $\sqrt{15} \text{ cm}^2$

(6) معادلة الدالة المثلثية  $y = \tan (bx)$  حيث الدورة  $\frac{3}{4}$  هي

(a)  $y = \tan \left( \frac{4}{3} \pi x \right)$

(b)  $y = \tan \left( \frac{3}{4} x \right)$

(c)  $y = \tan \left( \frac{3}{4} \pi x \right)$

(d)  $y = \tan \left( \frac{4}{3} x \right)$

(7)  $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$  تساوي :

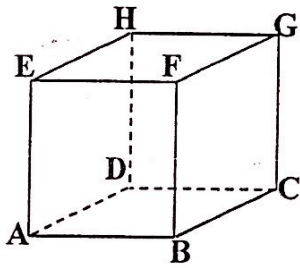
(a)  $\cos \frac{4\pi}{21}$

(b)  $\sin \frac{4\pi}{21}$

(c)  $\cos \frac{10\pi}{12}$

(d)  $\sin \frac{10\pi}{21}$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً ABCDEFGH ، المستقيمان  $\overrightarrow{AC}$  ،  $\overrightarrow{HF}$  هما :



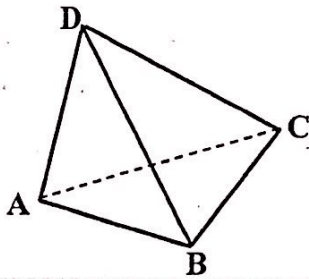
(b) متقاطعان

(a) متخالفان

(d) يحويها مستوي واحد

(c) متوازيان

(9) في الشكل المقابل ، المثلث ABC متطابق الأضلاع ،  $\overrightarrow{AD}$  عمودي على (ABC)



فإن قياس الزاوية الزوجية  $(DAB, \overrightarrow{DA}, DAC)$  هي :

(a)  $45^\circ$

(b)  $30^\circ$

(c)  $80^\circ$

(d)  $60^\circ$

(10) في مفكوك  $(x - y)^9$  تكون رتبة الحد  $125x^5y^4$  هي :

(d) الرابعة

(c) الخامسة

(b) السادسة

(a) التاسعة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(2)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(3)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(4)	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
(5)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(6)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(7)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(8)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(9)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(10)	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d

10

لكل بند درجة واحدة فقط





نموذج الإجابة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي  
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

تراجع الحلول الأخرى

القسم الأول - أسئلة المقال

السؤال الأول:

(7 درجات)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب  $z = -3 + 4i$

الحل: ليكن  $w = m + ni$  جذرا تربيعيا للعدد  $z$  فيكون  $w^2 = z$

$$\therefore (m + ni)^2 = -3 + 4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2nm i = -3 + 4i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = -3 \quad \dots\dots(1)$$

$$2mn = 4 \quad \dots\dots(2) \longrightarrow n, m \text{ لهما نفس الإشارة}$$

$$\therefore |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 5 \quad \dots\dots(3)$$

من المعادلة (1)، (3) نجد أن:

$$2m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$$

$$2n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$$

$\therefore$  الجذران التربيعيان للعدد  $z = -3 + 4i$  هما:

$$w_1 = 1 + 2i, w_2 = -1 - 2i$$

(3 درجات)

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:

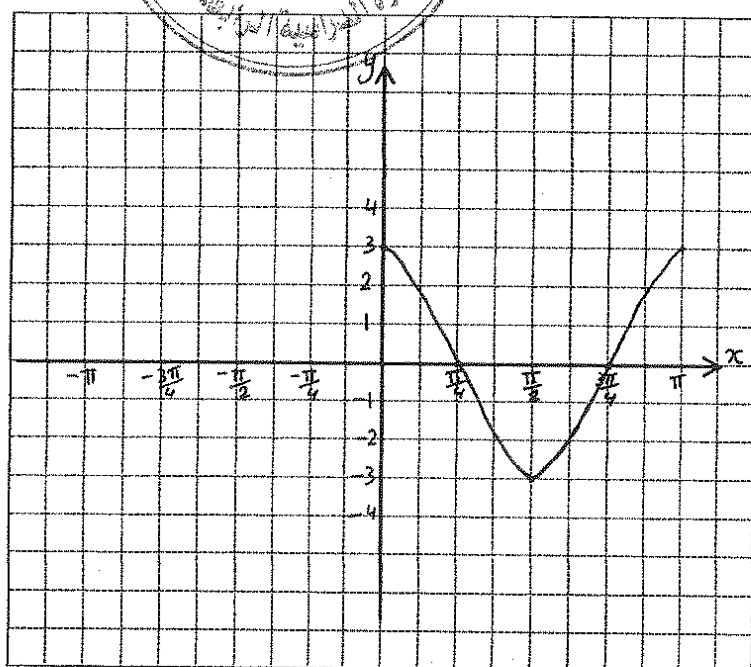
$$y = 3 \cos 2x$$

الحل:

$$a = |3| = 3 \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \text{ربع الدورة}$$



$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$y$	3	0	-3	0	3

تحديد النقاط على الرسم  $1\frac{1}{2}$

الشكل العام للمنحنى  $\frac{1}{2}$

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(a) مثلث فيه  $a = 3 \text{ cm}$  ,  $b = 8 \text{ cm}$  ,  $c = 7 \text{ cm}$  أوجد : (1) قياس أكبر زاوية (5 درجات)

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \text{قياس أكبر زاوية هو } \beta \text{ لأنها تقابل أطول ضلع}$$
$$1 \quad \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2(3)(7)} = \frac{-1}{7}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \beta \approx 98.21^\circ$$

$$\frac{1}{2} \quad s = \frac{1}{2} (a + b + c) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{1}{2} (3 + 8 + 7) = 9$$

$$1 \quad \text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

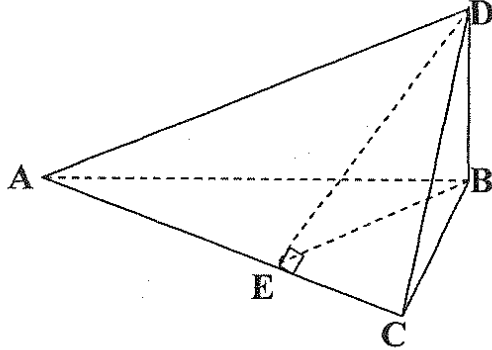
$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE (1) : أوجد  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ,

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان:

(1) في المستوى ABC:



$$\therefore \overline{BE} \perp \overline{AC} \rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta AEB \text{ مثلث قائم الزاوية عند E}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$$

(2)  $\overleftrightarrow{AC}$  هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

في المستوى BAC :  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

في المستوى DAC :  $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$  حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

$\therefore$  الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي  $\hat{BED}$

$$\therefore \overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC) \rightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

$$m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4} \leftarrow \Delta DBE \text{ قائم الزاوية في } \hat{B} \text{ وهو متطابق الضلعين}$$

$\therefore$  قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي  $\frac{\pi}{4}$



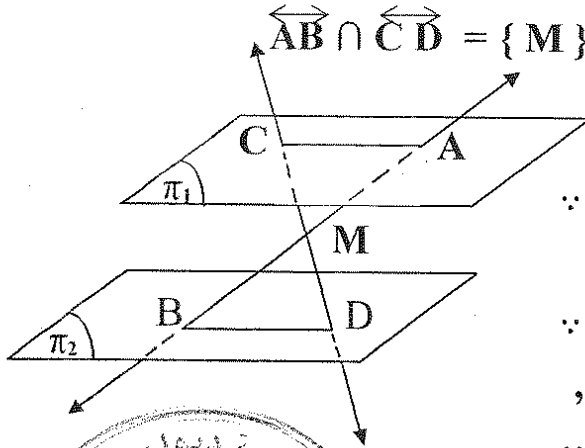
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

( 5 درجات ) ( a ) في الشكل المقابل  $\pi_1, \pi_2$  مستويان متوازيان،  $M$  نقطة واقعة بينهما

حيث:  $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$ ,  $A, C \in \pi_1$ ,  $B, D \in \pi_2$   
 أثبت أن  $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

البرهان:



$$\therefore \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$$

$\therefore$  يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

$$\therefore (ADBC) \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$, (ADBC) \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \pi_1 \parallel \pi_2$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} \parallel \overrightarrow{BD}$$

في المستوى ADBC:

$$\Delta BMD \sim \Delta AMC \quad (\text{لتطابق زواياهما})$$

وينتج أن:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$



( 5 درجات ) ( b ) حل المعادلة:  $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$ ,  $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad \left| \quad \sin x = \frac{1}{2} \right.$$

نفرض  $\alpha$  هي زاوية الإسناد حيث  $\sin \alpha = |\sin x|$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$  تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \text{في الربع الأول:}$$

$$x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad \text{في الربع الثاني:}$$

$$\therefore \text{حل المعادلة هو: } x = \frac{\pi}{2}, \quad x = \frac{3\pi}{2}, \quad x = \frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{5\pi}{6}$$

(السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة : $\sec^2 x - 1 = \tan x \cdot \sec x$ : (4 درجات)	
1	الحل:
1	$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$= \frac{\sin x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن}$

(b) 1 حل المعادلة :  ${}_nC_2 = 105$  (3 درجات)

1	$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
$\frac{1}{2}$	$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
$\frac{1}{2}$	$n(n-1) = 210$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$



الحل:

2 يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة. يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. (3 درجات)

الحل:

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

$$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11, \quad P(B) = 1 - m = 0.89$$

للحدث E يكون  $n = 30, k = 4$

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

$$\begin{aligned} P(E) &= {}_nC_k (m)^k (1-m)^{n-k} \\ &= {}_{30}C_4 (0.11)^4 (0.89)^{26} \\ &= 0.19388 \end{aligned}$$

نموذج الإجابة

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من ( 1- 4 ) عبارات ظلل في ورقة الإجابة
- (a) إذا كانت العبارة صحيحة
- (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان:  $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$  فإن  $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة:  $y = a \tan bx$  دالة دورية دورتها  $\frac{\pi}{2b}$

(3)  $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

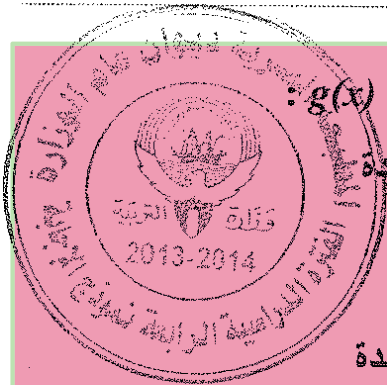
ثانياً: في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) الصورة المثلثية للعدد  $z = 2 - 2\sqrt{3} i$  حيث  $\theta \in [0, \pi)$  هي:

- (a)  $z = 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  (b)  $z = 4 \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
- (c)  $z = 4 \left( \cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$  (d)  $z = 4 \left( \cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة:  $f(x) = 2 \cos(x) - 1$  لمنحنى الدالة  $g(x) = \cos x$ :

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل  $\frac{1}{2}$  وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
- (b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
- (c) انكماشاً رأسياً بمعامل  $\frac{1}{2}$  وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
- (d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة



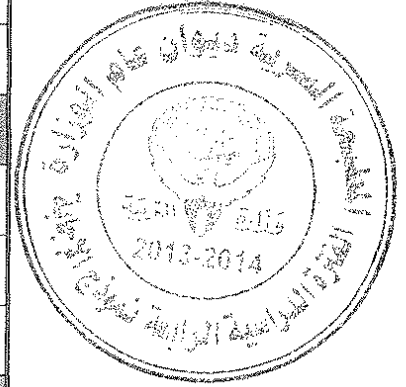




نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d



لكل بند درجة واحدة فقط

