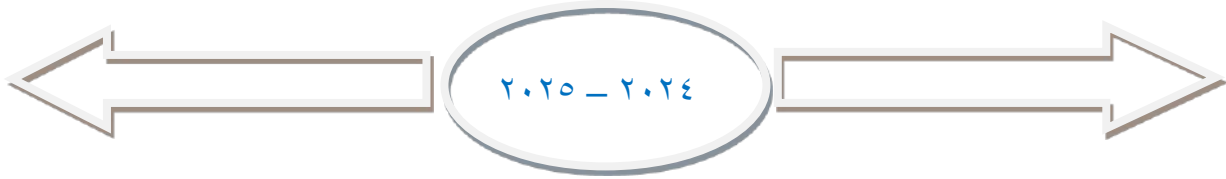




قناة الفلاح للرياضيات



الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات الامتحانات السابقة

الصف الثاني عشر علمي



@MOHAMMAD.FALAH_MATH



@MOH82FALAH
/ محمد نوري الفلاح

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^3} dx$$

(a) أوجد

الحل:

1

$$u = \sqrt{x} + 2$$

1 + 1

$$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow 2 du = \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

1

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3} (2du)$$

1

$$\int \frac{10}{u^3} du = 10 \int u^{-3} du$$

2

$$= -5 u^{-2} + C$$

1

$$= -5 (\sqrt{x} + 2)^{-2} + C$$

$$= \frac{-5}{(\sqrt{x} + 2)^2} + C$$



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات



تابع السؤال الأول :

(b) لتكن $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة قطع زائد
أوجد :

- (1) رأسي القطع الزائد
- (2) معادلتا دليلي القطع

(7 درجات)

الحل :

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$$

$$A_1(-5, 0) , A_2(5, 0)$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 25 + 16$$

$$c = \sqrt{41}$$

$$x = \frac{a^2}{c} , x = \frac{-a^2}{c}$$

$$x = \frac{25}{\sqrt{41}} = \frac{25\sqrt{41}}{41} , x = \frac{-25}{\sqrt{41}} = \frac{-25\sqrt{41}}{41}$$

المعادلة على الصورة :

المحور القاطع على محور السينات

(1) رأسا القطع الزائد هما:

(2) لإيجاد معادلتا دليلي القطع
نوجد c

معادلتا دليلي القطع:



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حدد نوع القطع فيما يلي ثم أوجد معادلته : (6 درجات)

اختلافه المركزي $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$ و احدى بؤرتيه $F(0, -\sqrt{7})$

الحل :

$$\therefore e = \frac{\sqrt{7}}{4}, \quad \frac{\sqrt{7}}{4} < 1$$

$\therefore$ القطع هو قطع ناقص

$$\therefore \text{احدى البؤرتين } F(0, -\sqrt{7})$$

$\therefore$ المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي و مركزه نقطة الأصل

$$\therefore F(0, -\sqrt{7}) \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

$$\therefore e = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

في القطع الناقص يكون : $a^2 = b^2 + c^2$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2 = 4^2 - (\sqrt{7})^2 = 16 - 7 = 9$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص :}$$

$$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$$



تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة : $f(x) = \frac{-x + 10}{x^2 + x - 12}$

(9 درجات)

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل : (1)

$\frac{1}{2} \quad x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$

1 $\frac{-x + 10}{x^2 + x - 12} = \frac{A_1}{x + 4} + \frac{A_2}{x - 3}$

1 $-x + 10 = A_1(x - 3) + A_2(x + 4)$

$\frac{1}{2} \quad -3 + 10 = A_1(0) + A_2(3 + 4)$ نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2} \quad \therefore A_2 = 1$

$\frac{1}{2} \quad 4 + 10 = A_1(-4 - 3) + A_2(0)$ نعوض عن x بـ (-4)

$\frac{1}{2} \quad \therefore A_1 = -2$

1 $\frac{-x + 10}{x^2 + x - 12} = \frac{-2}{x + 4} + \frac{1}{x - 3}$

1 $\int f(x) dx = \int \frac{-x + 10}{x^2 + x - 12} dx$ (2)

$= \int \left(\frac{-2}{x + 4} + \frac{1}{x - 3} \right) dx$

$= \int \frac{-2}{x + 4} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$

$= -2 \int \frac{1}{x + 4} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$

$= -2 \ln|x + 4| + \ln|x - 3| + C$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد طول القوس من منحنى الدالة $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2, 5]$ (6 درجات)

الحل :

$$f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$$

$$1 \quad f'(x) = \frac{2}{9} \times 3 \times \frac{3}{2} (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \quad f'(x) = (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \quad L = \int_2^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$\frac{1}{2} \quad = \int_2^5 \sqrt{1 + \left((9 + 3x)^{\frac{1}{2}}\right)^2} dx$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1 + 9 + 3x} dx$$

$$= \int_2^5 \sqrt{10 + 3x} dx$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{1}{3} \int_2^5 3(10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$1 \frac{1}{2} \quad = \frac{1}{3} \left[\frac{2}{3} (10 + 3x)^{\frac{3}{2}} \right]_2^5$$

$$1 \quad = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{122}{9} \quad \text{وحدة طول}$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد كلا مما يلي :

(9 درجات)

1) $\int x \sin(5x) dx$

الحل:

$u = x$ $dv = \sin(5x) dx$

$du = dx$ $v = \frac{-1}{5} \cos(5x)$

$\int u dv = uv - \int v du$

$\int x \sin(5x) dx = \frac{-1}{5} x \cos(5x) + \frac{1}{5} \int \cos(5x) dx$

$= \frac{-1}{5} x \cos(5x) + \frac{1}{25} \sin(5x) + C$

2) $\int \left(\frac{3x^2 - x}{x} \right)^2 dx$

الحل:

$\int \left(\frac{3x^2 - x}{x} \right)^2 dx = \int \left(\frac{x(3x - 1)}{x} \right)^2 dx$

$= \int (3x - 1)^2 dx$

$= \int (9x^2 - 6x + 1) dx$

$= 3x^3 - 3x^2 + x + C$



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى القطع المكافئ $y_1 = 2 - x^2$

والمستقيم $y_2 = -x$ (8 درجات)

الحل :

لايجاد الاحداثيات السينية لنقطتي التقاطع
نضع

$$y_1 = y_2$$

$$2 - x^2 = -x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x = -1$$

∴ حدا التكامل هما 2 , -1

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي الى الفترة (-1, 2) ولتكن $x = 0$

$$y_1 = 2 - (0)^2 = 2, \quad y_2 = 0$$

$$\because y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$$A = \int_{-1}^2 (y_1 - y_2) dx \quad \therefore \text{مساحة المنطقة هي:}$$

$$= \int_{-1}^2 (2 - x^2 - (-x)) dx$$

$$= \left[2x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^2$$

$$= \left[\left(2(2) - \frac{(2)^3}{3} + \frac{(2)^2}{2} \right) - \left(2(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{9}{2} \quad \text{وحدة مربعة}$$



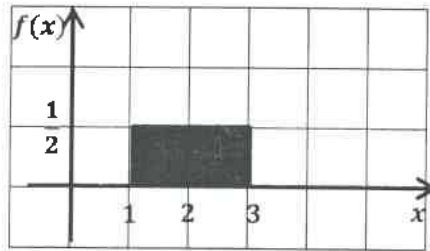
تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$
 (7 درجات)

- (1) أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال
- (2) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم
- (3) أوجد التوقع و التباين للدالة f

الحل:



(1) مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض
 $= 2 \times \frac{1}{2} = 1$

∴ المساحة تحت المنحنى تساوي 1

∴ الدالة f هي دالة كثافة احتمال

- (2) لاثبات أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\therefore a = 1, b = 3 \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



و بالتالي

أي أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

(3) التوقع :

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$

التباين :



القسم الثاني : البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int (-x^{-3} + x - 1) dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C \quad (1)$$

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0,0) وبؤرته (0,2) هي : $x^2 = 8y$

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

(3) الجدول المقابل يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X ، فإن قيمة K هي 0.5

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\int \csc(5x) \cot(5x) dx \text{ يساوي : } (4)$$

(a) $\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

(b) $\csc(5x) + C$

(c) $\frac{1}{5} \cot(5x) + C$

(d) $-\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \text{ يساوي : } (5)$$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

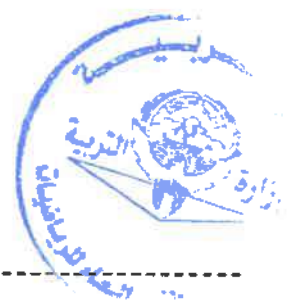
(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات



(6) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

(a) $-\frac{10}{x}$

(b) $\frac{10}{x}$

(c) $\frac{1}{x}$

(d) $-\frac{1}{x}$

(7) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx$ يساوي :

- (a) 2 (b) $2\sqrt{2}$ (c) 4 (d) 8

(8) $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$ يساوي :

- (a) -1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) 0

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

- (a) $\frac{16}{3} \pi$ (b) $\frac{32}{3} \pi$ (c) 4π (d) 6π

(10) المعادلة التي تمثل قطاعا زائدا معادلة أحد دليليه : $y = \frac{25}{7}$ مما يلي هي :

- (a) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$ (b) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$
(c) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = 1$ (d) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{24} = 1$

" انتهت الأسئلة "



ورقة اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول: أسئلة المقال: (تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول :

a) أوجد :

$$(1) \int (x^2 + \cos 2x) dx \quad (3 \text{ درجات})$$

الحل:

1+1+1

$$\int (x^2 + \cos 2x) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}\sin 2x + C$$

$$(2) \int 3xe^{2x+1} dx \quad (5 \text{ درجات})$$

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = 3x$$

$$du = 3 dx$$

$$dv = e^{2x+1} dx$$

$$v = \frac{1}{2} e^{2x+1}$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int 3x e^{2x+1} dx = \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{2} \int e^{2x+1} dx$$

$$= \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{4} e^{2x+1} + C$$





(7 درجات)



تابع : السؤال الأول :

(b) إذا كانت $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد :

(1) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

(2) البؤرتين.

(3) معادلتَي دليلي القطع.

(4) طول كل من المحورين.

الحل:

(1) معادلة القطع الناقص هي : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

و منها نجد أن :

$$a^2 = 36 \rightarrow a = 6$$

$$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

رأسا القطع هما : $A_1 (0, -6)$, $A_2 (0, 6)$

طرفا المحور الأصغر هما : $B_1 (-4, 0)$, $B_2 (4, 0)$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 16 = 20 \quad (2)$$

$$c = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad \text{و منه}$$

البؤرتين هما : $F_1 (0, -2\sqrt{5})$, $F_2 (0, 2\sqrt{5})$

(3) معادلة الدليلين : $y = \frac{a^2}{c}$, $y = -\frac{a^2}{c}$ و منه نجد :

$$y = \frac{a^2}{c} = \frac{36}{2\sqrt{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$$

$$y = -\frac{a^2}{c} = -\frac{36}{2\sqrt{5}} = -\frac{18}{\sqrt{5}} = -\frac{18\sqrt{5}}{5}$$

(4) طول المحور الأكبر هو $2a$: $2a = 2 \times 6 = 12$

(5) طول المحور الأصغر هو $2b$: $2b = 2 \times 4 = 8$

السؤال الثاني :

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1 (-4, 0)$, $F_2 (4, 0)$ ورأساه $A_1 (-2, 0)$, $A_2 (2, 0)$ ثم أوجد معادلة كلا من خطيه المقاربين

(6 درجات)

الحل:

∴ البؤرتين على محور السينات

∴ معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

∴ إحدى البؤرتين $F_2 (4, 0)$

∴ $c = 4$

∴ إحدى الرأسين $A_2 (2, 0)$

∴ $a = 2$

$b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 4 = 12$

ومنه $b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

$y = \pm \frac{b}{a} x$

$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x$

$y = \pm \sqrt{3} x$





(9 درجات)



تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3}$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية .

(2) $\int f(x) dx$

الحل:

1 (1) نحلل المقام : $2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3)$

1
$$\frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} = \frac{A_1}{2x - 1} + \frac{A_2}{x + 3}$$

1
$$x + 17 = A_1(x + 3) + A_2(2x - 1)$$

عوض عن x بـ $\frac{1}{2}$:

1
$$\frac{1}{2} + 17 = A_1\left(\frac{1}{2} + 3\right) + A_2\left(2\left(\frac{1}{2}\right) - 1\right) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن x بـ -3 :

1
$$-3 + 17 = A_1(-3 + 3) + A_2(2(-3) - 1) \rightarrow A_2 = -2$$

1
$$\frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} = \frac{5}{2x - 1} - \frac{2}{x + 3}$$

$\frac{1}{2}$ (2)
$$\int \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} dx = \int \left(\frac{5}{2x - 1} - \frac{2}{x + 3} \right) dx$$

$$= \int \frac{5}{2x - 1} dx - \int \frac{2}{x + 3} dx$$

$$= 5 \int \frac{1}{2x - 1} dx - 2 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

$$= \frac{5}{2} \ln|2x - 1| - 2 \ln|x + 3| + C$$

$2\frac{1}{2}$



(4)

السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي:
 $3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1, 2)$

(6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

$$\because f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

2

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$

1

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $A(1, 2)$ في المعادلة السابقة

1

$$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C \quad \text{فنحصل على :}$$

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 2$$

معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$



تابع : السؤال الثالث :

(b) استخدم التعويض المناسب لإيجاد التكامل :

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(9 درجات)

الحل:

1 + 1

$$u = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 = u + 2$$

1 + 1

$$du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} x^2 (x dx)$$

1

$$= \int \sqrt{u}(u + 2) \left(\frac{1}{2} du\right)$$

1

$$= \int \frac{1}{2} \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}}\right) du$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \left(\frac{1}{2} u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}}\right) du$$

$1\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

1

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$



السؤال الرابع :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \quad , y_2 = -2x + 5$$

(8 درجات)

الحل:

لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع :

$$نضع \quad y_1 = y_2$$

$$x^2 + 2 = -2x + 5$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \text{ أو } x = -3$$

∴ يكون التكامل من $x = -3$ إلى $x = 1$ و مساحة المنطقة هي :

$$A = \left| \int_{-3}^1 (y_2 - y_1) dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-3}^1 [(-2x + 5) - (x^2 + 2)] dx \right|$$

$$= \left| \int_{-3}^1 [-x^2 - 2x + 3] dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{-x^3}{3} - x^2 + 3x \right]_{-3}^1 \right|$$

$$= \left| \left[\frac{-(1)^3}{3} - (1)^2 + 3(1) \right] - \left[\frac{-(-3)^3}{3} - (-3)^2 + 3(-3) \right] \right|$$

$$= \left| \frac{32}{3} \right|$$

$$= \frac{32}{3} \quad (\text{وحدة مربعة})$$



تابع: السؤال الرابع :

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن "عدد الكتابات"

فأوجد ما يلي :

(1) فضاء العينة (S) و عدد عناصره $n(S)$.

(2) مدى المتغير العشوائي X .

(3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X .

(4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X .

(7 درجات)

الحل:

(1) فضاء العينة (S)

$S = \{ (H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (T,H,H), (H,T,T), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T) \}$

$n(S) = 8$

(2)

عناصر فضاء العينة	عدد الكتابات في كل عنصر
(H,H,H)	0
(H,H,T)	1
(H,T,H)	1
(T,H,H)	1
(H,T,T)	2
(T,H,T)	2
(T,T,H)	2
(T,T,T)	3

∴ مدى المتغير العشوائي $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

$$3) P(X = 0) = \frac{1}{8}$$

$$P(X = 1) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

(4) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X :

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

القسم الثاني البنود الموضوعية (لكل بند درجة واحدة)

في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

(2) إذا كانت $y^2 = -\frac{1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ ، فإن خط التماثل هو محور السينات

(3) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد .

في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

$$(4) \text{ إذا كان: } \int_3^{-1} g(x) dx = 2, \int_{-1}^3 f(x) dx = 4, \text{ فإن } \int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx \text{ تساوي}$$

- (a) 18 (b) -6 (c) 6 (d) 12

(5) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

$$(6) \int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx \text{ يساوي}$$

- (a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$ (b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$
(c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$ (d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$



(7) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

(b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

(d) $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

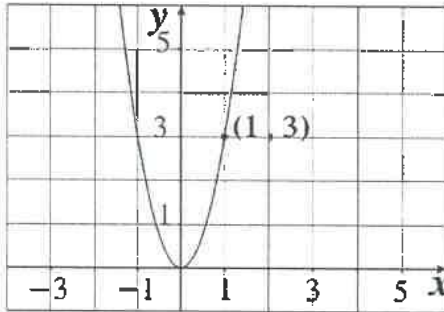
(8) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$

(b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$

(d) $\frac{25}{36}$



(9) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

(a) $(0, \frac{-4}{3})$

(b) $(\frac{9}{20}, 0)$

(c) $(0, \frac{1}{12})$

(d) $(\frac{1}{12}, 0)$

(10) إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي f هي :

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي :

(a) 1.25

(b) 1.5

(c) 0.5

(d) 1

تمت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق



إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
1	☐ a	☒ b		
2	☒ a	☐ b		
3	☒ a	☐ b		
4	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
5	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
6	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
7	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
8	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
9	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
10	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d

10

توقيع المصحح :

توقيع المراجع :



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(5 درجات) (a) أوجد :
$$(1) \int x \sin x \, dx$$

الحل :

$$\int x \sin x \, dx$$

1

$$u = x$$

$$dv = \sin x \, dx$$

1

$$du = dx$$

$$v = -\cos x$$

1

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

1

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \, dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$



(3 درجات) (2)
$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$$

الحل :

1

$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx = \int \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 1)} \, dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int (x - 3) \, dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{x^2}{2} - 3x + C$$



تابع السؤال الأول :

(b) إذا كانت $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد (7 درجات)



(1) رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر

(2) البؤرتين

(3) طول كل من المحورين

(4) معادلتى دليلي القطع

الحل :

معادلة القطع الناقص هي $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\therefore b^2 = 10 \Rightarrow b = \sqrt{10}$$

$$\therefore a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$\therefore c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$\therefore$ رأسا القطع الناقص هما $(4, 0), (-4, 0)$

$\therefore$ طرفا المحور الأصغر هما $(0, \sqrt{10}), (0, -\sqrt{10})$

البؤرتين هما : $(\sqrt{6}, 0), (-\sqrt{6}, 0)$

طول المحور الأكبر هو : $\therefore 2a = 2(4) = 8$

طول المحور الأصغر هو : $\therefore 2b = 2(\sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

معادلتى الدليلين هما : $x = \frac{a^2}{c}, x = -\frac{a^2}{c}$

$$x = \frac{16}{\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}, x = -\frac{16}{\sqrt{6}} = -\frac{8\sqrt{6}}{3}$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه $F_1 (-5, 0)$ ورأساه $A_1 (-3, 0)$, $A_2 (3, 0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

الحل :

∴ البؤرتين على محور السينات

∴ معادلة القطع الزائد هي

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

أحدى البؤرتين $F_1 (-5, 0)$

$$\therefore c = 5$$

أحد الرأسين $A_2 (3, 0)$

$$\therefore a = 3$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 5^2 - 3^2$$

$$= 25 - 9 = 16$$

∴ معادلة القطع الزائد هي

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$y = \pm \frac{4}{3}x$$



تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$ (9 درجات)

فأوجد : (a) الكسور الجزئية

(b) $\int f(x) dx$

الحل:

نحلل المقام

(a)

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 5}$$

$$5x - 1 = A_1(x - 5) + A_2(x + 3)$$

نعوض عن x بـ (5) $\left. \begin{array}{l} 5(5) - 1 = A_1(5 - 5) + A_2(5 + 3) \end{array} \right\} 1$

$$\therefore A_2 = 3$$

نعوض عن x بـ (-3) $\left. \begin{array}{l} 5(-3) - 1 = A_1(-3 - 5) + A_2(-3 + 3) \end{array} \right\} 1$

$$\therefore A_1 = 2$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$$



(b)

$$\int f(x) dx = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx$$

$$= \int \left(\frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx$$

$$= \int \frac{2}{x + 3} dx + \int \frac{3}{x - 5} dx$$

$$= 2 \ln|x + 3| + 3 \ln|x - 5| + C$$



$$1 + 1 + \frac{1}{2}$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوى : (6 درجات)

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1 \text{ ويمر بالنقطة } B(1, 0)$$

الحل :

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$\therefore f(x) = \frac{4}{4}x^4 + \frac{6}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 + x + C$$

$$\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1, 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0 = 1^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$$\therefore C = -3$$

$\therefore$ معادلة المنحنى المطلوب هي :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$



تابع السؤال الثالث :

(9 درجات)

(b) أوجد :

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

الحل :

بوضع

$$u = 4 - x^2 \longrightarrow x^2 = 4 - u$$

$$du = -2x dx \longrightarrow x dx = -\frac{1}{2} du$$

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$= \int \sqrt{4 - x^2} (x^2)^2 x dx$$

$$= \int \sqrt{u} (4 - u)^2 \left(-\frac{1}{2} du\right)$$

$$= \int -\frac{1}{2} (u)^{\frac{1}{2}} (16 - 8u + u^2) (du)$$

$$= \int \left(-8 u^{\frac{1}{2}} + 4 u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} u^{\frac{5}{2}}\right) du$$

$$= -8 \left(\frac{2}{3}\right) u^{\frac{3}{2}} + 4 \left(\frac{2}{5}\right) u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{7}\right) u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= -\frac{16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= -\frac{16}{3} (4 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4 - x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4 - x^2)^{\frac{7}{2}} + C$$



نسخة, كود



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 - 4x$ ومحور السينات في الفترة $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$ (8 درجات)

الحل :

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع

$$\begin{cases} f(x) = 0 \\ x^3 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 0, 0 \in \left(-1, \frac{3}{2}\right), \quad x = 2, 2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

$$x = -2, -2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

∴ المنحنى يقطع محور السينات عند $x = 0$ فتكون مساحة المنطقة A كما يلي :

$$A = \left| \int_{-1}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^{\frac{3}{2}} f(x) dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^{\frac{3}{2}} (x^3 - 4x) dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-1}^0 \right| + \left| \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_0^{\frac{3}{2}} \right|$$

$$A = \left| \left[0 - \left(-\frac{7}{4} \right) \right] \right| + \left| \left[-\frac{207}{64} - 0 \right] \right|$$

$$A = \frac{7}{4} + \frac{207}{64}$$

$$= \frac{319}{64} \text{ units square}$$



تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت X متغير عشوائي متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي : (7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} : 1 \leq x \leq 5 \\ 0 \text{ في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



فأوجد :

(1) $P(1 \leq x \leq 5)$

(2) $P(x < 3)$

الحل:

نرسم بيان الدالة f

(1) مساحة المنطقة المظللة (المنطقة المستطيلة):

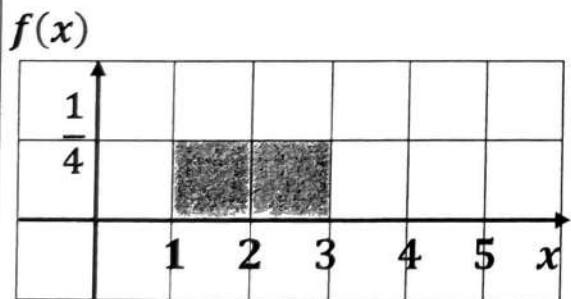
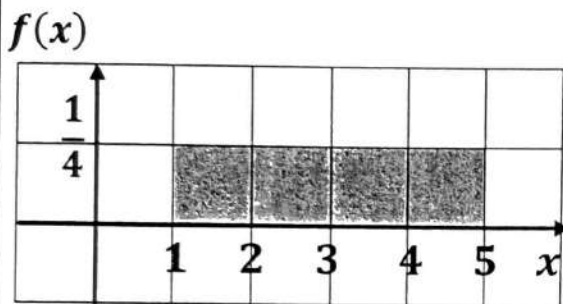
$$P(1 \leq x \leq 5)$$

$$= (5 - 1) \times \frac{1}{4}$$

$$= 1$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$



(2) مساحة المنطقة المظللة (المنطقة المستطيلة):

$$P(x < 3)$$

$$= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .



$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0, 0) وبؤرته (0, 2) هي : $x^2 = 8y$

(3) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت : $x = -1$, $y = -5$, $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$, فإن y تساوي :

(a) $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$

(b) $3x^{\frac{1}{3}} - 2$

(c) $3x^{\frac{1}{3}} + 2$

(d) $3x^{\frac{1}{3}}$

(5) إذا كانت $y = e^{-5x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

(a) e^{-5x}

(b) $-e^{-5x}$

(c) $-5 e^{-5x}$

(d) $5 e^{-5x}$

(6) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن $\int_{-a}^a f(x) \, dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $R - R^-$

(b) $R - R^+$

(c) R^-

(d) R^+



(7) طول القوس من منحنى الدالة $f: f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2, 3]$ هو :

(a) 7 units

(b) 6 units

(c) 5 units

(d) 1 units

(8) إذا كان X متغير عشوائي متقطعا لدالة التوزيع الاحتمالي f وكان التوقع $= 0.5$ ،

$$\sum x^2 f(x) = 4.25 \quad \text{فإن الانحراف المعياري هو}$$

(a) 4

(b) 2

(c) 3.75

(d) 1

(9) لأي قطع ناقص يكون :

(a) $a > c$

(b) $a < c$

(c) $a = ec$

(d) $a = c$

(10) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

(a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$

(b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

(c) $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$

(d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$



" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx$ (9 درجات)

الحل :

1 $u = x^2 + 2x - 3$

1 $du = (2x + 2)dx \Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1)dx$

1 $u = -4$ فإن $x = -1$ عندما

1 $u = 0$ فإن $x = 1$ عندما

2 $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx = \frac{1}{2} \int_{-4}^0 u^2 du$

1 $= \frac{1}{2} \left[\frac{u^3}{3} \right]_{-4}^0$

2 $= \frac{1}{2} \left[0 + \frac{64}{3} \right]$

$= \frac{32}{3}$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ (6 درجات)
يساوي $3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1, 2)$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

1

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$

1

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $A(1, 2)$ في المعادلة السابقة فنحصل

1

$$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 2$$

1

معادلة المنحنى f المطلوب هي : $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$



السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد: $\int \csc^5 x \cot x \, dx$ (1) (6 درجات)

الحل :

1

$$u = \csc x$$

1

$$du = -\csc x \cot x \, dx \rightarrow -du = \csc x \cot x \, dx$$

1

$$\int \csc^5 x \cot x \, dx = \int \csc^4 x \cdot \csc x \cot x \, dx =$$

1

$$= -\int u^4 \cdot du$$

1

$$= \frac{-u^5}{5} + C$$

1

$$= \frac{-\csc^5 x}{5} + C$$

(4 درجات) (2) $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$

الحل :

1

$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx = \int \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 1)} \, dx$$

1

$$= \int (x - 3) \, dx$$

2

$$= \frac{x^2}{2} - 3x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f :
 $f(x) = x^2 - 3x$ و محور السينات

الحل:

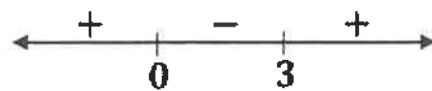
نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 3$$



نبحث إشارة $f(x)$ في $[0, 3]$

$$\therefore f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0, 3]$$

$$A = - \int_0^3 f(x) dx$$

$$= - \int_0^3 (x^2 - 3x) dx$$

$$= - \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2} x^2 \right]_0^3$$

$$= - \left[\left(9 - \frac{27}{2} \right) - (0) \right]$$

$$= - \left(-\frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{2} \text{ units square}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$$

(9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل:

1 (1) $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

$\frac{1}{2}$ $\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 5}$

1 $5x - 1 = A(x - 5) + B(x + 3)$

$\frac{1}{2}$ $5(5) - 1 = A(5 - 5) + B(5 + 3)$ نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $\therefore B = 3$

$5x - 1 = A(x - 5) + B(x + 3)$

$\frac{1}{2}$ $5(-3) - 1 = A(-3 - 5) + B(-3 + 3)$ نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A = 2$

$\frac{1}{2}$ $\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$

(2) $\int f(x)dx = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx$

1 $= \int \left(\frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int \frac{2}{x + 3} dx + \int \frac{3}{x - 5} dx$

1 $= 2 \int \frac{1}{x + 3} dx + 3 \int \frac{1}{x - 5} dx$

$\frac{1}{2}$ $= 2\ln|x + 3| + 3\ln|x - 5| + C$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه : $F_1(0, -3), F_2(0, 3)$ (6 درجات)
وطول محوره الأصغر 4

الحل :

تقع البؤرتان على محور الصادات فتكون المعادلة على الصورة

$\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

∴ البؤرتان $F_1(0, -3), F_2(0, 3)$

1

$$\therefore c = 3$$

∴ طول محوره الأصغر 4

1

$$\therefore 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore b^2 = 4$$

1

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$\frac{1}{2}$

$$9 = a^2 - 4$$

$\frac{1}{2}$

$$a^2 = 13$$

معادلة القطع الناقص هي :

1

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{13} = 1$$



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\int x \ln x \, dx$$

(8 درجات)

الحل :

$$1\frac{1}{2}$$

$$u = \ln x$$

$$dv = x \, dx$$

$$1\frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\int u \, dv = u \, v - \int v \, du$$

$$2$$

$$\int x \ln x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$1$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x \, dx$$

$$1\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$



تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد ، (7 درجات)

فأوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلة كل من الخطين المقاربين

الحل:

(1)

$$9y^2 - 25x^2 = 225$$

$$\frac{9y^2}{225} - \frac{25x^2}{225} = \frac{225}{225}$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$A_1(0, -5), A_2(0, 5)$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 25 + 9 = 34$$

$$c = \sqrt{34}$$

$$F_1(0, -\sqrt{34}), F_2(0, \sqrt{34})$$

$$y = \pm \frac{a}{b} x$$

$$y = \pm \frac{5}{3} x$$



المعادلة على الصورة :

المحور القاطع على محور الصادات :

رأسا القطع الزائد هما :

(2)

البؤرتان :

(3) معادلة الخطين المقاربين :



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1, 8]$ هو: $V = \pi \int_1^8 (\sqrt[3]{x})^2 dx$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت: $y = x^2 e^x - x e^x$, فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $e^x(x^2 + x - 1)$

(b) $e^x(x^2 - x)$

(c) $2x e^x - e^x$

(d) $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(5) $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$ يساوي:

(a) $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$

(b) $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$

(c) $-\ln|e^x - 4| + C$

(d) $\ln|e^x - 4| + C$

(6) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx$ يساوي :

(a) 2

(b) $2\sqrt{2}$

(c) 4

(d) 8



(7) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

(a) $\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b) $\frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c) $2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d) $\frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(8) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$, بالوحدات المكعبة هو

(a) 6π

(b) 18

(c) 18π

(d) 81π

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

(a) (0, 0)

(b) (1, 0)

(c) (0, 1)

(d) (1, 1)

(10) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح الى أسفل هي:

(a) $y^2 = \frac{-1}{2} x$

(b) $y^2 = \frac{1}{2} x$

(c) $x^2 = \frac{-1}{2} y$

(d) $x^2 = \frac{1}{2} y$

" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	☒ a	☐ b		
(2)	☐ a	☒ b		
(3)	☐ a	☒ b		
(4)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(5)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(6)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(7)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(8)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(9)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول - أسئلة المقالتراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد $\int x^2 \ln x^2 dx$ (9 درجات)الحل :

1

$u = \ln x^2$

$dv = x^2 dx$

2

$du = \frac{1}{x^2} \cdot 2x dx = \frac{2}{x} dx$

$v = \frac{x^3}{3}$

1

$\int u dv = uv - \int v du$

2

$\int x^2 \ln x^2 dx = \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{2}{x} dx$

1

$= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{3} \int x^2 dx$

 $1\frac{1}{2}$

$= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \right) x^3 + C$

 $\frac{1}{2}$

$= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{9} x^3 + C$



تابع السؤال الأول :

- (b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x, y)$ (6 درجات)
يساوي $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ و يمر بالنقطة $B(1, 0)$

الحل :

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1, 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$$C = -3$$

معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد :
$$(1) \int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx$$
 (4 درجات)

الحل :

1
$$\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx = \int \frac{(x + 4)(x + 1)}{(x + 1)} dx$$

1
$$= \int (x + 4) dx$$

2
$$= \frac{x^2}{2} + 4x + C$$

(6 درجات)
$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$$

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $u = \tan x, du = \sec^2 x dx$

1 $u = \tan 0 = 0$ فإن $x = 0$ عندما

1 $u = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ فإن $x = \frac{\pi}{4}$ عندما

1
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx = \int_0^1 u du$$

1
$$= \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^1$$

1
$$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة (5 درجات)

حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x-1}$:

و محور السينات في الفترة $[1, 5]$

الحل :

حجم المجسم الناتج هو :

$$V = \pi \int_1^5 (f(x))^2 dx$$

$$= \pi \int_1^5 (\sqrt{x-1})^2 dx$$

$$= \pi \int_1^5 (x-1) dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^5$$

$$= \pi \left[\left(\frac{25}{2} - 5 \right) - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right]$$

$$= 8\pi \text{ units cube}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$ (9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل:

1 $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$

1 $2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$

$\frac{1}{2}$ $2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$ نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_2 = -1$

$\frac{1}{2}$ $2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$ نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_1 = 1$

1 $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$

$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)} dx$

1 $= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3} \right) dx$

$= \int \frac{1}{x-5} dx + \int \frac{-1}{x-3} dx$

3 $= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$



تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$

و نقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1(0, -3)$, $B_2(0, 3)$

الحل :

∴ البؤرتان $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$

$$\therefore c = 2$$

∴ المحور الأكبر ينطبق على المحور السيني

∴ نقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1(0, -3)$, $B_2(0, 3)$

$$\therefore b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 9 + 4 = 13$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص هي}$$

$$\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$$



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد: $\int x(x+1)^5 dx$ (8 درجات)

الحل :

1 $u = x + 1 \Rightarrow x = u - 1$

1 $du = dx$

2 $\int x(x+1)^5 dx = \int (u-1)u^5 du$

1 $= \int (u^6 - u^5) du$

2 $= \frac{u^7}{7} - \frac{u^6}{6} + C$

1 $= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C$



تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

(b) لتكن معادلة القطع الزائد
فلوجد:

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلتى دليلى القطع

الحل:

المعادلة على الصورة :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

المحور القاطع على محور السينات :

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

(1) رأسا القطع الزائد هما : $A_1(-4, 0), A_2(4, 0)$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = 5$$

(2) البؤرتان : $F_1(-5, 0), F_2(5, 0)$

$$x = \pm \frac{a^2}{c}$$

(3) معادلة دليلى القطع :

$$x = \pm \frac{16}{5}$$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int (-x^{-3} + x - 1)dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2} + C \quad (2)$$

- (3) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f: f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي $2 \int_0^2 f(x)dx$

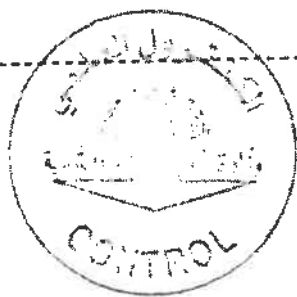
ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

- (4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc(x) \cot(x)$ هي

- (a) $F(x) = 8x + \csc(x) + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot(x) + C$
(c) $F(x) = 8x - \csc(x) + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot(x) + C$

- (5) إذا كانت : $y = \ln(x^2 + 1)$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $\frac{x}{x^2 + 1}$ (b) $\frac{2}{x^2 + 1}$
(c) $\frac{2x}{x^2 + 1}$ (d) $-\frac{2x}{x^2 + 1}$



(6) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$ يساوي :

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x} - e^{+x}}{2} + C$

(d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(7) $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$ يساوي :

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) $\frac{1}{2}$

(8) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ومحور السينات هي

(a) $4\pi \text{ units}^2$

(b) $2\pi \text{ units}^2$

(c) $6\pi \text{ units}^2$

(d) $8\pi \text{ units}^2$

(9) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطة $C(-5, -6)$ وخط تماثله $y - \text{axis}$ هي

(a) $y^2 = -\frac{25}{6}x$

(b) $x^2 = -\frac{6}{25}y$

(c) $y^2 = -\frac{6}{25}x$

(d) $x^2 = -\frac{25}{6}y$

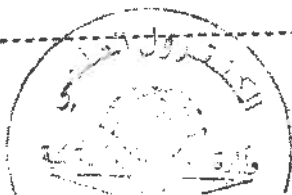
(10) إذا كانت معادلة القطع المكافئ : $y^2 = -16x$ ، فإن بؤرته هي :

(a) $(0, -4)$

(b) $(0, 4)$

(c) $(-4, 0)$

(d) $(4, 0)$



" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) أوجد:

$$\int (2x - 1)e^{x^2-x+3} dx$$

الحل:

1 $u = x^2 - x + 3$

2 $du = (2x - 1) dx$

1 $\int (2x - 1)e^{x^2-x+3} dx = \int e^u du$

1 $= e^u + C$

2 $= e^{x^2-x+3} + C$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(7 درجات)

$$\int \sqrt{4x-5} dx$$

الحل :

$$\begin{aligned} 1 \quad \int \sqrt{4x-5} dx &= \int (4x-5)^{\frac{1}{2}} dx \\ \frac{1}{2} \quad g(x) &= 4x-5 \\ 1 \quad g'(x) &= 4 \\ 1 \quad \int (4x-5)^{\frac{1}{2}} dx &= \frac{1}{4} \int 4(4x-5)^{\frac{1}{2}} dx \\ 2\frac{1}{2} \quad &= \frac{1}{4} \frac{(4x-5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C \\ 1 \quad &= \frac{1}{6} (4x-5)^{\frac{3}{2}} + C \end{aligned}$$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = x \quad dv = \sin x$$
$$du = dx \quad v = -\cos x$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$2$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \, dx$$

$$1 \quad \frac{1}{2}$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$ (8 درجات)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد $\int f(x) dx$

الحل :

$$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$$

$$2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$$

نعوض عن x بـ (3)

$$2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$$

$$\therefore A_2 = -1$$

$$2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$$

نعوض عن x بـ (5)

$$\therefore A_1 = 1$$

$$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$$

$$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)} dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3} \right) dx$$

$$= \int \frac{1}{x-5} dx + \int \frac{-1}{x-3} dx$$

$$= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : (7 درجات)

$f(x) = x^2 - 3x$ و محور السينات

الحل :

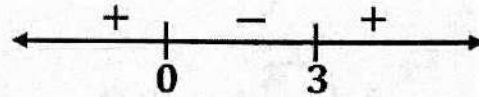
لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات

بوضع $f(x) = 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } x = 3$$



$$\therefore f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0, 3]$$

$$A = - \int_0^3 f(x) dx$$

$$= - \int_0^3 (x^2 - 3x) dx$$

$$= - \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3$$

$$= - \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - \frac{3(3)^2}{2} \right) - \left(\frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2} \right) \right]$$

$$= - \left[\left(9 - \frac{27}{2} \right) - (0) \right]$$

$$= - \left(-\frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{2} \text{ units square}$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x, y)$

يساوي $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ و يمر بالنقطة $B(1, 0)$

(7 درجات)

الحل :

1

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1

$$\therefore f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

2 $\frac{1}{2}$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1, 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل

على

1

$$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = -3$$

معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

1

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$



السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه (0, 0) إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني وطوله 12 cm والمسافة بين البؤرتين 8 cm

(6 درجات)

الحل :

∴ طول المحور الأكبر هو 12 cm

$$\therefore 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

∴ المسافة بين البؤرتين هي 8 cm

$$\therefore 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2 = 6^2 - 4^2$$

$$= 36 - 16 = 20$$

∴ محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني فتكون المعادلة على الصورة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

بالتعويض نحصل على المعادلة :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$



تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن $9x^2 - 16y^2 = 144$ معادلة قطع زائد

أوجد :

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلتا دليلي القطع الزائد

(8 درجات)

الحل:

(1) المعادلة

$$9x^2 - 16y^2 = 144$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

المحور القاطع على محور السينات:

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$A_1(-4, 0), A_2(4, 0)$$

رأسا القطع الزائد هما:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (2)$$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = 5$$

$$F_1(-5, 0), F_2(5, 0)$$

البؤرتان هما :

$$y = \pm \frac{a^2}{c} \quad (3) \text{ معادلتا دليلي القطع الزائد :}$$

$$y = \pm \frac{16}{5}$$



ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{1}{x^2} \, dx = \frac{1}{x} + C \quad (2)$$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بمنحنى الدالة $f(x) = x$ و $g(x) = \frac{1}{2}x^2$: منحنى الدالة g

$$V = \pi \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) dx \quad \text{هو :}$$

$$y^2 = -\frac{1}{6}x \quad (4) \quad \left(-\frac{1}{24}, 0\right) \text{ معادلة قطع مكافئ بؤرته}$$

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} \quad (5) \quad \text{يساوي :}$$

$$(a) \quad \frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(b) \quad \frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(d) \quad 2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx \quad (6) \quad \text{يساوي :}$$

$$(a) \quad \frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$$

$$(b) \quad -\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$$

$$(c) \quad -\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + C$$

$$(d) \quad 3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$$

(7) إذا كانت $y = \ln(x^2 + 1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

$$(a) \quad \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$(b) \quad \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$(c) \quad \frac{-2x}{x^2 + 1}$$

$$(d) \quad \frac{2x}{x^2 + 1}$$

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$ يساوي :

(a) $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

(b) $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

(c) $-\ln|e^x - 4| + C$

(d) $\ln|e^x - 4| + C$

(9) إذا كان : $\int_3^1 g(x) dx = 2$, $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$

تساوي :

(a) 18

(b) -6

(c) 12

(d) 6

(10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$ يساوي :

(a) 4

(b) 2

(c) 0

(d) π

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات

$y = -2, x = 0$ ومنحنى الدالة $f : f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π

(b) 16π

(c) 8π

(d) 2π

(12) المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من :

(a) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

(b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

(c) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

(d) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

(13) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه $(0, 0)$ و يمر بالنقطة $C(-5, -6)$ و خط تماثله $y - axis$ هي:

Ⓐ $x^2 = \frac{-25}{6}y$ Ⓑ $y^2 = \frac{-25}{6}x$ Ⓒ $y^2 = \frac{-6}{25}x$ Ⓓ $x^2 = \frac{-6}{25}y$

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

Ⓐ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{11}}{5}$ Ⓒ $\frac{36}{25}$ Ⓓ $\frac{25}{36}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b		
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d
(11)	a	b	c	d
(12)	a	b	c	d
(13)	a	b	c	d
(14)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

14



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} dx$$

2

$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} dx = \int \frac{(x - 1)(x - 3)}{(x - 1)} dx$$

1

$$= \int (x - 3) dx$$

1+1+ 1

$$= \frac{1}{2} x^2 - 3x + C$$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد

الحل :

$$\int 3x e^{2x+1} dx \quad (8 \text{ درجات})$$

1 + 1

$$u = 3x \quad dv = e^{2x+1} dx$$

1 + 1

$$du = 3dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x+1}$$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1 $\frac{1}{2}$

$$\int 3x e^{2x+1} dx = \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{2} \int e^{2x+1} dx$$

1 $\frac{1}{2}$

$$= \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{4} e^{2x+1} + C$$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

$$(a) \text{ أوجد } \int_2^{-1} (\sqrt{x+1} - 3) dx$$

الحل:

$\frac{1}{2}$

$$\int_2^{-1} (\sqrt{x+1} - 3) dx = - \int_{-1}^2 (\sqrt{x+1} - 3) dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= - \int_{-1}^2 \left((x+1)^{\frac{1}{2}} - 3 \right) dx$$

$1 + 1$

$$= - \left[\frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} - 3x \right]_{-1}^2$$

2

$$= - \left[\frac{2}{3} (2+1)^{\frac{3}{2}} - 3(2) - \frac{2}{3} (-1+1)^{\frac{3}{2}} + 3(-1) \right]$$

1

$$= - \left(\frac{2}{3} (3\sqrt{3}) - 6 - 3 \right)$$

$$= 9 - 2\sqrt{3} \approx 5.5$$



تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$

أوجد الكسور الجزئية للدالة f ثم أوجد $\int f(x)dx$ (8 درجات)

الحل :

1 نحلل المقام $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

1 $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 5}$

1 $5x - 1 = A(x - 5) + B(x + 3)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = -3 \rightarrow 5(-3) - 1 = A(-3 - 5) + 0 \rightarrow A = 2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = 5 \rightarrow 5(5) - 1 = 0 + B(5 + 3) \rightarrow B = 3$

$\therefore f(x) = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$

$\frac{1}{2}$

$\int f(x)dx = \int \left(\frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx$

$= 2 \int \frac{1}{x + 3} dx + 3 \int \frac{1}{x - 5} dx$

$1 + 1 + \frac{1}{2}$

$= 2 \ln|x + 3| + 3 \ln|x - 5| + C$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة

كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحني الدالتين :

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحني الدالتين y_1 , y_2

نوجد الإحداثي السيني لنقاط تقاطع المنحنيين بوضع $y_1 = y_2$

$$x + 3 = x^2 + 1$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 , x = -1 \text{ ومنها}$$

بأخذ قيمة اختيارية في $(-1, 2)$ ولتكن $x = 0$ نجد أن

$$y_1 = 3 , y_2 = 1$$

$$\therefore y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج من الدوران هو

$$V = \pi \int_{-1}^2 [(y_1)^2 - (y_2)^2] dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^2 [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2] dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^2 [(x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x + 1)] dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^2 [-x^4 - x^2 + 6x + 8] dx$$

$$V = \pi \left[-\frac{1}{5} x^5 - \frac{1}{3} x^3 + 3x^2 + 8x \right]$$

$$V = \pi \left[\left(\frac{284}{15} \right) - \left(\frac{-67}{15} \right) \right]$$

$$V = \frac{117\pi}{5} \text{ units cube}$$





تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذى ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوى $3x^2 + x$ ويمر بالنقطة $(2, 2)$ (6 درجات)

الحل :

ميل منحنى الدالة هو $f'(x) = 3x^2 + x$
معادلة منحنى الدالة هي

$$f(x) = \int (3x^2 + x) dx$$

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $(2, 2)$ أى $f(2) = 2$

$$2 = 2^3 + \frac{1}{2}(2)^2 + C$$

$$\therefore C = -8$$

معادلة منحنى الدالة المطلوب هو

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 8$$



السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) حدد نوع القطع المخروطي ثم أوجد معادلته إذا علمت أن (6 درجات)

اختلافه المركزي ($e = 1$) وبؤرته : $F(\frac{1}{2}, 0)$

الحل :

$$\therefore e = 1$$

$\therefore$ القطع المخروطي هو قطع مكافئ

$\therefore$ البؤرة هي $F(\frac{1}{2}, 0)$ تنتمي إلى الجزء الموجب من محور السينات

$$\therefore p = \frac{1}{2}$$

محور التماثل هو محور السينات

فإن معادلة القطع هي $y^2 = 4px$

$$y^2 = 4 \left(\frac{1}{2}\right) x$$

$$y^2 = 2x$$



تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4, 0)$, $F_2(4, 0)$ ورأساه هما $A_1(-2, 0)$, $A_2(2, 0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين (8 درجات)

الحل:

∴ البؤرتين على محور السينات

∴ معادلة القطع الزائد هي $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

∴ إحدى البؤرتين هي $F_1(-4, 0)$ فإن $c = 4$

∴ إحدى الرأسين هي $A_1(-2, 0)$ فإن $a = 2$

من العلاقة الأساسية : $c^2 = a^2 + b^2$

ومنها $b^2 = c^2 - a^2$

$$b^2 = 4^2 - 2^2 = 12$$

ومنها $b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

∴ معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

معادلة الخطين المقاربين هما :

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2}x$$

$$y = \pm \sqrt{3}x$$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int (2x^2 - 1)(2x^3 - 3x + 4)^5 dx = \frac{1}{18}(2x^3 - 3x + 4)^6 + C \quad (1)$$

$$(2) \quad \text{إذا كانت } y = 4^{x-2} \quad \text{فإن } \frac{dy}{dx} = 4x$$

(3) إذا كانت $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى

$$- \int_a^b f(x) dx \quad \text{الدالة ومحور السينات في } [a, b] \text{ هي}$$

(4) إذا كانت $e < 1$ فإن القطع هو قطع ناقص

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي

$$(a) F(x) = 8x + \csc x + C \quad (b) F(x) = 8x - \cot x + C$$

$$(c) F(x) = 8x - \csc x + C \quad (d) F(x) = 8x + \cot x + C$$

$$(6) \quad \int \sec^2 x dx \quad \text{يساوي}$$

$$(a) \sec x + C$$

$$(b) \tan x + C$$

$$(c) -\sec x + C$$

$$(d) -\tan x + C$$



(7) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوى

- (a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$ يساوى

- (a) $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$ (b) $\ln|e^x - 4| + C$
(c) $-\ln|e^x - 4| + C$ (d) $\frac{1}{2}\ln|e^x - 4| + C$

(9) $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$ يساوى

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2

(10) إذا كان $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$, $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ فإن

تساوى $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$

- (a) 18 (b) -6 (c) 6 (d) 12

(11) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي

- (a) $9\pi \text{ units}^2$ (b) $6\pi \text{ units}^2$
(c) $3\pi \text{ units}^2$ (d) $\frac{9}{2}\pi \text{ units}^2$

(12) حل المعادلة التفاضلية $y' = 4y$ الذى يحقق $y = 2$ عند $x = 0$ هو

- (a) $y = -2e^{4x}$ (b) $y = 2e^{4x} + 1$
(c) $y = 2e^{4x}$ (d) $y = 2e^{4x} - 1$



(13) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 7, 0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0, \pm 6)$ هي :

(a) $\frac{x^2}{85} + \frac{y^2}{36} = 1$

(b) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{85} = 1$

(c) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$

(d) $\frac{x^2}{85} + \frac{y^2}{49} = 1$

(14) معادلة قطع ناقص إحدى بؤرتيه $(0, 4)$ وأحد رأسيه $(0, -5)$ هي :

(a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

(b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

(c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$

(d) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$

انتهت الأسئلة



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)		
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

14



دولة الكويت

وزارة التربية

2019 / 2018 م
الامتحان في 12 صفحة

إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول: أسئلة المقال
تتبع الحل الأخرى في جميع أسئلة المقال:

14

السؤال الأول:

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة: $y_1 = 3 - x^2$

والمستقيم: $y_2 = -2x$

(8 درجات)

الحل:

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع:

$$y_1 = y_2 \quad \text{نضع}$$

$$\therefore 3 - x^2 = -2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -1$$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-1, 3)$ ولتكن $x = 0$

$$y_1 = 3 - (0)^2 = 3$$

$$y_2 = -2(0) = 0$$

$$\therefore y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1, 3]$$

$\therefore$ مساحة المنطقة هي:

$$A = \int_{-1}^3 (y_1 - y_2) dx$$

$$= \int_{-1}^3 (3 - x^2 + 2x) dx$$

$$= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^3$$

$$= \left[3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2 \right] - \left[3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 \right]$$

$$= \frac{32}{3} \quad (\text{وحدة مربعة})$$

(1)



تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

(b) أوجد $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2} dx$

الحل :

$u = \frac{1}{x} + 3$

قاعدة التفاضل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$

1

$\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2} dx = \int -u^4 du$

1 + 1

$= -\frac{u^5}{5} + c$

1

$= -\frac{1}{5} \left(\frac{1}{x} + 3 \right)^5 + c$



14

السؤال الثاني :

(a) أوجد التكامل :

(6 درجات)

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = \ln x$$

$$dv = (4x - 1)dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = 2x^2 - x = x(2x - 1)$$

1

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x(2x - 1) dx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int (2x - 1) dx$$

1

$$= x(2x - 1) \ln x - (x^2 - x) + c$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - x^2 + x + c$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \quad \text{في الفترة } [0, 2]$$

الحل :

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} (3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \times 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + ((3 + 2x)^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (3 + 2x)} dx$$

$$= \int_0^2 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$= \int_0^2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x \Rightarrow g'(x) = 2$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^2 2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[(4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{3} \left[(4 + 2(2))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [16\sqrt{2} - 8] \text{ units}$$

$$L \approx 4.87 \text{ units}$$



14

السؤال الثالث:

(a) أوجد التكامل: $\int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$

(6 درجات)

الحل :

1

$$u = \cos(2x - 3)$$

قاعدة التفاضل :

$1 + \frac{1}{2}$

$$du = -2 \sin(2x - 3) dx \Rightarrow -\frac{1}{2} du = \sin(2x - 3) dx$$

$$\therefore \int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$$

1

$$= -\frac{1}{2} \int u^3 du$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} u^4 + C$$

1

$$= -\frac{1}{8} \cos^4(2x - 3) + C$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

$$y = 2x \text{ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : } F_1(0, -\sqrt{5})$$

الحل :

$$\therefore \text{ إحدى البؤرتين } F_1(0, -\sqrt{5})$$

$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$\text{معادلة المقارب : } y = \frac{a}{b}x \text{ حيث من المعطى } y = 2x$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

بالتعويض في (1)

$$\therefore 5 = 4b^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = 5b^2$$

$$\therefore b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$a = 2(1) = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$



(6)



14

السؤال الرابع:

(a) أوجد التكامل : $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15} dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$\frac{1}{2}$

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{A_1}{(x - 3)} + \frac{A_2}{(x - 5)}$$

1

$$3x - 13 = A_1(x - 5) + A_2(x - 3)$$

عوض عن x بـ 3

$\frac{1}{2}$

$$3(3) - 13 = A_1(3 - 5) + A_2(3 - 3)$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore A_1 = 2$$

عوض عن x بـ 5

$\frac{1}{2}$

$$3(5) - 13 = A_1(5 - 5) + A_2(5 - 3)$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore A_2 = 1$$

عوض عن A_1 و A_2 بقيمتيهما

$\frac{1}{2}$

$$\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{2}{(x - 3)} + \frac{1}{(x - 5)}$$

$\frac{1}{2}$

$$\int \frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} dx = \int \left(\frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x - 5} \right) dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{2}{x - 3} dx + \int \frac{1}{x - 5} dx$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= 2\ln|x - 3| + \ln|x - 5| + C$$



(7)



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
((مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و -2 لغير ذلك))
فأوجد :

- (1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
- (2) مدى المتغير العشوائي X
- (3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
- (4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

(1) فضاء العينة : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

، عدد عناصر فضاء العينة (S) : $n(s) = 6$

عناصر مدى المتغير العشوائي	عناصر فضاء العينة
0	1
3	2
8	3
-2	4
-2	5
-2	6

مدى المتغير العشوائي : $X = \{-2, 0, 3, 8\}$

$$P(X = -2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} , P(X = 0) = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 3) = \frac{1}{6} , P(X = 8) = \frac{1}{6}$$

(4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X :

x	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$



(8)



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، $f(2) = 1$ فإن $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

(2) إذا كان $y = 1$ عند $x = 0$ و $y' + y = 0$ فإن $y = 2e^{-x}$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $(\frac{1}{8}, 0)$

(4) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad \text{فإن } P(X \geq 2) = 1$$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

a) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

b) $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

c) $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$

d) $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بمنحنى الدالة $f: \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x=0, x=2$ بالوحدات المكعبة هو :

a) 4π

b) 16π

c) 8π

d) 2π



$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \quad (7)$$

a) $2 \ln(x^2 + 1) + c$

b) $\ln(x^2 + 1) + c$

c) $\frac{x^2}{x^2+1} + c$

d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3} + x} + c$

(8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2 + 2xy = 0$ من:

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

$$\int (2x + 1) \sin x dx = \quad (9)$$

a) $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

b) $-(2x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

c) $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

d) $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو $-x + 3$ ويمر بالنقطة $A(2, 3)$ هي y تساوي:

a) $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

b) $3 - \ln|3 - x|$

c) $\ln|3 - x| + 3$

d) $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

(11) إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $e^x(x^2 + x + 1)$

b) $e^x(x^2 - x)$

c) $e^x(x^2 + x - 1)$

d) $2x e^x - e^x$



(12) النقطة $A(-10, 0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ فإن $AF_1 + AF_2$ حيث F_1, F_2 هما البؤرتان يساوي :

- a) 10 units b) 12 units c) 14 units d) 20 units

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (13)$$

- a) 2 b) 0 c) 4 d) π

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $P(0 \leq Z \leq 2.35)$ يساوي :

- (a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

انتهت الأسئلة



جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة:



دولة الكويت
وزارة التربية

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة
2018 / 2019 م الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :
(a) أوجد

(6 درجات) $\int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx$

الحل :

بفرض $u = x^2 + 4x - 1$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$du = (2x + 4)dx$, $\frac{1}{2} du = (x + 2)dx$

1

$\int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx = \int u^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2} du \right)$

$\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{3}} du$

1 + 1

$= \frac{1}{2} \left[\frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} \right] + C$

1

$\therefore \int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx = \frac{3}{8} (x^2 + 4x - 1)^{\frac{4}{3}} + C$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0,6]$$

الحل :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} (3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \cdot 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + \left((3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \right)^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + 3 + 2x} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x, \quad g'(x) = 2 \quad \text{بفرض}$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^6 2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[(4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^6$$

$$L = \frac{1}{3} \left[(4 + 2(6))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [64 - 8]$$

$$L \approx 18.7 \text{ (وحدة طول)}$$



14

السؤال الثاني :

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

(6 درجات)

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \quad \text{بفرض :}$$

وهي دالة متصلة على $[0, 2]$

$\frac{1}{2}$

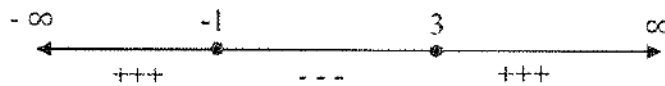
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \text{نضع}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$x = -1 \quad \text{أو} \quad x = 3$$



1

$$[0, 2] \subseteq [-1, 3]$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$f(x) \leq 0, \forall x \in [0, 2]$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \int_0^2 f(x) dx \leq 0, \quad \forall x \in [0, 2]$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y = 2$ في الفترة $[-2, 2]$

الحل :

بفرض $g(x) = y = 2$

نأخذ قيمة اختيارية في $[-2, 2]$ ولتكن $x = 0$

$$g(0) = 2, \quad f(0) = 0$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2]$$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج عن الدوران :

$$V = \pi \int_{-2}^2 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_{-2}^2 \left[(2)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2 \right)^2 \right] dx$$

$$= \pi \int_{-2}^2 \left[4 - \frac{1}{4}x^4 \right] dx$$

$$= \pi \left[4x - \frac{1}{20}x^5 \right]_{-2}^2$$

$$= \pi \left[\left(4(2) - \frac{1}{20}(2)^5 \right) - \left(4(-2) - \frac{1}{20}(-2)^5 \right) \right]$$

$$V = \frac{64}{5}\pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$



السؤال الثالث:

(a) أوجد

14

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل :

$$\begin{array}{l} u = x^2 \\ du = 2x \, dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \cos x \, dx \\ v = \sin x \end{array}$$

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x \, dx \quad \dots (1)$$

$$\begin{array}{l} u = 2x \\ du = 2 \, dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \sin x \, dx \\ v = -\cos x \end{array}$$

$$\int 2x \sin x \, dx = 2x(-\cos x) - \int 2(-\cos x) \, dx$$

$$= -2x \cos x + 2 \int \cos x \, dx$$

$$= -2x \cos x + 2 \sin x + C_1 \quad \dots (2)$$

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

1

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{بالمقارنة قطع زائد معادلته:}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 1 \rightarrow a = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$b^2 = \frac{1}{25} \rightarrow b = \frac{1}{5}$$

1

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$c^2 = 1 + \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$c^2 = \frac{26}{25}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$c = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي :

$$\frac{1}{2}$$

$$e = \frac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$e = \frac{\sqrt{26}}{5}$$



السؤال الرابع:
(a) أوجد

14

(7 درجات)

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} &= \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x} + \frac{4}{x^2 - 2x} \\ &= 1 + \frac{4}{x^2 - 2x} \end{aligned}$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2)$$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x - 2}$$

بضرب طرفي المعادلة في $x(x - 2)$

$$4 = A_1(x - 2) + A_2x$$

بالتعويض عن $x = 0$:

$$4 = -2A_1 \rightarrow A_1 = -2$$

بالتعويض عن $x = 2$:

$$4 = 2A_2 \rightarrow A_2 = 2$$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2}$$

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx = \int \left(1 + \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2} \right) dx$$

$$= \int 1 dx + \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{2}{x - 2} dx$$

$$= x - 2\ln|x| + 2\ln|x - 2| + C$$



تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .
إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة .

الحل :

$\frac{1}{2}$	$n = 8$	
$\frac{1}{2}$	$P = 0.5$	
$\frac{1}{2}$	$1 - P = 0.5$	التوقع:
1 + 1	$\mu = nP = (8)(0.5) = 4$	التباين:
1 + 1	$\sigma^2 = nP(1 - P) = (8)(0.5)(0.5) = 2$	الانحراف المعياري:
$\frac{1}{2}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	
$\frac{1}{2}$	$= \sqrt{2}$	
$\frac{1}{2}$	≈ 1.414	



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$ وكان $F(2) = 3$ فإن $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات

هي : $A = \int_{-1}^3 f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4, 0)$ ودليله $x = 4$ هي : $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X < a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$ من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

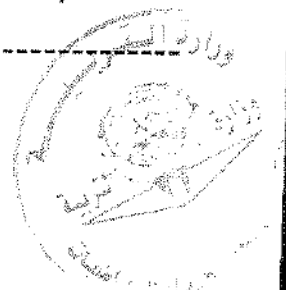
(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6) $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$ يساوي:

(a) $\frac{-1}{x+3} + c$ (b) $\frac{1}{x+3} + c$ (c) $\frac{3}{(x+3)^3} + c$ (d) $\frac{1}{(x+3)^3} + c$



$$(7) \quad \int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad \text{يساوي:}$$

$$(a) \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$(b) \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

$$(c) \quad \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$$

$$(d) \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$$

$$(8) \quad \int_2^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \quad \text{يساوي:}$$

$$(a) \quad 0$$

$$(b) \quad 2 \int_2^3 f(x) dx$$

$$(c) \quad - \int_2^5 f(x) dx$$

$$(d) \quad \int_2^5 f(x) dx$$

$$(9) \quad \int \sec^5 x \tan x dx \quad \text{يساوي:}$$

$$(a) \quad \frac{5}{3} \sec^5 x + C$$

$$(b) \quad \frac{1}{5} \sec^6 x + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

$$(d) \quad \frac{-5}{3} \sec^5 x + C$$

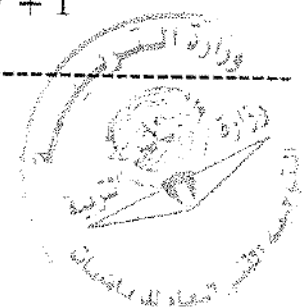
$$(10) \quad \text{حل المعادلة التفاضلية } 2y' + y = 1 \text{ الذي يحقق } y = 3, x = 5 \text{ هو:}$$

$$(a) \quad y = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$(b) \quad \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$$

$$(c) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$$

$$(d) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$$

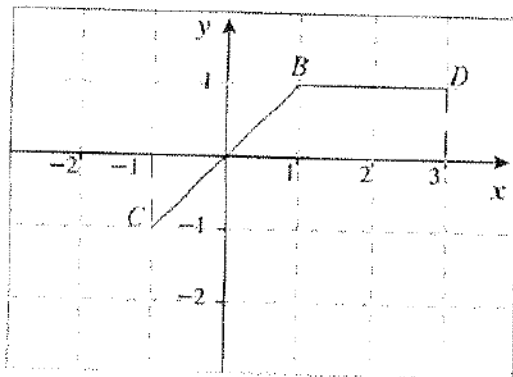


(11) إذا كانت $y = (\ln x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- (a) $\frac{\ln x}{x}$ (b) $\frac{x \ln x}{2}$ (c) $\frac{2 \ln^2 x}{x}$ (d) $\frac{2 \ln x}{x}$

(12) المسافة بين البورتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ بوحدة الطول هي :

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{3}$ (d) 10



(13) إذا كان بيان الدالة يمثل $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$ ، $x = 3$ هي :

- (a) 2 units^2 (b) 3 units^2 (c) 4 units^2 (d) 5 units^2

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي :

x	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة k هي :

- (a) 0.6 (b) 0.4 (c) 0.3 (d) 0.2



انتهت الأسئلة



جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)		
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة:



دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

(a) أوجد

الحل :

$$\int \frac{5}{\sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^3} dx$$

(8 درجات)

1

$$u = \sqrt{x} + 2$$

بفرض

1 + 1

$$\therefore du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

1

$$\int \frac{5}{\sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3} (2du)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{10du}{u^3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= 10 \int u^{-3} du$$

1 + 1

$$= \underline{\underline{-5 u^{-2} + C}}$$

1

$$= \underline{\underline{\frac{-5}{(\sqrt{x} + 2)^2} + C}}$$

تراجعى الحلول الأخرى فى جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 9$:

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السببية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع :

$$f(x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -3$$

$$A = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$$

$$= \left| \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^3}{3} - 9x \right]_{-3}^3 \right|$$

$$= \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$$

$$= 36 \text{ (وحدة مربعة)}$$



مساحة المنطقة المحددة
حل بـ
بارت
أدار

$$A = - \int_{-3}^3 f(x) dx$$

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(6 درجات)

الحل:

$$u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2 \quad \text{بفرض}$$

$$\therefore du = 2x dx \rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\therefore \int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} (x^2 dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (u + 2) \left(\frac{1}{2} du \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u + 2) du$$

$$= \frac{1}{2} \int \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + 2 \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) + C$$

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C \quad \text{تعويض}$$

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

$$f'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 0$$

$$f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + (x^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + x} dx$$

$$= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left[\frac{2}{3} (1 + x)^{\frac{3}{2}} \right]_3^8$$

$$= \left[\frac{2}{3} (9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{38}{3} \text{ (وحدة طول)}$$



السؤال الثالث:

14

(8 درجات)

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx$

الحل :

حلل المقام : $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{A_1}{x+4} + \frac{A_2}{x+1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x+4)(x+1)$ وبسط

$$4x+1 = A_1(x+1) + A_2(x+4)$$

عوض عن x بـ -4 :

$$4(-4)+1 = A_1(-4+1) + A_2(-4+4) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن x بـ -1 :

$$4(-1)+1 = A_1(-1+1) + A_2(-1+4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1}$$



$$\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx = \int \left(\frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{5}{x+4} \right) dx - \int \left(\frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$\therefore \int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx = 5[\ln|x+4|] - [\ln|x+1|] + C$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين

$A(-1,4)$, $B(1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

∴ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $A(-1,4)$, $B(1,4)$

ورأسه نقطة الأصل

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن (x, y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

$$(1)^2 = 4P(4)$$

$$1 = 16P$$

$$P = \frac{1}{16}$$

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \frac{1}{4} y$

البؤرة : $F(0, P) = F(0, \frac{1}{16})$

معادلة الدليل : $y = -P$

$$y = -\frac{1}{16}$$



السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

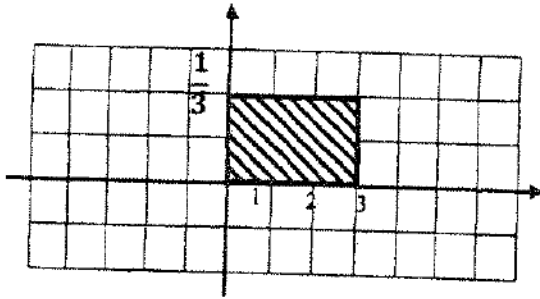
(a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

نرسم بيان الدالة f :



(1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

$$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

∴ الدالة f هي دالة كثافة احتمال

(2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\therefore a = 0, b = 3 \rightarrow b - a = 3$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

∴ الدالة f هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

$$(3) \text{ التوقع : } \mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4} \text{ : التباين}$$

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو :

$2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2, 3)$

الحل :

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{f'(x)} \quad \text{حيث} \quad f'(x) \neq 0$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x+5}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x+5} dx$$

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(-2, 3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$3 = \frac{-1}{2} \ln|1| + C$$

$$C = 3$$

$\therefore$ معادلة المنحنى المطلوب هي :

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + 3$$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)

الدرجة: = 1 ×

(3)	(a)	(b)		(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)		(b)	(c)	(d)
(7)	(a)		(c)	(d)
(8)	(a)	(b)		(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)

الدرجة: = 1.5 ×



الدرجة:

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر العلمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

(a) أوجد

14

(8 درجات)



$$\int x \cos 3x dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$dv = \cos 3x dx$$

$$du = dx \quad \leftarrow \quad v = \frac{1}{3} \sin 3x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x - \int \frac{1}{3} \sin 3x dx$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحنيي الدالتين : $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحنيي الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع :

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = \sqrt{x} \quad : (x > 0)$$

$$x^4 = x$$

بتربيع الطرفين

$$x^4 - x = 0$$

$$x(x^3 - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad , \quad x = 1$$

نحصل على

نأخذ قيمة اختيارية في $(0, 1)$ ولتكن $x = \frac{1}{4}$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} \quad , \quad g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad , \quad \forall x \in [0, 1]$$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج :

$$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 [x - x^4] dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1$$

$$\therefore V = \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) - 0 \right] = \frac{3}{10} \pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$

14

السؤال الثاني :

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \quad \text{في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل :

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$



$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9 (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} \left[(4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{14}{27} \text{ (وحدة طول)}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد :

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل :

$$u = x$$

$$dv = \sin x \, dx$$

$$du = dx$$

$$v = -\cos x$$

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx$$

$$= -x \cos x + \sin x + c$$



السؤال الثالث:

(a) أوجد :

14

(8 درجات)



$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4} dx$$

الحل :

حلل المقام :

$$-5x+4 = (x-4)(x-1)$$

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{A_1}{x-4} + \frac{A_2}{x-1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x-1)$ وبسط

$$5x-2 = A_1(x-1) + A_2(x-4)$$

عوض عن x بـ 4 :

$$5(4)-2 = A_1(4-1) + A_2(4-4) \rightarrow A_1 = 6$$

عوض عن x بـ 1 :

$$5(1)-2 = A_1(1-1) + A_2(1-4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{6}{x-4} + \frac{-1}{x-1}$$

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4} dx = \int \left(\frac{6}{x-4} - \frac{1}{x-1} \right) dx$$

$$= 6 \int \frac{1}{x-4} dx - \int \frac{1}{x-1} dx$$

$$= 6 \ln|x-4| - \ln|x-1| + C$$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل واحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة $(1, 1)$ ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

أحد رأسي القطع الزائد : $A(\frac{2}{3}, 0)$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات



ومعادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

من المعطيات $a = \frac{2}{3}$ فيكون : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

يمر القطع بالنقطة $(1, 1)$ بالتعويض :

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{5}{4} \rightarrow b^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{9x^2}{4} + \frac{5y^2}{4} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين هما : $y = \pm \frac{b}{a} x \rightarrow y = \pm \frac{3}{\sqrt{5}} x$

السؤال الرابع:

(a) إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

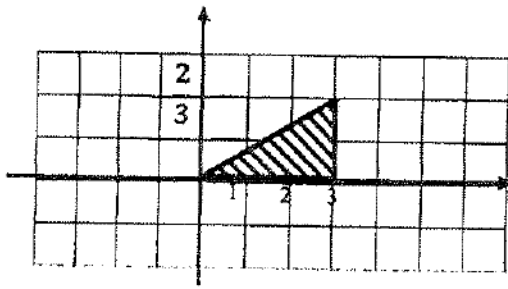
(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد : 1) $p(0 < X \leq 3)$ 2) $p(X \geq 2)$ 3) $P(X = 1)$

الحل :

نرسم بيان الدالة f :

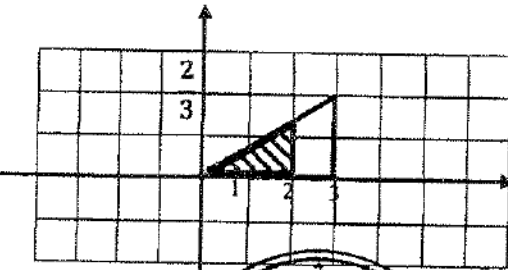


(1) مساحة المنطقة المظللة :

$$p(0 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 1$$

(2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث :



$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$p(X = 2) = 0 \quad (3)$$



تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو

$$P(0, 1) \text{ ويمر بالنقطة } 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

الحل :

1

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(0, 1)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$\frac{1}{2}$

$$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 1$$



$\therefore$ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

1

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

$$a) x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$b) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$c) x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$d) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$$



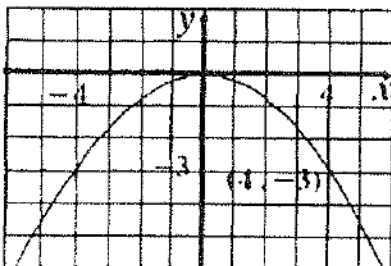
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f: f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

$$a) 9 \pi \text{ units}^2$$

$$b) 6 \pi \text{ units}^2$$

$$c) 3 \pi \text{ units}^2$$

$$d) \frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$$



(5) معادلة دليـل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

$$a) y = \frac{4}{3}$$

$$b) y = \frac{9}{20}$$

$$c) y = \frac{-1}{12}$$

$$d) y = \frac{-4}{3}$$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

- a) $-\cos\theta$ b) $2 - \cos\theta$ c) $-2 - \cos\theta$ d) $4 - \cos\theta$

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

- a) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ b) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$
c) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ d) $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- a) 12 units b) $2\sqrt{41}$ unit c) 16 units d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

- a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$ b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$
c) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ d) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

- a) $R - R^-$ b) $R - R^+$ c) R^- d) R^+

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	☒	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	☒	(c)	(d)

الدرجة: = 1 ×

(3)	(a)	☒	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	☒
(5)	☒	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	☒	(d)
(7)	(a)	(b)	☒	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	☒
(9)	(a)	(b)	☒	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	☒

الدرجة: = 1 ×



14

الدرجة:

القسم الأول: أسئلة المقال:

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول:

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2$:

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$

الحل

∴ حجم الجسم الناتج عن الدوران هو:

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (x^2 + 2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (x^4 + 4x^2 + 4) dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left(-\frac{1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right]$$

$$= \frac{166}{15} \pi \text{ units cube}$$

(تراجعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

الحل

$$u = \ln(x)$$

$$dv = (2x + 1) \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = x^2 + x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int (2x + 1) \ln(x) \, dx = (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x^2 + x}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x(x + 1)}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int (x + 1) \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \left(\frac{1}{2} x^2 + x \right) + C$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \frac{1}{2} x^2 - x + C$$



14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

الحل

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

$$u = \tan(0) = 0$$

عندما $x = 0 \Leftrightarrow$

$$u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

عندما $x = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$$

$$= \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$

$$= \frac{1}{2}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو $3x^2$ فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$ (8 درجات)

الحل

ميل العمودي $= \frac{-1}{f'(x)}$ حيث $f'(x) \neq 0$

$\therefore 3x^2 = \frac{-1}{f'(x)}$

$\therefore f'(x) = \frac{-1}{3x^2}$

معادلة المنحنى هي : $f(x) = \int f'(x) dx$

$$f(x) = \int \frac{-1}{3x^2} dx = \int \frac{-1}{3} x^{-2} dx$$

$$= \frac{1}{3} x^{-1} + C$$

$f(x) = \frac{1}{3x} + C$

$f(1) = 5$

$5 = \frac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \frac{1}{3}$

$\Rightarrow C = \frac{14}{3}$

$\therefore f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{14}{3}$



14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

(8 درجات)

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل

$$(1) \quad x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 3}$$

$$2 = A(x - 3) + B(x - 1)$$

$$2 = A(1 - 3) + B(1 - 1) \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 1$$

$$2 = -2A + 0 \Rightarrow A = -1$$

$$2 = A(3 - 3) + B(3 - 1) \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 3$$

$$2 = 0 + 2B \Rightarrow B = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3}$$

$$(2) \quad \int f(x) dx = \int \left(\frac{2}{x^2 - 4x + 3} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3} \right) dx = - \int \frac{1}{x - 1} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$$

$$= -\ln|x - 1| + \ln|x - 3| + C$$



تابع السؤال الثالث :
(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

الحل

$$u = \frac{1}{x} + 2, \quad du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx = - \int \frac{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^{-5}}{-x^2} dx$$

$$= - \int u^{-5} du$$

$$= - \left[\frac{u^{-4}}{-4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{u^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C \quad : C = \frac{1}{4} C_1$$



السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وإحدى بؤرتيه $F(4, 0)$

ويمر بالنقطة $A(6, 0)$ ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

∴ البؤرة $F(4, 0)$ تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 16$$

∴ القطع الناقص يمر بالنقطة $A(6, 0)$

$$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 36$$

$$\therefore b^2 = 36 - 16 = 20$$



∴ المعادلة هي :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

الاختلاف المركزي :

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن الدالة } f \text{ دالة كثافة احتمال :}$$

1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة f

الحل

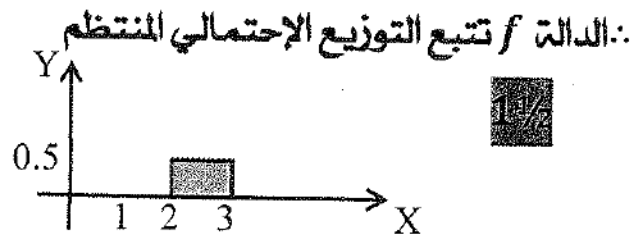
1) الدالة f تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\because a = 1, b = 3 \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$2) P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$



3) التوقع :

التباين :

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانيا : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x |x| dx =$

(a) - 27

(c) 9



(b) - 9

(d) 27

(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة $f : f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

(a) $\sqrt{2}$ units

(b) $2\sqrt{2}$ units

(c) $3\sqrt{2}$ units

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

(a) 9π units²

(b) 6π units²

(c) $\frac{3}{2}\pi$ units²

(d) $\frac{9}{2}\pi$ units²

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d) $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ فإن معادلة الدليل هي :

(a) $y = \frac{-1}{24}$

(b) $y = \frac{1}{24}$

(c) $x = \frac{-1}{24}$

(d) $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد :

هما $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a) $y = \pm 2x$

(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$

(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$



(10) إذا كانت دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المنقطع X هي :

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المنقطع X يساوي

(a) 1

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) 0

إنتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

(1)	(a)	☒	(c)	(d)
(2)	☒	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 ×

(3)	(a)	(b)	(c)	☒
(4)	☒	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	☒	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	☒
(7)	(a)	(b)	☒	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	☒
(9)	☒	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	☒	(d)



الدرجة :



القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int x e^x dx$$

الحل

$u = x$	$dv = e^x dx$
$du = dx$	$v = e^x$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1

$$\int x e^x dx = x e^x - \int (e^x) dx$$

2

$$= x e^x - e^x + C$$

2

$$= e^x (x - 1) + C$$



(تراجعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right) 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$

1

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x$$

1

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

1

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

1

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

1

$$= \frac{2}{27} \left[\left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - (1 + 9(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

1

$$= \frac{2}{27} [\sqrt{4^3} - \sqrt{1^3}] = \frac{2}{27} [8 - 1] = \frac{14}{27} \text{ units}$$

1



14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

(6 درجات)

الحل

$$\int_1^4 |x - 2| dx = \int_1^2 |x - 2| dx + \int_2^4 |x - 2| dx$$

$$= \int_1^2 (2 - x) dx + \int_2^4 (x - 2) dx$$

$$= \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_2^4$$

$$= \left[(4 - 2) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] + [(8 - 8) - (2 - 4)]$$

$$= \left[2 - 1\frac{1}{2} \right] + [0 - (-2)]$$

$$= \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$$



1

1

2

1

1

تابع السؤال الثاني :
(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$



الحل

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

1 1/2

وبضرب طرفي المعادلة بـ $(x - 1)(x + 3)$

$$12 = A(x + 3) + B(x - 1)$$

1/2

$$12 = -4B \Rightarrow B = -3 \quad : x = -3 \text{ بالتعويض عن}$$

$$12 = 4A \Rightarrow A = 3 \quad : x = 1 \text{ بالتعويض عن}$$

2

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3}$$

1 1/2

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3} \right) dx$$

1/2

$$= 3 \int \frac{1}{x - 1} dx - 3 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

1 1/2

$$= 3 \ln|x - 1| - 3 \ln|x + 3| + C$$

2 1/2

14

(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{1 + \cot x}} = \int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}}$$

1

$$u = 1 + \cot x, \quad du = -\csc^2 x dx$$

1 + 1

$$\int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}} = - \int \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

1

$$= - \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

1/2

$$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$$

1

$$= -2(1 + \cot x)^{\frac{1}{2}} + C$$

1/2

$$= -2\sqrt{1 + \cot x} + C$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

أكل

$$y_1 = y_2$$

1/2

$$x + 3 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

1/2

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 , x = -1$$

1/2

بأخذ قيمة إختيارية $(-1, 2) \ni$ ولتكن $x = 0$ ، نجد أن

$$y_1 = 3 , y_2 = 1$$

1/2

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

1/2

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 (y_1^2 - y_2^2) dx$$



1

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2] dx$$

1/2

$$= \pi \int_{-1}^2 [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1] dx$$

1

$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

1/2

$$= \pi \left[\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^2$$

2

$$= 23\frac{2}{5} \pi \text{ cube units}$$

1/2

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0,0) وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm (7 درجات)

الحل

∴ طول المحور الأكبر = 16 cm

$$\therefore 2a = 16 \quad \frac{1}{2}$$

$$a = 8 \quad \frac{1}{2}$$

∴ المسافة بين البؤرتين = 10 cm $\frac{1}{2}$

$$\therefore 2c = 10 \quad 1$$

$$c = 5 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore b^2 = a^2 - c^2 \quad \frac{1}{2}$$

$$b^2 = (8)^2 - (5)^2 \quad \frac{1}{2}$$

$$= 64 - 25 = 39 \quad \frac{1}{2}$$

∴ المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي $\frac{1}{2}$

∴ معادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad 1$$

$$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1 \quad 1$$



تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

(1) التوقع μ

(2) التباين σ^2

(3) الانحراف المعياري σ

أحل

(1) التوقع (μ) :

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3) \quad 1\frac{1}{2}$$

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2 \quad \frac{1}{2}$$

(2) التباين (σ^2) :

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2 \quad 1$$

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$- (3.2)^2 \quad 1\frac{1}{2}$$

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16 \quad \frac{1}{2}$$

(3) الانحراف المعياري (σ) :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47 \quad \frac{1}{2}$$



القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة	
(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي : $2 \int_0^2 f(x) dx$	
(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :	
(3) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx$ (a) $x^2 + C$ (b) $2x + C$ (c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$ (d) $\frac{1}{3}x^3 + C$	
(4) إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي (a) $-\cos x$ (b) $2 - \cos x$ (c) $-2 - \cos x$ (d) $4 - \cos x$	
(5) إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي (a) $\frac{2}{x^2}$ (b) $\frac{2}{x}$ (c) $\frac{x \ln x}{2}$ (d) $\frac{2 \ln x^2}{x}$	
(6) إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، $y' + y = 2$ فإن (a) $y = e^{-x} - 2$ (b) $y = \frac{1}{2}e^{-x}$ (c) $y = e^{-x} + 2$ (d) $y = 2e^{-x}$	

(7) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطة $B(-5, 2)$، و خط تماثله هو محور السينات هي : (a) $y^2 = \frac{-4}{5}x$ (b) $x^2 = \frac{-4}{5}y$ (c) $y^2 = \frac{4}{5}x$ (d) $x^2 = \frac{4}{5}y$	
(8) إذا كان $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ ، $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ فإن تساوي $\int_{-1}^3 (3f(x) + 2g(x) + 1) dx$ (a) 9 (b) 10 (c) 12 (d) 17	
(9) لتكن $A(1, 3)$ نقطة على منحنى الدالة $f : f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن $f(x)$ تساوي (a) $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (b) $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ (c) $x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ (d) $x^3 - 6x^2 + 9x + 3$	
(10) إذا كان X متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الاحتمال له هي : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ فإن $P(X \leq -2.5)$ تساوي (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{10}$	

انتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 ×

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 15 ×


14

الدرجة :

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضعا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2} dx$$

الحل

$$u = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 = 4 - u \quad [0.5]$$

$$du = -2x dx \Rightarrow \frac{-1}{2} du = x dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5 \sqrt{4-x^2} dx = \int \sqrt{4-x^2} \cdot (x^2)^2 (x dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (4-u)^2 \left(\frac{-1}{2} du \right) \quad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2} \sqrt{u} (16 - 8u + u^2) du \quad [0.5]$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}} \right) du \quad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}} u^{\frac{3}{2}} + \frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4-x^2)^{\frac{7}{2}} + C \quad [0.5]$$



(تراجعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقالية)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2, 5]$ (5 درجات)

الحل

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right) \left(\frac{3}{2}\right) (9 + 3x)^{\frac{1}{2}} (3) \quad [1]$$

$$= (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1 + 9 + 3x} dx = \int_2^5 \sqrt{10 + 3x} dx \quad [1]$$

$$= \int_2^5 (10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3} \int_2^5 3(10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) \left[(10 + 3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \quad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right) \left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \quad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9} \text{ units} \quad [0.5]$$



السؤال الثاني

(a) أوجد :

10

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل

$u = x^2$	$dv = \cos x \, dx$
$du = 2x \, dx$	$v = \sin x$

[1]

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

0.5

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx \dots (1) \quad [0.5 + 0.5]$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد : $\int x \sin x \, dx$

$u = x$	$dv = \sin x \, dx$
$du = dx$	$v = -\cos x$

[1]

$$\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int -\cos x \, dx \quad [0.5 + 0.5]$$

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \dots (2) \quad [0.5 + 0.5]$$

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

0.5

$$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$\int_{-2}^0 \frac{5x-1}{x^2+2x-3} dx \quad (4 \text{ درجات})$$

الحل

$$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$$

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \frac{5x-1}{(x+3)(x-1)} = \frac{A_1}{x+3} + \frac{A_2}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow 5x-1 = A_1(x-1) + A_2(x+3)$$

$$4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1 \quad : x = 1 \text{ بالتعويض عن} \quad [0.5]$$

$$-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4 \quad : x = -3 \text{ بالتعويض عن} \quad [0.5]$$

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \frac{4}{x+3} + \frac{1}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^0 \left(\frac{5x-1}{x^2+2x-3} \right) dx = \int_{-2}^0 \left(\frac{4}{x+3} + \frac{1}{x-1} \right) dx \quad [0.5]$$

$$= 4[\ln|x+3|]_{-2}^0 + [\ln|x-1|]_{-2}^0 \quad [1]$$

$$= 4[\ln 3 - \ln 1] + [\ln 1 - \ln 3]$$

$$= 3\ln 3 \quad [0.5]$$



10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$$

الحل

$$u = x^2 + 2x + 3 \quad [0.5]$$

$$du = (2x + 2) dx \Rightarrow du = 2(x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^u du \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^u + C \quad [1] + [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2+2x+3} + C \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = 4x - x^2$:

و منحنى الدالة $g(x) = 5 + x^2$: والمستقيمين $x = 0$, $x = 2$

علما بأن منحنىي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

∴ المنحنيين غير متقاطعين

∴ نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة (0,2) و لتكن $x = 1$

$$f(1) = 3 \quad , \quad g(1) = 6 \quad [0.5 + 0.5]$$

$$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2] \quad [0.5]$$

$$A = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx \quad [0.5] + [0.5]$$

$$= \int_0^2 ((5 + x^2) - (4x - x^2)) dx \quad [0.5]$$

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5) dx \quad [0.5]$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x \right]_0^2 \quad [1.5]$$

$$= \left[\frac{16}{3} - 8 + 10 \right] - 0 \quad [0.5]$$

$$= \frac{22}{3} \quad (\text{وحدة مربعة}) \quad [0.5]$$



السؤال الرابع

10

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

الحل

(1) $a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7}$ [0.5]

$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$ [0.5]

$A_1(-\sqrt{7}, 0)$, $A_2(\sqrt{7}, 0)$ رأسا القطع الزائد هما [1]

(2) $c^2 = a^2 + b^2$ [0.5]

$c^2 = 7 + 16$ [0.5]

$c = \sqrt{23}$ [0.5]

$F_1(-\sqrt{23}, 0)$, $F_2(\sqrt{23}, 0)$ البؤرتان هما [1]

(3) $e = \frac{c}{a}$ [0.5]

$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$ [1]



تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ دالة كثافة احتمال

(1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

(4 درجات)

(2) أوجد التوقع و التباين للدالة f

الحل

$$1) \quad \therefore a = 1, b = 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2} \quad [1]$$

f دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم $\therefore$ [0.5]

$$2) \quad \mu = \frac{a+b}{2} \quad \text{التوقع :} \quad [0.5]$$

$$= \frac{1+3}{2} = 2 \quad [0.5]$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad \text{التباين :} \quad [0.5]$$

$$= \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad [0.5]$$



القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (3 - 1) ظل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$
هو : $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانيا : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة
ثم ظل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن $f : f(x) = x^2 + 1$ فإن : $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$

(b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c) $\mathbb{R}^-$

(d) $\mathbb{R}^+$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

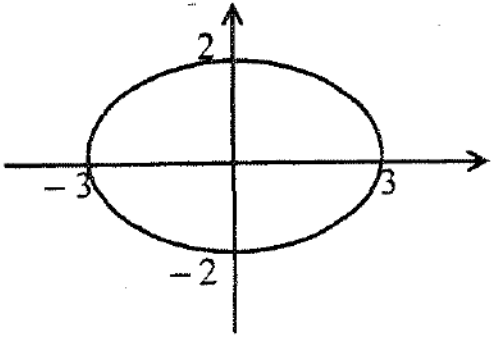
(a) 4π

(b) $\frac{16}{3}\pi$

(c) 6π

(d) $\frac{32}{3}\pi$



(7) إذا كان : $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$, $\int_3^{-1} g(x)dx = -4$ فإن : $\int_{-1}^3 (2f(x) - g(x) + 5)dx$ تساوي (a) 2 (b) 4 (c) 20 (d) 5	
(8) معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :  (a) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ (b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ (c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (d) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$	
(9) معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما (a) $y = \pm 2x$ (b) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (c) $y = \pm 4x$ (d) $y = \pm \frac{1}{4}x$	
(10) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X (ظهور صورة) يساوي (a) 2 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 4	

إنتهت الأسئلة ...

جدول الإجابة

(1)		(b)	(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)	(a)	(b)		(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)	(c)	
(7)	(a)	(b)		(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)		(b)	(c)	(d)
(10)	(a)		(c)	(d)

10

الدرجة :



القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(4 درجات)

$$\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1 + \tan x}} dx$$

الحل

$$\int \frac{\sec^2 x dx}{\sqrt{1 + \tan x}} = \int \frac{\sec^2 x dx}{(1 + \tan x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \int (1 + \tan x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 x dx$$

[0.5]

$$u = 1 + \tan x , du = \sec^2 x dx$$

[0.5 + 0.5]

$$\int (1 + \tan x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 x dx = \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

[0.5]



$$= 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

[1 + 0.5]

$$= 2(1 + \tan x)^{\frac{1}{2}} + C$$

[0.5]

$$= 2\sqrt{1 + \tan x} + C$$

(تراجعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقالية)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات) $\int \frac{x+2}{x^2-6x+8} dx$

الحل

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

$$\frac{x+2}{x^2-6x+8} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-4} \Rightarrow$$

[0.5]

$$x+2 = A(x-4) + B(x-2)$$

[0.5]

$B = 3$: بالتعويض عن $x=4$

[1]

$A = -2$: بالتعويض عن $x=2$

[1]

$$\frac{x+2}{x^2-6x+8} = \frac{-2}{x-2} + \frac{3}{x-4}$$

$$\int \frac{x+2}{x^2-6x+8} dx = \int \left(\frac{-2}{x-2} + \frac{3}{x-4} \right) dx$$

[0.5]

$$= -2 \int \frac{1}{x-2} dx + 3 \int \frac{1}{x-4} dx$$

$$= -2 \ln|x-2| + 3 \ln|x-4|$$

[1+1+0.5]



السؤال الثاني

10

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx \quad (4 \text{ درجات})$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 7, g(x) = 4x - 5 \quad \text{نفرض أن}$$

و هما دالتان متصلتان على $\mathbb{R}$

$$f(x) - g(x) = x^2 - 3x + 7 - (4x - 5) = x^2 - 7x + 12$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad \text{نضع}$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$



نلاحظ أن :

$$x^2 - 7x + 12 \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$$

$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$$

$$\because [0, 1] \subseteq (-\infty, 3]$$

$$\therefore f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, 1] \quad \text{فتكون}$$

$$f(x) \geq g(x), \quad \forall x \in [0, 1] \quad \text{ونكون}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 7 \geq 4x - 5 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$\therefore \int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالتين : $f(x) = x$ ، $g(x) = \sqrt[3]{x}$ (6 درجات)

الحل

لوجد الأحداثيات السوية لنقاط تقاطع المنحنيين بوضع

$$f(x) = g(x)$$

$$x = \sqrt[3]{x}$$

[0.5]

بتكعيب الطرفين :

$$x^3 = x \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$$

[0.5]

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0$$

[0.5]

لحصل على :

$$x = 0 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } x = -1$$

[0.5]

$$\therefore A = \left| \int_{-1}^0 (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx \right|$$

[1]

$$= \left| \int_{-1}^0 (x - \sqrt[3]{x}) dx \right| + \left| \int_0^1 (x - \sqrt[3]{x}) dx \right|$$

[0.5]

$$= \left| \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x^{4/3} \right]_{-1}^0 \right| + \left| \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x^{4/3} \right]_0^1 \right|$$

[1 + 1]

$$= \left| 0 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \right| + \left| \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) - 0 \right|$$

$$= \left| \frac{1}{4} \right| + \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{1}{2}$$

وحدة مربعة

[0.5]



السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x+1) e^{x+1} dx$$

الحل

$$u = x+1$$

$$dv = e^{x+1} dx$$

$$du = dx$$

$$v = e^{x+1}$$

[2]

$$\int u dv = uv - \int v du$$

[0.5]

$$\begin{aligned} \int (x+1) e^{x+1} dx &= (x+1) e^{x+1} - \int e^{x+1} dx \\ &= (x+1) e^{x+1} - e^{x+1} + C \end{aligned}$$

[1]

[0.5]



تابع السؤال الثالث :
(b) حل المعادلة التفاضلية :

(6 درجات)

$$y' - 2xy = 0$$

الحل

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 2xy$$

$$\frac{dy}{y} = 2x dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x dx$$

$$\ln |y| = x^2 + C$$

$$|y| = e^{x^2 + C}$$

$$y = \pm e^{x^2} \cdot e^C$$

$$= \pm e^C \cdot e^{x^2}$$

$$(k = \pm e^C)$$

$$y = k \cdot e^{x^2}$$

[0.5]

[1]

[0.5]

[0.5 + 0.5 + 0.5]

[0.5 + 0.5]

[1]

[0.5]



السؤال الرابع

10

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه :

$$F(0, -\sqrt{5}) \text{ ومعادلة أحد خطيه المقاربتين : } y = 2x$$

(6 درجات)

ثم أوجد إختلافه المركزي

الحل

∴ إحدى البؤرتين هي $F(0, -\sqrt{5})$ وهي تقع على محور الصادات
∴ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات و تكون معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

[0.5]

∴ إحدى البؤرتين هي $F(0, -\sqrt{5})$ فتكون $c = \sqrt{5}$

[0.5]

$$\because c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \dots\dots\dots(1)$$

[0.5]

و معادلة الخططين المقاربين هي : $y = \pm \frac{a}{b}x$

∴ معادلة أحد الخططين المقاربين هي : $y = 2x$

$$\frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \dots\dots\dots(2)$$

[0.5]

من (1) ، (2)

$$(2b)^2 + b^2 = 5$$

[0.5]

$$5b^2 = 5$$

$$b^2 = 1$$

[0.5]

$$b = 1$$

[0.5]

$$\therefore a = 2(1) = 2$$

[0.5]

∴ معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{1} = 1$$

[1]

الإختلاف المركزي هو :

$$e = \frac{c}{a}$$

[0.5]

$$= \frac{\sqrt{5}}{2}$$

[0.5]



تأهیل السؤال الرابع :

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن عدد الصور " أوجد "

- (1) فضاء العينة - مدى المتغير العشوائي
(2) دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي

الحل

$$S = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (H, T, T), (T, H, T), (T, T, H), (T, T, T)\}$$

$$n(S) = 8$$

عناصر فضاء العينة	عدد الصور في كل عنصر
(H, H, H)	3
(H, H, T)	2
(H, T, H)	2
(T, H, H)	2
(H, T, T)	1
(T, H, T)	1
(T, T, H)	1
(T, T, T)	0

(1) مدى المتغير العشوائي : $X = \{0, 1, 2, 3\}$

$$P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 1) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 0) = \frac{1}{8}$$



(2) دالة التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي X :

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

أولاً : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بمنحنى الدالة $f : f(x) = x$ ومنحنى الدالة $g : g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو

$V = \pi \int_0^2 (x - \frac{1}{2}x^2) dx$

(3) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته : $x^2 - y^2 = 12$ متعامدان

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx =$

(a) $\frac{-1}{2} (e^x - 4) + C$ (b) $\ln |e^x - 4| + C$

(c) $-\ln |e^x - 4| + C$ (d) $\frac{1}{2} \ln |e^x - 4| + C$

(5) $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx =$

(a) -1 (b) 0

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(6) طول القوس من منحنى الدالة $f : f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 3]$ هو

(a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units

(c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

	(7) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ تساوي (a) $2\sqrt{2}$ units (b) $\sqrt{2}$ units (c) 10 units (d) $2\sqrt{5}$ units	
	(8) إذا كانت $y = e^x - e^{-x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي (a) $e^x + e^{-x}$ (b) $e^x - e^{-x}$ (c) e^{2x} (d) $2e^x$	
	(9) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطة $(-5, -6)$ وخط تماثله y-axis هي (a) $y^2 = \frac{-25}{6}x$ (b) $x^2 = \frac{-25}{6}y$ (c) $y^2 = \frac{-6}{25}x$ (d) $x^2 = \frac{-6}{25}y$	
	(10) إذا كان X متغيرا عشوائيا متقطعا يأخذ القيم : -1 , 1 , 1.5 و كان : $P(X = 1) = 0.3$, $P(X = -1) = 0.6$ فإن $P(X > 0)$ يساوي (a) 0.7 (b) 0.4 (c) 0.9 (d) 0.6	

انتهت الأسئلة ...

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10



(الصفحة الأولى)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2014/2015 م

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد صفحات الإمتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

نوع السؤال (الإجابة) (4 درجات)

الإجابة



السؤال الأول

(a) أوجد

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$u = \ln x$$
$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = x dx$$
$$v = \frac{1}{2} x^2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\therefore \int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

تابع السؤال الأول -

(b) لتكن الدالة $f: f(x) = \frac{5x-1}{x^2-2x-15}$ (6 درجات)

مكون (البرهان)



أوجد (1) الكسور الجزئية.

(2) $\int f(x) dx$

$$x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5) \quad \text{المقام :}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{A_1}{(x+3)} + \frac{A_2}{(x-5)}$$

$$\frac{1}{2} \quad 5x-1 = A_1(x-5) + A_2(x+3)$$

عوض عن x بـ 5 :

$$\frac{1}{2} \quad \therefore 24 = 8A_2 \rightarrow A_2 = 3$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore -16 = -8A_1 \rightarrow A_1 = 2 \quad \text{عوض عن } x \text{ بـ } -3 :$$

$$1 \quad \therefore \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{(x+3)} + \frac{3}{(x-5)}$$

$$\therefore \int f(x) dx = \int \frac{5x-1}{x^2-2x-15} dx = \int \left(\frac{2}{(x+3)} + \frac{3}{(x-5)} \right) dx$$

$$\frac{1}{2} \quad = 2 \int \frac{1}{x+3} dx + 3 \int \frac{1}{x-5} dx$$

$$1 + \frac{1}{2} \quad = 2 \ln|x+3| + 3 \ln|x-5| + C$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة.

السؤال الثاني :- (10 درجات)

(6 درجات)

(a) أوجد :

مكون (الإجابة)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$$

الإجابة

 $\frac{1}{2}$

$$u = \tan x$$

 $\frac{1}{2}$

$$du = \sec^2 x dx$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$u = \tan 0 = 0$$

عندما

$$x = 0$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$u = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

عندما

$$x = \frac{\pi}{4}$$

 $\frac{\pi}{4}$

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx = \int_0^1 u du$$

$$= \left[\frac{1}{2} u^2 \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

تراجعى الحلول الاخرى فى جميع الاسئلة

(4 درجات)

تابع السؤال الثاني :-

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $p(x, y)$ يساوي :

$$3x^2 - 4x + 1 \quad \text{و يمر بالنقطة } A(1, 2)$$

الإجابة

نموذج الإجابة

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

2



$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$\therefore f(1) = 2$$

$$\therefore (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C = 2$$

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore C = 2$$

$\therefore$ معادلة المنحنى f هي :

 $\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

السؤال الثالث :- (10 درجات)

(a) حل المعادلة التفاضلية : $3y' - 2y = 4$ (4 درجات)ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عندما $x = 0$
الإجابة $\frac{1}{2}$

$$3y' = 2y + 4$$

 $\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$a = \frac{2}{3}, b = \frac{4}{3}$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\therefore y = Ke^{\frac{2}{3}x} - 2$$

$$x=0, y=3 \text{ عندما}$$

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore 3 = K - 2$$

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore K = 5$$

 $\frac{1}{2}$

$$\therefore y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث :-

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4, 0), F_2(4, 0)$ ورأساه $A_1(-2, 0), A_2(2, 0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

الإجابة

1
2
: البؤرتين على محور السينات

1
2
: معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

: إحدي البؤرتين $F_2(4, 0)$

1
2
: $C = 4$

: رأسين $A_2(2, 0)$

1
2
: $a = 2$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore 16 = 4 + b^2$$

$$\therefore b^2 = 12 \therefore b = 2\sqrt{3}$$

1
2
: معادلة القطع الزائد : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$\therefore y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x = \pm \sqrt{3} x$$

تراجع الحلوال الاخرى في جميع الاسئلة
(الصفحة السابعة)



السؤال الرابع :- (10 درجات)

(5 درجات)

نوضح الحل

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني :

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = -x^2 + 9$$

الإجابة

$$f(x) = g(x)$$

نضع

$$\therefore x^2 + 1 = -x^2 + 9$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4 \quad \therefore x = \pm 2$$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-2, 2)$ ، تكون $x = 0$

$$f(0) = 1 \quad , \quad g(0) = 9$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \quad \forall x \in [-2, 2]$$

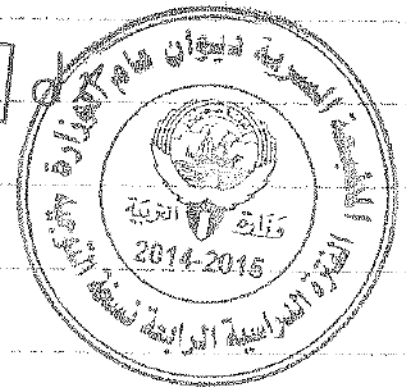
$$\therefore A = \int_{-2}^2 [g(x) - f(x)] dx$$

$$= \int_{-2}^2 [-x^2 + 9 - x^2 - 1] dx$$

$$= \int_{-2}^2 [-2x^2 + 8] dx$$

$$= \left[-\frac{2x^3}{3} + 8x \right]_{-2}^2$$

$$= \left[-\frac{2(2)^3}{3} + 8(2) \right] - \left[-\frac{2(-2)^3}{3} + 8(-2) \right] = \frac{64}{3} \text{ (وحدة مربعة)}$$



تراجع الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

تابع السؤال الرابع :-

(5 درجات)

(b) إذا كان X متغير عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما : $n = 7$, $P = 0.1$ فأوجد :

a) $P(X = 0)$

b) $P(1 < X \leq 3)$

الإجابة

$$1 \quad a) \therefore P(X=x) = P(x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x}$$

$$, n = 7 , p = 0.1$$

1
$$\therefore P(X=0) = P(0) = {}_7 C_0 (0.1)^0 (0.9)^7$$

$$\frac{1}{2} \approx 0.4783$$

$$\frac{1}{2} \quad b) P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3)$$

$$\frac{1}{2} = P(2) + P(3)$$

$$\frac{1}{2} \quad P(2) = {}_7 C_2 (0.1)^2 (0.9)^5 \approx 0.1240$$

$$\frac{1}{2} \quad P(3) = {}_7 C_3 (0.1)^3 (0.9)^4 \approx 0.0230$$

$$\frac{1}{2} \therefore P(1 < X \leq 3) \approx 0.1240 + 0.0230 = 0.1470$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة : $f(x) = -3x^{-4}$ (a) (b)

(2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل (a) (b)

(3) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ هما $(\pm 3, 0)$ (a) (b)

ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات إحداها فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة
الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :



(4) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

(a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

(5) $\int x(x^2 + 2)^7 dx =$

(a) $\frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + c$ (b) $\frac{1}{4}(x^2 + 2)^8 + c$

(c) $\frac{1}{12}(x^2 + 2)^6 + c$ (d) $\frac{1}{3}(x^2 + 2)^6 + c$

(6) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن $\int_{-a}^a f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

- (a) $R - R^-$ (b) $R - R^+$ (c) R^- (d) R^+

(7) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة يساوي :

- (a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

(8) طول القوس من منحنى الدالة $f: f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2, 3]$ هو :

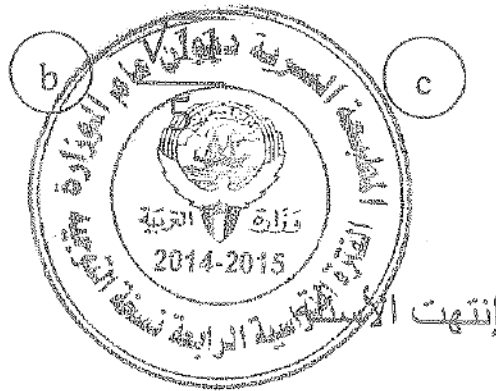
- (a) 7 units (b) 6 units (c) 5 units (d) 1 unit

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي :

- (a) (1, 1) (b) (1, 0) (c) (0, 0) (d) (0, 1)

(10) الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

- (a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{36}{25}$ (c) $\frac{25}{36}$ (d) $\frac{36}{25}$

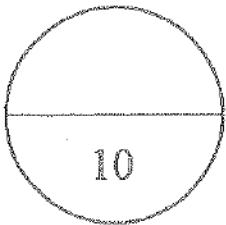


(الصفحة الحادية عشرة)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

إجابة البنود الموضوعية

1	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
2	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
3	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
4	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
5	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
6	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
7	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
8	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
9	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
10	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d



المصحح :

المراجع :

تمنياتنا لكم بالتوفيق،،،

(الصفحة الأولى)

امتحان (الدور الثاني) الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2014 / 2015 م

الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي

عدد صفحات الامتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :- (10 درجات)

(5 درجات)

موضح الإجابة

$$\int \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 4} dx$$

(a) أوجد



درجة عددية الب = درجة عددية المقام
1

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 7 \\ - (x^2 - 4x + 4) \\ \hline x + 3 \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 4} = 1 + \frac{x + 3}{(x-2)^2}$$

$$\frac{x + 3}{(x-2)^2} = \frac{A_1}{(x-2)} + \frac{A_2}{(x-2)^2}$$

$$\therefore x + 3 = A_1(x-2) + A_2$$

$$\frac{1}{2} \quad A_2 = 5 \quad \leftarrow x = 2 \text{ بوضع}$$

$$\frac{1}{2} \quad A_1 = 1 \quad \leftarrow A_2 = 5, x = 1$$

$$\therefore \int \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 4} dx = \int \left(1 + \frac{1}{x-2} + \frac{5}{(x-2)^2} \right) dx$$

$$2 \quad = x + \ln|x-2| - \frac{5}{x-2} + C$$

(1)
تراجعى الحلول الاخرى

تابع السؤال الأول -

(5 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

(b) أوجد

نحوذج (الاجابة)

الإجابة

$$\frac{1}{2} \quad u = x^2 \quad dv = \cos x \, dx$$

$$\frac{1}{2} \quad du = 2x \, dx \quad v = \sin x$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \int u \, dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx$$

(1) نستخدم القاعدة مرة أخرى لايجاد $\int x \sin x \, dx$

$$\frac{1}{2} \quad u = x \quad dv = \sin x \, dx$$

$$\frac{1}{2} \quad du = dx \quad v = -\cos x$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx$$

$$\frac{1}{2} \quad = -x \cos x + \sin x + C_1 \quad (2)$$

نم (1) و (2) نضرب على

$$\frac{1}{2} \quad \int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

$$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$

$$; C = -2C_1$$

نراعي الحلول الأخرى



السؤال الثاني :- (10 درجات)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0 , 0) وأحد رأسيه (-4 , 0)

ويمر بالنقطة (5 , -2) (7 درجات)

عوزة الراجحي

الإجابة

أحد رأسي القطع الزائد (-4 , 0)

المحور القاطع ينطبق على محور السينات
ومعادلة القطع هي :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a = 4$$

يمر القطع بالنقطة (5 , -2)

$$\therefore \frac{25}{16} - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{4}{b^2} = \frac{9}{16}$$

$$b^2 = \frac{64}{9}$$

معادلة القطع الزائد :

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{\frac{64}{9}} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{9y^2}{64} = 1$$

(3)

تراجعي الكلول الاخرى



(3 درجات)

تابع السؤال الثاني :-

$$\int \sin^5(x+1) \cdot \cos(x+1) dx$$

(b) أوجد

نحوذج الإجابة

الإجابة

$$\frac{1}{2} \quad u = \sin(x+1)$$

$$\frac{1}{2} \quad du = \cos(x+1) dx$$

$$\therefore \int \sin^5(x+1) \cdot \cos(x+1) dx$$

$$\frac{1}{2} \quad = \int u^5 \cdot du$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = \frac{u^6}{6} + C$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{1}{6} (\sin^6(x+1)) + C$$



تراجعى الحلول لك عرس



السؤال الثالث :- (10 درجات)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة $f(x) = e^x$:ومنحني الدالة $g(x) = -1 - x^2$: (5 درجات)والمستقيمين $x = 0$, $x = 3$ علماً بأن المنحنيين للدالتين f , g غير متقاطعين

الإجابة

∴ المنحنيين غير متقاطعين تحته $1 \in (0, 3)$

$$f(1) = e$$

$$g(1) = -1 - 1 = -2$$

$$\therefore f(x) > g(x) \quad \forall x \in [0, 3]$$

$$\therefore A = \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$$

$$= \int_0^3 [e^x + 1 + x^2] dx$$

$$= \left[e^x + x + \frac{x^3}{3} \right]_0^3$$

$$= (e^3 + 3 + 9) - (1) = e^3 - 11 \text{ وحدة مربعة}$$

تدعى الحلول الاخرى



(5 درجات)

تابع السؤال الثالث :-

(b) دون حساب قيمة التكامل اثبت أن :

$$\int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx \leq 0$$

الإجابة

بفرض

$$f(x) = x^2 - 1$$

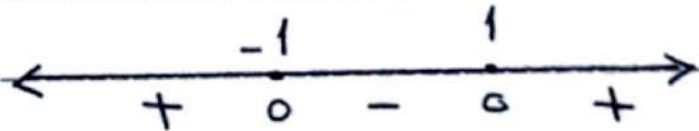
f متصلة على $\mathbb{R}$ فهي متصلة على $[-1, 1]$

نضع

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 \quad \text{أو} \quad x = -1$$



$$f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [-1, 1]$$

$$\therefore \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx \leq 0$$

تراجعي الكلول الاخرى



السؤال الرابع :- (10 درجات)

(6 درجات)

(a) حل المعادلة : $2y' + y = 1$ ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$

الإجابة

$$y' = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$y = K e^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$\therefore y = K e^{\frac{-1}{2}x} + 1$$

بالتعويض عن $x = -1, y = 2$

$$\therefore 2 = K e^{+\frac{1}{2}} + 1$$

$$\therefore K = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore y = e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$= e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$$



تراجع الحل لك حري

تابع السؤال الرابع :-

(4 درجات)

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

x	1	2	3	4	5
f(x)	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

أوجد (a) التوقع (μ) (b) التباين (σ^2) (c) الإنحراف المعياري (σ)

الإجابة

$$\frac{1}{2} \quad (a) \quad \mu = \sum x_i f(x_i)$$

$$1 \quad = 1 \times 0.43 + 2 \times 0.29 + 3 \times 0.17 + 4 \times 0.09 + 5 \times 0.02$$

$$= 1.98$$

$$\frac{1}{2} \quad (b) \quad \sigma^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2$$

$$1 \quad = 1 \times 0.43 + 4 \times 0.29 + 9 \times 0.17 + 16 \times 0.09 + 25 \times 0.02$$

$$- (1.98)^2$$

$$= 5.06 - 3.92 = 1.1396$$

$$(c) \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$1 \quad = \sqrt{1.1396} \approx 1.0675$$



تراجعى الحلول الأخرى

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) إذا كانت $f(x) = \ln(2x + 2)$ فإن $f'(x) = \frac{1}{x+1}$ (a) (b)

(2) طول القوس من منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{3} (1 + 4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0, 1]$ هو $L = \frac{2}{3}$ وحدة طول (a) (b)

(3) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0, 0)$ ودليله $x = -2$ هي $x^2 = 8y$ (a) (b)



ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة
الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :

(4) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) $-x + 3$ ويمر بالنقطة $A(2, 3)$ هي y تساوي :

(a) $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

(b) $\ln|3 - x| + 3$

(c) $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

(d) $3 - \ln|3 - x|$

(5) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx =$

(a) $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + c$

(b) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + c$

(c) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + c$

(d) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}} + c$

(6) إذا كان X متغير عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $P(X = 1)$ يساوي

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) -1 (c) 1 (d) 0

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة $f: f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمتين $x = 1, x = 2, y = 0$ بالوحدات المكعبة هو :

- (a) π (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

(8) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

- (a) $F(x) = 8x + \csc x + c$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + c$
(c) $F(x) = 8x - \csc x + c$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + c$

(9) طول المحور الأكبر للقطع الناقص : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- (a) 12 units (b) $2\sqrt{41}$ units (c) 16 units (d) 20 units

(10) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $p(0 \leq z \leq 2.35)$ يساوي :

- (a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.218 (d) 0.4906



إنتهت الأسئلة

