

مراجعه التقويمي الثاني



@HOSSAMBAYOUMI199

الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي

بنود الاختبار

(9 − 3) + (9 − 2) + (8 − 5) + (8 − 4)

إعداد: أ.حسام بيومي

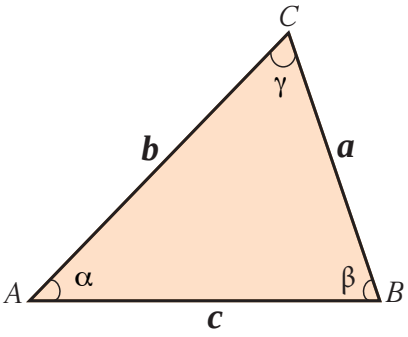


بند 4 - 8

قانون جيب التمام

قانون جيب التمام

في ΔABC



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

كتاب الطالب مثال صـ 71 رقم 1 :

حل ΔABC حيث: $a = 2\,\text{cm}\ ,\ b = 3\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 60^\circ$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 72 رقم 1 :

حل ΔABC حيث: $a = 11\,\text{cm}\ ,\ b = 5\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 20^\circ$

تابع قانون جيب التمام

كتاب الطالب مثال صـ 72 رقم 2 :

حل ΔABC حيث: $a = 4\,\text{cm}\ ,\ b = 3\,\text{cm}\ ,\ c = 6\,\text{cm}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 72 رقم 2 :

في ΔABC حيث: $a = 9\,\text{cm}\ ,\ b = 7\,\text{cm}\ ,\ c = 5\,\text{cm}$ أوجد قياس الزاوية الأكبر.



بند 4 - 8

تابع قانون جيب التمام الجيب – البنود الموضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\,\text{cm}$ ، $AC = 19\,\text{cm}$ ، $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$

(a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ ، $BC = 44\,\text{cm}$ ، $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$

(a) (b)

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$

(a) (b)

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $12\,\text{cm}, 8\,\text{cm}, 5\,\text{cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى 133.4°

(a) (b)

في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ ، $AC = 10\,\text{cm}$ ، $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) $AB = 10\sqrt{7}\,\text{cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$ (c) $AB = 12.4\,\text{cm}$ (d) $AB = 29\,\text{cm}$

---

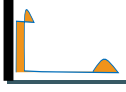
(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$ ، $AB = 30\,\text{cm}$ ، $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8\,\text{cm}$ (b) $BC \approx 36\,\text{cm}$ (c) $BC \approx 68\,\text{cm}$ (d) $BC \approx 21\,\text{cm}$

---

(7) إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$ ، $AC = 17\,\text{cm}$ ، $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالى:

(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°





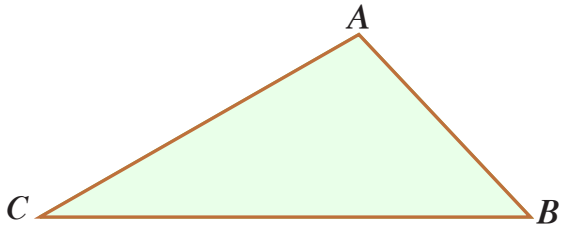


HOSSAMBAYOUMI199

بند 5 - 8

مساحة المثلث

يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما كما يلي:



$$Area\,(ABC) = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$$
$$= \frac{1}{2}ac\sin\beta$$
$$= \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

قاعدة هيرون

تعطى مساحة مثلث ABC أطوال أضلاعه a, b, c بالقاعدة:

$$\mathbf{Area}(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث: (نصف محيط المثلث) $s = \frac{1}{2}(a+b+c) =$ **semiperimeter**

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 76 رقم 1 :

أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 5\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$

أ.حسام بيومي

تابع مساحة المثلث

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 75 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 5\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$

كراسة التمارين حاول أن تحل صـ 30 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين. $a = 4\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$



HOSSAMBAYOUMI199

بند 5 - 8

مساحة المثلث – البنود الموضوعية

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع وθ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

(6) في المثلث ABC: $AC = 9\,\text{cm}$, $AB = 7\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $15\,\text{cm}^2$ (a) (b)

في التمارين (7–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40^\circ$, $b = 3\,\text{cm}$, $a = 2\,\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى:

(a) $4.6\,\text{cm}^2$ (b) $3.86\,\text{cm}^2$
(c) $1.93\,\text{cm}^2$ (d) $2.3\,\text{cm}^2$

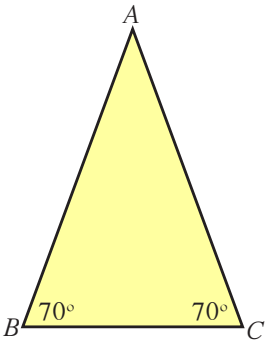
(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\,\text{cm}$, $8\,\text{cm}$, $9\,\text{cm}$ هي:

(a) $6\sqrt{15}\,\text{cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$
(c) $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\,\text{units}^2$ (b) $a^2\,\text{units}^2$
(c) $\frac{1}{2}a^2\,\text{units}^2$ (d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\,\text{units}^2$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $8\,\text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:



(a) 5 cm (b) 8 cm
(c) 4 cm (d) 6 cm

أ.حسام بيومي



بند 2 - 9

إثبات صحة متطابقة مثلثية

تذكر ما يلي :

تستخدم المتطابقات المثلثية الأساسية لتحويل المقادير المثلثية إلى شكل أبسط.

المتطابقات المثلثية الأساسية

- متطابقات القسمة (الظل وظل التمام)

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad , \quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

- متطابقات المقلوب

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \quad , \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \quad , \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

- متطابقات فيثاغورث

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad , \quad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \quad , \quad 1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

إثبات صحة متطابقة

لإثبات أن معادلة ما هي متطابقة نحتاج إلى محاولة إثبات أن طرفي المعادلة متساويان عند كل قيم المتغير نفسها. من خلال استخدام إحدى الإستراتيجيات التالية:

1. تبسيط الطرف الأيمن بصورة الطرف الأيسر أو العكس.
2. تبسيط كلًّا من الطرفين على حدة حتى يتطابق ناتج تبسيطهما.

ويتم تبسيط كل طرف باستخدام إحدى الطرق التالية:

- دمج الحدود
- ضرب العوامل
- استخدام متطابقات معلومة
- التحويل إلى الجيب وجيب التمام
- فصل الحدود
- التحليل
- تبسيط الكسور



HOSSAMBAYOUMI199

بند 2 - 9

إثبات صحة متطابقة مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 88 رقم 1 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 88 رقم 1 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\csc\theta$



تابع إثبات صحة متطابقة مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 88 رقم 2 :

أثبت صحة المتطابقة: $2\cot x\csc x = \frac{1}{\sec x - 1} + \frac{1}{\sec x + 1}$

كتاب الطالب حاول أن تحل 2 صـ 89 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} - \frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4\tan x \cdot \sec x$

كتاب الطالب مثال صـ 89 رقم 3 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x}$



تابع إثبات صحة متطابقة مثلثية

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 90 رقم 3 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = (\csc x - \cot x)^2$

كتاب الطالب مثال صـ 90 رقم 4 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\cot^2\theta}{1+\csc\theta} = (\cot\theta)(\sec\theta - \tan\theta)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 90 رقم 4 :

أثبت أن: $\frac{\sec x + \tan x}{\cot x + \cos x} = \sin x + \sin x \tan^2 x$

تابع إثبات صحة متطابقة مثلثية

كراسة التمارين صـ 36 رقم 5 :

أثبت صحة المتطابقة $\tan x + \cot x + 2 = \dfrac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin x \cos x}$

كراسة التمارين صـ 36 رقم 5 :

أثبت صحة المتطابقة $\dfrac{1}{1-\cos x} + \dfrac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$

إثبات صحة متطابقة مثلثية – البنود الموضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $3\sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة. (a) (b)

(2) $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة. (a) (b)

(3) $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$ تمثل متطابقة. (a) (b)

في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) المقدار: $\dfrac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sin x \tan x$ (b) $\sin x \sec^2 x$

(c) $\cos x \sec^2 x$ (d) $\sin x \csc x$

(6) المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:

(a) $-4\sin x \cos x$ (b) 2

(c) -2 (d) $4\sin x \cos x$

(7) المقدار: $\dfrac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sec x \csc x$ (b) $\sec x \sin x$

(c) $\sec x \cos x$ (d) $\sin x \cos x$

(8) المقدار: $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$

(c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

(9) المقدار: $\dfrac{\sin x}{\csc x} + \dfrac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

(a) 1 (b) -1

(c) 2 (d) -2

(10) المقدار: $\dfrac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $-\tan x \sin x$ (b) $-\tan x$

(c) $\tan x \sin x$ (d) $\tan x$

حل معادلات مثلثية

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ في الوضع القياسي، هي الزاوية الحادة α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.

لتكن α زاوية الإسناد حيث $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$، أكمل الجدول التالي:

الشكل	1	2	3
الربع من المستوى الإحداثي	θ تقع في الربع الثاني	θ تقع في الربع الثالث	θ تقع في الربع
زاوية الإسناد	$\alpha = \pi - \theta$	$\alpha = \pi + \theta$	$\alpha = 2\pi - \theta$
الزاوية في الوضع القياسي	$\theta = \pi - \alpha$	$\theta = \pi + \alpha$	$\theta = 2\pi - \alpha$

الدوال الجيبية هي دوال دورية. يمكن لخط مستقيم أفقي (مثل محور السينات) أن يتقاطع منحناها في عدد غير منتهٍ من النقاط. نوجد عادة حلول المعادلة المثلثية على فترة دورة ثم نستنتج باقي قيم الحلول بإضافة دورة الدالة.

حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 93 رقم 1 :

حل المعادلة : $\cos x + \sqrt{3} = 0$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 93 رقم 1 :

حل المعادلة : $\sqrt{2}\cos x = 1$

حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 94 رقم 2 :

حل المعادلة : $4\sin\theta + 1 = \sin\theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 94 رقم 2 :

حل المعادلة : $5\sin\theta - 3 = \sin\theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

تابع حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب مثال تحل صـ 95 رقم 3 :

حل المعادلة : $\tan x = \sqrt{3}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 95 رقم 3 :

حل المعادلة : $\tan x = 1$

تابع حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 95 رقم 4 :

حل المعادلة : $2\cos\theta \ \ sin\theta \ = -sin\theta$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 96 رقم 4 :

حل المعادلة : $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

تابع حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب مثال صـ 96 رقم 5 :

حل المعادلة : $4sin^2x - 8sinx + 3 = 0$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 97 رقم 5 :

حل المعادلة : $cos^2\theta + 3cos\theta + 2 = 0$



تابع حل معادلات مثلثية – البنود الموضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(2) حل المعادلة $\cos x = \sqrt{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(3) حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(4) حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ (a) (b)

(5) حلول المعادلة $2\sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول (b) الأول أو الثالث

(c) الثالث (d) الثاني أو الرابع

(7) حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$ (b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ (d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(8) حلول المعادلة: $2\sqrt{2}\sin x \cos x - \sqrt{2}\cos x - 2\sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$

