الصف	الثاني عشر
المادة	الرياضيات
المسار	المتقدم
عدد الصفحات	12

الجزء الأول	
ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:	**45**

1 حل المتباينة $|2x+1|<4$.

A	$x<1.5$
B	$x<-2.5$ أو $x>1.5$
C	$-2.5<x<1.5$ ✓
D	$x>-2.5$

2 أوجد مجال الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{9-x^2}}$.

A	$\{x\in\mathbb{R}\mid x\neq\pm3\}$
B	$(-3,-2]\cup[2,\ 3)$ ✓
C	$[-3,-2]\cup[2,\ 3]$
D	$\{x\in\mathbb{R}\mid x\neq\pm2\}$

3

إذا كانت $g(x)=\dfrac{2x+5}{x-4}$، أوجد $g^{-1}(x)$.

A	$g^{-1}(x)=\dfrac{4x+5}{2-x}$
B	$g^{-1}(x)=\dfrac{x-4}{2x+5}$
C	$g^{-1}(x)=\dfrac{x-2}{4x+5}$
D	[✓ $g^{-1}(x)=\dfrac{4x+5}{x-2}$]

4

أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{4}{x^2-4}\right)$ إذا وُجدت.

A	$\dfrac{1}{2}$
B	غير موجودة
C	2
D	[✓ $\dfrac{1}{4}$]

5	أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x^2}$ إن وُجدت.	
	غير موجودة	A
	2	B
	1 ✓	C
	0	D

6	حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$ متصلة.	
	$\left(-\sqrt{2},-1\right)\cup\left(1,\ \sqrt{2}\right)$	A
	$\left[-1,\ \sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},\ \infty\right)$ ✓	B
	$\left(-1,\ \infty\right)$	C
	$\left(\sqrt{2},\ \infty\right)$	D

7	أوجد $\lim\limits_{x\to\infty}\sec^{-1}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}\right)$.	
	∞	A
	0	B
	π	C
	$\dfrac{\pi}{2}$ ✓	D

8 أي من الدوال الآتية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$ ؟

$f(x)=\begin{cases}4 & , \; x<2 \\ 2x & , \; x\geq 2\end{cases}$ ✓	**A**
$g(x)=\dfrac{2}{x+2}$	**B**
$h(x)=\lvert x-2\rvert^{2}$	**C**
$q(x)=x^{2}-4$	**D**

9 أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\tan^{-1}\left(\cos 2x\right)$.

$f'(x)=\dfrac{2}{1+4x^{2}}$	**A**
$f'(x)=\dfrac{-2\sin 2x}{1+\left(\cos 2x\right)^{2}}$ ✓	**B**
$f'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{1-(\cos 2x)^{2}}}$	**C**
$f'(x)=\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos(2x)^{2}}$	**D**

10

أوجد $g'(1)$ إذا كانت $g(x)=\dfrac{4x^2-x+3}{\sqrt{x}}$.

A	$g'(1)=6$
B	$g'(1)=4$ ✓
C	$g'(1)=10$
D	$g'(1)=5$

11

أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\operatorname{sech}3x$.

A	$f'(x)=3\tanh 3x$
B	$f'(x)=-3\operatorname{sech}3x$
C	$f'(x)=\tanh^2 3x$
D	$f'(x)=-3\operatorname{sech}3x\tanh 3x$ ✓

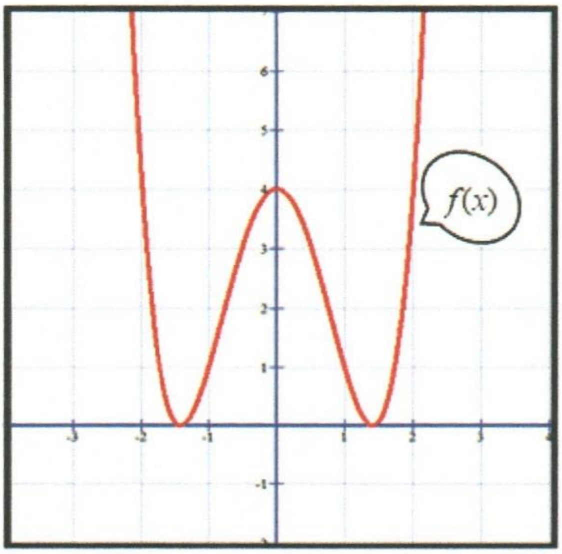
12

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2+1$ في الفترة $[0,\ 2]$.

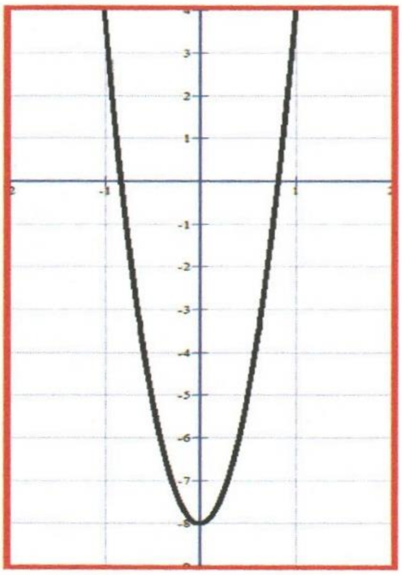
A	$c=1$ ✓
B	$c=2$
C	$c=0.5$
D	$c=0$

13

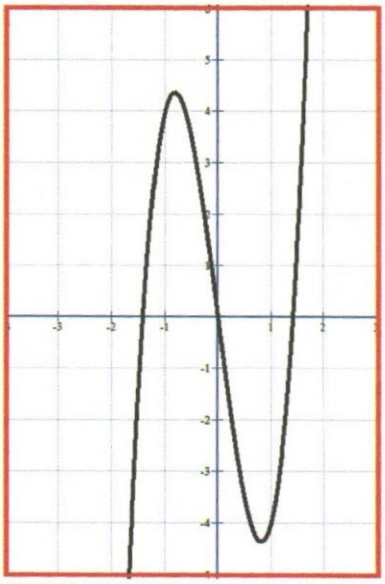
استخدم التمثيل البياني للدالة f لتحديد التمثيل البياني لـ f' .



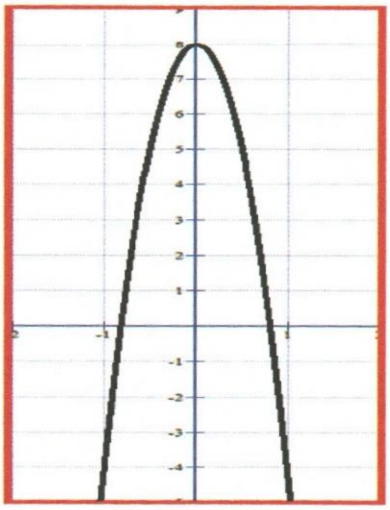
A



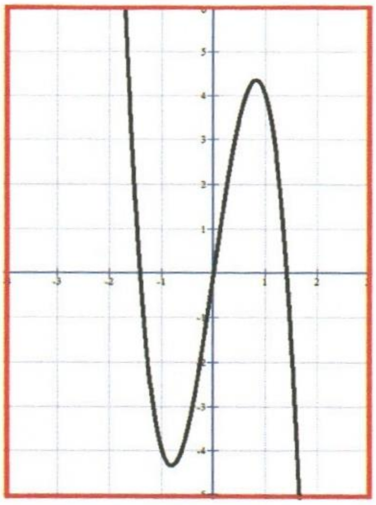
B ✓



C



D



14

أوجد مشتقة $f(t)=\ln\left(t^3+3t\right)$.

A	$f'(t)=\left(3t^2+3\right)\cdot\ln\left(t^3+3t\right)$
B	$f'(t)=\dfrac{1}{t^3+3t}$
C	$f'(t)=\dfrac{3t^2+3}{t^3+3t}$ ✓
D	$f'(t)=\dfrac{3t^2+3}{\left(t^3+3t\right)^2}$

15

على فرض أن $f(x)=x^5+4x-2$ لها دالة عكسية $g(x)$، أوجد $g'(-2)$.

A	$g'(-2)=\dfrac{1}{84}$
B	$g'(-2)=\dfrac{1}{4}$ ✓
C	$g'(-2)=-\dfrac{1}{2}$
D	$g'(-2)=-\dfrac{1}{42}$

الجزء الثاني

يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للمفردات الاختبارية كافة. 55

16

إذا كان $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=\sin x$، أوجد:

a $(g\circ f)(x)$

$$(g\circ f)(x) = g\,[f(x)]$$
$$= g\,(x^2+1)$$
$$= \sin\,(x^2+1)$$

b $(f\circ g)\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$(f\circ g)\left(\frac{\pi}{4}\right) = f\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$
$$= \left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^2 + 1$$
$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1 = \frac{3}{2}$$

17

أوجد حل المعادلة $\ln(x+6)=4$.

$$\ln\,(x+6) = 4$$
$$e^{\ln\,(x+6)} = e^4$$
$$x+6 = e^4$$
$$x = e^4 - 6$$

18

أوجد قيمة النهاية $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x-|x|}{|3x|-2x}$ ، إن وُجدت.

$$\lim_{x\to0^+}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}=\lim_{x\to0^+}\frac{2x-x}{3x-2x}$$

$$\lim_{x\to0^+}\frac{x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}=\lim_{x\to0^-}\frac{2x-(-x)}{-3x-2x}$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{3x}{-5x}=\frac{3}{-5}$$

النهاية غير موجودة

19

أوجد جميع نقاط عدم الاتصال، وحدد أي منها قابل للازالة.

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & , \ x<0\\ x^2 & , \ 0\le x\le 2\\ 4x-3 & , \ x>2\end{cases}$$

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}\sin x=0$$

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}x^2=0$$

$$\lim_{x\to2^-}f(x)=\lim_{x\to2^-}x^2=4$$

$$\lim_{x\to2^+}f(x)=\lim_{x\to2^+}(4x-3)=5$$

الدالة f غير متصلة عند $x=2$ ونقطة الانفصال غير قابلة للازالة

20

يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t}+1}$.

a بيّن أن $c'(t) > 0$.

$$c(t) = \frac{6}{2e^{-8t}+1}$$

$$c(t) = 6\,(2e^{-8t} + 1)^{-1}$$

$$c`(t) = 6\,[-1(2e^{-8t} + 1)^{-2}](-16e^{-8t})$$

$$c`(t) = \frac{96e^{-8t}}{(2e^{-8t} + 1)^2} > 0$$

b استخدم المعلومات السابقة للتأكيد على أنّ تركيز المركب الكيميائي لا يتخطى 6 أبداً.

$c`(t) > 0$ لذلك $y = c(t)$ دالة متزايدة

$$\lim_{t\to\infty} c(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{6}{2e^{-8t} + 1} = \frac{6}{0 + 1} = 6$$

لذلك التركيز لا يتخطى 6

21

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $g(x) = \left(x^2\right)^{3x}$، حيث $x > 0$.

$$h(x) = (x^2)^{3x} = (x)^{6x}$$

$$\ln h(x) = \ln (x)^{6x}$$

$$\ln h(x) = 6x \ln x$$

$$\frac{h`(x)}{h(x)} = 6 \ln x + 6x\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= 6 \ln x + 6\cancel{x}\left(\frac{1}{\cancel{x}}\right)$$

$$h`(x) = h(x)\,[6 \ln x + 6]$$

$$h`(x) = (x^2)^{3x}\,[6 \ln x + 6]$$

المادة	الرياضيات	الصف	الثاني عشر	المسار	المتقدم	الفصل	الأول	عدد الصفحات	12

22

على فرض أن السعر الحالي لقطعة واحدة هو AED 2.4 وتم بيع 12,000 قطعة بهذا السعر. إذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام الواحد وتقل الكمية المبيعة بمعدل 1,500 قطعة في العام الواحد فبأي معدل تزداد الإيرادات؟ *إرشاد: الإيرادات تساوي الثمن مضروباً في الكمية.*

$P(x) = 2.4$

$Q(x) = 12,000$

$P'(x) = 0.1$

$Q'(x) = -1,500$

$R'(x) = ??$

$R(x) = P(x) \times Q(x)$

$R'(x) = P'(x) \times Q(x) + P(x) \times Q'(x)$

$R'(x) = 0.1 \times 12,000 + 2.4 \times (-1,500)$

$R'(x) = -2,400$

الايراد يقل بمعدل AED 2400 في العام

23

أوجد المشتقة $y'(x)$ ضمنياً حيث $\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$.

$$\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$$

$$\frac{x^2 + 2y}{xy} = 5$$

$$x^2 + 2y = 5xy$$

$$2x + 2y' = 5y + 5xy'$$

$$2x - 5y = 5xy' - 2y'$$

$$2x - 5y = y'(5x - 2)$$

$$\frac{2x - 5y}{5x - 2} = y'$$

حل اخر

$$1.\ \frac{y - xy'}{y^2} - \frac{2}{x^2} = 0$$

$$\frac{y - xy'}{y^2} = \frac{2}{x^2}$$

$$x^2(y - xy') = 2y^2$$

$$x^2y - x^3y' = 2y^2$$

$$x^2y - 2y^2 = x^3y'$$

$$\frac{x^2y - 2y^2}{x^3} = y'$$

24

إذا كانت $f(x)=2x^4+bx+3$ وكانت $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=10$، أوجد قيمة b.

قيمة المشتقة عند $x=2$ تساوى 10

$f(x)=2x^4+bx+3$

$f`(x)=8x^3+b$

$10=8(2)^3+b$

$10=64+b$

$-54=b$

25

أثبت أن $x^4+6x^2-1=0$ لها حلان بالضبط.

$f(x)=x^4+6x^2-1$

$f`(x)=4x^3+12x$

تكون المشتقة سالبة لكل عدد سالب x أى أن الدالة $f(x)$ تكون متناقصة فى الفترة $(-\infty , 0)$

تكون المشتقة موجبة لكل عدد موجب x أى أن الدالة $f(x)$ تكون متزايدة فى الفترة $(0 , \infty)$

$f(0)=-1$

لذلك يكون للدالة $f(x)$ المتصلة صفر واحد عند $x<0$ و صفر واحد عند $x>0$

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح