وزارة التربية

منطقة الفروانية التعليمية

مدرسة ابرق خيطان الثانوية بنات

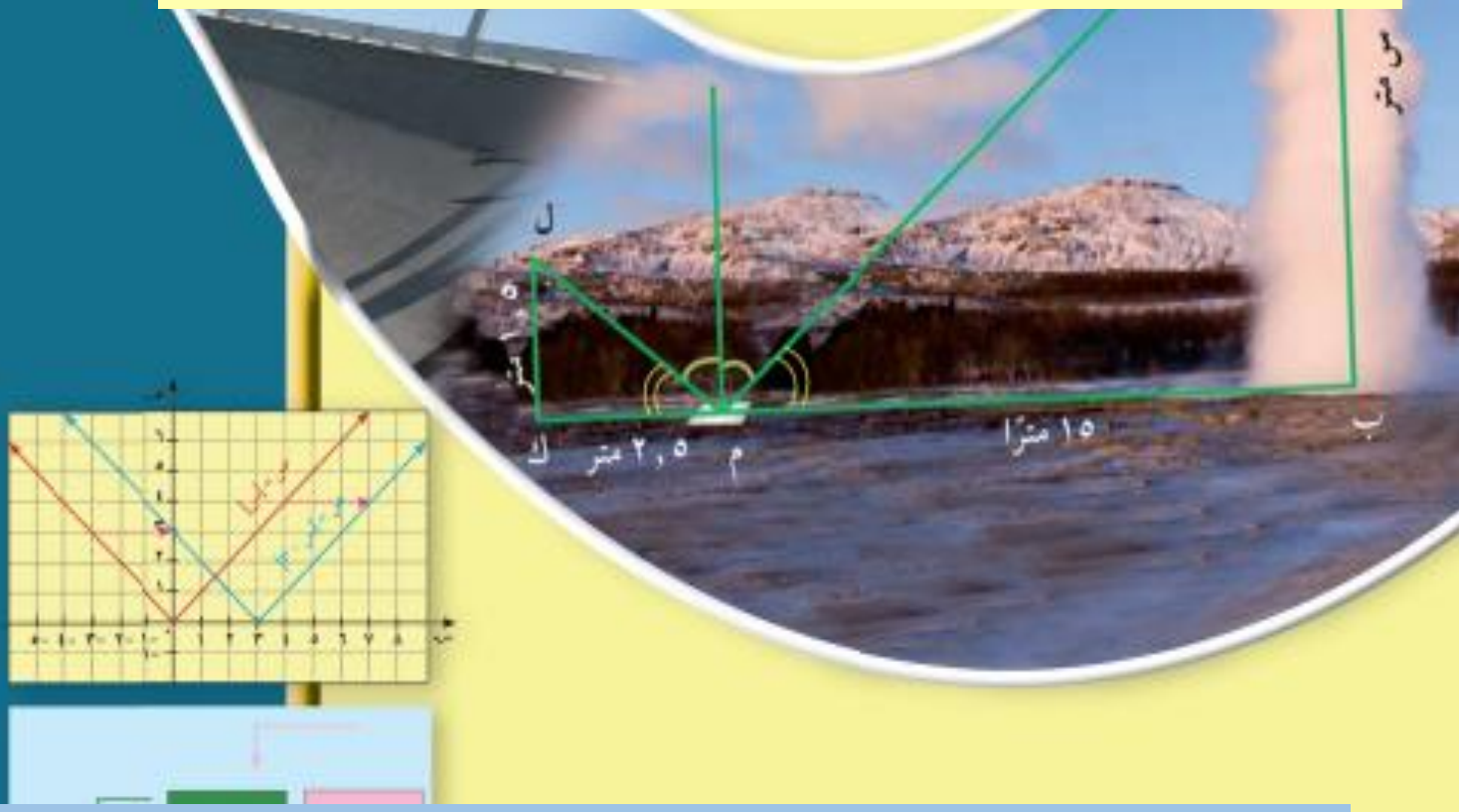
قسم الرياضيات

الاجابة

الرياضيات

مراجعة الاختبار القصير الثاني الفصل الدراسي الثاني للصف العاشر

البنود(٧-٤)،(٧-٥) ، (٨-٢) ،(٨-٣)



إعداد المعلمة :أ / سهام محمود

رئيسة القسم : أ / العنود العتيبي

مديرة المدرسة : أ / حنان الكندري

أوجد ان أمكن النظير الضربي للمصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

الحل :

$\therefore |\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix} = ١ \times ٤ - ٣ \times ٢ = -٢ \neq ٠$

$\therefore$ يوجد للمصفوفة $\underline{ب}$ نظير ضربي

$\underline{ب}^{-١} = -\frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ \frac{٣}{٢} & -\frac{١}{٢} \end{bmatrix}$

إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س

$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{vmatrix} = ٠$ محدد المصفوفة المنفردة

$٦س - ٤٨ = ٠$ تبسيط المحدد

$٦س = ٤٨$

$س = ٨$

حل المعادلة : $\underline{س} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٣١ \\ ١٢ & ٢٧ \end{bmatrix}$

$\underline{س} \times \underline{أ} = \underline{ب}$

$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٧ \end{vmatrix}$

$= ٢ \times ٧ - ٤ \times ٥ = ٦ \neq ٠$

$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{٦} \begin{bmatrix} ٧ & -٥ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{٧}{٦} & -\frac{٥}{٦} \\ -\frac{٢}{٣} & \frac{١}{٣} \end{bmatrix}$

$\underline{س} \times \underline{أ}^{-١} \times أ = \underline{أ}^{-١} \times \underline{ب}$

$\underline{س} = \begin{bmatrix} \frac{٧}{٦} & -\frac{٥}{٦} \\ -\frac{٢}{٣} & \frac{١}{٣} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣١ & ١٦ \\ ٢٧ & ١٢ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \begin{bmatrix} \frac{٧}{٦} \times ٣١ + (-\frac{٥}{٦} \times ٢٧) & \frac{٧}{٦} \times ١٦ + (-\frac{٥}{٦} \times ١٢) \\ -\frac{٢}{٣} \times ٣١ + \frac{١}{٣} \times ٢٧ & -\frac{٢}{٣} \times ١٦ + \frac{١}{٣} \times ١٢ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \begin{bmatrix} \frac{٣٥}{٦} & \frac{٢٠}{٦} \\ -\frac{٤١}{٣} & -\frac{٢٦}{٣} \end{bmatrix}$

أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

نوجد النظير الضربي للمصفوفة : $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$:

$\Delta = \begin{vmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{vmatrix} = ٥ \times (-٢) - (-٣) \times ٤ = ٢ \neq ٠$

$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} -٢ \times ٥ + ٣ \times ١٠ \\ -٤ \times ٥ + ٥ \times ١٠ \end{bmatrix} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٢٠ \\ ٣٠ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \begin{bmatrix} ١٠ \\ ١٥ \end{bmatrix}$

حلّ النظام: $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١ \neq ٠$$

$$أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

نضرب طرفي المعادلة من جهة اليمين في $أ^{-١}$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٧ \times ٢ + -٣ \times ٥ \\ ٧ \times -٣ + ٥ \times ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix}$$

س = -١

ص = ٤

استخدم قاعدة كرامر لحلّ النظام: $\begin{cases} ٤س - ٥ص + ٧ = ٠ \\ ٣ص - ٦س + ٣ = ٠ \end{cases}$

الحل:

نكتب أولاً النظام بالطريقة القياسية: $\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ -٦س + ٣ص = -٣ \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ -٦ & ٣ \end{vmatrix} = ٤ \times ٣ - -٦ \times -٥ = -١٨ \neq ٠$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} -٧ & -٥ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = -٧ \times ٣ - -٣ \times -٥ = -٣٦$$

$$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٤ & -٧ \\ -٦ & -٣ \end{vmatrix} = ٤ \times -٣ - -٦ \times -٧ = -٥٤$$

$$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{-٣٦}{-١٨} = ٢$$

$$ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{-٥٤}{-١٨} = ٣$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد:

أ) جا ١٥٠°

جا(١٥٠°) = جا(١٨٠ − ٣٠) = جا(٣٠) = $\frac{١}{٢}$

ب) جتا ٢٤٠°

جتا(٢٤٠°) = جتا(١٨٠ + ٦٠) = − جتا(٦٠) = − $\frac{١}{٢}$

جـ) ظا $\frac{٢\pi}{٣}$.

ظا $\frac{٢\pi}{٣}$ = ظا($\pi - \frac{\pi}{٣}$) = − ظا($\frac{\pi}{٣}$) = $\sqrt{٣}$

د) جتا $\frac{٧\pi}{٦}$

= جتا($\pi + \frac{\pi}{٦}$) = − جتا $\frac{\pi}{٦}$ = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هـ) ظا(−٢٢٥°)

= − ظا ٢٢٥° = − ظا(١٨٠° + ٤٥°) = − ظا ٤٥ = − ١

بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا(π − θ) − جتا(− θ) + جا(π + θ) + جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$.

= − جتاθ − جتاθ − ~~جاθ~~ + ~~جاθ~~

= − ٢ جتاθ

(ب) جا س + جا(٩٠° + س) + جا(١٨٠° + س) + جا(٩٠° − س).

= ~~جاس~~ + جتا س − ~~جاس~~ + جتا س

= ٢جتا س

(جـ) جتا$\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$

= جتا(− $\frac{\pi}{٢}$ − θ)

= جتا(− ($\frac{\pi}{٢}$ + θ))

= جتا($\frac{\pi}{٢}$ + θ)

− جاθ

(د) جتا(θ + ٩π)

= جتا(٩π + θ)

= جتا(٨π + π + θ)

= جتا(π + θ)

− جتاθ

حل المعادلة :

(أ) ٢جتا س − $\sqrt{٣}$ = ٠

٢جتا س = $\sqrt{٣}$

جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٦}$

∵ جتا س > ٠

∴ سَ تقع في الربع الأول أو في الربع الرابع

∴ س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π أو س = − $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π (ك ∈ ص)

(ب) $\sqrt{٢}$ جتا س = ١ .

∴ $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ جتا س = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جتا س = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٤}$

∵ جتا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π س = − $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π

حل المعادلة :

(أ) جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جا س = جا $\frac{\pi}{٣}$

∵ جا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

س = θ + ٢ك π أو س = π − θ + ٢ك π

س = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π س = π − $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π

= $\frac{٢\pi}{٣}$ + ٢ك π

(ب) ٢جا س − ١ = ٠

٢ جا س − ١ = ٠

٢ جا س = ١

$\frac{٢ \text{ جا س}}{٢} = \frac{١}{٢}$

جا س = $\frac{١}{٢}$

جا س = جا $\frac{\pi}{٣}$

∵ جا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

س = θ + ٢ك π س = π − θ + ٢ك π

= $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π = π − $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ك π

= $\frac{٢\pi}{٣}$ + ٢ك π

(جـ) $\sqrt{٣}$ ظا س = ١

$\frac{\sqrt{٣} \text{ ظا س}}{\sqrt{٣}} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

ظا س = ظا $\frac{\pi}{٦}$

∵ ظا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثالث

س = θ + ٢ك π س = π + θ + ٢ك π

= $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π = π + $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π

= $\frac{٧\pi}{٦}$ + ٢ك π

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتاθ = ٠,٤ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$.

أ أوجد جاθ. ب استنتج ظاθ.

أ أوجد جا θ

جا²θ + جتا²θ = ١

جاθ = ± √(١ − جتا²θ)

= ± √(١ − (٠,٤)²)

جاθ = ± √٢١ / ٥

∵ ٠ < θ < π/٢

∴ جاθ = + √٢١ / ٥

ب استنتج ظاθ

ظاθ = جاθ / جتاθ

= (√٢١ / ٥) / ٠,٤ = √٢١ / ٢

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جاθ = ٣/٥ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

فأوجد جتاθ، ظاθ

جا²θ + جتا²θ = ١

جتاθ = ± √(١ − جا²θ)

= ± √(١ − (٣/٥)²)

جتاθ = ± ٤/٥

∵ ٠ < θ < π/٢

∴ جتاθ = + ٤/٥

ظاθ = جاθ / جتاθ

ظاθ = (٣/٥) / (٤/٥) = ٣/٤

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جاθ = ٣/٧ ، جتاθ > ٠ فأوجد ظتاθ، ظاθ.

١ + ظتا²θ = قتا²θ

ظتا²θ = قتا²θ − ١

= (٧/٣)² − ١

ظتا²θ = ٤٠/٩ بالجذر

ظتاθ = ± ٢√١٠ / ٣

∵ جاθ > ٠ ، جتاθ > ٠

∴ ظتاθ = + ٢√١٠ / ٣ ← ظاθ = ٣ / ٢√١٠

بدون استخدام الآلة الحاسبة،

إذا كان ظاθ = ٢√٢، جتاθ < ٠ فأوجد جاθ، جتاθ.

١ + ظا²θ = قا²θ

١ + (٢√٢)² = قا²θ

قا²θ = ٩ بالجذر

قاθ = ±٣

جتاθ = ± ١/٣

∵ جتاθ < ٠

∴ جتاθ = − ١/٣

جا²θ + جتا²θ = ١

جاθ = ± √(١ − جتا²θ)

= ± √(١ − (−١/٣)²)

جاθ = ± ٢√٢/٣

∵ جتاθ < ٠ ، ظاθ < ٠

جاθ = + ٢√٢/٣

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان ظاθ = ١٢/٥، جاθ > ٠ فأوجد جاθ، جتاθ.

١ + ظا²θ = قا²θ

قا²θ = ١ + (١٢/٥)²

قا²θ = ١٦٩/٢٥ بالجذر

قاθ = ± ١٣/٥

جتاθ = ± ٥/١٣

∵ ظاθ > ٠ ، جاθ > ٠

∴ جتاθ = + ٥/١٣

جا²θ + جتا²θ = ١

جاθ = ± √(١ − جتا²θ)

= ± √(١ − (٥/١٣)²)

جاθ = ± ١٢/١٣

∵ جاθ > ٠

∴ جاθ = + ١٢/١٣

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان ظتاθ = ٥/٨، جتاθ > ٠ فأوجد جاθ.

١ + ظتا²θ = قتا²θ

١ + (٥/٨)² = قتا²θ

قتا²θ = ٨٩/٦٤ بالجذر

قتاθ = ± √٨٩/٨

جاθ = ± ٨/√٨٩

∵ جتاθ > ٠ ، ظاθ > ٠

∴ جاθ = + ٨/√٨٩

جا²θ + جتا²θ = ١

جتاθ = ± √(١ − جا²θ)

= ± √(١ − (٨/√٨٩)²)

جتاθ = ± ٥√٨٩/٨٩

∵ جتاθ > ٠

∴ جتاθ = + ٥√٨٩/٨٩

أثبت صحة المتطابقة التالية: جا^{٣}س + جاس × جتا^{٢}س = جاس.

الحل:

جا^{٣}س + جاس × جتا^{٢}س = جا س (جا^{٢}س + جتا^{٢}س)

= جا س × ١ جا^{٢} س + جتا^{٢} س = ١

= جاس.

أثبت صحة المتطابقة: جتا^{٤}س + جا^{٢}س × جتا^{٢}س = جتا^{٢}س

جتا^{٤}س + جا^{٢}س × جتا^{٢}س =

جتا^{٢}س (جتا^{٢}س + جا^{٢}س) =

جتا^{٢}س × ١ = جتا^{٢}س

أثبت صحة المتطابقة التالية: $\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta} = \text{قا}^{٢}\theta$. حيث المقام ≠ ٠

الحل:

$\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta} = \frac{\text{قا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$ (أ + ب)(أ − ب) = أ^{٢} − ب^{٢}

$= \frac{\text{ظا}^{٢}\theta}{\text{جا}^{٢}\theta}$ ١ + ظا^{٢} θ = قا^{٢} θ

$= \frac{\text{جا}^{٢}\theta}{\text{جتا}^{٢}\theta} \times \frac{١}{\text{جا}^{٢}\theta}$ ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

$= \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\theta}$

= قا^{٢} θ

أثبت صحة المتطابقة: (قا^{٢} θ + قتا^{٢} θ) − (ظا^{٢} θ + ظتا^{٢} θ) = ٢

الطرف الأيمن:

(قا^{٢}θ + قتا^{٢}θ) − (ظا^{٢}θ + ظتا^{٢}θ)

= ١ + ظا^{٢}θ + ١ + ظتا^{٢}θ − ظا^{٢}θ − ظتا^{٢}θ

= ١ + ١

= ٢

∴ الطرفان متساويان

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(1) إذا كان جـ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ فإن جـ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (أ) (ب)

---

(2) إذا كانت المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & س \end{bmatrix}$ منفردة فإن قيمة س = -٨ (أ)

---

(3) يوجد حل وحيد للنظام التالي: $\begin{cases} ٣ س + ٢ ص = ١٠ \\ ٦ س + ٤ ص = ١٦ \end{cases}$ (أ)

---

(4) إذا كان النظام : $\begin{cases} ٢ س + ٣ ص = ٥ \\ ٣ س + ٥ ص = ٧ \end{cases}$ فإن : Δ ص = ٢ (أ)

---

(5) إذا كان جا س = $\sqrt{٣}$ فإن مجموعة الحل = $\varnothing$ (ب)

---

(6) إذا كان جتا س = $\frac{١}{٢}$ فإن س = $\frac{\pi}{٣}$ (ب)

---

(7) إذا كانت س = $\frac{\pi}{٦}$ فإن جا س = $\frac{١}{٢}$ (ب)

---

(8) مجموعة حل قا س = ٠,٣ هي $\varnothing$ (ب)

---

(9) ظا (١٥π) = صفر (ب)

(10) إذا كانت جاθ = ٠,٢ فإن جا(π + θ) = ٠,٢ (أ)

---

(11) إذا كانت جتاθ = $\frac{٢}{٣}$ فإن قاθ = $\frac{٣}{٢}$ (ب)

---

(12) إذا كانت ظاθ = ٣ فإن ظتا(π + θ) = ٣ (أ)

---

(13) إذا كانت جاθ = $\frac{١}{٥}$ فإن قتا(π + θ) = −٥ (ب)

---

(14) قتاθ × جتاθ − ظتاθ = ٠ (ب)

---

(15) ظتا^{٢} (−θ) − قتا^{٢} θ = −١ (ب)

---

(16) (قاθ + ظاθ)(قاθ − ظاθ) = ١ (ب)

---

(17) جاθ قتاθ − جتا^{٢} θ − جا^{٢} θ = ٠ (ب)

---

(18) $\frac{\text{جا}^{٢}\,\theta}{١ - \text{جتا}\theta}$ − جتاθ = −١ (أ)

---

(19) ظاθ + ظتاθ − قاθ قتاθ = ٠ (ب)

اختر الإجابة الصحيحة:

(1) **المصفوفة المنفردة فيما يلي هي :**

(أ) $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & ٥ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ٣ & ٣ \\ ٥ & -٥ \end{bmatrix}$ ● $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & -٥ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ -٥ & -٥ \end{bmatrix}$

---

(2) **إذا كانت** المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ}^{-١} =$

(أ) $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$ ● $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} -٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (ء) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

---

(3) **إذا كان** $\begin{bmatrix} ٥ & س \\ ١٠ & ٤ \end{bmatrix}$ **مصفوفة منفردة فإن : س =**

(أ) - ٢ (ب) - ٤ (جـ) ٠ ● ٢

---

(4) **محدد المصفوفة** $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ **هو**

(أ) ١ (ب) ٥ ● -١ (ء) ٧

---

(5) جا س + جتا (٩٠° + س) في أبسط صورة يساوي:

(أ) ٣جاس (ب) ١ (ج) ٢جاس ● صفر

---

(6) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $\frac{١}{٢}$ هي:

● جا(-٣٣٠°) (ب) جتا(-٢٤٠°) (جـ) ظتا(-١٥٠٠°) (د) ظا٧٦٥°

(7) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$:

جتا $\frac{٣١\pi}{٦}$ (ب) جا $\left(-\frac{٣٥\pi}{٣}\right)$ (جـ) ظا $\frac{١٧\pi}{٦}$ (د) قا $\frac{١٣\pi}{٣}$

---

(8) إن قيمة المقدار قا$(٢\pi - \theta)$ − قتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جاθ هي:

(أ) −١ صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

---

(9) إذا كانت جتا$\theta = -\frac{٥}{٧}$ ، θ تقع في الربع الثالث. فإن جا θ =

(أ) $\frac{-٧}{\sqrt{٢}٦}$ (ب) $\frac{\sqrt{٢}٦}{٧}$

$\frac{-\sqrt{٢}٦}{٧}$ (د) $\frac{٧}{\sqrt{٢}٦}$

---

(10) إذا كانت قا$\theta = \frac{٣}{٢}$ ، θ تقع في الربع الرابع. فإن ظا θ =

(أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(جـ) $\frac{-٢}{\sqrt{٥}}$ $\frac{-\sqrt{٥}}{٢}$

مع تمنياتنا بالنجاح والتفوق