الوحدة السابعة: المصفوفات — بند (٧-١) — تنظيم البيانات في مصفوفات

تعريف:

المصفوفة هي تنظيم من الأعداد المرتبة في صفوف وأعمدة

الأعداد المكونة للمصفوفة تسمى **عناصر**

رتبة المصفوفة

نرمز إلى المصفوفة بأحد حروف الهجاء ونضع تحته خط ، نكتب أ ونقرأ المصفوفة أ .

عدد الصفوف (م) وعدد الأعمدة (ن) يحددان رتبة المصفوفة وتكتب م × ن

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٩ & -٥ \\ ١- & ٣ \\ ٢ & ٨ \end{bmatrix}$$ المصفوفة أ من الرتبة ٣ × ٢

ملاحظة : لكتابة رتبة المصفوفة نكتب أولاً عدد الصفوف يليه عدد الأعمدة .

مثال (١) صـ ٥٥:

اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$$

$$\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٤ & \frac{٢}{٣} & -٣ \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل (١) صـ ٥٥:

اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & -٢ \\ ٧ & ٠,٥ & ٠ \end{bmatrix}$$

$$\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٨ & ٣ & ١٠ \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ \\ ١ & -٥ \\ ٠,٦ & ٩ \end{bmatrix}$$

ترميز عناصر المصفوفة

يحدد أي عنصر في المصفوفة بدلالة رقمي الصف والعمود الواقع فيهما ، فمثلاً في المصفوفة أ

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ_{11} & أ_{21} & أ_{31} \\ أ_{12} & أ_{22} & أ_{32} \\ أ_{13} & أ_{23} & أ_{33} \end{bmatrix}$$

العنصر في الصف الأول والعمود الثالث: $أ_{31}$

مثال (٣) صـ ٥٧:

في المصفوفة: $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١٢ & ١ & ٥ & ٤ \\ ٢ & ٦ & ٢ & ٣,٥ \\ ١ & ٠ & ١ & -٤ \end{bmatrix}$ اكتب قيمة كل عنصر مما يلي:

(أ) ب٢٢ (ب) ب١٣ (جـ) ب١١ (د) ب٢٣

المصفوفات : المربعة ، الأفقية ، العمودية

المصفوفة المربعة : هي مصفوفة فيها عدد الصفوف = عدد الأعمدة . فيما عدا ذلك تسمي مصفوفة مستطيلة

المصفوفة الأفقية : هي مصفوفة مكونة من صف واحد

المصفوفة العمودية : هي مصفوفة مكونة من عمود واحد

مثال(٤) صـ ٥٨:

صنف كلاً من المصفوفات التالية :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & -٥ & ٠ \\ ٠ & ٤ & ٧ \\ ٣ & ٢ & ٨ \end{bmatrix} \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \\ ٠,٢ \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = [٣ \quad ٤ \quad -٥] \quad \underline{د} = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ & ١,٤ \\ ١٢ & ٨ & ٥ \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل (٤) صـ ٥٨:

صنف المصفوفات في مثال (١)

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٤ & \frac{٢}{٣} & -٣ \end{bmatrix} \qquad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$$

المصفوفات المتساوية:

تكون مصفوفتان متساويتان إذا كانت :

(١) لهما نفس الرتبة (الأبعاد). (٢) عناصرهما المتناظرة متساوية. والعكس صحيح

كل عنصرين لهما الموقع نفسه في المصفوفتين اللتين لهما الرتبة نفسها يسميان عنصرين متناظرين

مثال (٥) صـ ٥٩

هل المصفوفتان $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ متساويتان؟ فسّر.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٠,٧٥ & \frac{١}{٥} \\ -٢ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٢ & \frac{-٣}{٤} \\ -٢ & ٠,٥ \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل (٥) صـ ٥٩

هل المصفوفتان $\underline{س}$ ، $\underline{ص}$ متساويتان ؟ فسّر .

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ص} = \begin{bmatrix} -١ & ٩ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

مثال (٦) صـ ٥٩:

إذا كانت : $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٤ \\ ٣ & ٣ص + ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥ & ٤ \\ ٣ & ص + ١٨ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

حاول أن تحل (٦) صـ :٥٩

(أ) إذا كانت : $\begin{bmatrix} ٣٨ & ٥ \\ ٣ & ٤ص - ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ص + ٨ & ٥ \\ ٣ & -ص \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

(ب) إذا كانت $\begin{bmatrix} ٣س & س + ص \\ ٤ & س - ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٩ & ٤ \\ ١٠ & ٥ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

كراسة التمارين صـ ٣٠ رقم ٦

أوجد قيمة كل من س ، ص

$$\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٩ \\ ٥ص & -٢ \end{bmatrix}$$

امتحان سابق:

إذا كانت : $\begin{bmatrix} ٣س + ٤ & ص - ٥ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥ & ٢ص - ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

المصفوفات

بند ٢-٧ جمع وطرح المصفوفات

لجمع مصفوفتين أ ، ب يجب أن تكونا من الرتبة نفسها .

ولإيجاد ناتج الجمع نجمع كل عنصرين لهما الموقع نفسه في أ ، ب .

مصفوفة الجمع لهما نفس رتبة كل من المصفوفتين أ ، ب .

مثال (١) صـ ٦١ :

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & -٥ \\ ٧ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٣ & ١ \\ ٢ & -٤ \\ -١ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} ٣ & ٩ & -٣ \\ -٩ & ٦ & ١٢ \end{bmatrix}$

فأوجد إن أمكن:

أ) أ + ب ب) أ + جـ

وإذا لم يكن الجمع ممكنًا، فاذكر السبب.

حاول أن تحل (١) صـ ٦١ :

أوجد ناتج ما يلي : $\begin{bmatrix} -١٢ & ١٢ \\ -٣ & ٥ \\ -١ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٣ & -١ \\ -٥ & ٤ \\ ١ & -٧ \end{bmatrix}$

مثال (٣) صـ ٦٣ :

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ -٢ & ٧ \end{bmatrix}$

أوجد ما يلي:

$\underline{أ} + \underline{ب} =$

$\underline{ب} + \underline{أ} =$

$\underline{ب} + \underline{جـ} =$

$(\underline{أ} + \underline{ب}) + \underline{جـ} =$

$\underline{أ} + (\underline{ب} + \underline{جـ}) =$

$\underline{أ} + ٢٠ \times ٢ =$

$\underline{أ} + (-\underline{أ}) =$

معلومة رياضية:
المصفوفة $-\underline{أ}$ هي النظير الجمعي للمصفوفة $\underline{أ}$.

حاول أن تحل (٣) صـ ٦٣ :

في مثال (٣) اوجد :

$\underline{جـ} + \underline{ب} =$

$(\underline{جـ} + \underline{ب}) + \underline{أ} =$

طرح المصفوفات

إذا كان للمصفوفتين $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ الرتبة نفسها فإن : $\underline{أ} - \underline{ب} = \underline{أ} + (-\underline{ب})$

ملاحظة :

إذا كان $\underline{أ} \neq \underline{ب}$ ولهما نفس الرتبة فإن : $\underline{أ} - \underline{ب} \neq \underline{ب} - \underline{أ}$ وبالتالي عملية طرح المصفوفات ليست إبدالية.

مثال (٤) صـ ٦٤:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ٤ \\ ١ & ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٤ & ٣ \\ ٢ & ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

أوجد :

$\underline{أ} - \underline{ب}$ ، $\underline{ب} - \underline{أ}$

حاول أن تحل (٤) صـ ٦٥:

أوجد ناتج ما يلي :

(أ) $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ ٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٥ & ١٠ \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} -٣ & ٣ \\ ١ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix}$

المعادلات المصفوفية

المعادلة المصفوفية: هي معادلة إحدى مصفوفاتها غير معلومة (المتغير)

يمكن استخدام خواص المساواة لحل المعادلات المصفوفية.

مثال (٥) صـ ٦٥:

حل المعادلة المصفوفية التالية :

$$\underline{س} - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٨ & ٩ \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل (٥) صـ ٦٥:

أوجد $\underline{س}$ حيث : $\underline{س} - \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix}$

كراسة التمارين صـ ٣٥:

$$(١٠) \quad \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -٣ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ -٦ & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$$

المصفوفات

بند ٧-٣ ضرب المصفوفات

ضرب مصفوفة في عدد

الضرب القياسي :

هو عملية ضرب مصفوفة أ في عدد حقيقي ك : ك ≠ ٠

الناتج هو المصفوفة ك أ ونحصل عليها بضرب كل عنصر من عناصر أ في ك .

إذا كان ك = ٠ يكون الناتج المصفوفة الصفرية .

مثال (١) صـ ٦٧:

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ -٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٥ & ١٠ \end{bmatrix}$

أوجد: ٥ أ ، ٣ ب ، ثم ٥ أ – ٣ ب

حاول أن تحل (١) صـ ٦٧ :

من المثال (١) ، أوجد :

(أ) ٥ ب – ٤ أ

(ب) أ + ٦ ب

مثال (٣) صـ ٦٨:

حل المعادلة: $٤ \underline{س} + ٢ \begin{bmatrix} ٣ & _ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٠ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ثم تحقق من إجابتك

امتحان سابق: حل المعادلة المصفوفية التالية: $٢ \underline{س} - \begin{bmatrix} ٢ & _ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٨ & ٩ \end{bmatrix}$

حاول أن تحل (٣) صـ ٦٩ :

حل كل معادلة مما يلي:

(أ) $٢\underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

(ب) $-٣س + \begin{bmatrix} ٧ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ١- \\ ١٩- & ١٨- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٠ \\ ١٠ & ٤ \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفات تكون مصفوفة الضرب **معرّفة** إذا كان:

عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى مساوياً لعدد الصفوف في المصفوفة الثانية

$أ_{م \times ن} \times ب_{ن \times ر} = جـ_{م \times ر}$

مثال (٤) صـ ٧٠ :

أوجد ناتج $أ \times ب$ حيث $أ = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ -١ & -٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

امتحان سابق: إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٠ & -٤ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٣ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$ فأوجد : $أ \times ب$

مثال (٥) صـ ٧٢:

بفرض $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٨ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$ حدد ما إذا كانت كل نواتج الضرب:

$\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ معرّفة أو غير معرّفة. أوجد رتبة كل مصفوفة ضرب معرّفة.

حاول أن تحل (٥) ص ٧٢:

بفرض: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١ \\ ٢ & ٥- & ٠ \end{bmatrix}$

(أ) حدد ما إذا كانت كل من نواتج الضرب $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ معرّفة أو غير معرّفة.

(ب) أوجد ناتج الضرب المعرّف.

(جـ) بفرض أن المصفوفة أ هي مصفوفة من الرتبة ٢ × ٣ ، المصفوفة ب من الرتبة ٣ × ٢

هل $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ متساويتان ؟ وضح اجابتك.

الحل :

ملحوظة: عملية ضرب المصفوفات ليست إبدالية

مثال : إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٧ & ٤ \end{bmatrix}$

أوجد : أ × ب ، ب × أ ماذا تستنتج ؟

الحل :

امتحان سابق: إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٠ \\ ٧ & ٤ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$ فأوجد : أ × ب

مربع المصفوفة إذا كانت المصفوفة أ مصفوفة مربعة، فإن المصفوفة أ × أ ويرمز إليها بالرمز $أ^{٢}$

وتقرأ مربع المصفوفة أ. وبالمثل $أ^{٣} = أ \times أ \times أ$ ، $أ^{٤} = أ^{٣} \times أ$ ، .....

مثال (٦) صـ ٧٣:

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

أوجد: $أ^{٢}$ ، $أ^{٣}$

حاول أن تحل (٦) صـ٧٣ :

إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$

أوجد: $ب^{٢}$ ، $ب^{٣}$

المصفوفات

بند (٧-٤) مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات)

مصفوفة الوحدة:

المصفوفة المربعة التي عناصر قطرها الرئيسي ١، وبقية العناصر صفر تسمى مصفوفة الوحدة للضرب. ويرمز لها بالرمز و

النظير الضربي:

إذا كانت أ ، س مصفوفتين مربعتين من الرتبة نفسها بحيث أ × س = و ، فإن س هي النظير الضربي للمصفوفة أ.

ويرمز لها بالرمز $أ^{-١}$. $أ \times أ^{-١} = أ^{-١} \times أ = و$

مثال (١) صـ ٧٥ :

أثبت أن: ب = $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$

حاول أن تحل (١) صـ ٧٥:

(أ) أثبت أن المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

محدد مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية

ترتبط كل مصفوفة مربعة $\underline{أ}$ بعدد حقيقي يسمى **محدد $\underline{أ}$** ويرمز إلى هذا العدد بالرمز $|\underline{أ}|$ ويقرأ **محدد المصفوفة $\underline{أ}$**.

سنقتصر في هذا الدرس على محدد المصفوفة المربعة من الرتبة الثانية.

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$ هو أ د − ب جـ

نكتب $|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{vmatrix}$ = أ د − ب جـ

تسمى المصفوفة التي محددها يساوي الصفر **بالمصفوفة المنفردة**

مثال (٢) صـ ٧٦:

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} س & ٠ \\ ٠ & س \end{bmatrix}$

الحل :

حاول أن تحل (٢) صـ ٧٦:

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية:

(أ) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

(ب) $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix}$

(جـ) $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ك & ٣ \\ -٣ & -ك \end{bmatrix}$

مثال (٣) صـ ٧٧:

إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س.

حاول أن تحل (٣) صـ ٧٧:

إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س.

خاصية

بفرض أن: $\underline{م} = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ إذا كان أ د − ب جـ ≠ ٠ ، فإن $\underline{م}$ لها نظير ضربي $\underline{م}^{-١}$ حيث:

$$\underline{م}^{-١} = \frac{١}{|\underline{م}|} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$$

$$\underline{م}^{-١} = \frac{١}{أ د - ب جـ} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$$

تذكر أن: المصفوفة التي محددها يساوي الصفر **ليس لها نظير ضربي** وتسمى مصفوفة منفردة

مثال (٤) صـ ٧٧:

هل للمصفوفة أ = $\begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٨ & -٢ \end{bmatrix}$ نظير (معكوس) ضربي ؟ في حالة الإيجاب أوجده

حاول أن تحل (٤) صـ ٧٧:

(أ) هل ب= $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسّر اجابتك

(ب) هل ب= $\begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسّر اجابتك

مثال (٥) صـ ٧٨:

حدّد أي مصفوفة مما يلي لها نظير (معكوس) ضربي ، ثم أوجده.

(أ) $\underline{ع} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$ **(ب)** $\underline{ن} = \begin{bmatrix} ٣ & ٩ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

حاول أن تحل (٥) صـ ٧٨:

حدّد أي مصفوفة مما يلي لها نظير (معكوس) ضربي ، ثم أوجده.

(أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ **(ب)** $\begin{bmatrix} ٠.٥ & ٢.٣ \\ ٣ & ٧.٢ \end{bmatrix}$

حل معادلات مصفوفية

كراسة التمارين صـ ٤٦: حل كل معادلة في س.

(١٠) $\begin{bmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$ × س = $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

(١٢) س × $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٧ & ٤ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٣١ & ١٦ \\ ٢٧ & ١٢ \end{bmatrix}$

امتحان سابق: إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$

١) أوجد : أ × ب

٢) أوجد قيمة محدد المصفوفة أ

امتحان سابق: إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

١) أوجد : ٢أ - ب **٢)** ب$^{-١}$

المصفوفات

بند (٧-٥) حل نظام من معادلتين خطيتين

١- الحل باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفة المربعة

اكتب نظام المعادلات التالية علي شكل معادلة مصفوفية :

س + ص = ٥

س – ٢ص = -٤

الحل :

اكتب المعادلة المصفوفية علي شكل نظام معادلات

$$\begin{bmatrix} -١ \\ ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$$

مثال (١) صـ ٧٩ : حل النظام : $\begin{cases} س + ص = ٣ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

حاول أن تحل (١) صـ ٨٠ :

حل النظام : $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٣ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

٣-استخدام قاعدة كرامر (المحددات) لحل معادلتين خطيتين :

لحل نظام معادلتين خطيتين:

أ س + ب ص = ل

جـ س + د ص = م

نكتب: $\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ل & ب \\ م & د \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات بعد استبدال العمود الزائد بعمود معاملات س

$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} أ & ل \\ جـ & م \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات بعد استبدال العمود الزائد بعمود معاملات ص

فإن س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$ (بشرط أن $\Delta \neq ٠$)

امتحان سابق: حل النظام

٥س + ٣ ص = ٧

٣س + ٢ ص = ٥

مثال (٢) صـ ٨١ :

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\left.\begin{array}{l} ٤س - ٥ ص + ٧ = ٠ \\ ٣ص - ٦ س + ٣ = ٠ \end{array}\right\}$$

حاول أن تحل (٢) صـ ٨١ :

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\left.\begin{array}{l} ٣س + ٢ ص = - ٦ \\ - ٤س - ٣ ص - ٧ = ٠ \end{array}\right\}$$

ملاحظة :

١ إذا كان $\Delta \neq ٠$ ، فإن للمعادلتين حلًّا وحيدًا

٢ إذا كان $\Delta = ٠$ ، $\Delta_{س} \neq ٠$ فالحل ϕ

وسنكتفي بهاتين الحالتين ولا نتعرض للحالة التي كل من Δ ، $\Delta_{س}$ مساويا الصفر