مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الرياضيات للصف الثانى عشر

المستوى المتقدم

السنة الدراسية 2023 / 2024
الفصل الدراسى الثانى

+971566151988/
أ/ محمد طه

النشيد الوطني

الأسد

- من هو الحيوان الذي يطلق عليه اسم البهنس ؟؟؟

الوحدة الرابعة

تطبيقات التفاضل

الدرس الخامس

التقعر واختبار المشتقة الثانية

+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

أهداف التعلم

- إيجاد تقعر الدالة باستخدام المشتقتين الأولى والثانية.
- تعريف نقطة الانعطاف وإيجادها.
- إيجاد الحدود القصوى للدالة باستخدام المشتقة الثانية.

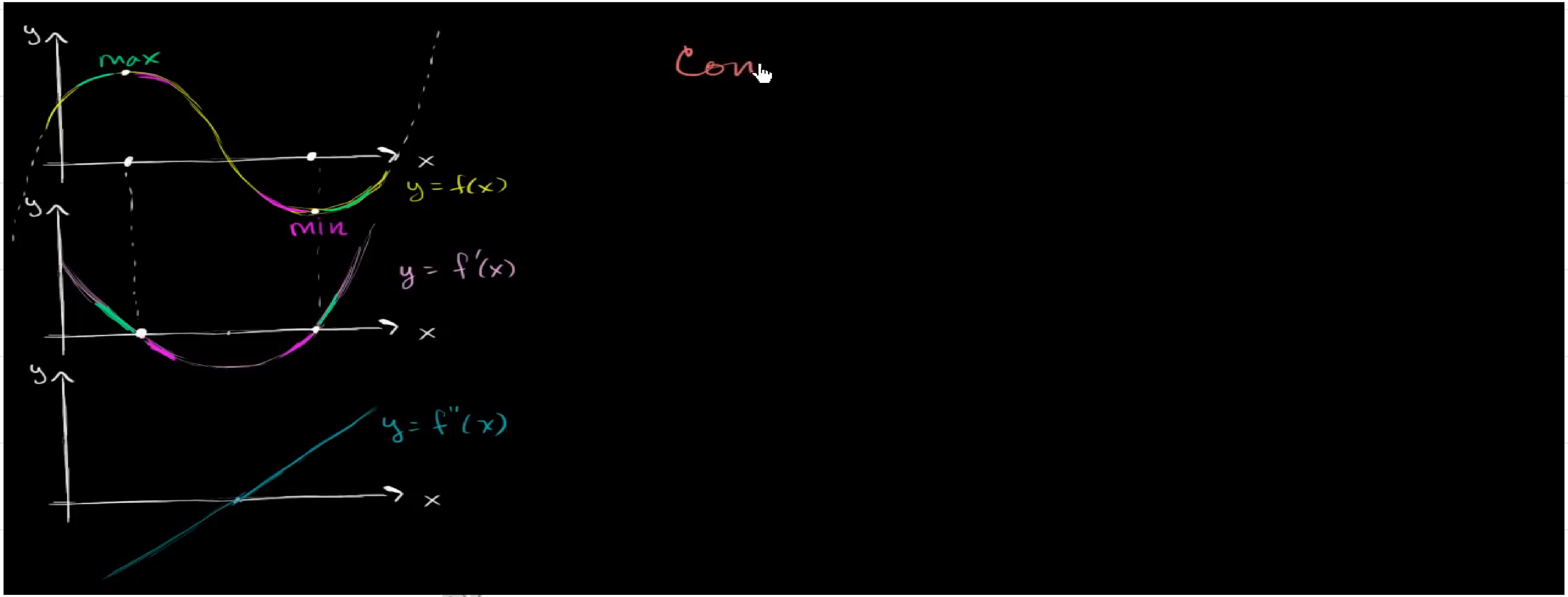
+971566151988/
أ/ محمد طه

مفردات الدرس

- ❑ التقعر
- ❑ نقطة الانعطاف

مقدمة

التقعر



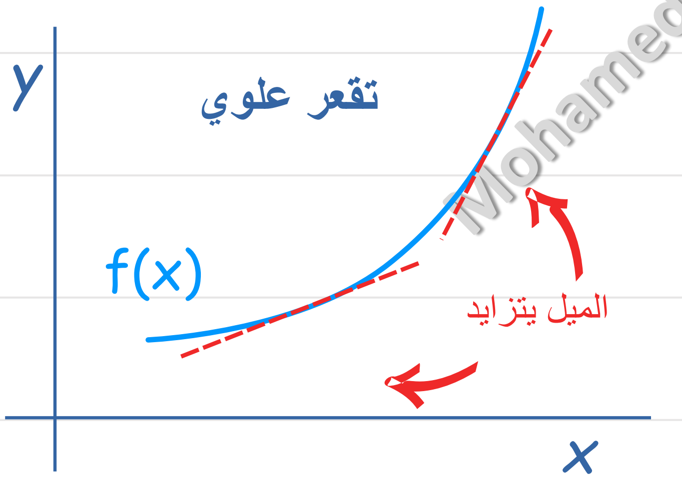
التقعر

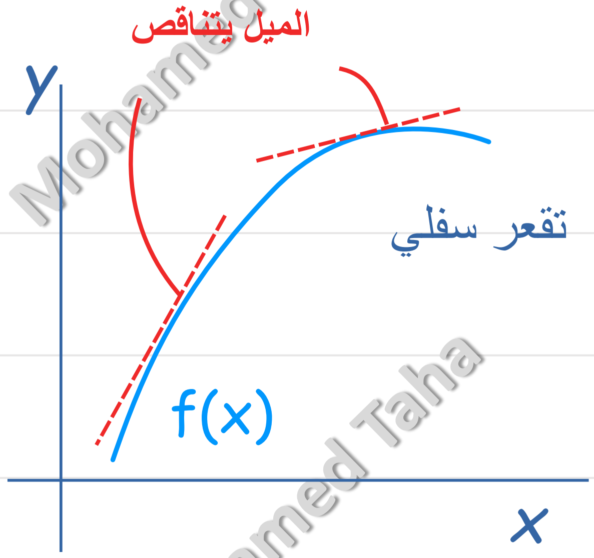
التعريف 5.1

لكل دالة f قابلة للاشتقاق في الفترة I يكون التمثيل البياني للدالة f

i. مقعرا الي الاعلي في I اذا كانت f' متزايدة في I

ii. مقعرا الي الأسفل في I اذا كانت f' متناقصة في I





تقعر لاعلي $\Rightarrow$ الميل يتزايد $\Rightarrow$ $f'(x)$ تتزايد $\Rightarrow f''(x) > 0$

تقعر لاسفل $\Rightarrow$ الميل يتناقص $\Rightarrow$ $f'(x)$ تناقص $\Rightarrow f''(x) < 0$

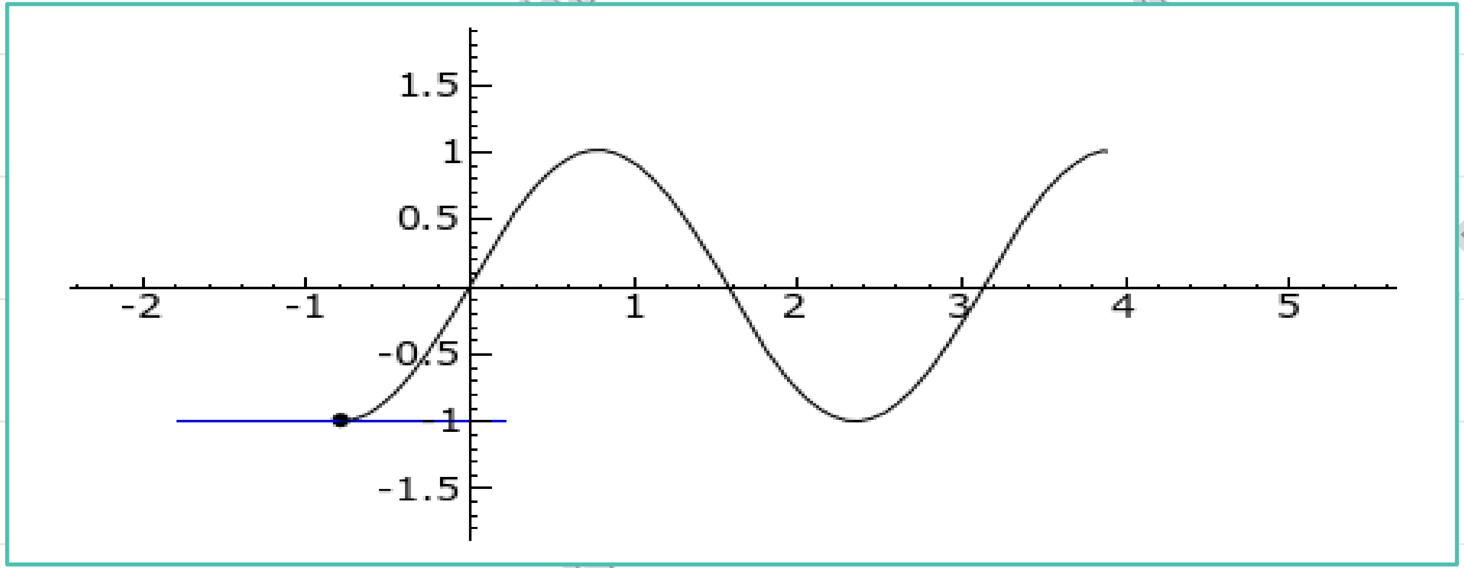
التقعر

النظرية 5.1

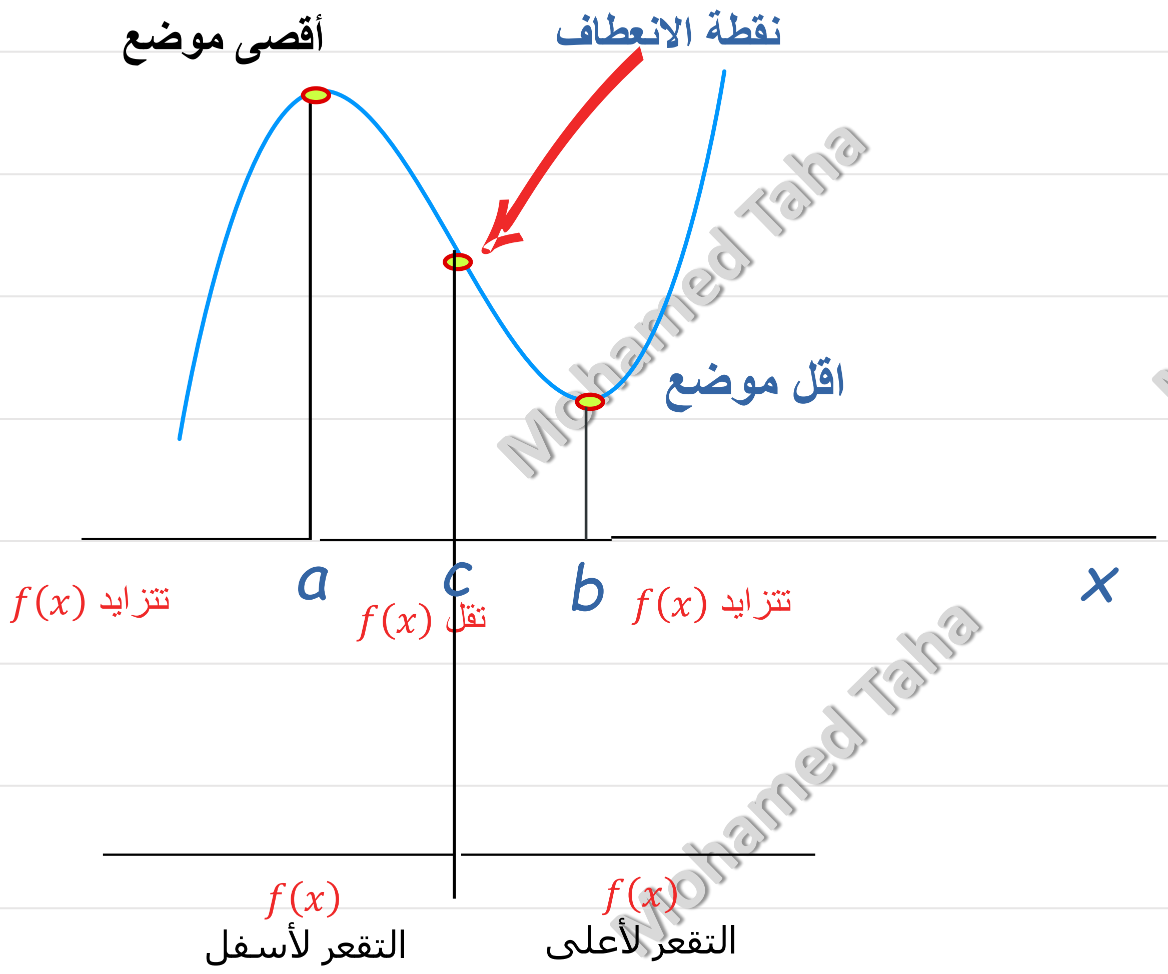
علي فرض أن f'' موجودة في الفترة I

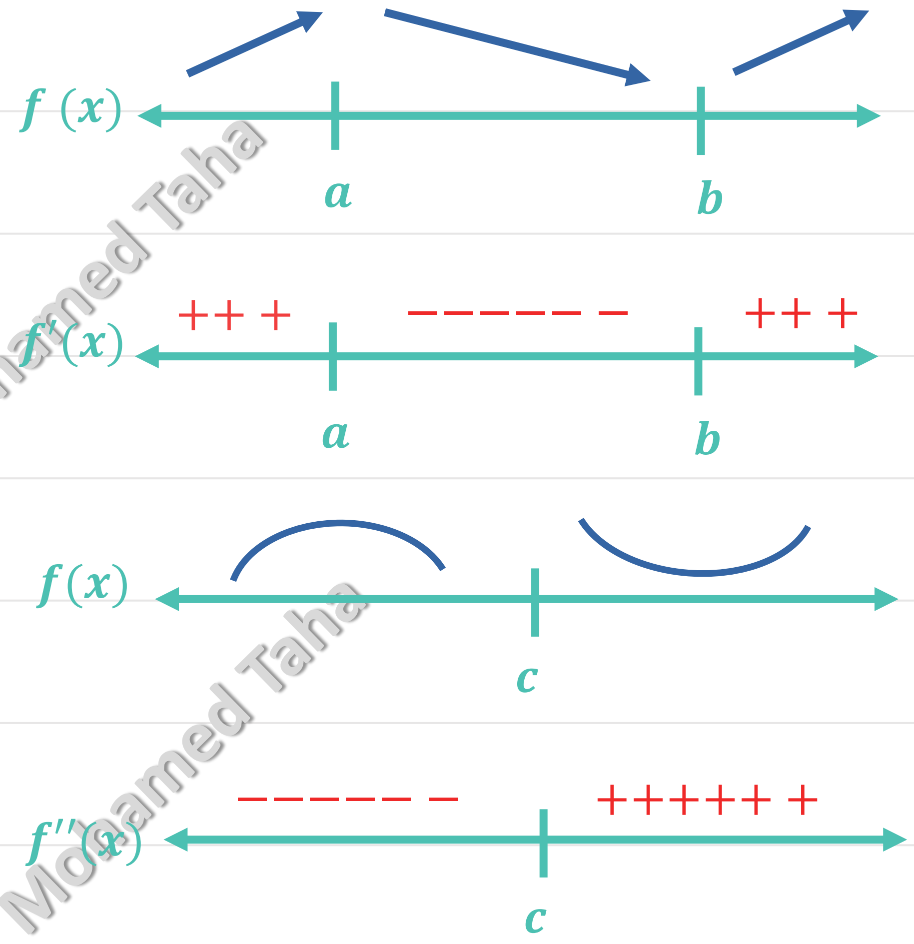
i. اذا كانت $f''(x) > 0$ فان التمثيل البياني للدالة f مقعرا الي الاعلي في I

ii. اذا كانت $f''(x) < 0$ فان التمثيل البياني للدالة f مقعرا الي الاسفل في I



التقعر


أقصى موضع
نقطة الانعطاف
اقل موضع
a
c
b
x
$f(x)$ تتزايد
$f(x)$ تقل
$f(x)$ تتزايد
$f(x)$
التقعر لأسفل
$f(x)$
التقعر لأعلى

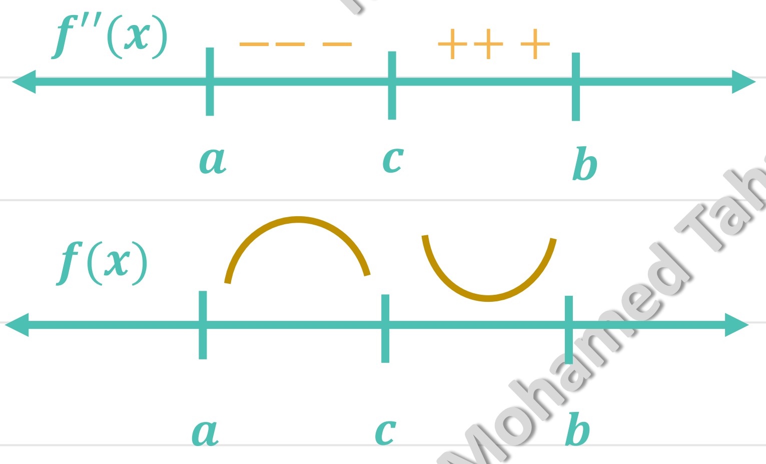

$f(x)$
a
b
$f'(x)$
+++
------ -
+++
a
b
$f(x)$
c
$f''(x)$
------ -
++++++
c

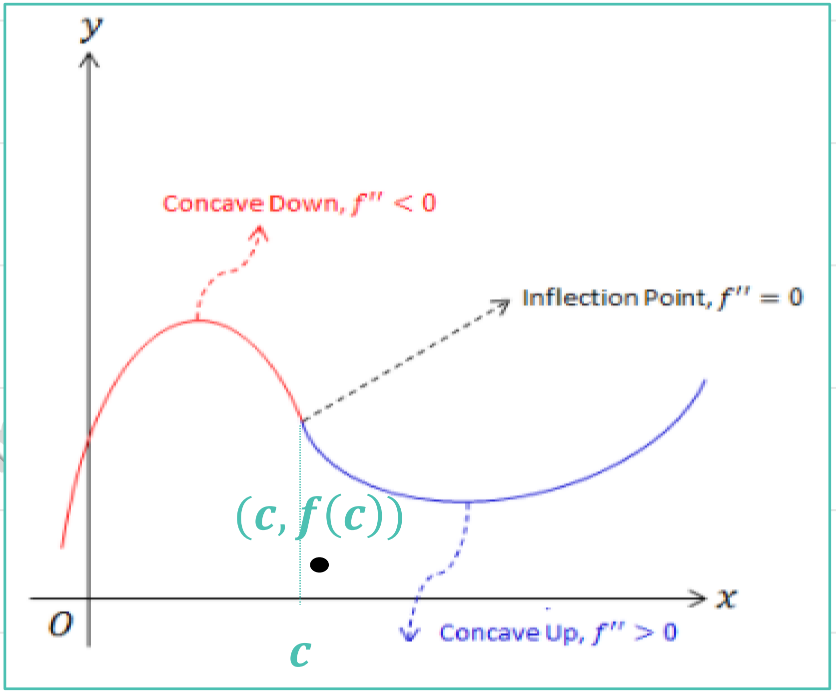
نقاط الانعطاف

التعريف 5.2

علي فرض ان f متصلة في الفترة (a,b) وأن التمثيل البياني يغير التقعر عند النقطة $c \in (a,b)$.
أي يتقعر التمثيل البياني لاسفل علي جانب واحد من c ، بينما يتقعر الي الجانب الاعلي علي الجانب الاخر
اذا يطلق علي النقطة $(c,f(c))$ نقطة انعطاف لـ f

مثلا





نقطة الانعطاف $(c, f(c))$

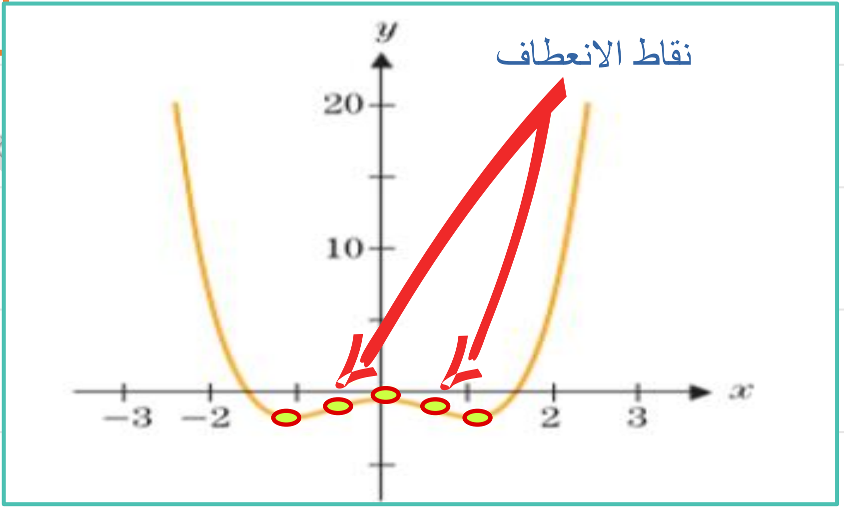
+971566151988/
أ/ محمد طه

تحديد سلوك الدالة

مثال

276صفحةQ45

حدد فترات الزيادة والنقصان والحدود القصوى المحلية، وفترات التقعر ومواقع نقاط الانعطاف للرسم البياني التالي:



الحل

$f(x)$ تقل علي $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

$f(x)$ تزيد علي $(-1,0)\cup(1,\infty)$

$f(-1)\approx -2$ قيمة صغري محلية

$f(0)\approx 1$ قيمة قصوي محلية

$f(1)\approx -2$ قيمة صغر ي محلية

$f(x)$ التقعر لاعلي $(-\infty,-0.5)\cup(0.5,\infty)$

$f(x)$ التقعر لاسفل $(-0.5,0.5)$

فإن تقعر الدالة يتغير حول هذه النقاط.

نقطة الانعطاف هي$(-0.5,-1.5$

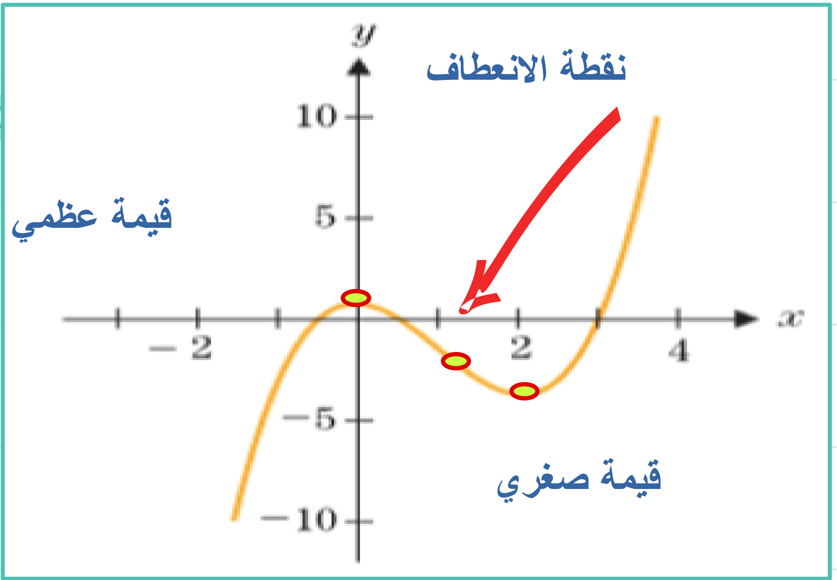
نقطة الانعطاف هي $(0.5,-1.5)$

تحديد سلوك الدالة

مثال

Q46 صفحة276

حدد فترات الزيادة والنقصان والقيم القصوى المحلية، وفترات التقعر ومواقع نقاط الانعطاف للرسم البياني التالي:



الحل

$f(x)$ تقل علي $(0,2)$

$f(x)$ تزيد علي $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

$f(0)\approx 1$ قيمة عظمى محلية

$f(2)\approx -4$ قيمة صغري محلية

$f(x)$ تقعر لاعلي $(1.2,\infty)$

$f(x)$ تقعر لاسفل $(-\infty,1.2)$

فإن تقعر الدالة يتغير حول هذه النقطة.

$(1.2,-3)$ نقطة الانعطاف

+971566151988/

أ/ محمد طه

تحديد التقعر

مثال

5.1 Page: 271

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرًا إلى الأعلى، وأين يكون مقعرً إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح المميزات المهمة للدالة $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 10$

الحل

$f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 10$

$f'(x) = 6x^2 + 18x - 24$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 6x^2 + 18x - 24 = 0$

$\Rightarrow \quad 6(x^2 + 3x - 4) = 0$

$\Rightarrow \quad 6(x-1)(x+4) = 0$

$\boxed{x = 1} \qquad \boxed{x = -4}$

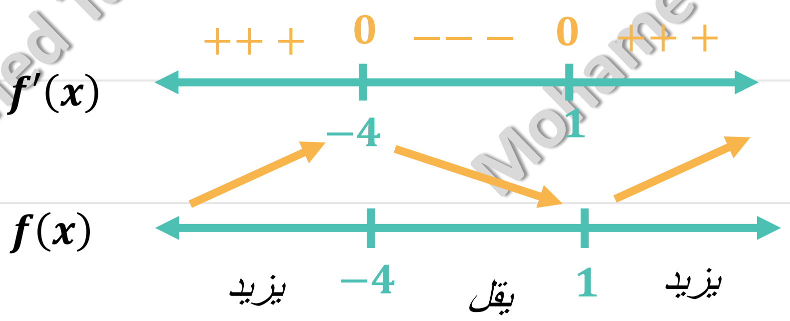
$f''(x) = 12x + 18$

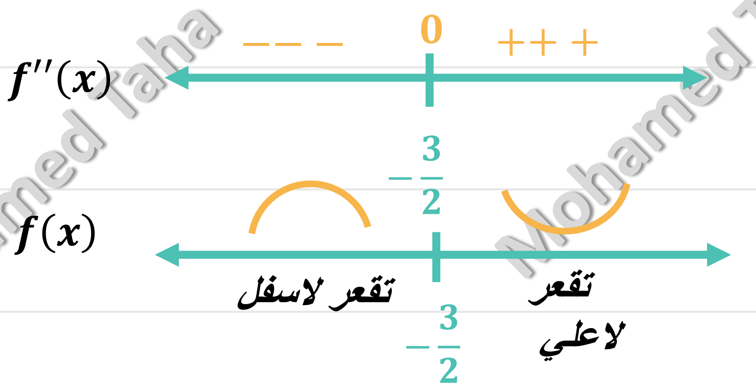
اصفار المشتقة الثانية

$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 12x + 18 = 0$

$\boxed{x = -\frac{3}{2}}$

دراسة اشارة المشتقة الأولي





$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تزيد علي $(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$

$f'(x) < 0 \quad \Rightarrow \quad f(x)$ تقل علي $(-4, 1)$

$f(-4) = 102$ قيمة عظمي محلية

$f(1) = -23$ قيمة صغري محلية

$f''(x) < 0 \quad \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$

$f''(x) > 0 \quad \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي $\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)$

فإن تقعر الدالة يتغير حولها

نقطة الانعطاف هي $\left(-\frac{3}{2}, \frac{254}{27}\right)$

أ/ محمد طه
+971566151988/

تحديد التقعر

مثال

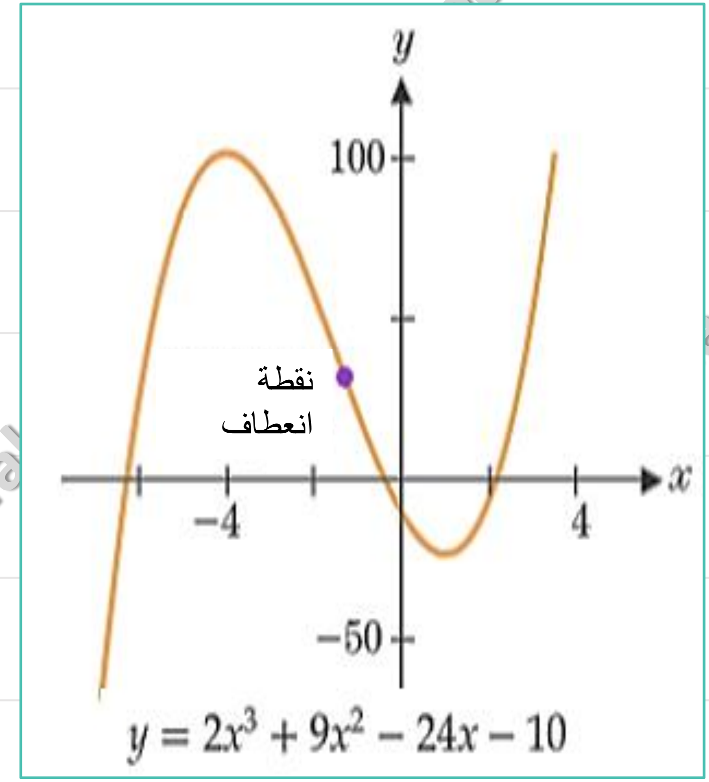
5.1صفحة271

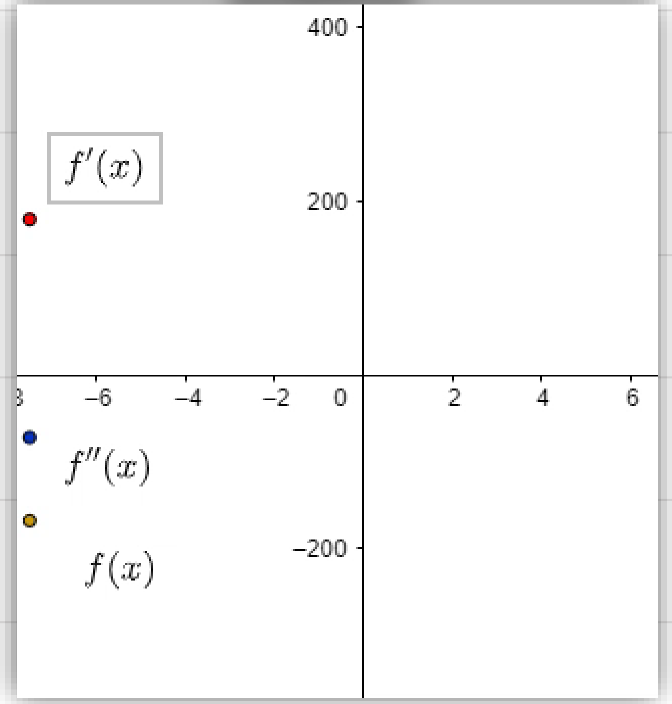
حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرا لاعلي وأين يكون مقعرً إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح المميزات المهمة للدالة.$f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 10$

الحل

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 10$$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}$
f(x) تتزايد علي	$(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$
f(x) تتناقص علي	$(-4, 1)$
قيمة صغري	$f(1) = -32$
قيمة عظمي	$f(-4) = 93$
f(x) تقعر لاسفل عند	$\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$
f(x) تقعر لاعلي عند	$\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)$
نقاط الانعطاف	$\left(-\frac{3}{2}, \frac{254}{27}\right)$





تحديد التقعر ونقاط الانعطاف

تمرين 5.2صفحة 271

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وجد جميع نقاط الانعطاف، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$

الحل

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$

$f'(x) = 4x^3 - 12x$

ارقام حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 12x = 0$

$\Rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0$

$\Rightarrow 4x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = \sqrt{3}}$ $\boxed{x = -\sqrt{3}}$

$f''(x) = 12x^2 - 12$

اصفار المشتقة الثانية

$f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 12 = 0$

$\Rightarrow 12(x^2 - 1) = 0$

$\Rightarrow 12(x - 1)(x + 1) = 0$

$\boxed{x = 1}$ $\boxed{x = -1}$

بدراسة علامة المشتقة الأولي

$f'(x)$: $- -$ 0 $+ +$ 0 $- -$ 0 $+ +$; $-\sqrt{3}$, 0, $\sqrt{3}$

$f(x)$: تقل $-\sqrt{3}$ تزيد 0 تقل $\sqrt{3}$ تزيد

$f''(x)$: $+ + +$ 0 $- - -$ 0 $+ + +$; -1, 1

$f(x)$: تقعر لاعلي -1 تقعر لاسفل 1 تقعر لاعلي

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقل علي

$(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تزيد علي

$(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, \infty)$

$f(-\sqrt{3}) = -8$ قيمة صغري محلية

$f(0) = 1$ قيمة كبري محلية

$f(\sqrt{3}) = -8$ قيمة صغري محلية

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي

$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $(-1, 1)$

فإن تقعر الدالة يتغير حول كل منهم

نقطة الانعطاف هي $(-1, -4)$

نقطة الاعطاف هي $(1, -4)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

تحديد التقعر ونقاط الانعطاف

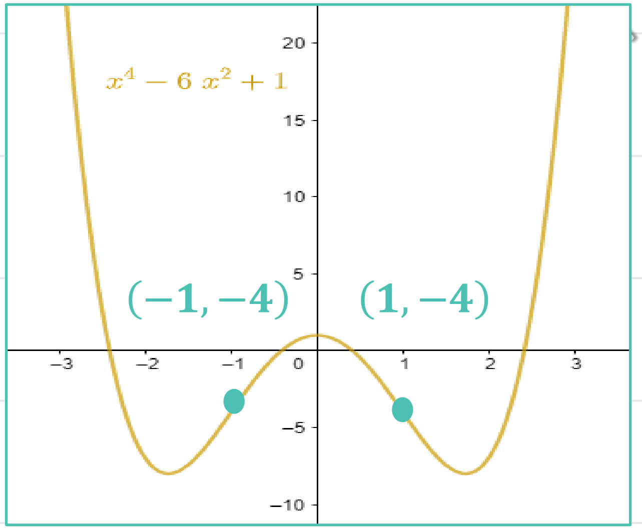
تمرين 5.2صفحة 271

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وجد جميع نقاط الانعطاف، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$

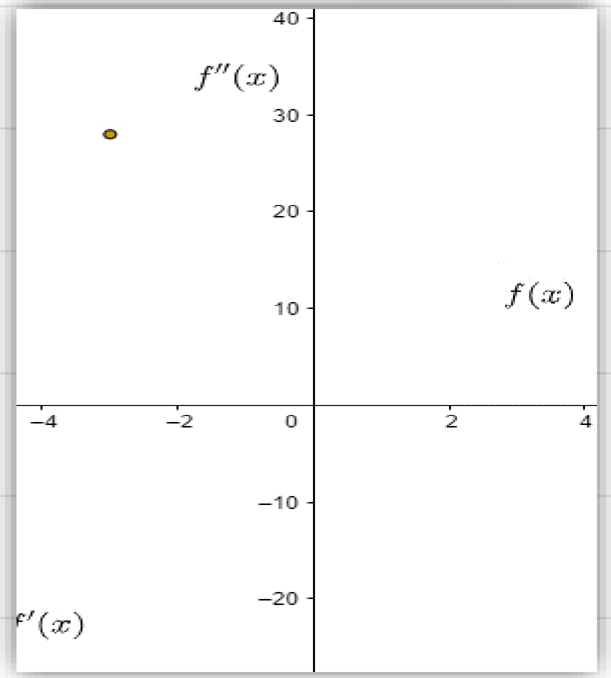
الحل

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}$
تتزايد علي $f(x)$	$(-\sqrt{3},0) \cup (\sqrt{3},\infty)$
تتناقص علي $f(x)$	$(-\infty,-\sqrt{3}) \cup (0,\sqrt{3})$
قيمة صغري محلية	$f(-\sqrt{3}) = -8, f(\sqrt{3}) = -8$
قيمة كبري محلية	$f(0) = 1$
تقعر لاسفل عند $f(x)$	$(-1,1)$
تقعر لاعلي عند $f(x)$	$(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$
نقاط الانعطاف	$(-1,-4), (1,-4)$



نقاط الانعطاف



مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الحصة الثانية

+971566151988/

أ/ محمد طه

نقنقة

- ماذا يسمى صوت الضفدع ؟؟؟؟؟؟؟؟؟بدون ما تسأل جوجل 😂

أهداف التعلم

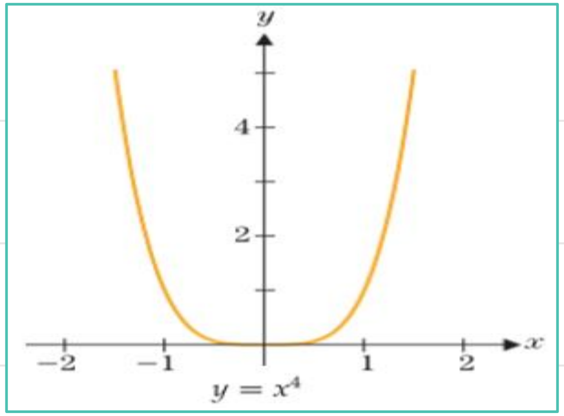
- تحديد تقعر الدالة باستخدام المشتقتين الأولى والثانية.
- تعريف نقطة الانعطاف وإيجادها.

تمثيل بياني بدون نقطة انعطاف

مثال

5.3صفحة 272

حدد التقعر $f(x)$ وموقع اي نقطة انعطاف $f(x) = x^4$



الحل

$f(x) = x^4$

$f'(x) = 4x^3$

ارقام حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 0}$

بدراسة علامة المشتقة الأولي

$f'(x)$: − − − | 0 | + + +

$f(x)$: تتناقص | 0 | تتزايد

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقل عند $(-\infty, 0)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تزيد عند $(0, \infty)$

$f(0) = 0$ قيمة صغري محلية

$f''(x) = 12x^2$

اصفار المشتقة الثانية

$f''(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 0}$

بدراسة علامة المشتقة الثانية

$f''(x)$: + + + | 0 | + + +

$f(x)$: تقعر لاعلي | 0 | تقعر لاعلي

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ التقعر لاعلي عند $x \neq 0$

فإن الدالة لا تغير تقعرها

لا يوجد نقاط الانعطاف

ملاحظة :

وجود التقعر $f''(x) = 0$ لا يعني وجود نقاط انعطاف

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

مثال Q15صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$

الحل

$$f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x+1)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3(x+1)^{\frac{1}{3}}}$$

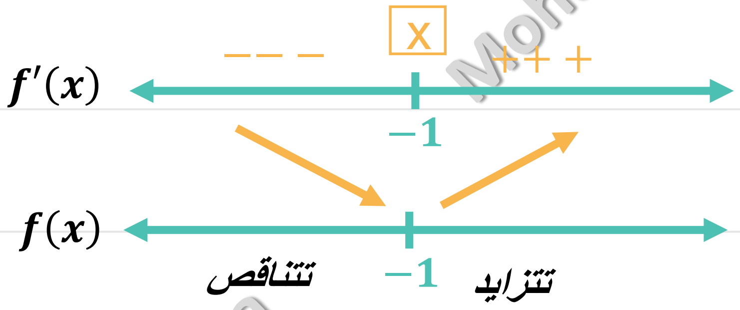
$f'(x) \neq 0$ اعداد حرجة

$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow$ $3(x+1)^{\frac{1}{3}} = 0$

$\Rightarrow \quad x+1=0$

$$\boxed{x=-1}$$

دراسة علامة المشتقة الاولي



$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتناقص عند $(-\infty,-1)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(-1,\infty)$

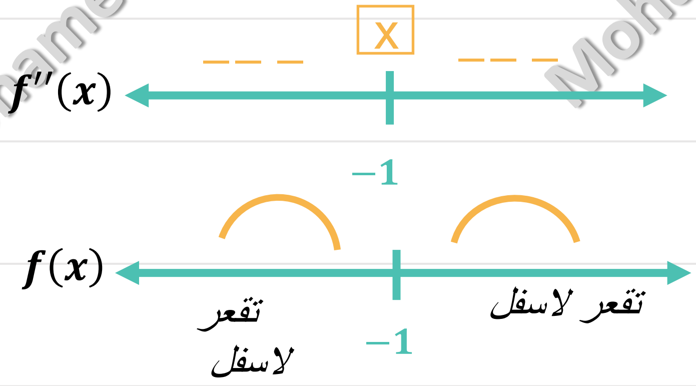
$f(-1) = 0$ قيمة صغري محلية

$$f''(x) = -\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}(x+1)^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{9(x+1)^{\frac{4}{3}}}$$

$f''(x) \neq 0$ اصفار المشتقة الثانية

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow$ $\boxed{x=-1}$

دراسة علامة المشتقة الثانية



$f''(x) < 0 \Rightarrow$ $f(x)$ تقعر لاسفل عند $x \neq -1$

فإن الدالة لا تغير تقعرها

لا توجد نقاط انعطاف

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

مثال

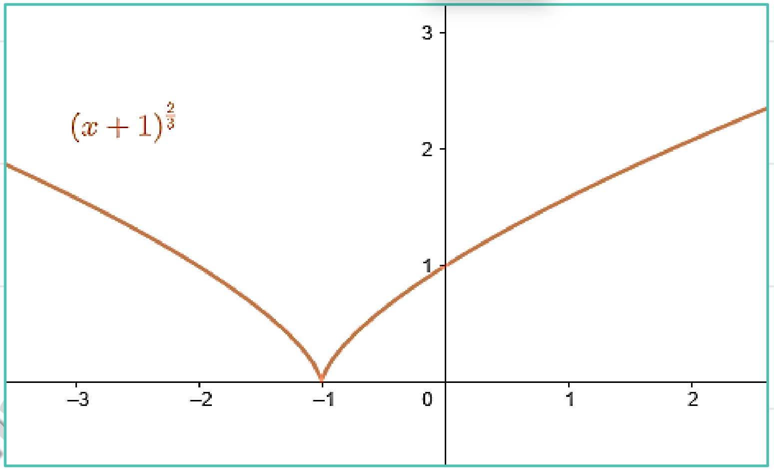
Q15صفحة 276

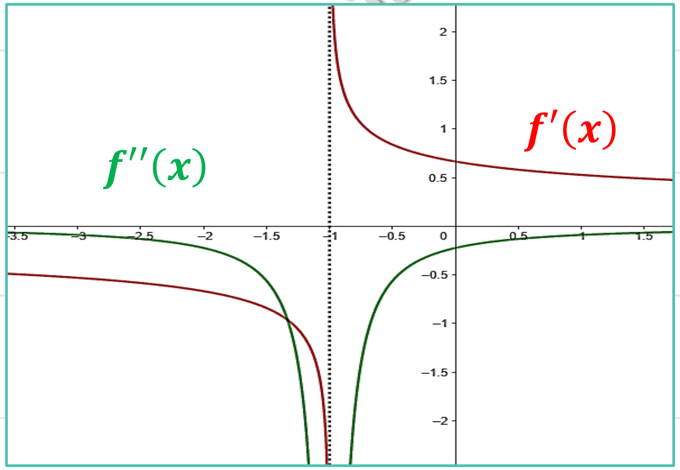
حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$

الحل

$$f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}$
f(x) تتزايد عند	$(-1, \infty)$
f(x) تتناقص عند	$(-\infty, -1)$
قيمة صغير محلية	$f(-1) = 0$
f(x) تقعر لاسفل عند	$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
نقاط الانعطاف	__________





تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

تمرين

Q16صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرا لاعلي واين يكون مقعرا لاسفل وارسم تمثيلا بيانيا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة $f(x) = xInx$

الحل

المجال $(0, \infty)$

باستخدام قاعدة لوبيتال لتحديد نقطة بداية المنحنى على الرسم

$$\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+} x\,lnx = \lim_{x\to0^+} \frac{lnx}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to0^+} -x = 0$$

$\to 0 \cdot -\infty$, $\frac{\infty}{\infty}$

$$f(x) = xlnx$$

$$f'(x) = x\cdot\frac{1}{x} + (1)\cdot lnx = 1 + lnx$$

ارقام حرجة

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 + lnx = 0$$

$$\Rightarrow lnx = -1$$

$$\Rightarrow e^{lnx} = e^{-1}$$

$$\boxed{x = e^{-1}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{x}$$

اصفار المشتقة الثانية

$$f''(x) \neq 0$$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow \cancel{x = 0} \notin$ المجال $f(x):(0,\infty)$

دراسة إشارة المشتقة الأولي

$f'(x)$: 0 ... $- - -$ ... e^{-1} (0) ... $+ + +$

$f(x)$: 0 ... تناقص ... e^{-1} ... تتزايد

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتناقص عند $(0, e^{-1})$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند (e^{-1}, ∞)

$f(e^{-1}) \approx -0.3679$ قيمة صغري محلية

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي $(0, \infty)$

دراسة إشارة المشتقة الثانية

$f''(x)$: 0 ... $+ + + + + + + +$

$f(x)$: 0 ... تقعر لاعلي

الدالة لا تغير تقعرها

لا توجد نقاط انعطاف

+971566151988/
أ/ محمد طه

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

تمرين

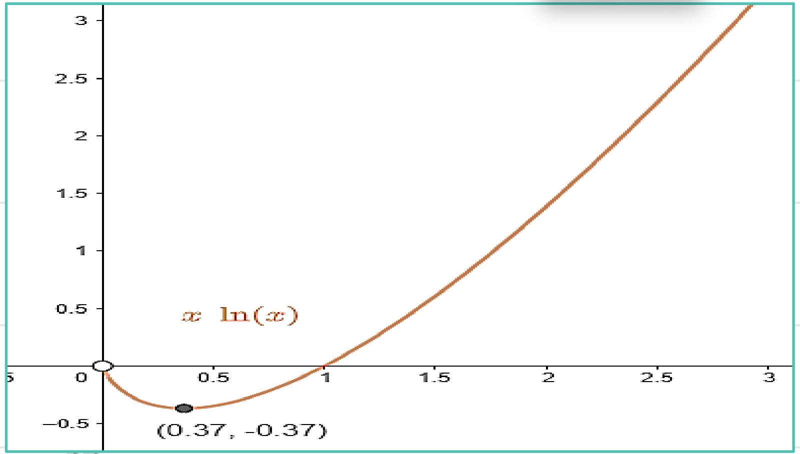
Q16صفحة 276

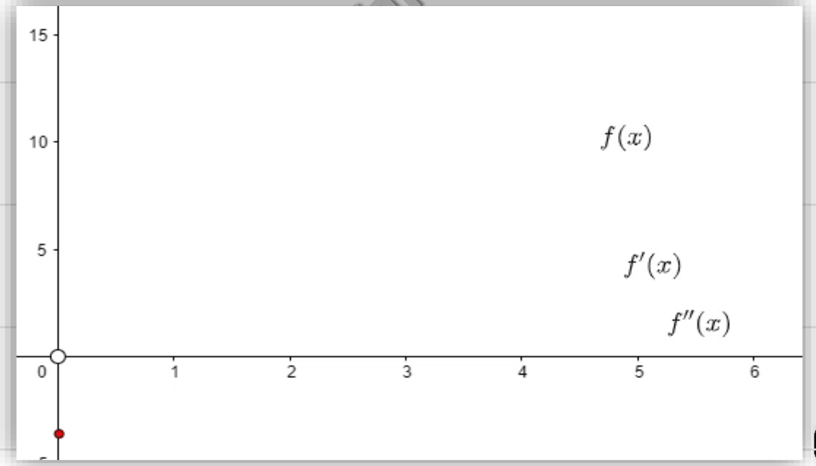
حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة f(x) مقعرا لاعلي واين يكون مقعرا لاسفل وارسم تمثيلا بيانيا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة $f(x) = xInx$

الحل

$f(x) = xlnx$

السمات	
المجال	$(0, \infty)$
f(x) تتزايد عند	(e^{-1}, ∞)
f(x) تتناقص عند	$(0, e^{-1})$
قيمة صغري محلية	$f(e^{-1}) \approx -0.3679$
f(x) تتقعر لاعلي عند	$(0, \infty)$
نقاط الانعطاف	______________
$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$	





مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الحصة الثالثة

+971566151988/

أ/ محمد طه

47

Monday, January 15, 2024

أهداف التعلم

- تحديد تقعر الدالة باستخدام المشتقتين الأولى والثانية.
- تعريف نقطة الانعطاف وإيجادها.

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

مثال

Q18صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x)=\frac{x}{x+2}$

الحل

المجال $\mathbb{R}/\{-2\}$

$\lim_{x\to-2^+} f(x)=-\infty \Rightarrow$ الخط المقارب الرأسي عند $x=-2$

$\lim_{x\to-2^-} f(x)=\infty$

$$f(x)=\frac{x}{x+2}$$

$$f'(x)=\frac{(1)(x+2)-(x)(1)}{(x+2)^2}=\frac{x+2-x}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2}{(x+2)^2}=2(x+2)^{-2}$$

الارقام الحرجة

$f'(x)\neq 0$

$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow x+2=0$ $\quad$ $f(x)$ غير معرف عند $x=-2$

$\Rightarrow \cancel{x=-2}$

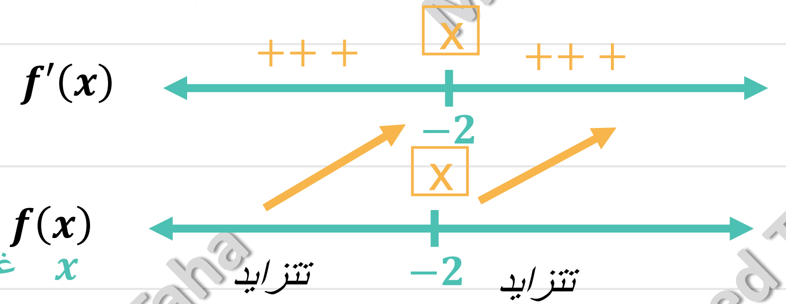
$$f''(x)=-4(x+2)^{-3}=-\frac{4}{(x+2)^3}$$

اصفار المشتقة الثانية

$f''(x)\neq 0$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow \cancel{x=-2}$ $\quad$ $f(x)$ غير معرف عند $x=-2$

دراسة علامة المشتقة الاولي



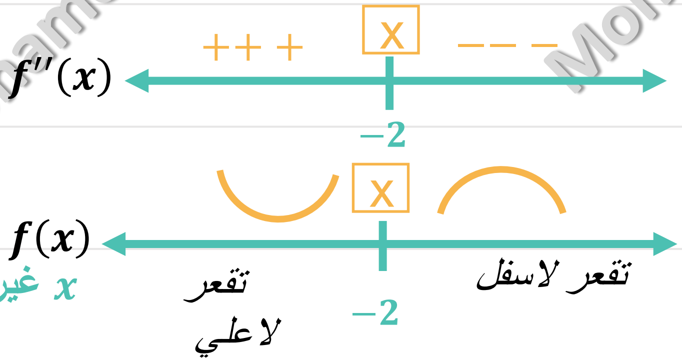
$f'(x)>0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $x\neq-2$

لا يوجد

$f''(x)>0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي $(-\infty,-2)$

$f''(x)<0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $(-2,\infty)$

دراسة علامة المشتقة الثانية



الدالة غير محدد عند $x=-2$

لا توجد نقاط انعطاف

+971566151988/
أ/ محمد طه

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

مثال

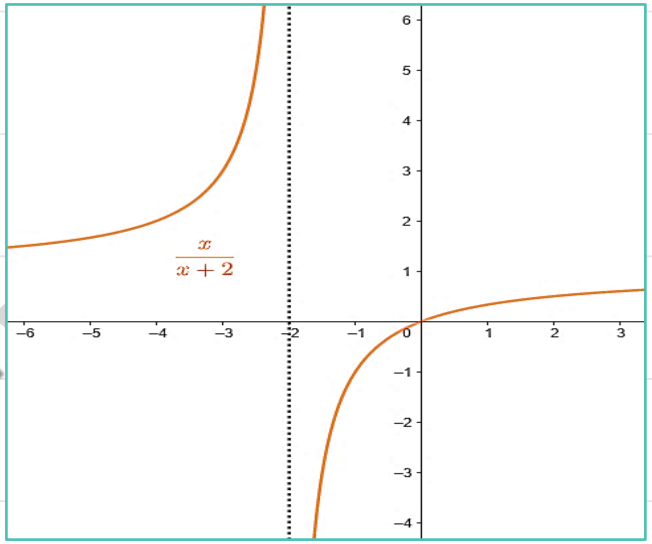
Q18صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = \frac{x}{x+2}$

الحل

$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}/\{-2\}$
خط التقارب الرأسي	$x = -2$
تتزايد عند $f(x)$	$(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
الحدود القصوى المحلية	___________
تتقعر لاعلى عند $f(x)$	$(-\infty, -2)$
تتقعر لاسفل عند $f(x)$	$(-2, \infty)$
نقاط الانعطاف	___________



تمرين

Q8صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = xe^{-4x}$

الحل

$f(x) = xe^{-4x}$

$f'(x) = -4xe^{-4x} + e^{-4x}$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow -4xe^{-4x} + e^{-4x} = 0$

$\Rightarrow e^{-4x}(-4x+1) = 0$

$e^{-4x} \neq 0 \qquad -4x + 1 = 0$

$\boxed{x = \frac{1}{4}}$

$f''(x) = 16xe^{-4x} - 4e^{-4x} - 4e^{-4x}$

$f''(x) = 16xe^{-4x} - 8e^{-4x}$

أصفار المشتقة الثانية

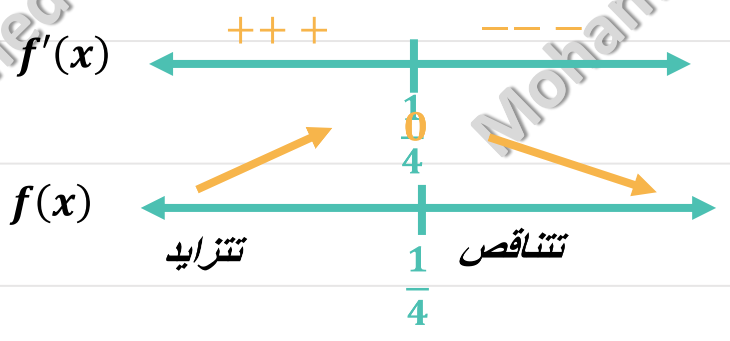
$f''(x) = 0 \Rightarrow 16xe^{-4x} - 8e^{-4x} = 0$

$\Rightarrow 8e^{-4x}(2x-1) = 0$

$e^{-4x} \neq 0 \qquad 2x - 1 = 0$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

دراسة علامة المشتقة الاولي

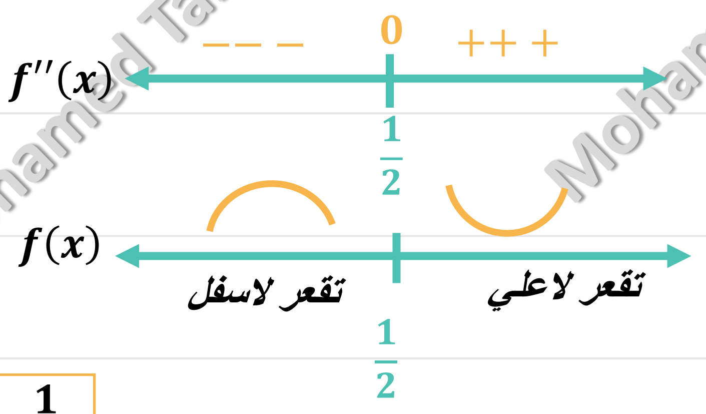


$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتناقص عند $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4e} \approx 0.092$ قيمة عظمي محلية

دراسة علامة المشتقة الثانية



$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

فإن تقعر الدالة يتغير حول النقطة

$\left(\frac{1}{2}, 0.0677\right)$ نقطة الانعطاف هي

+971566151988/
أ/ محمد طه

تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

تمرين

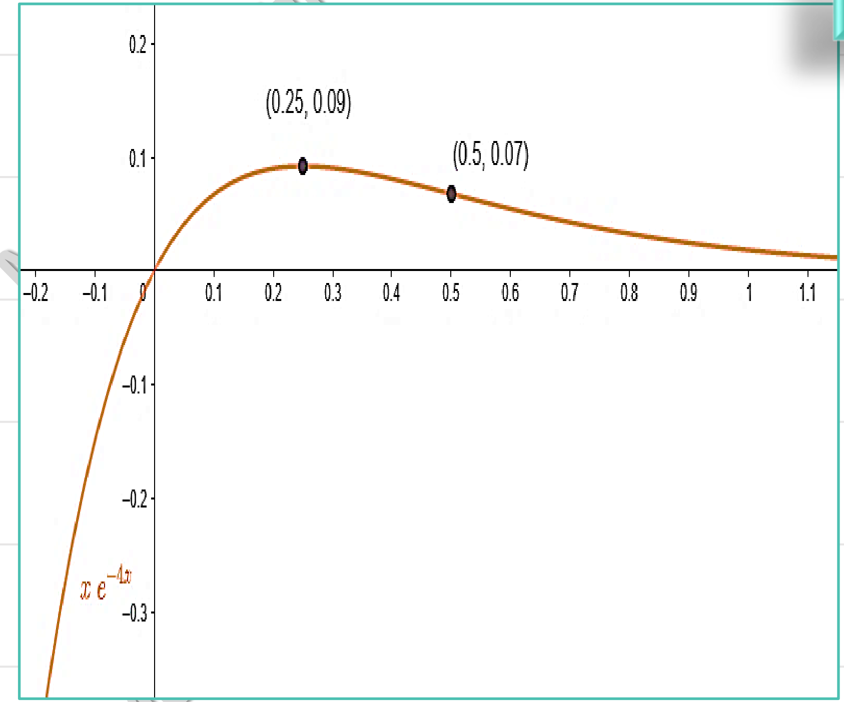
Q8صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = xe^{-4x}$

الحل

$$f(x) = xe^{-4x}$$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}$
تتزايد عند $f(x)$	$\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$
تتناقص عند $f(x)$	$\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$
الحدود القصوي المحلية	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4e} \approx 0.092$
تتقعر لاسفل $f(x)$	$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
تتقعر لاعلي $f(x)$	$\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$
نقاط الانعطاف	$\left(\frac{1}{2}, 0.0677\right)$



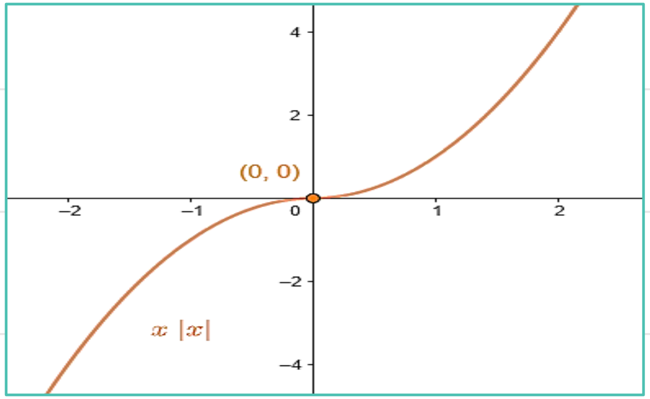
تحديد كافة السمات الهامة للرسم البياني

تمرين

Q23صفحة 276

حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرًا إلى الأعلى وأين يكون مقعرًا إلى الأسفل، وارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح جميع المميزات المهمة للدالة. $f(x) = x|x|$

الحل



$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x = 0$

$\boxed{x = 0}$

دراسة إشارة المشتقة الأولى

$f'(x)$: $+++$ | 0 | $+++$

$f(x)$: تتزايد | 0 | تتزايد

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(-\infty, 0)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(0, \infty)$

لا يوجد قيمة قصوى محلية

$$f''(x) = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ -2, & x < 0 \end{cases}$$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow \boxed{x = 0}$

اصفار المشتقة الثانية

$f''(x) \neq 0$

دراسة إشارة المشتقة الثانية

$f''(x)$: $---$ | $\boxed{x}$ 0 | $+++$

$f(x)$: تتقعر لاسفل | 0 | تتقعر لاعلي

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتقعر لاسفل $(-\infty, 0)$

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتقعر لاعلي $(0, \infty)$

فإن تقعر الدالة يتغير حول $x = 0$

نقطة الانعطاف هي $(0, 0)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

الحصة الرابعة

+971566151988/

أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

كل دائرة مجموعها 17
الاجابة 3

+971566151988/
أ/ محمد طه

أهداف التعلم

- استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى للدالة.

Second Derivative Test

$f'(c)=0$, f' exists in neighborhood around $x=c$

$f''(c)$ exists

$f''(c)<0$	$f''(c)=0$	$f''(c)>0$
f has relative max value at $x=c$	Inconclusive	f has rel. min value at $x=c$

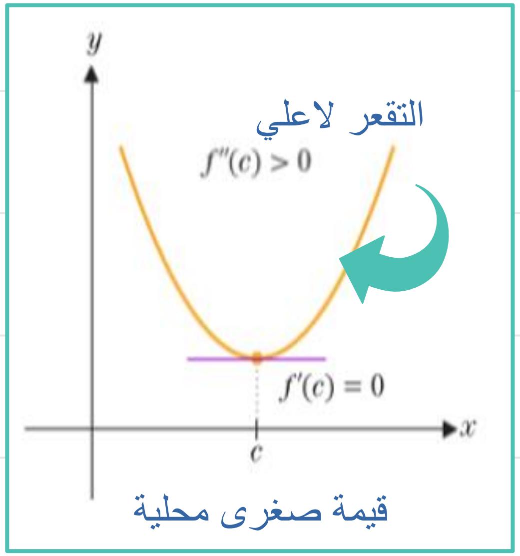
اختبار المشتقة الثانية

النظرية 5.2 (اختبار المشتقة الثانية)

علي فرض أن f'' متصلة في الفترة (a,b) و $f'(c) = 0$ لكل $c \in (a,b)$

i. إذا كانت $f''(c) < 0$ فإن $f(c)$ هي قيمة عظمي محلية

ii. إذا كانت $f''(c) > 0$ فإن $f(c)$ هي قيمة صغري محلية



اختبار المشتقة الثانية

1 أوجد المشتقة الأولى وجميع الأعداد الحرجة حيث $f'(c) = 0$.

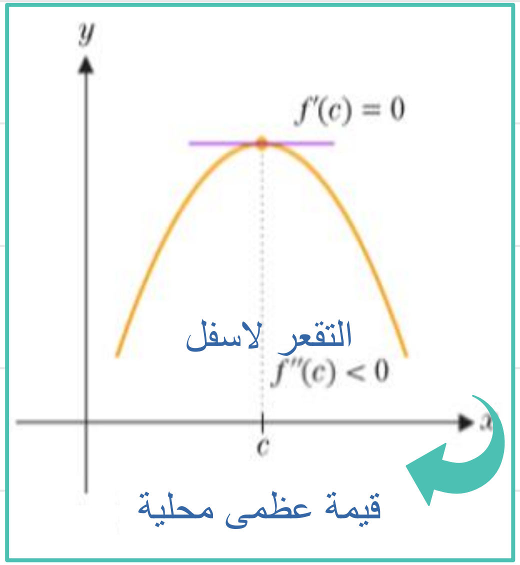
2 أوجد المشتقة الثانية واستبدل جميع الأعداد الحرجة في المشتقة الثانية

3 إذا $f''(c) > 0$ فإن $f(c)$ قيمة صغري محلية

$f''(c) < 0$ فإن $f(c)$ قيمة عظمي محلية

أو إذا كانت $f''(c) = 0$, غير معرفة

عندئذ لا يمكننا تحديد، استخدام اختبار المشتقة الأولى



مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

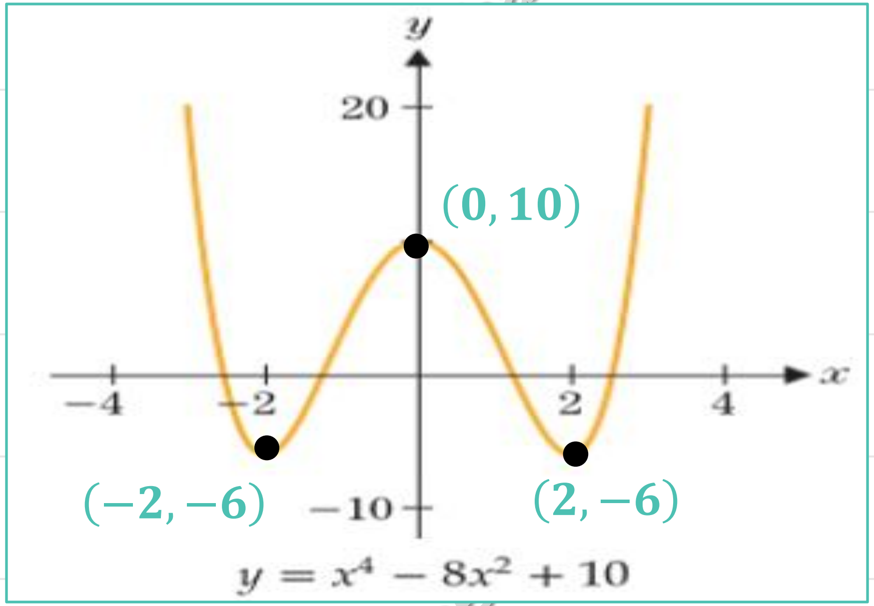
استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

مثال

5.4صفحة273

الحل

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى $f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$



$f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$

$f'(x) = 4x^3 - 16x$

ارقام حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 16x = 0$

$\Rightarrow 4x(x^2 - 4) = 0$

$\Rightarrow 4x(x-2)(x+2) = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = 2}$ $\boxed{x = -2}$

$f''(x) = 12x^2 - 16$

$f''(0) = 12(0)^2 - 16 = -16 < 0 \Rightarrow$ قيمة عظمى $f(0) = (0)^4 - 8(0)^2 + 10 = 10$

$f''(2) = 12(2)^2 - 16 = 32 > 0 \Rightarrow$ قيمة صغرى $f(2) = (2)^4 - 8(2)^2 + 10 = -6$

$f''(-2) = 12(-2)^2 - 16 = 32 > 0 \Rightarrow$ قيمة صغرى $f(-2) = (-2)^4 - 8(-2)^2 + 10 = -6$

+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

تمرين

Q10صفحة 276

الحل

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى $f(x) = x^4 + 4x^2 + 1$

$f(x) = x^4 + 4x^2 + 1$

$f'(x) = 4x^3 + 8x$

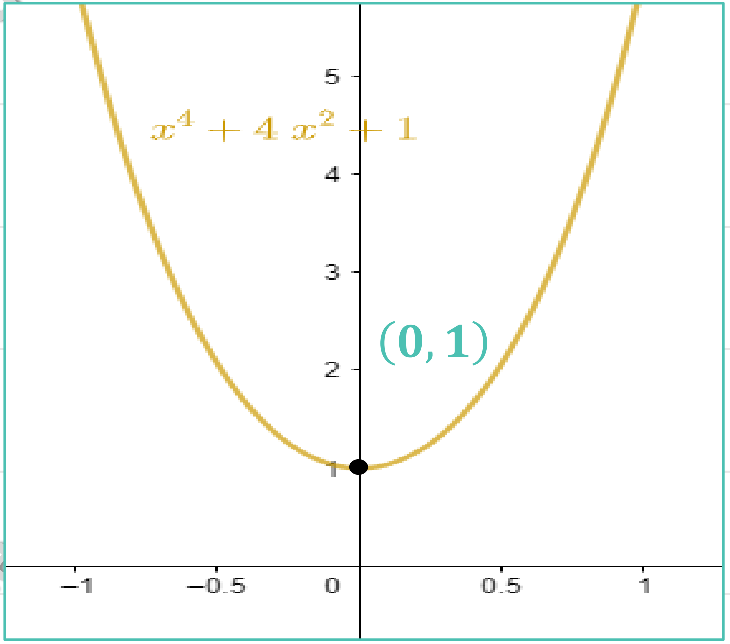
اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow \quad 4x^3 + 8x = 0$

$\Rightarrow \quad 4x(x^2 + 2) = 0$

$\Rightarrow \quad 4x = 0$ أو $x^2 + 2 = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\quad \cancel{x^2 = -2}$



$f''(x) = 12x^2 + 8$

$f''(0) = 12(0)^2 + 8 = 8 > 0 \Rightarrow$ قيمة صغري $f(0) = (0)^4 + 4(0)^2 + 1 = 1$

+971566151988/

أ/ محمد طه

استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

تمرين

Q11صفحة 276

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى $f(x) = xe^{-x}$

الحل

$$f(x) = xe^{-x}$$

$$f'(x) = -xe^{-x} + e^{-x}$$

اعداد حرجة

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \quad -xe^{-x} + e^{-x} = 0$$

$$\Rightarrow \quad e^{-x}(-x+1) = 0$$

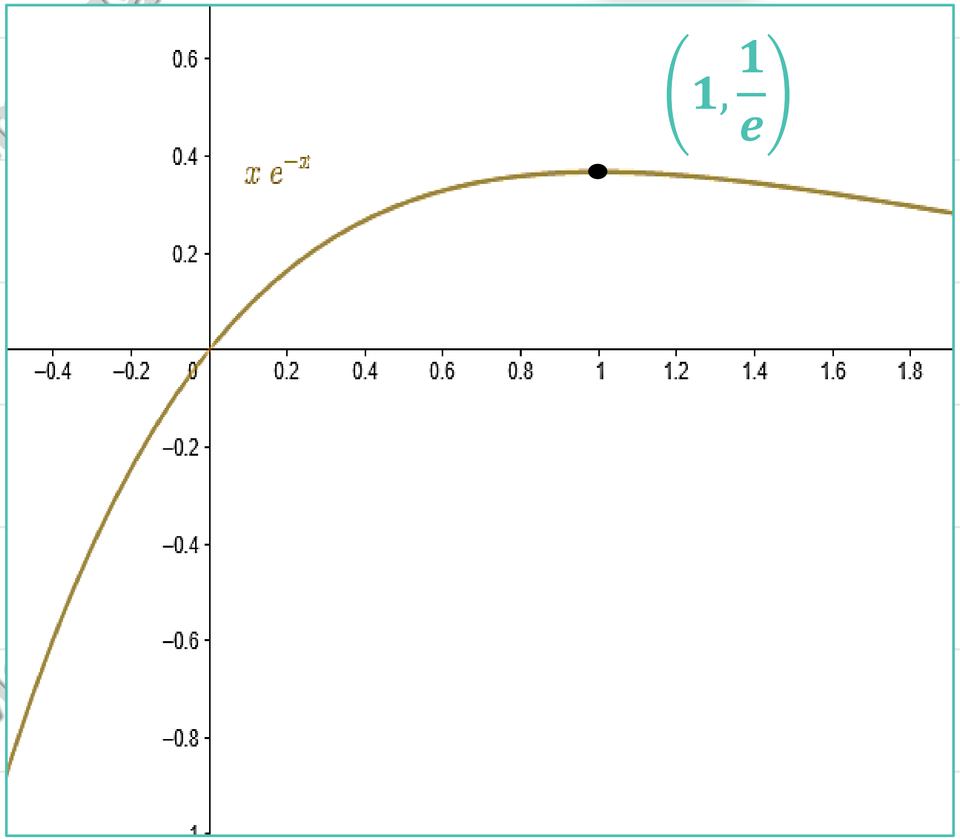
$$\Rightarrow \quad \cancel{e^{-x} = 0} \quad \text{أو} \quad -x+1=0$$

$$e^{-x} > 0 \qquad \boxed{x = 1}$$

$$f''(x) = xe^{-x} - e^{-x} - e^{-x}$$

$$f''(x) = xe^{-x} - 2e^{-x}$$

$$f''(1) = (1)e^{-(1)} - 2e^{-(1)} = -\frac{1}{e} \approx -0.368 \quad < 0 \quad \Rightarrow \text{قيمة عظمى } f(1) = (1)e^{-(1)} = \frac{1}{e} \approx 0.368$$



استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

تمرين

276صفحةQ13

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى $f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x}$

الحل

$$f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x}$$

المجال $\mathbb{R}/\{0\}$

$$f'(x)=\frac{\frac{d}{dx}[x^2-5x+4]\cdot x-(x^2-5x+4)\cdot\frac{d}{dx}[x]}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{(2x-5)x-(x^2-5x+4)(1)}{x^2}=\frac{2x^2-5x-x^2+5x-4}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2}$$

$f'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad x^2-4=0$ الاعداد الحرجة

$\Rightarrow (x-2)(x+2)=0$

$\boxed{x=2}\quad \boxed{x=-2}$

$$f''(x)=\frac{\frac{d}{dx}[x^2-4]\cdot(x^2)-(x^2-4)\cdot\frac{d}{dx}[x^2]}{x^4}$$

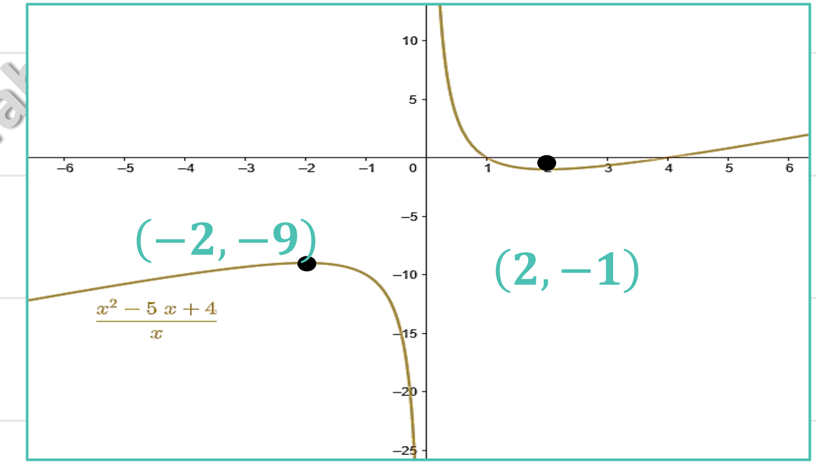
$$f''(x)=\frac{(2x)(x^2)-(x^2-4)(2x)}{x^4}=\frac{2x^3-2x^3+8x}{x^4}=\frac{8x}{x^4}=\frac{8}{x^3}$$

$f''(2)=\frac{8}{(2)^3}=1 \quad >0$

$\Rightarrow$ قيمة صغرى محلية $f(2)=\frac{(2)^2-5(2)+4}{(2)}=-1$

$f''(-2)=\frac{8}{(-2)^3}=-1 \quad <0$

$\Rightarrow$ قيمة محلية عظمي $f(-2)=\frac{(-2)^2-5(-2)+4}{(-2)}=-9$



مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الحصة الخامسة

+971566151988/

أ/ محمد طه

الأعراف

- أول سجدة في القرآن الكريم في أي سورة؟؟؟

أهداف التعلم

- ❑ استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى للدالة.

+971566151988/

أ/ محمد طه

الدالة التي يكون اختبار المشتقة الثانية فيها غير حاسم

مثال

5.5صفحة 273

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى لـ $f(x) = x^3$

الحل

$f(x) = x^3$

$f'(x) = 3x^2$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 = 0$

$\boxed{x = 0}$

$f''(x) = 6x$

$f''(0) = 6(0) = 0$

$= 0 \Rightarrow$ لا يمكننا تحديد ما إذا كانت قيمة قصوى محلية وما نوعها.

استخدم اختبار المشتقة الأولى:

دراسة إشارة المشتقة الاولي

$f'(x)$: + + +   0   + + +

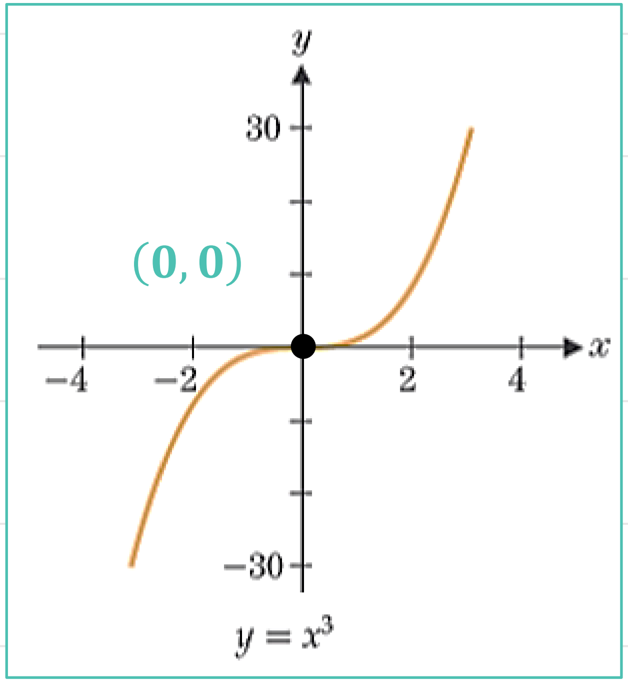
$f(x)$: تتزايد   0   تتزايد

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(-\infty, 0)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(0, \infty)$

المشتقة لا تغير إشارتها حول $x = 0$

$f(0) = 0$ ليست قيمة عظمي محلية



الدالة التي يكون اختبار المشتقة الثانية فيها غير حاسم

تمرين

5.5صفحة 273

الحل

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى لـ $f(x) = (x+1)^4$

$f'(-2) = 4(-2+1)^3 = -4\ (-ve)$

$f'(0) = 4(0+1)^3 = 4(+ve)$

$f(x) = (x+1)^4$

$f'(x) = 4(x+1)^3$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4(x+1)^3 = 0$

$\Rightarrow x + 1 = 0$

$\boxed{x = -1}$

$f''(x) = 12(x+1)^2$

$f''(-1) = 12(-1+1)^2 = 0$

$\Rightarrow$ لا يمكننا تحديد ما إذا كانت قيمة قصوى محلية وما نوعها

باستخدام اختبار المشتقة الأولي

دراسة إشارة المشتقة الاولي

$f'(x)$: $- - -$ | 0 | $+ + +$ (-1)

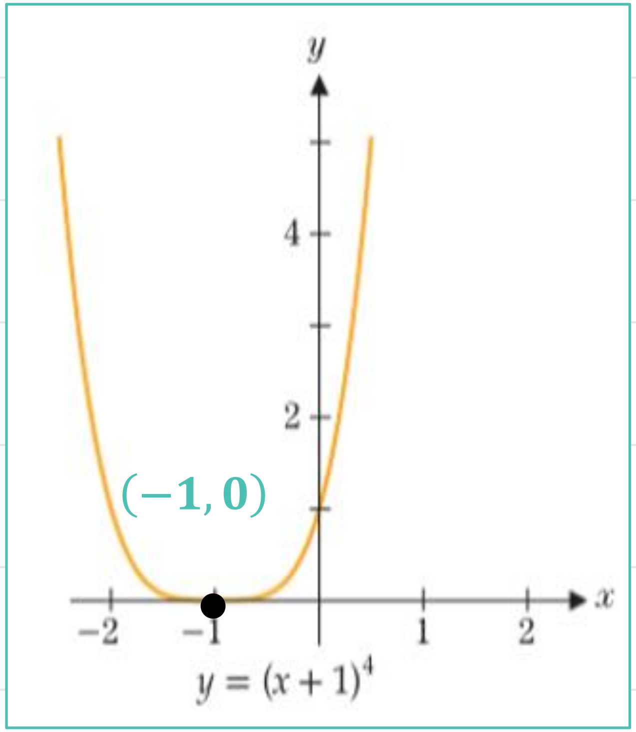
$f(x)$: يتناقص | -1 | يتزايد

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ يتناقص عند $(-\infty, -1)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ يتزايد عند $(-1, \infty)$

المشتقة تغير إشارتها من السالب إلى الموجب حول $x = -1$

$f(-1) = (-1+1)^4 = 0$ قيمة صغري محلية



+971566151988/
أ/ محمد طه

الدالة التي يكون اختبار المشتقة الثانية فيها غير حاسم

تمرين

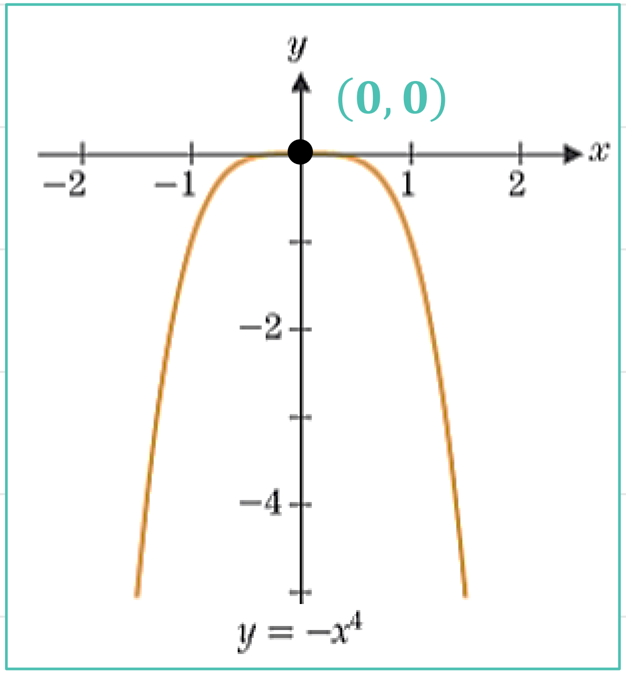
5.5صفحة 273

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى لـ $f(x) = -x^4$

الحل

$f'(-1) = -4(-1)^3 = 4\ (+ve)$

$f'(1) = -4(1)^3 = -4\ (-ve)$



$f(x) = -x^4$

$f'(x) = -4x^3$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow -4x^3 = 0$

$\Rightarrow x^3 = 0$

$\boxed{x = 0}$

$f''(x) = -12x^2$

$f''(0) = -12(0)^2 = 0$

$\Rightarrow$ لا يمكننا تحديد ما إذا كانت قيمة قصوى محلية وما نوعها.

استخدام اختبار المشتقة الأولي

بدراسة إشارة المشتقة الأولي

$f'(x)$	$+ + +$	0	$- - -$
$f(x)$	تتزايد	0	تتناقص

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد $(-\infty, 0)$

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتناقص $(0, \infty)$

المشتقة تغير إشارتها من الموجب إلى السالب حول $x = 0$

$f(0) = -(0)^4 = 0$ قيمة عظمي محلية

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

Monday, January 15, 2024

الدالة التي يكون اختبار المشتقة الثانية فيها غير حاسم

تمرين Q9صفحة 276

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى لـ $f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$

الحل

$f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$

$f'(x) = 4x^3 + 12x^2$

اعداد حرجة

$f'(x) = 0 \Rightarrow \quad 4x^3 + 12x^2 = 0$

$4x^2(x+3) = 0$

$\Rightarrow \quad 4x^2 = 0$ أو $x + 3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 0}$ $\qquad \boxed{x = -3}$

$f''(x) = 12x^2 + 24x$

$f''(-3) = 12(-3)^2 + 24(-3) = 36$

$\Rightarrow$ قيمة صغرى محلية

$f(-3) = (-3)^4 + 4(-3)^3 - 1 = -28$ $\quad > 0$

$f''(0) = 12(0)^2 + 24(0) = 0$

$\Rightarrow$ لا يمكننا تحديد ما إذا كانت قيمة قصوى محلية وما نوعها.

دراسة إشارة المشتقة الأولي

$f'(x)$: $---$ $\;0\;$ $+++$ $\;0\;$ $+++$ (-3, 0)

$f(x)$: تتناقص $\;-3\;$ تتزايد $\;0\;$ تتزايد

$f'(-4) = 4(-4)^3 + 12(-4)^2 = -64\ (-ve)$

$f'(-2) = 4(-2)^3 + 12(-2)^2 = 16(+ve)$

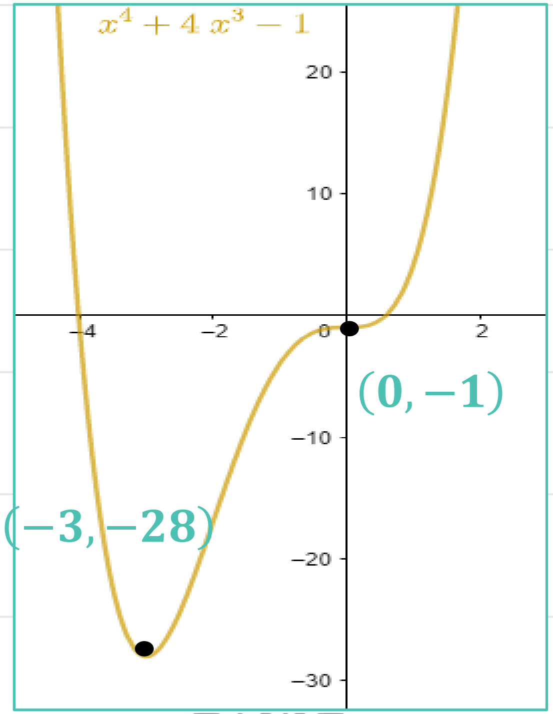
$f'(2) = 4(2)^3 + 12(2)^2 = 80\ (+ve)$

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد علي $(-3,0) \cup (0,\infty)$

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تناقص علي $(-\infty,-3)$

المشتقة تتغير من الحد الأدنى السالب إلى الحد الأدنى الموجب عند $x = -3$

$f(-3) = -28$ قيمة صغري محلية



المشتقة لا تغير إشارتها حول $x = 0$

$f(0) = (0)^4 + 4(0)^3 - 1 = -1$ ليست قيمة عظمى محلية

+971566151988/
أ/ محمد طه

الحصة السادسة

الفنجان

- ما هو العنصر المختلف في السورة؟؟؟

+971566151988/
أ/ محمد طه

أهداف التعلم

- تحديد تقعر الدالة باستخدام المشتقة الأولى والثانية.
- دراسة فكرة نقطة الانعطاف، وإيجادها.

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية

مثال 5.6صفحة 274

الحل

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x)$ يوضح جميع المميزات الهامة لها. $f(x) = x + \frac{25}{x}$

$f(x) = x + \frac{25}{x}$ المجال $\mathbb{R}/\{0\}$

$f'(x) = 1 - \frac{25}{x^2} = \frac{x^2 - 25}{x^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 25 = 0$ أعداد حرجة

$\Rightarrow (x-5)(x+5) = 0$

$\boxed{x = 5}$ $\boxed{x = -5}$

$f'(x)$ غير معرف $\Rightarrow x^2 = 0$ $f(x)$ غير معرف عند $x = 0$

$\Rightarrow \cancel{x = 0}$

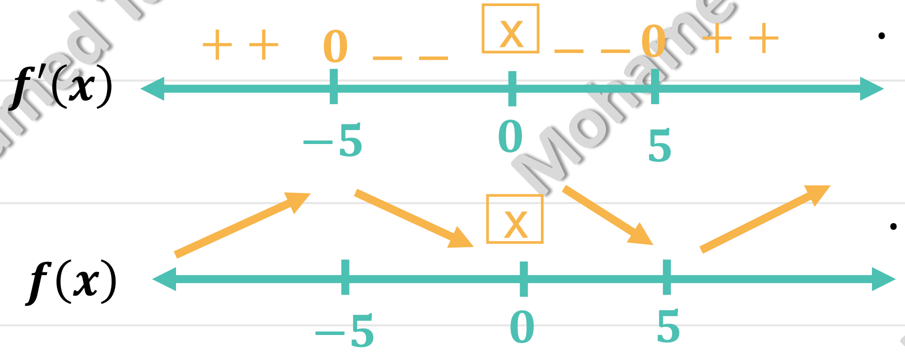
$f''(x) = \frac{d}{dx}\left[1 - \frac{25}{x^2}\right] = \frac{50}{x^3}$

اصفار المشتقة الثانية

$f''(x) \neq 0$ $f(x)$ غير معرف عند $x = 0$

$f''(x)$ غير معرف $\Rightarrow \cancel{x = 0}$

دراسة علامة المشتقة الأولي



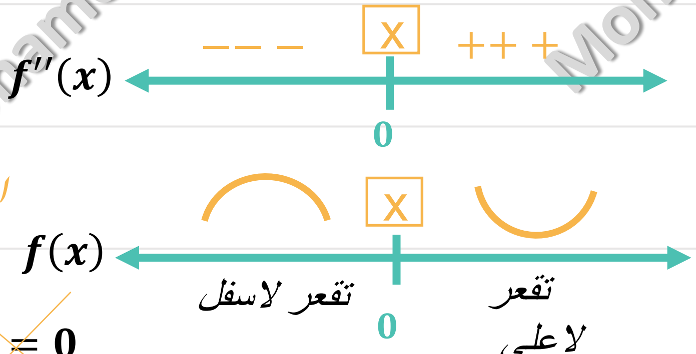
$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تتناقص عند $(-5, 0) \cup (0, 5)$

$f(-5) = -10$ قيمة عظمى محلية

$f(5) = 10$ قيمة صغرى محلية

دراسة علامة المشتقة الثانية



الدالة غير معرفة عند $x = 0$

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $(-\infty, 0)$

$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلي $(0, \infty)$

الدالة غير معرفة عند $x = 0$

لا يوجد نقاط انعطاف

أ/ محمد طه
+971566151988/

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية

مثال

5.6صفحة 274

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x)$ يوضح جميع المميزات الهامة لها. $f(x) = x + \frac{25}{x}$

الحل

المجال: $\mathbb{R}/\{0\}$

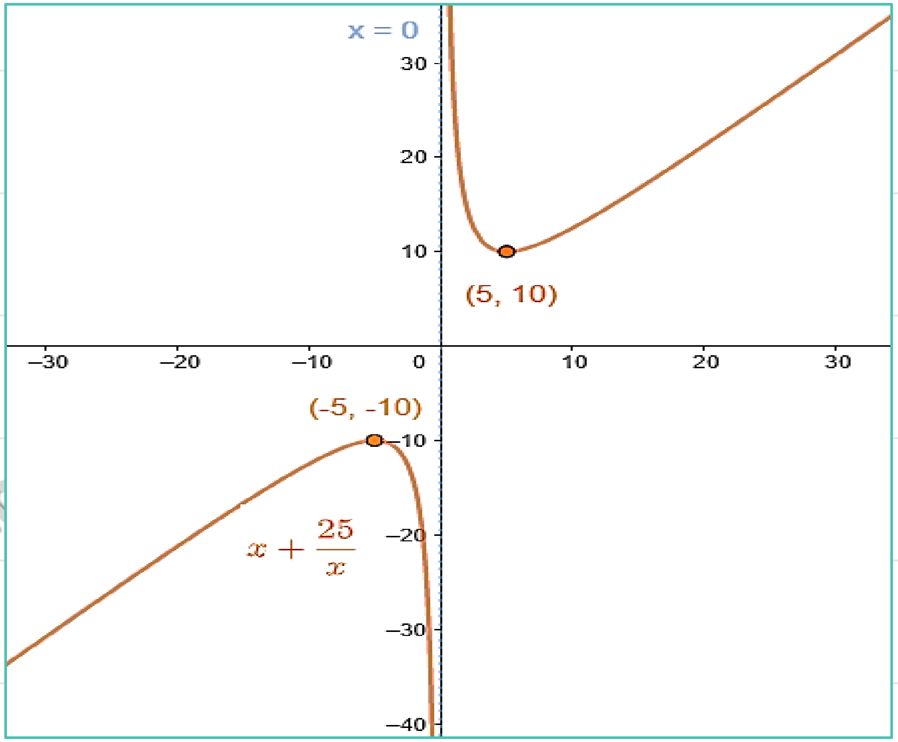
$$f(x) = x + \frac{25}{x}$$

$$\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+} x + \frac{25}{x} = \infty$$

$$\lim_{x\to0^-} f(x) = \lim_{x\to0^-} x + \frac{25}{x} = -\infty$$

خط التقارب الرأسي عند $x = 0$

الرسم البياني $f(x)$



السمات	
المجال	$\mathbb{R}/\{0\}$
خط التقارب الرأسي	at $x = 0$
$f(x)$ تتزايد عند	$(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$
$f(x)$ تتناقص عند	$(-5, 0) \cup (0, 5)$
قيمة قصوى محلية	$f(-5) = -10$
قيمة صغري محلية	$f(5) = 10$
$f(x)$ تتقعر لاعلي عند	$(0, \infty)$
$f(x)$ تتقعر لاسفل عند	$(-\infty, 0)$
نقاط الانعطاف	لا توجد نقاط الانعطاف

+971566151988/
أ/ محمد طه

دالة لها مماس عمودي عند نقطة انعطاف

تمرين

5.7صفحة 275

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x)$ يوضح جميع السمات الهامة لها. $f(x) = (x+2)^{1/5}+4$

الحل

$$f(x) = (x+2)^{1/5}+4$$ المجال $\mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{1}{5}(x+2)^{-4/5} = \frac{1}{5(x+2)^{4/5}}$$

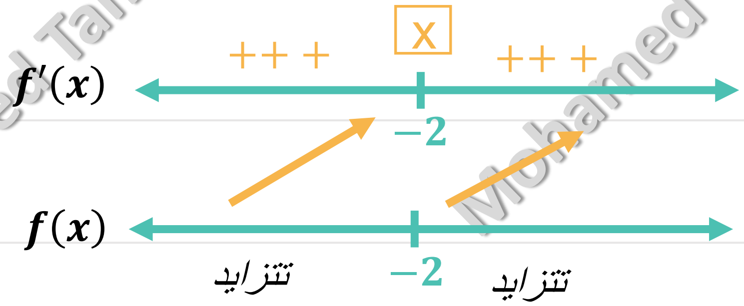
$f'(x) \neq 0$ اعداد حرجة

$f'(x)$ غير معرف $\Rightarrow 5(x+2)^{4/5} = 0$

$\Rightarrow x+2=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-2}$

دراسة علامة المشتقة الأولي



$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تتزايد عند

$(-\infty,-2) \cup (-2,\infty)$

لا توجد قيمة عظمى محلية

$f'(x)$ غير معرفة عند $x=-2$

$$\lim_{x\to -2^+} f'(x) = \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{5(x+2)^{4/5}} = \infty$$

$$\lim_{x\to -2^-} f'(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{1}{5(x+2)^{4/5}} = \infty$$

المماس العمودي عند $x=-2$

$$f''(x) = -\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}(x+2)^{-9/5}$$

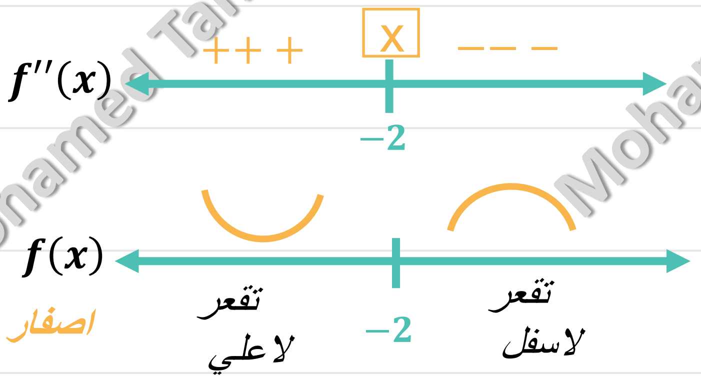
$$f''(x) = -\frac{4}{25(x+2)^{9/5}}$$

اصفار المشتقة الثانية

$f''(x) \neq 0$

$f''(x)$ غير معرفة $\Rightarrow \boxed{x=-2}$

دراسة علامة المشتقة الثانية



$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاعلى $(-\infty,-2)$

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لاسفل $(-2,\infty)$

الدالة تغير تقعرها عند $x=-2$

نقطة الانعطاف هي $(-2,4)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني للدالة

تمرين

5.7صفحة 275

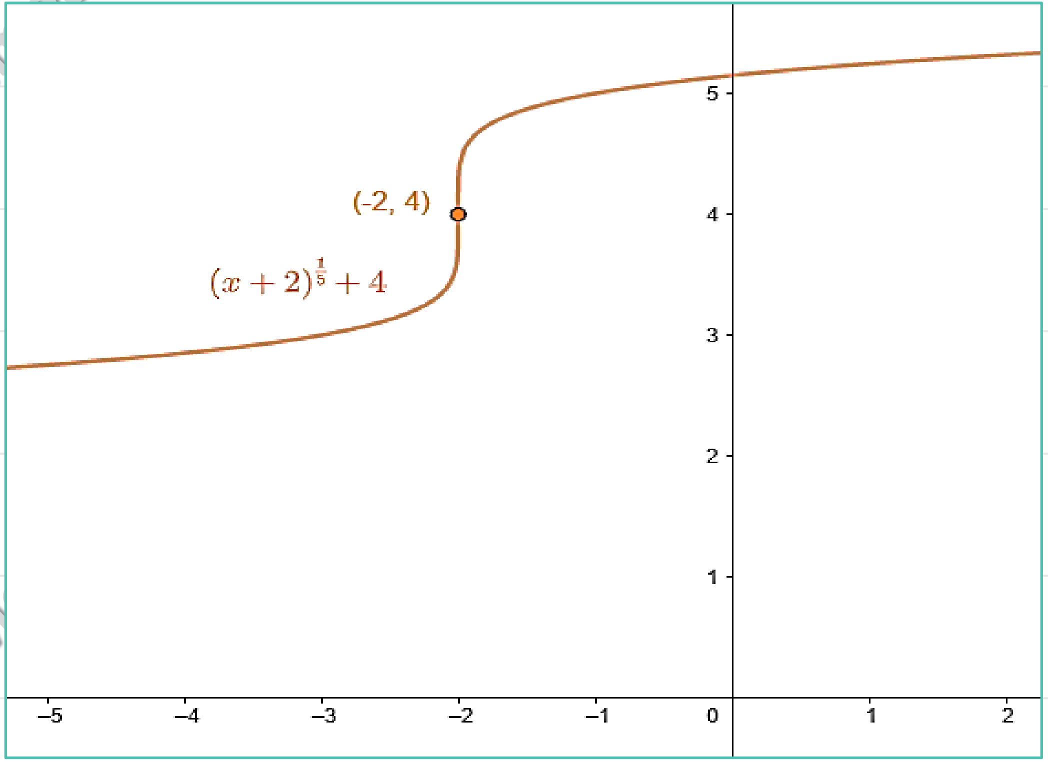
ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x)$ يوضح جميع السمات الهامة لها. $f(x) = (x+2)^{1/5}+4$

الحل

$f(x) = (x+2)^{1/5}+4$

السمات	
المجال	$\mathbb{R}$
المماس العمودي	$at\ x = -2$
$f(x)$ تتزايد عند	$(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$
$f(x)$ تتناقص عند	________
قيمة عظمي محلية	________
قيمة صغري محلية	________
$f(x)$ تقعر لاعلي عند	$(-\infty, -2)$
$f(x)$ تقعر لاسفل عند	$(-2, \infty)$
نقاط الانعطاف	$(-2, 4)$

الرسم البياني $f(x)$



رسم تمثيل بياني

مثال صفحة277 Q37

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة مستخدمًا البيانات المعطاة:

$f(0)=0$, $f'(x)>0$ عند $x<-1$ و $-1<x<1$, $f'(x)<0$ for $x>1$,

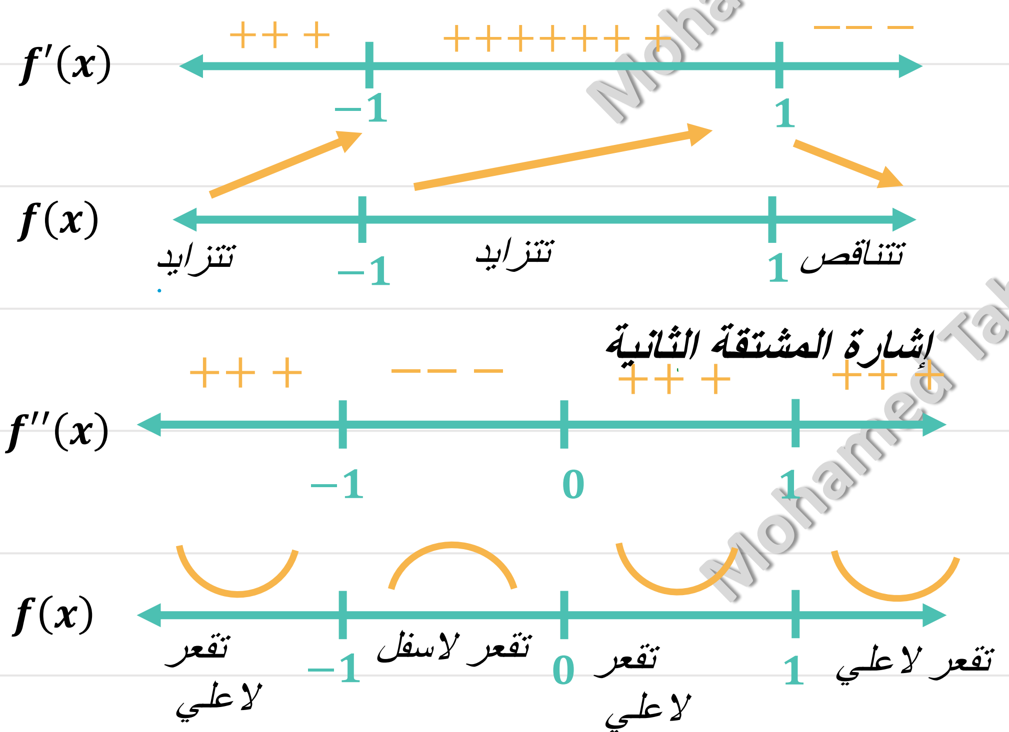
$f''(x)>0$ عند $x<-1$, $0<x<1$ و $x>1$, $f''(x)<0$ for $-1<x<0$

الحل

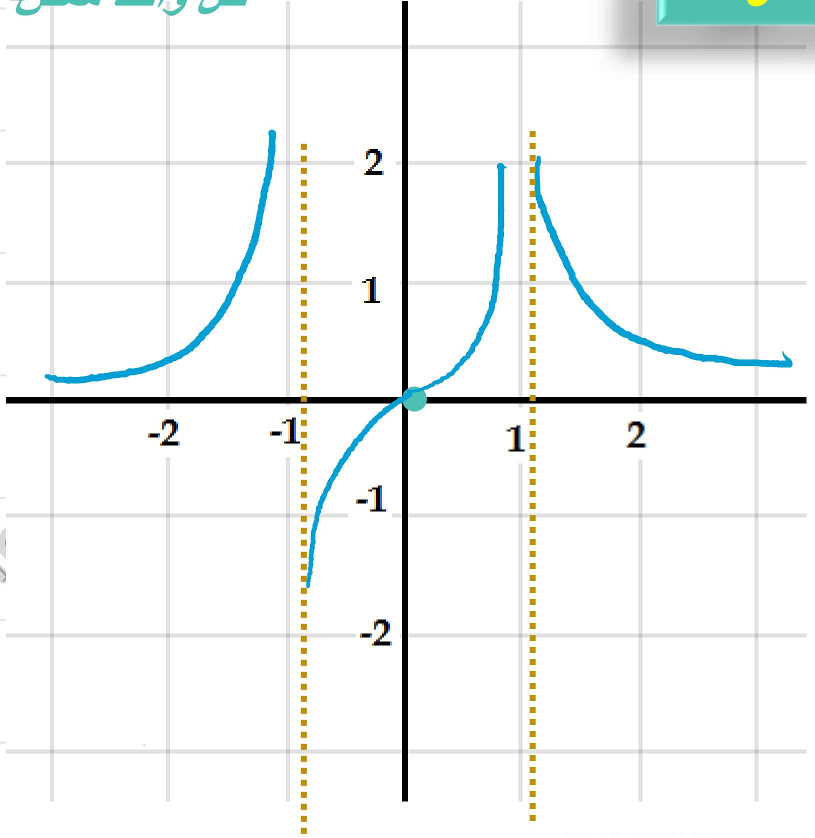
$f(0)=0$

إشارة المشتقة الاولي

إشارة المشتقة الثانية



حل واحد ممكن



رسم تمثيل بياني

تمرين

277 صفحة Q38

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة مستخدمًا البيانات المعطاة:

$f(0) = 2, \quad f'(x) > 0 \text{ for all } x, \quad f'(0) = 1, \quad f''(x) > 0 \text{ for } x < 0, \quad f''(x) < 0 \text{ for } x > 0$

الحل

$f(0) = 2$

إشارة المشتقة الاولي

$f'(x)$: + + + + + + + + + +

$f(x)$: تتزايد

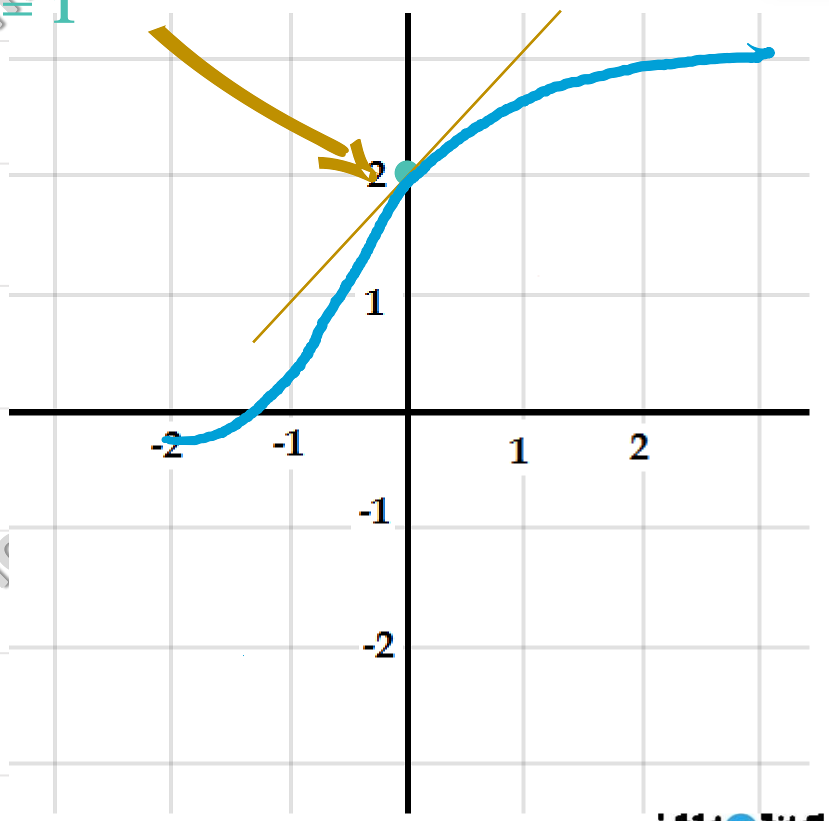
إشارة المشتقة الثانية

$f''(x)$: + + + | 0 | − − −

$f(x)$: تقعر لاعلي | 0 | تقعر لاسفل

حل واحد ممكن

$\text{الميل} = f'(0) = 1$



حدد جميع السمات الهامة يدويًا وارسم تمثيلًا بيانيًا.

15. $f(x) = (x^2+1)^{2/3}$

24. $f(x) = x^2|x|$

17. $f(x) = \frac{x^2}{x^x - 9}$

26. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

حدد الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني لدالة معطاة مقعرًا إلى الأعلى، والفترات التي يكون فيها مقعرًا إلى الأسفل، وحدد نقاط الانعطاف.

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

7. $f(x) = x^{4/3} + 4x^{1/3}$

3. $f(x) = x + 1/x$

في التمارين (27 – 36) حدد جميع السمات الهامة تقريبيًا إذا لزم الأمر وارسم تمثيلًا بيانيًا.

27. $f(x) = x^4 - 26x^3 + x$

33. $f(x) = x\sqrt{x^2 - 4}$

29. $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - 1}$

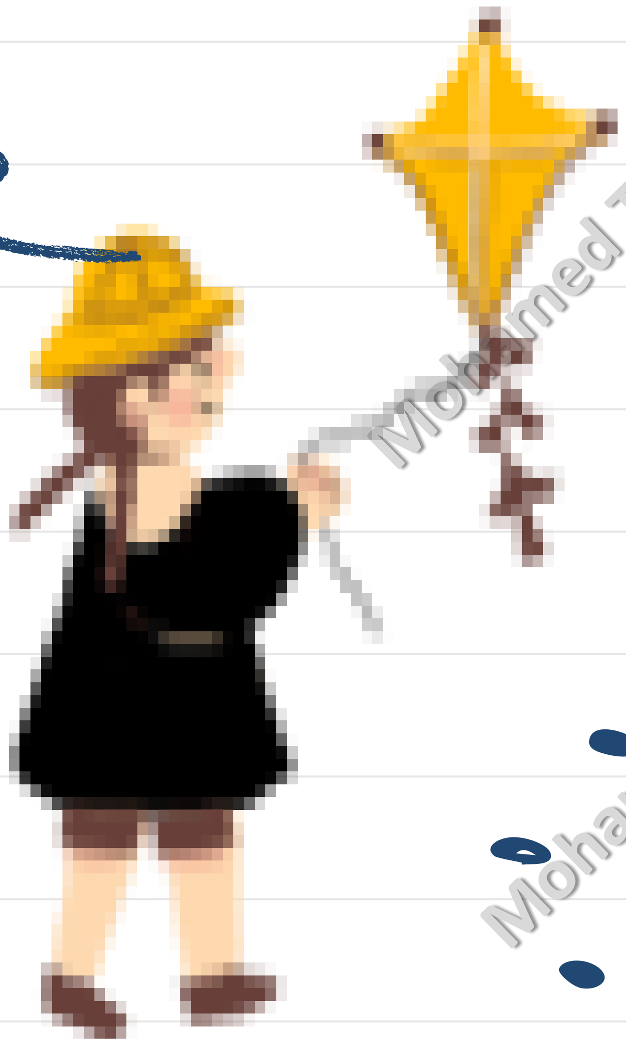
34. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$

جد جميع الأعداد الحرجة، واستخدم اختبار المشتقة الثانية لتحديد جميع القيم القصوى

12. $f(x) = e^{-x^2}$

14. $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

13. $f(x) = \frac{x^2-5x+4}{x}$



بالتوفيق للجميع

+971566151988/

أ/ محمد طه