

اختبر نفسك (2)
Check yourself (2)

Mathematics الرياضيات

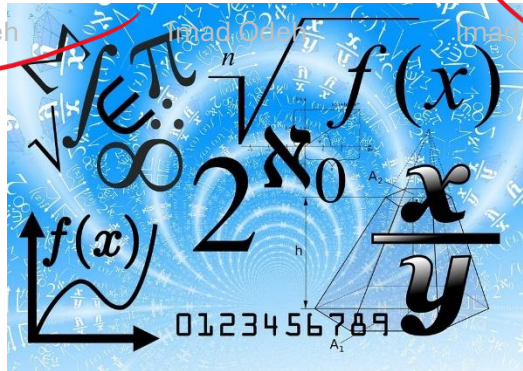
الصف الثاني عشر متقدم
الفصل الثاني

2024-2025

Lesson 4-5 (Concavity and the Second Derivative Test)

according to the previous exam

مراجعة الدرس الخامس (التقعر واختبار المشتقة الثانية)
من الوحدة الرابعة اعتمادا على
الاختبارات السابقة
الأستاذ عماد عودة



اسم الطالب: -



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q1 Find the inflection point of

اوجد نقاط الانعطاف ل

س1

$$f(x) = x^4 + 12x^3 - x$$

- a) $(-6, f(-6)), (0, f(0))$
 b) $(-6, f(-6)), (6, f(6))$
 c) $(6, f(6)), (0, f(0))$
 d) $(-6, f(-6)), (0, f(0)), (6, f(6))$

$$f'(x) = 4x^3 + 36x^2 - 1$$

$$f''(x) = 12x^2 + 72x = 0$$

$$12x(x + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -6$$

Q2 Find the inflection point of

اوجد نقاط الانعطاف ل

س2

$$f(x) = x^4 - 6x^2 - 2x + 3$$

- a) $(-1, -4), (1, 0)$
 b) $(-1, 4), (1, 0)$
 c) $(-1, 0), (1, 4)$
 d) $(-1, 0), (1, -4)$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x - 2$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0$$

$$= 12(x^2 - 1) = 0$$

$$x = 1 \quad x = -1$$

Q3 Find the inflection point of

اوجد نقاط الانعطاف ل

س3

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 10$$

- a) $(-\frac{3}{2}, \frac{79}{2})$
 b) $(\frac{3}{2}, \frac{79}{2})$
 c) $(-3, 79)$
 d) $(-\frac{3}{2}, -79)$

$$f'(x) = 6x^2 + 18x - 24$$

$$f''(x) = 12x + 18 = 0$$

$$x = -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2}$$

Q4 Find the inflection point of

اوجد نقاط الانعطاف ل

س4

$$f(x) = \tan^{-1}(x^2)$$

- a) $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, f(-\frac{1}{\sqrt{3}})), (\frac{1}{\sqrt{3}}, f(\frac{1}{\sqrt{3}}))$
 b) $(2, f(2))$
 c) $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, f(-\frac{1}{\sqrt{3}})), (\frac{1}{\sqrt{3}}, f(\frac{1}{\sqrt{3}}))$
 d) $(-\frac{1}{3}, f(-\frac{1}{3})), (\frac{1}{3}, f(\frac{1}{3}))$

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^4}$$

$$f''(x) = \frac{2(1+x^4) - 2x(4x^3)}{(1+x^4)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2 + 2x^4 - 8x^4}{(1+x^4)^2} = \frac{2 - 6x^4}{(1+x^4)^2}$$

$$f''(x) = 0$$

$$2 - 6x^4 = 0$$

$$x^4 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$$

$$f''(x) \text{ DNE}$$

$$(1+x^4)^2 = 0$$

غير ممكن

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

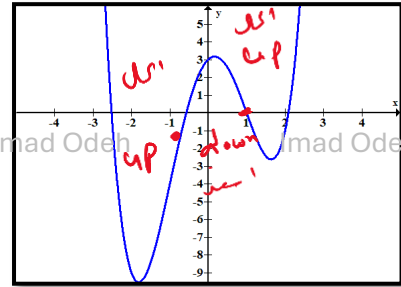
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q5 Determine where the graph of the function $f(x)$ is concave up

س5 حدد اين يكون التمثيل البيان للدالة $f(x)$ مقعرا لأعلى

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$$

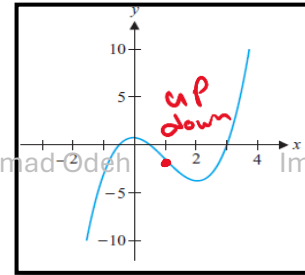
- a) $(-\infty, -1)$
b) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
c) $(1, 1)$
d) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$



Q6 Determine where the graph of the function $f(x)$ is concave up

س6 حدد اين يكون التمثيل البيان للدالة $f(x)$ مقعرا لأعلى

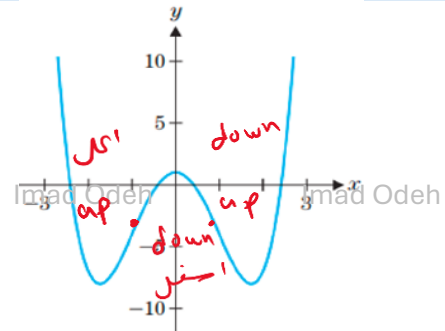
- a) $(-\infty, 1)$
b) $(1, \infty)$
c) $(2, \infty)$
d) $(3, \infty)$



Q7 Determine where the graph of the function $f(x)$ is concave down

س7 حدد اين يكون التمثيل البيان للدالة $f(x)$ مقعرا للأسفل

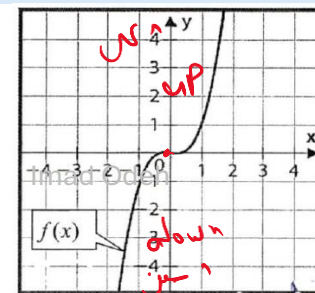
- a) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
b) $(-1, 1)$
c) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
d) $(-\infty, \infty)$



Q8 Estimate the interval(s) where the curve of the $f(x)$ concave up and where concave down

س8 قدر الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني للدالة $f(x)$ مقعرا لأعلى والفترات التي يكون فيها مقعرا لأسفل

- a) Concave upward $(-0.5, 0.5)$
Concave downward $(-\infty, -0.5) \cup (0.5, \infty)$
b) concave upward $(-1, 1)$
Concave downward $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
c) Concave upward $(0, 1)$
Concave downward $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$
d) Concave upward $(0, \infty)$
Concave downward $(-\infty, 0)$



Q9 Suppose f is a polynomial function such that

س9 لتكن f دالة حدودية بحيث

$$f'(-3) = 0, f''(-3) = -25$$

- a) $f(-3)$ is local maximum.
 b) $f(-3)$ is local minimum
 c) $f(-3)$ is absolute maximum.
 d) $f(-3)$ is absolute minimum.

$$f'(-3) = 0 \Rightarrow \text{Max}$$

$$f''(-3) < 0$$

Q10 What is the coordinate of inflection point where the function change from concave down to concave upward

س10 اوجد احاثي نقطة الانعطاف التي يغير عندها منحنى الدالة من تقعره من تقعر الى الأسفل الى تقعر الى الأعلى

$$f(x) = \cos x - \sin x \quad \text{for } 0 \leq x \leq 2\pi$$

- a) $\frac{\pi}{4}$
 b) $\frac{3\pi}{4}$
 c) $\frac{5\pi}{4}$
 d) $\frac{7\pi}{4}$

$$f'(x) = -\sin x - \cos x$$

$$f''(x) = -\cos x + \sin x = 0$$

$$\cos x = \sin x$$

$$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$$



Q11 Find the interval where $f(x)$ will be concave upward if

س11 اوجد فترات التقعر للأعلى إذا علمت ان

$$f'(x) = x^2 - 4x - 5$$

لا حظ ان المشتقة هي المشتقة

- a) $(-\infty, 2)$
 b) $(2, \infty)$
 c) $(-\infty, -1) \cup (5, \infty)$
 d) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

$$f''(x) = 2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

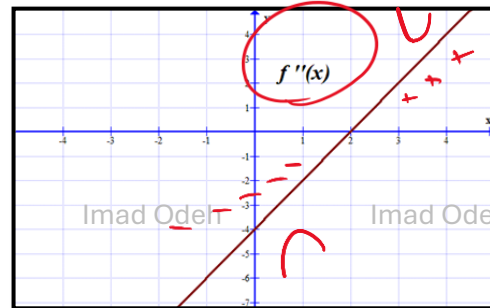


Q12 The graph represents $f''(x)$ Find the interval where $f(x)$ will be concave upward

س12 اعتمد على الرسم البياني الذي يمثل $f''(x)$ اوجد فترات التقعر للأعلى

- a) $(-\infty, 2)$
 b) $(2, \infty)$
 c) $(-\infty, \infty)$
 d) $\emptyset$

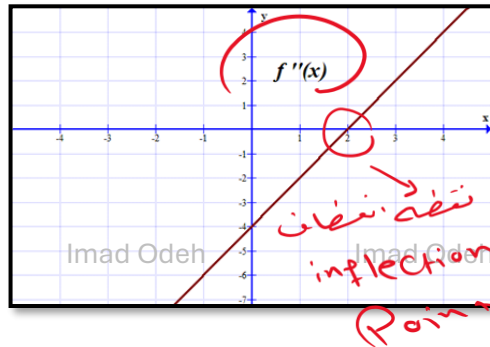
الرسم يمثل المشتقة الثانية
 ما فوق محور x يكون منفر لأعلى
 ما تحت محور x يكون منفر لأسفل



Find the inflection point

نقاط الانعطاف

- a) $(2,0)$
- b) $(-4,0)$
- c) $(2, f(2))$**
- d) $(-4, f(-4))$



Imad Odeh

$(1, -2)$ find the value of a and b

عند $(1, -2)$ اوجد قيمة كل من a و b

$$f(x) = ax^3 - 6x^2 + bx - 7$$

- a)** $a = 2, b = -9$
b) $a = -2, b = 9$
c) $a = -2, b = -9$
d) $a = 2, b = 9$

$$f(1) = a - 6 + b - 7 = -2$$

$$- a + b = 11$$

$$f'(x) = 3ax^2 - 17x + b$$

$$f''(x) = 6ax - 12$$

$$f''(1) = 6a(1) - 12 = 0$$

$$P(1) = -2$$

$$f'(1) = 0$$

$$-6a - 12 = 0$$

$$6a = 12$$

$a = 2$

$$a+b=11$$

$$\underline{2 + b = 11}$$

$$b = 9$$

points.

الدوال التالية

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x + 2 = 0$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0$$

$$12(x^2 - 1) = 0$$

$$x = 1, x = -1$$



ad Odeh

Continue up

$$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

مصفاة سند

Concave down

ad Odeh $(-1, 1)$

نفاً لا انقطاعاً

inflection Point

$$(-1, f(-1)) \quad , \quad (1, f(1))$$

Q16: - Determine the intervals where the graph of the given function is concave up and concave down and identify inflection points.

السؤال (16) حدد فترات التفرع للأعلى وفترات التفرع للأسفل ثم حدد نقاط الانعطاف في كل من الدوال التالية

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$x=0$$

$$f(x) = x + x^{-1}$$

$$f'(x) = 1 - x^{-2}$$

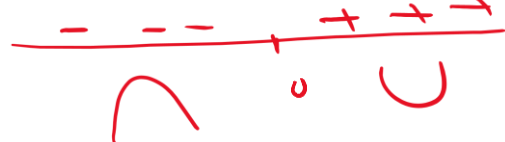
$$f''(x) = 2x^{-3}$$

$$= \frac{2}{x^3} = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



$$(-\infty, 0)$$

مفر لا من concave down

$$(0, \infty)$$

مفر لا من concave up

لا يوجد نقاط انعطاف لان $x=0$ خارج المجال

Q17: - Determine the intervals where the graph of the given function is concave up and concave down and identify inflection points.

السؤال (17) حدد فترات التفرع للأعلى وفترات التفرع للأسفل ثم حدد نقاط الانعطاف في كل من الدوال التالية

$$f(x) = xe^{-4x}$$

$$f'(x) = 1e^{-4x} - 4xe^{-4x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f''(x) = -4e^{-4x} - (4e^{-4x} + 4xe^{-4x}(-4))$$

$$= -4e^{-4x} - 4e^{-4x} + 4xe^{-4x}$$

$$= -8e^{-4x} + 4xe^{-4x} = 0$$

$$= -4e^{-4x}(1 - 2x) = 0$$

Imad Odeh

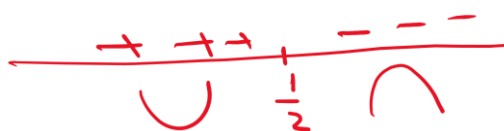
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$x = \frac{1}{2}$$



مفر لا من concave up

$$(\frac{1}{2}, \infty)$$

مفر لا من concave down

$$(-\infty, \frac{1}{2})$$

نقطة انعطاف
inflection point

$$(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

<https://t.me/lomaths12>

Q18: - Find all critical numbers and use the Second Derivative Test to determine all local extrema.

السؤال (18) استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية وحدد نوع كل منها

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 10$$

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad x = \pm 2$$

$$f''(x) = 12x^2 - 16$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f''(0) = -16 < 0 \quad \text{نقطة} \quad \text{Max}$$

$$f''(2) = 32 > 0 \quad \text{نقطة} \quad \text{Min}$$

$$f''(-2) = 32 > 0 \quad \text{نقطة} \quad \text{Min}$$

$$f(0) = 10$$

$$f(2) = -6$$

$$f(-2) = -6$$

Q19: - Find all critical numbers and use the Second Derivative Test to determine all local extrema.

السؤال (19) استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية وحدد نوع كل منها

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} = x - x^{-1} \quad \text{بسطة}$$

$$x \neq 0$$

$$f'(x) = 1 + x^{-2}$$

$$= 1 + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\frac{1}{x^2} = -1$$

غير ممكن

No critical numbers
لا يوجد أعداد حرجية

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

No local extrema
لا يوجد قيم قصوى محلية