ورقة عمل الصف العاشر **5-1 الدوائر والمحيط**

نواتج التعلّم	1- تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها.	2 - حلّ المسائل التي تشتمل على محيط دائرة.

الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متساوية البعد عن نقطة ثابتة تدعى **مركز** الدائرة.

القطع الخاصة في دائرة

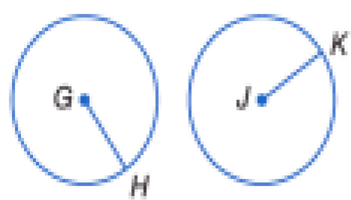
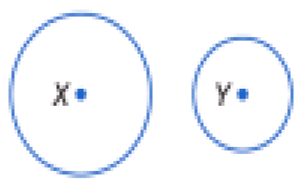
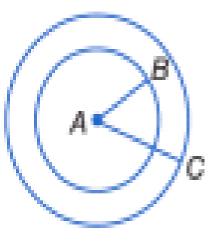
إن **نصف القطر** (جمعها أنصاف الأقطار) قطعةٌ مستقيمةٌ تقع إحدى نقطتاها الطرفيتان في المركز والأخرى على الدائرة.

الوتر قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة.

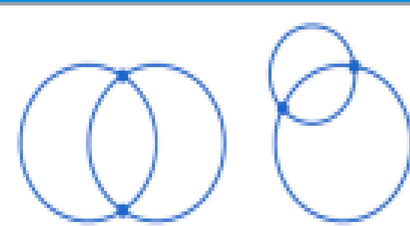
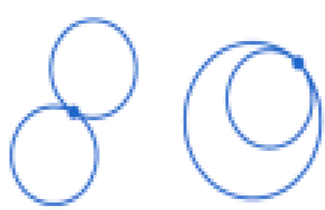
القطر في دائرة هو وترٌ يمرّ من المركز ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

قانون نصف القطر $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ **قانون القطر** $d = 2r$

أزواج الدوائر

تتطابق دائرتان حصرًا إذا كانتا تضمان نصفي قطر متطابقين.	كل الدوائر متشابهة.	**الدوائر متحدة المركز** هي دوائر متحدة المستوى لها المركز نفسه.
		

يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين اثنتين.

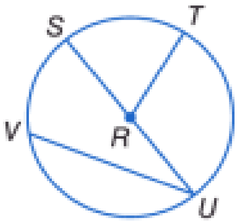
نقطتا تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	لا نقاط تقاطع
		

إن **محيط** الدائرة هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ هي عدد غير نسبي يدعى **باي** **(π)**. ويمكن اشتقاق قانونين لحساب المحيط عبر استخدام التعريف.

$C = 2\pi r$ $\qquad$ $C = \pi d$

يكون المضلع **محاطًا** بدائرة إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة.
وتعدّ الدائرة **محيطة** للمضلع إذا كانت تضمّ رؤوس المضلع جميعها.

عد إلى الدائرة ⊙R.



سَمِّ مركز الدائرة. R

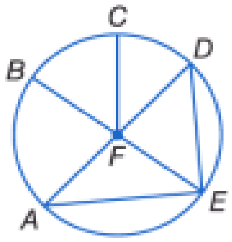
حدِّد وترًا هو قطرٌ في الدائرة أيضًا. $\overline{SU}$

هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ اشرح. لا. لأنه هذه القطعة لا يقع أحد طرفيها على المركز.

إذا كان طول $SU = 16.2$ cm. فما طول RT؟ 8.1 لأن RT نصف قطر

⑤ اكتب جميع أنصاف الأقطار المرسومة في الشكل . $\overline{RT}, \overline{RS}, \overline{RU}$

عد إلى الدائرة ⊙F.



حدِّد وترًا لا يعدّ قطرًا في الدائرة. $\overline{DE}$ ، $\overline{AE}$

إذا كان $CF = 14$ cm. فما هو قطر الدائرة؟ 28 cm

هل $\overline{AF} \cong \overline{EF}$؟ اشرح. نعم، لأنهما أنصاف أقطار،

إذا كان طول $DA = 7.4$ cm. فما هو طول EF؟ 3.7

البيتزا جـــد نصف القطر والمحيط لقطعة البيتزا الموضحة. وقرّب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.

$r = 26 \div 2 = \boxed{13}$ cm

طريقة ①

$C = \pi d$

$= \pi(26)$

$= 26\pi$

$= \boxed{81.68}$ cm

طريقة ②

$C = 2\pi r$

$= 2\pi(13)$

$= 26\pi$

$= \boxed{81.68}$ cm

4

الدراجات قطرا عجلة إحدى الدراجات يساويان 26 cm. جـــد نصف قطر العجلة ومحيطها. وقرّب إلى أقرب جزء من المئة عند الضرورة.

$r = 26 \div 2 = 13$ cm

$C = \pi d$

$= \pi(26) = \boxed{81.68}$ cm

جـــد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرّب إلى أقرب مئة.

C = 18 cm

$C = \pi d$

$18 = \pi d$

$\Rightarrow d = \frac{18}{\pi} = \boxed{5.73 \text{ cm}}$

$\boxed{r} = \frac{5.73}{2}$

$= \boxed{2.86 \text{ cm}}$

C = 375.3 cm

$C = \pi d$

$375.3 = \pi d$

$\Rightarrow d = \frac{375.3}{\pi} = \boxed{119.46}$ cm

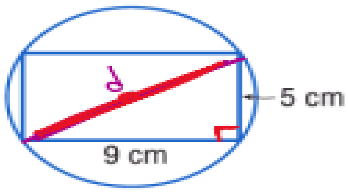
$r = \frac{119.46}{2}$

$= \boxed{59.73}$ cm

أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرّب إلى أقرب مئة.

24. C = 18 cm 5.73 cm; 2.86 cm
25. C = 124 m 39.47 m; 19.74 m
26. C = 375.3 cm 119.46 cm; 59.73 cm
27. C = 2608.25 m 830.23 m; 415.12 m

الاستنتاج المنطقي جـــد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلّع المحيط لها أو المحاط بها.



$d = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{106}$

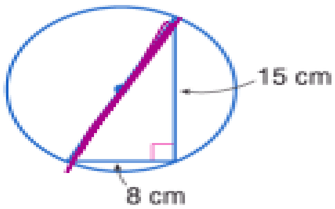
نظرية فيثاغورس

$C = \pi d$

$= \pi(\sqrt{106})$

$= \boxed{32.34}$

cm



$d = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

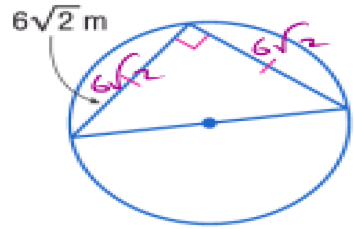
نظرية فيثاغورس

$C = \pi d$

$= \pi(17)$

$= \boxed{53.41}$

cm



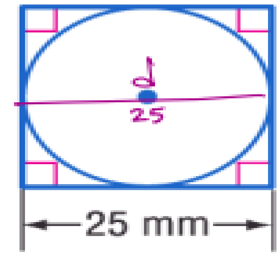
$d = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2}$

$= 12$ فيثاغورس

$C = \pi d$

$= \pi(12)$

$= \boxed{37.70}$ m



$d = 25$

$C = \pi d$

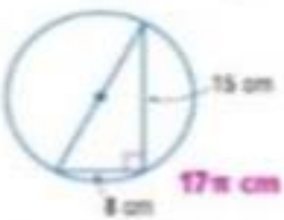
$= \pi(25)$

$= \boxed{78.54}$

mm

الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلّع المحيط لها أو المحاط بها.

28.

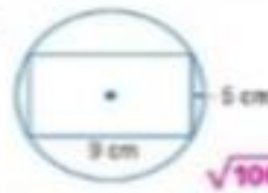


17π cm

29

12π m

30.



$\sqrt{106}\pi$ cm

31.

10π cm

32.

25π mm

33.

14π m

ورقة عمل الصف العاشر — 5-2 قياس الزوايا والأقواس — الاسم : ________________

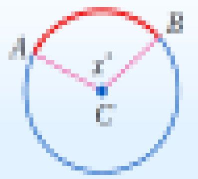
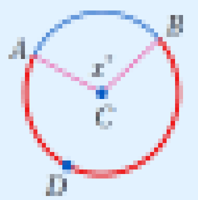
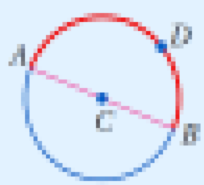
نواتج التعلم: 1- تحديد الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى وأنصاف الدوائر، وإيجاد قياساتها. 2- إيجاد أطوال الأقواس.

* إن **الزاوية المركزية** في دائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة، وهي تضم نصفي قطرين في الدائرة.
* **القوس** هو جزء من دائرة يحدّد بنقطتي طرفيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كل منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.
* مجموع قياس الزوايا المركزية في دائرة دون وجود نقاط داخلية مشتركة يساوي °360.

مفاهيم أساسية

أضف إلى مطويتك

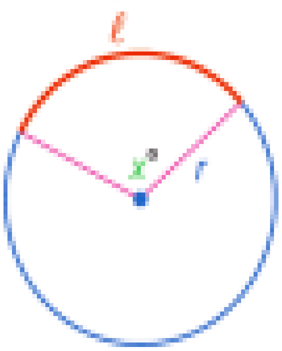
الأقواس وقياسها

القوس	قياسه
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن °180، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x°$ 
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على °180، ويساوي °360 مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360° - m\widehat{AB} = 360° - x°$ 
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي °180 $m\widehat{ADB} = 180°$ 

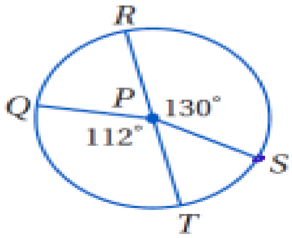
* **الأقواس المتطابقة** هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها، أو في دائرتين متطابقتين، ويكون لها القياس نفسه.
* في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين إذا وفقط إذا كانت زاويتاهما المركزيتان متطابقتين.
* **الأقواس المتجاورة** هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط.
* **طول القوس** هو المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه، ويقاس بوحدات الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزء من محيطها.
* إن قياس قوس مشكّل من قوسين متجاورين هو مجموع قياسي القوسين.

نسبة **طول قوس** ℓ إلى **محيط** دائرة يساوي نسبة **قياس القوس بالدرجات** إلى 360.

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x}{360} \quad \text{أو} \quad \ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$$



$\overline{RT}$ قطر في $\odot P$ ، أوجد طول كل قوس ممّا يأتي مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



$\widehat{RS}$ ، إذا كان نصف القطر يساوي 2 in .

$\frac{360°}{2\pi r} = \frac{130°}{x} \rightarrow x = \frac{2\pi(2)\times 130}{360} = \boxed{4.54}$ in

$\widehat{QT}$ ، إذا كان القطر يساوي 9 cm .

$\frac{360}{2\pi r} = \frac{112°}{x} \rightarrow x = \frac{2\pi(4.5)\times 112}{360} = \boxed{8.80}$ cm

$\widehat{QRS}$ ، إذا كان $RT = 11$ ft .

$m\angle QPR = 180 - 112 = 68° \rightarrow m\angle QPS = 130 + 68 = 198°$

$\frac{360}{2\pi r} = \frac{198}{x} \rightarrow x = \frac{2\pi(5.5)(198)}{360} = \boxed{19.01}$ ft

$\widehat{RTS}$ إذا كان $PQ = 3$ m

$m\angle RPS = 360 - 130 = 230° \rightarrow \frac{360}{2\pi r} = \frac{230}{x} \rightarrow x = \frac{2\pi(3)(230)}{360} = \boxed{12.04}$ m

مثال 5

استخدم الدائرة $\odot P$ لإيجاد طول كل قوس قرّب إلى أقرب جزء من مئة.

36. $\widehat{RS}$ إذا كان طول نصف القطر 2cm 4.54 cm

37. $\widehat{QT}$ إذا كان طول قطر الدائرة 9 cm 8.80 cm

38. $\widehat{QR}$ إذا كان $PS = 4$ mm 4.75 mm

39. $\widehat{RS}$ إذا كان $RT = 15$ cm 17.02 cm

40. $\widehat{QRS}$ إذا كان $RT = 11$ m 19.01 m

41. $\widehat{RTS}$ إذا كان $PQ = 3$ m 12.04 m

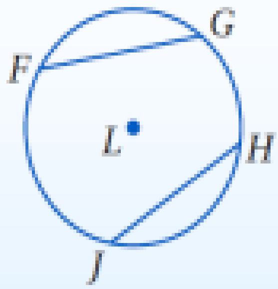
نواتج التعلم 1- التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار واستخدامها. 2- التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار و الأقطار واستخدامها.

نظرية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.

مثال: $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

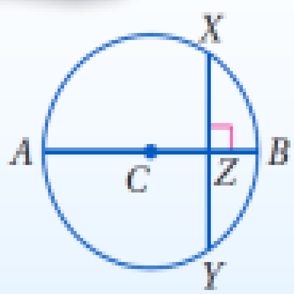


نظريات

أضف إلى مطويتك

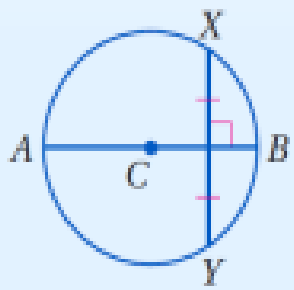
إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه يُنصّف ذلك الوتر، ويُنصّف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على $\overline{XY}$ في النقطة Z، فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$, $\overset{\frown}{XB} \cong \overset{\frown}{BY}$.



العمود المنصّف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

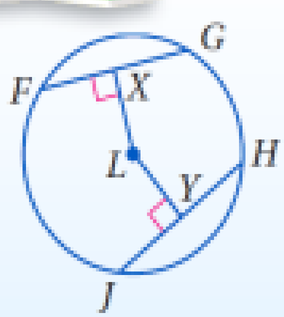


نظرية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

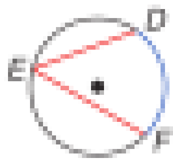
مثال: $\overline{FG} \cong \overline{JH}$ إذا وفقط إذا كان $LX = LY$.



نواتج التعلم	1- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية.	2 - إيجاد قياسات المضلعات المحاطة بدائرة.

الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة.

القوس المقابل للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية، ويقع طرفاه على ضلعيها.

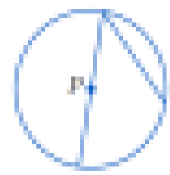
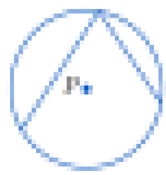
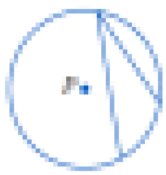


$\angle DEF$ هي زاوية مُحيطية.

$\widehat{DF}$ هو القوس الذي تُحدده الزاوية المُحيطية $\angle DEF$

الوتر $\overline{DF}$ هو الوتر الذي تُحدّده الزاوية المُحيطية .

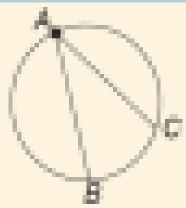
توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
		
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

مُبرهنة — مُبرهنة الزاوية المُحيطية

قياس الزاوية المحيطية يُساوي نصف قياس القوس الذي تُحدده على الدائرة.

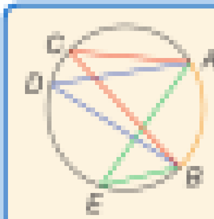
$$m\angle BAC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$$



مُبرهنة

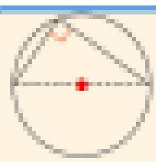
الزوايا المُحيطية المشتركة في قوس تكون مُتطابقة.

$\angle ACB, \angle ADB$ و $\angle AEB$ تتشارك في $\widehat{AB}$



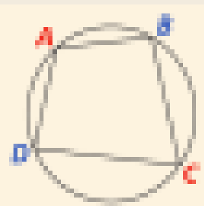
مُبرهنة

تكون زاوية مُحيطية زاوية قائمة إذا وفقط إذا كان القوس الذي تُحدّده نصف دائرة.



مُبرهنة

إذا كان رُباعي مُحاطًا بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو 180°.

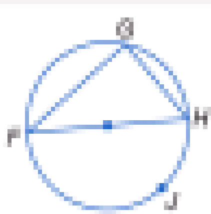


$m\angle A + m\angle C = 180^\circ$
$m\angle B + m\angle D = 180^\circ$

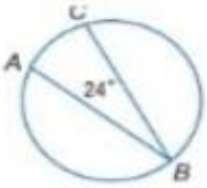
النظرية

الشرح تحصر زاوية محيطية في مثلث قطرًا أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت الزاوية زاوية قائمة.

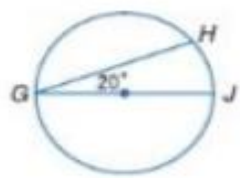
مثال إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90$، وإذا كانت $m\angle G = 90$، فإن $\widehat{FJH}$ نصف دائرة و $\overline{FH}$ قطر في الدائرة.



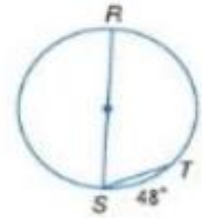
14. $m\widehat{AC}$ **48**



15. $m\widehat{GH}$ **140**



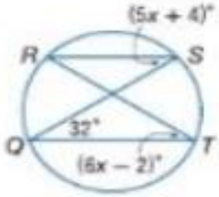
16. $m\angle S$ **66**



مثال 2 **جبريًا** أوجد كلاً من القياسات.

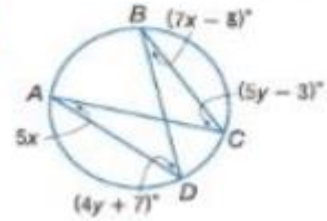
17. $m\angle R$ **32**

18. $m\angle S$ **34**



19. $m\angle A$ **20**

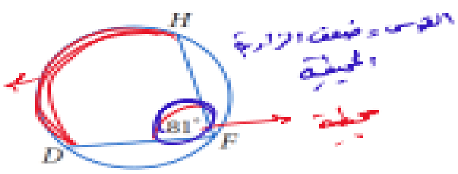
20. $m\angle C$ **47**



مُفردات إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط على دائرة، فإن $\angle ABC$ زاوية محيطية (مركزية أو مُحيطية).

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

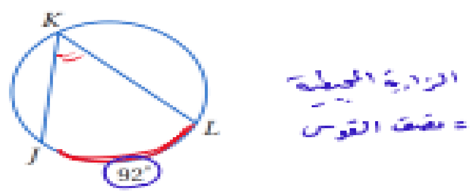
$m\widehat{DH}$



$m\widehat{HD} = 81 \times 2$

$= \boxed{162°}$

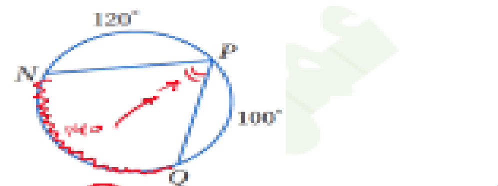
$m\angle K$



$m\angle K = 92 \times \frac{1}{2}$

$= \boxed{46°}$

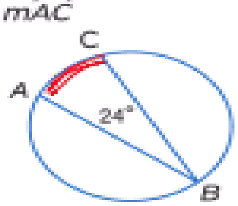
$m\angle P$



$m\widehat{NQ} = 360 - 100 - 120 = 140°$

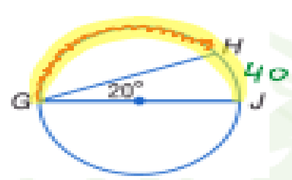
$m\angle P = 140 \times \frac{1}{2} = \boxed{70°}$

$m\widehat{AC}$



$m\widehat{AC} = 24 \times 2 = \boxed{48°}$

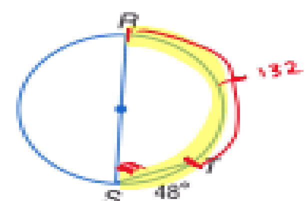
$m\widehat{GH}$



$m\widehat{HJ} = 20 \times 2 = 40°$

$m\widehat{GH} = 180° - 40° = \boxed{140°}$

$m\angle S$



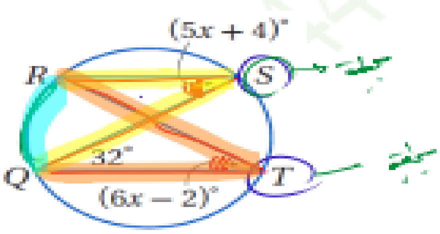
$m\widehat{RT} = 180 - 48 = 132°$

$m\angle S = \frac{1}{2} \times 132 = \boxed{66°}$

جبر، أوجد كل قياسٍ ممّا يأتي:

$m\angle R$

$m\angle S$



$m\angle R = m\angle Q$ يشتركان في نفس القوس

$m\angle R = \boxed{32°}$

$m\angle S = m\angle T$ يشتركان في نفس القوس

$5x + 4 = 6x - 2$

$4 + 2 = 6x - 5x$

$\boxed{6 = x}$

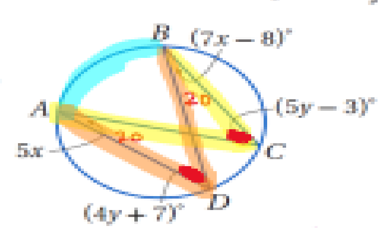
$\rightarrow m\angle S = 5x + 4$

$= 5(6) + 4$

$= \boxed{34°}$

$m\angle A$

$m\angle C$



$m\angle A = m\angle B$

$5x = 7x - 8$

$8 = 7x - 5x$

$x = \frac{8}{2} = 4$

$m\angle A = 5(4) = \boxed{20°}$

$m\angle C = m\angle D$

$5y - 3 = 4y + 7$

$5y - 4y = 7 + 3$

$y = 10$

$m\angle C = 5(10) - 3$

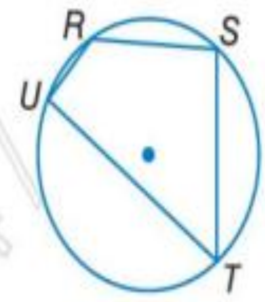
$= \boxed{47°}$

البرهان **اكتب النوع المحدّد من البراهين.**

21. فقرة برهان

معطى: $m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$

المطلوب إثباته: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$



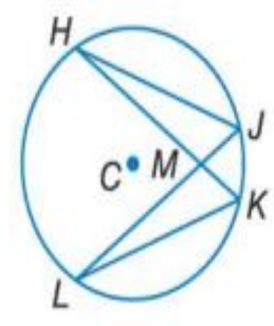
21. البرهان: بما أن $m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$. فذلك يعني $2m\angle T = m\angle S$. بما أن $m\angle S = \frac{1}{2}m\widehat{TUR}$ و $m\angle T = \frac{1}{2}m\widehat{URS}$. تصبح المعادلة $\frac{1}{2}m\widehat{TUR} = 2\left(\frac{1}{2}m\widehat{URS}\right)$. ضرب طرفي المعادلة في 2 ينتج عنه $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$.

---

22. برهان مكوّن من عمودين

معطى: $\odot C$

المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$



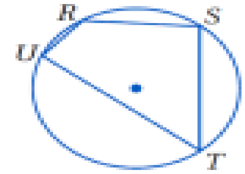
22. العبارات (المبررات)

1. $\odot C$ (معطى)
2. $\angle H \cong \angle L$ (الـ $\measuredangle$ المحيطية التي تحصر القوس نفسه تكون $\cong$.)
3. $\angle KML \cong \angle JMH$ (الـ $\measuredangle$ المتقابلة بالرأس تكون $\cong$.)
4. $\triangle KML \sim \triangle JMH$ (تشابه زاويتين)

برهان: فقرة برهان

المعطيات: $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$

المطلوب: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$



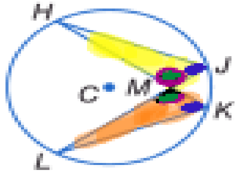
* $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$ (معطى)
* $m\widehat{TUR} = 2m\angle S$ I (القوس = ضعف المحيطية)
* $m\widehat{US} = 2m\angle T$ (القوس = ضعف المحيطية)
* $2m\widehat{US} = 4m\angle T$ (ضرب المعادلة في 2)
* $2m\widehat{US} = 4(\frac{1}{2} m\angle S)$ (التعويض من معطى)
* $2m\widehat{US} = 2m\angle S$ II (تبسيط)
* $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$ (القوى المعادلتين I, II)

وصول المطلوب إثباته

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

معطى: $\odot C$

المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$

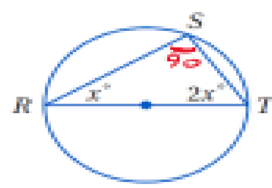


العبارات	المبررات
$\angle JMH \cong \angle KML$	التقابل بالرأس
$\angle J \cong \angle K$	زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس $\widehat{HL}$
$\Delta KML \sim \Delta JMH$	نظرية (AA) في تشابه المثلثات

جبر: أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

x

$m\angle T$



$m\angle S = 90$ (زاوية محيطية مرسومة على القطر)

$m\angle S + m\angle R + m\angle T = 180$

$90 + x + 2x = 180$

$3x = 180 - 90$

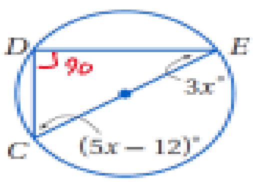
$x = \frac{90}{3}$

$\boxed{x = 30}$

$m\angle T = 2(30) = \boxed{60^\circ}$

x

$m\angle C$



$m\angle D = 90^\circ$ (المحيطية المرسومة على القطر)

$m\angle D + m\angle C + m\angle E = 180$

$90 + 5x - 12 + 3x = 180$

$8x = 180 + 12 - 90$

$x = \frac{102}{8}$

$\boxed{x = 12.75}$

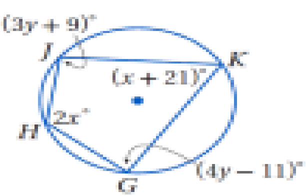
$m\angle C = 5(12.75) - 12$

$= \boxed{51.75^\circ}$

جبر: أوجد كلّ قياسٍ ممّا يأتي:

$m\angle H$

$m\angle G$



$2x + x + 21 = 180$

$3x = 180 - 21$

$x = \frac{180 - 21}{3} = 53$

$m\angle H = 2(53)$

$= \boxed{106^\circ}$

$3y + 9 + 4y - 11 = 180$

$7y = 180 + 11 - 9$

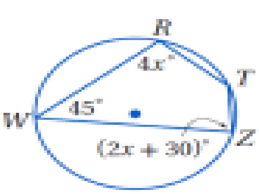
$y = \frac{182}{7} = 26$

$m\angle G = 4(26) - 11$

$= \boxed{93^\circ}$

$m\angle T$

$m\angle Z$



الشكل الرباعي الدائري

مجموع كل زاويتين متقابلتين

$= 180$

$m\angle R + m\angle Z = 180$

$4x + 2x + 30 = 180$

$6x = 180 - 30$

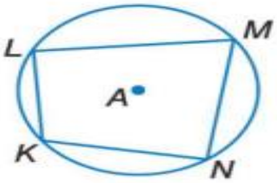
$x = \frac{150}{6} = 25$

$m\angle T = 180 - 45 = \boxed{135^\circ}$

$m\angle Z = 2(25) + 30 = \boxed{80^\circ}$

31. البرهان اكتب فقرة برهان للنظرية 5.9.

نظرية 5.9



الشرح إذا أحيط متوازي أضلاعٍ بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

مثال إذا أحيط الشكل الرباعي $KLMN$ بالدائرة $\odot A$. فإنّ $\angle L$ و $\angle N$ زاويتان متكاملتان و $\angle K$ و $\angle M$ زاويتان متكاملتان.

31. المعطيات: شكل رباعي $ABCD$ محاط بـ $\odot O$.

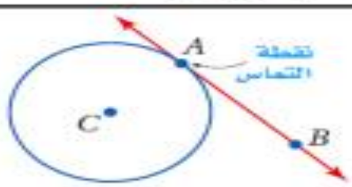
المطلوب إثباته: $\angle A$ و $\angle C$ متكاملتان. $\angle B$ و $\angle D$ متكاملتان.

البرهان: بحسب جمع الأقواس وتعاريف قياس القوس ومجموع الزوايا المركزية. $m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB} = 360$.
بما أن – حسب النظرية 10.6 – $m\angle C = \frac{1}{2}m\widehat{DAB}$ و $m\angle A = \frac{1}{2}m\widehat{DCB}$. فإن $m\angle C + m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB})$.
ولكن $m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB} = 360$. إذا $m\angle C + m\angle A = \frac{1}{2}(360)$ أو 180. هذا يجعل $\angle C$ و $\angle A$ متكاملتين. لأن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي يساوي $360, m\angle A + m\angle C + m\angle B + m\angle D = 360$. لكن $m\angle A + m\angle C = 180$. إذا $m\angle B + m\angle D = 180$. ما يجعلهما متكاملتين أيضًا.

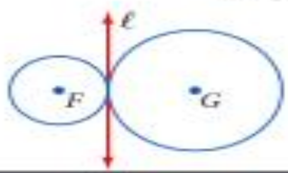
ورقة عمل الصف العاشر   **5-5 المماسات**   **الاسم :** ______________

نواتج التعلم 1- استخدام خواص المماسات. 2 - حلّ مسائل تتضمن مضلعاتٍ محيطةً بدوائر.

المماسات: المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطةٍ واحدةٍ فقط، تُسمّى **نقطة التماس**. $\overleftrightarrow{AB}$ مماس لـ $\odot C$ عند النقطة A، ويُسمّى كلٌّ من $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة أيضًا.



المماس المشترك هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه، وفي الشكلين أدناه المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F , G.

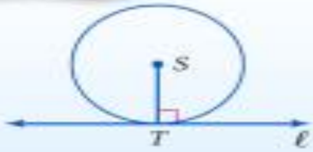


النظرية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماسًا لدائرةٍ في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر عند نقطة التماس.

مثال: يكون المستقيم ℓ مماسًا لـ $\odot S$، إذا وفقط إذا كان $\ell \perp \overline{ST}$.



نظرية

أضف إلى مطويتك

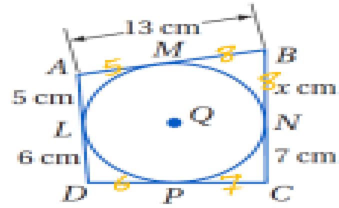
التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

المضلّعات المحيطة بدائرة: يُحيط المضلّع بالدائرة، إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًا للدائرة.

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

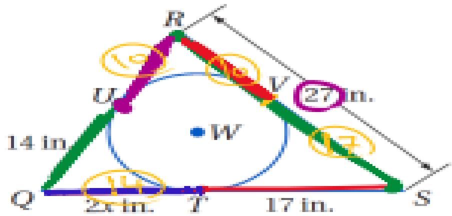
إذا كان المضلع يحيط بالدائرة، فأوجد قيمة x، ثم أوجد محيط المضلّع في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



$x = NB = MB = 13 - AM = 13 - 5 = \boxed{8}$

المحيط $= AB + BC + CD + DA$

$= 13 + 15 + 13 + 11 = \boxed{52\ cm}$



$QT = QU$

$2x = 14$

$x = \frac{14}{2}$

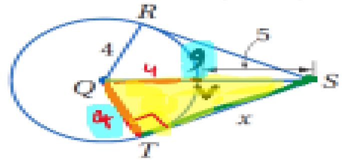
$\boxed{x = 7}$

المحيط $= RS + SQ + QR$

$= 27 + 31 + 24$

$= \boxed{82\ in}$

أوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا، وقرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



نصفا قطر:

$4 = QT = QR = QV$

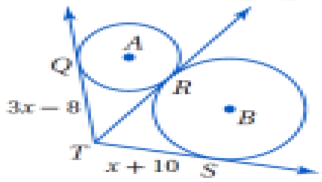
$QS = 5 + 4 = 9$

QTS مثلث قائم نطبق فيثاغورس على المثلث

$x = \sqrt{9^2 - 4^2}$

$= \sqrt{65}$

$= \boxed{8.06}$



$TQ = TR$

$TR = TS$

$\rightarrow TQ = TS$

$3x - 8 = x + 10$

$3x - x = 10 + 8$

$2x = 18$

$x = \frac{18}{2}$

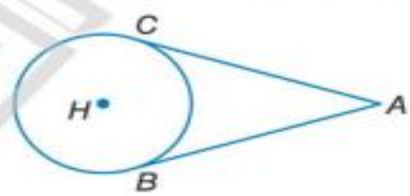
$\boxed{x = 9}$

اكتب النوع المحدّد من البراهين.

28. البرهان المكوّن من عمودين للنظرية 5.11

المعطيات: $\overline{AC}$ مماس للدائرة $\odot H$ عند C.
$\overline{AB}$ مماس للدائرة $\odot H$ عند B.

المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{AB}$



28. البرهان:

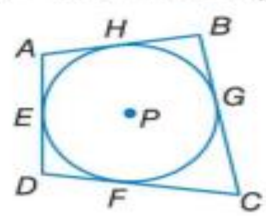
العبارات (المبررات)

1. $\overline{AC}$ مماس لـ $\odot H$ عند C؛ $\overline{AB}$ مماس لـ $\odot H$ عند B. (معطى)
2. ارسم $\overline{AH}$ و $\overline{BH}$ و $\overline{CH}$. (يمر مستقيم واحد فقط من أي نقطتين.)
3. $\overline{AC} \perp \overline{CH}$, $\overline{AB} \perp \overline{BH}$ (المستقيم المماس لدائرة يكون ⊥ على نصف القطر عند نقطة التماس.)
4. $\angle ABH$ و $\angle ACH$ زاويتان قائمتان. (تعريف المستقيمات ⊥)
5. $\overline{CH} \cong \overline{BH}$ (جميع أنصاف أقطار دائرة تكون ≅.)
6. $\overline{AH} \cong \overline{AH}$ (خاصية الانعكاس.)
7. $\triangle ACH \cong \triangle ABH$ (وتر وضلع قائمة)
8. $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ (تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة)

29. البرهان المكوّن من عمودين

المعطى: شكل رباعي $ABCD$ محيطٌ للدائرة $\odot P$.

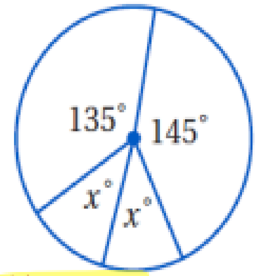
المطلوب إثباته: $AB + CD = AD + BC$



29. العبارات (المبررات)

1. الشكل الرباعي $ABCD$ محيطٌ بالدائرة $\odot P$. (معطى)
2. الأضلاع $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{DA}$ مماسة لـ $\odot P$ عند النقاط H و G و F و E، على التوالي. (تعريف المضلع المحاط)
3. $\overline{EA} \cong \overline{AH}$; $\overline{HB} \cong \overline{BG}$; $\overline{GC} \cong \overline{CF}$; $\overline{FD} \cong \overline{DE}$ (القطعتان المستقيمتان المماستان لدائرة من النقطة الخارجية نفسها تكونان ≅.)
4. $AB = AH + HB$, $BC = BG + GC$, $CD = CF + FD$, $DA = DE + EA$ (جمع القطع المستقيمة)
5. $AB + CD = AH + HB + CF + FD$; $DA + BC = DE + EA + BG + GC$ (بالتعويض)
6. $AB + CD = AH + BG + GC + FD$; $DA + BC = FD + AH + BG + GC$ (بالتعويض)
7. $AB + CD = FD + AH + BG + GC$ (خاصية التبديل في الجمع)
8. $AB + CD = DA + BC$ (بالتعويض)

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:



$145 + 135 + x + x = 360$

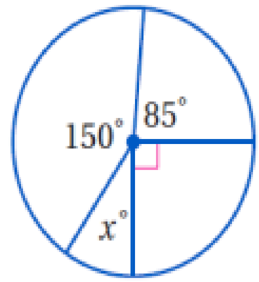
$280 + 2x = 360$

$2x = 360 - 280$

$2x = 80$

$x = \frac{80}{2}$

$\boxed{x = 40°}$

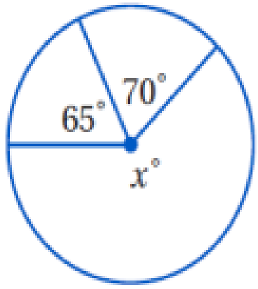


$150 + 85 + x + 90 = 360$

$325 + x = 360$

$x = 360 - 325$

$= \boxed{35°}$

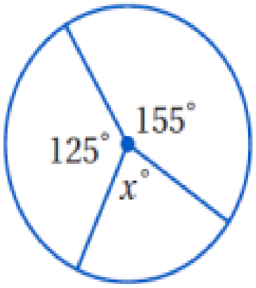


$65 + 70 + x = 360$

$135 + x = 360$

$x = 360 - 135$

$= \boxed{225°}$



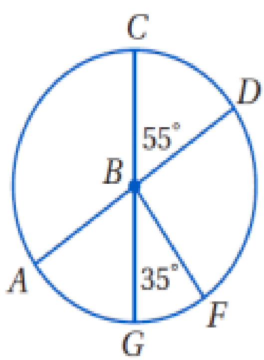
$125 + 155 + x = 360$

$280 + x = 360$

$x = 360 - 280$

$= \boxed{80°}$

$\overline{AD}$, $\overline{CG}$ قطران في $\odot B$، حدّد ما إذا كان كلّ قوسٍ ممّا يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



$m\widehat{CFG}$ $180°$ نصف دائرة

$m\widehat{AC}$ $180 - 55 = 125°$ قوس أصغر

$m\widehat{CD}$ $55°$ قوس أصغر

$m\widehat{ACD}$ $180°$ نصف دائرة

$m\widehat{GCF}$ $360 - 35 = 325°$ قوس أكبر

$m\widehat{CGD}$ $360 - 55 = 305°$ قوس أكبر

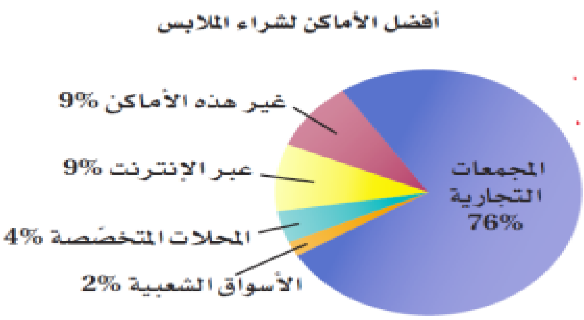
تسوّق: يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاعٍ حول المكان المفضل لشراء الملابس، شمل مجموعة من الشباب.

= الكل × النسبة

a) ما قياس القوس المقابل لفئة التسوق في كلٍّ من المجمعات التجارية والمحلات المتخصصة؟

قوس المجمعات التجارية ⇐ $76\% \times 360 = 273.6°$

قوس المحلات المتخصصة ⇐ $4\% \times 360 = 14.4°$



b) صِفْ نوع القوس المقابل لفئة المجمعات التجارية وفئة الأسواق الشعبية.

قوس أكبر ← المجمعات التجارية.

قوس أصغر ← الأسواق الشعبية.

c) هل توجد أقواس متطابقة في هذا الشكل؟ وضّح إجابتك.

نعم / قوس (غير هذه الأماكن) وقوس (عبر الإنترنت)

النسبة متساوية = 9%

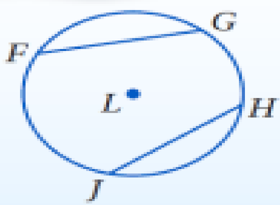
نواتج التعلّم 1- التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار واستخدامها. 2 - التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار و الأقطار واستخدامها.

نظرية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.

مثال: $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$، إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

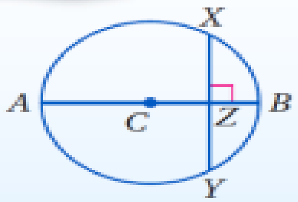


نظريات

أضف إلى مطويتك

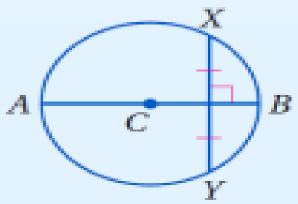
إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه يُنصّف ذلك الوتر، ويُنصّف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على $\overline{XY}$ في النقطة Z،
فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$, $\widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.



العمود المنصّف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$ ،
فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

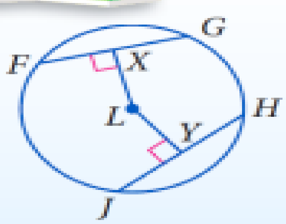


نظرية

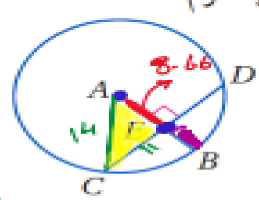
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

مثال: $\overline{FG} \cong \overline{JH}$ إذا وفقط إذا كان $LX = LY$.



إذا كان طول نصف قطر $\odot A$ يساوي 14 و $CD = 22$، فأوجد القياسين الآتيين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

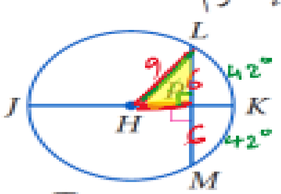


$CE = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2}(22) = \boxed{11}$

EB, $AE = \sqrt{14^2 - 11^2}$
$= 5\sqrt{3}$
$= \boxed{8.66}$

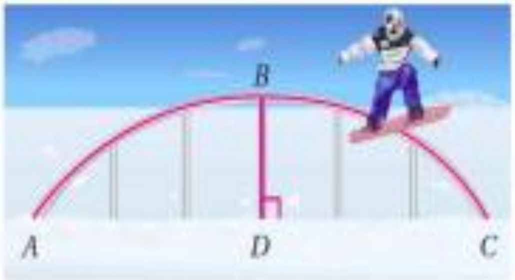
$EB = 14 - 8.66$
$= \boxed{5.34}$

إذا كان طول قطر $\odot H$ يساوي 18 و $LM = 12$ و $m\widehat{LM} = 84°$، فأوجد القياسين الآتيين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.



① $m\widehat{LK}$ $84 \div 2 = \boxed{42°}$

$HP = \sqrt{9^2 - 6^2}$
$= 3\sqrt{5}$
$= \boxed{6.71}$

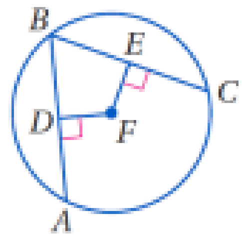


تزلج: سكة التزلّج في الشكل المجاور تأخذ شكل قوس من دائرة، حيث $\overline{BD}$ جزء من قطرها. إذا كان قياس $\widehat{ABC}$ يساوي 32% من الدائرة الكاملة، فأوجد $m\widehat{AB}$؟

$m\widehat{AB} = 16\% \,(360°)$

$= \boxed{57.6°}$

جبر: في $\odot F$ ، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، $DF = 3x - 7, FE = x + 9$ ، فأوجد قيمة x .



$DF = EF$

$3x - 7 = x + 9$

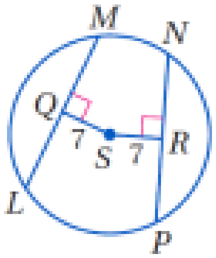
$3x - x = 9 + 7$

$2x = 16$

$x = \frac{16}{2}$

$\boxed{x = 8}$

جبر: في $\odot S$ ، إذا كان: $LM = 16, PN = 4x$، فأوجد قيمة x.



$PN = LM$

$4x = 16$

$\Rightarrow x = \frac{16}{4}$

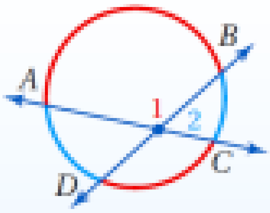
$\boxed{x = 4}$

نواتج التعلّم
1- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع على محيط دائرة أو بداخلها .
2 - إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع خارج الدائرة .

نظرية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسَي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



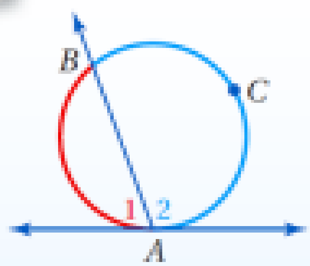
مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC})$

نظرية

أضف إلى مطويتك

نظرية الزاوية المماسية

التعبير اللفظي: إذا تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.



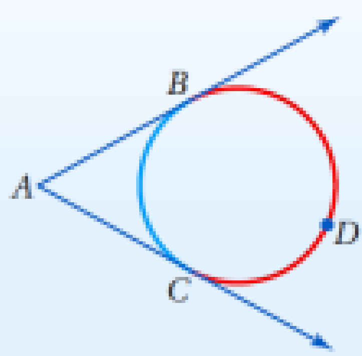
مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2} m\widehat{ACB}$

نظرية

أضف إلى مطويتك

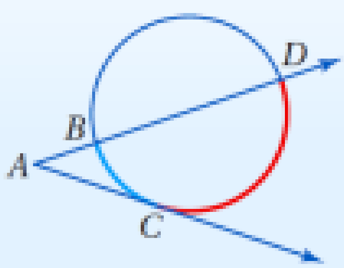
التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

أمثلة:



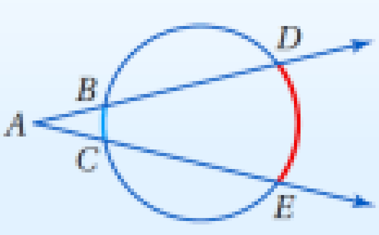
مماسان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$



قاطع ومماس

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$



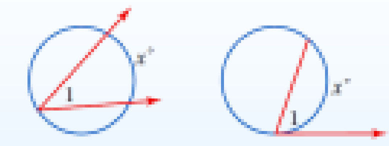
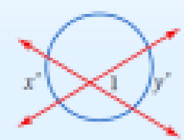
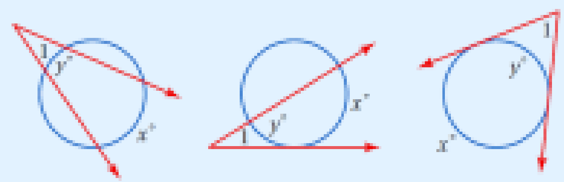
قاطعان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$

ملخص المفهوم

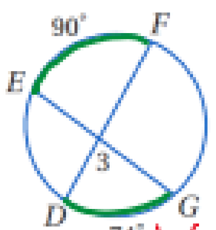
أضف إلى مطويتك

الدائرة وعلاقات الزوايا

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		نصف قياس القوس المقابل $m\angle 1 = \frac{1}{2}x^\circ$
داخل الدائرة		نصف مجموع قياسَي القوس المقابل للزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلَين لها $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

جد كل قياس، بفرض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

$m\angle 3$

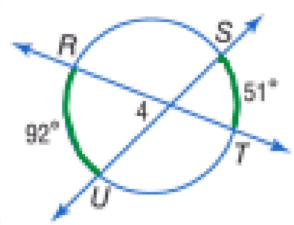


74° قياس الزاوية $= \frac{1}{2}$ (مجموع القوسين)

$m\angle 3 = \frac{1}{2}(74 + 90)$

$= \boxed{82^\circ}$

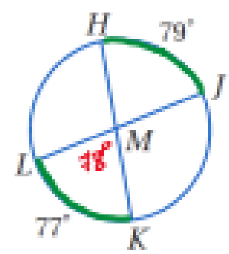
$m\angle 4$



$m\angle 4 = \frac{1}{2}(92 + 51)$

$= \boxed{71.5^\circ}$

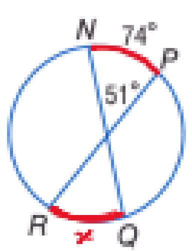
$m\angle JMK$



$m\angle LMK = \frac{1}{2}(77 + 79) = 78^\circ$

$\Rightarrow m\angle JMK = 180 - 78 = \boxed{102^\circ}$

$m\widehat{RQ} = x$



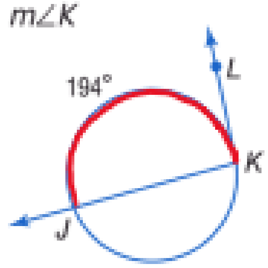
$m\angle NMP = \frac{1}{2}(74 + x)$

$51 = \frac{1}{2}(74 + x)$

$2(51) = 74 + x$

$\Rightarrow x = 2(51) - 74 = \boxed{28^\circ}$

$m\angle K$

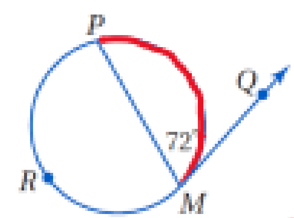


$m\angle K = \frac{1}{2} m\widehat{JK}$

$= \frac{1}{2}(194)$

$= \boxed{97^\circ}$

$m\widehat{PM}$

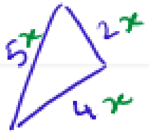


$m\angle M = \frac{1}{2} m\widehat{PM}$

$72 = \frac{1}{2} m\widehat{PM}$

$\Rightarrow m\widehat{PM} = 2(72) = \boxed{144^\circ}$

نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2، ومحيطه يساوي 165 وحدة. جـــد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.



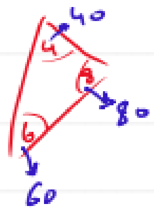
$$2x + 5x + 4x = 165$$
$$11x = 165 \Rightarrow \boxed{x = 15}$$

الأول $\Rightarrow 2(15) = 30$

الثاني $\Rightarrow 5(15) = 75$

الثالث $\Rightarrow 4(15) = 60$

نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. جـــد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.



مجموع زوايا المثلث $= 4x + 6x + 8x$

$$180 = 18x$$
$$\frac{180}{18} = x \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

الأولى $\Rightarrow 4(10) = 40$

الثانية $\Rightarrow 6(10) = 60$

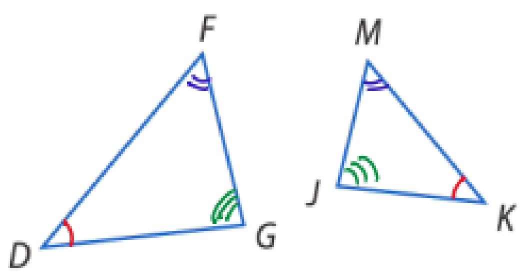
الثالثة $\Rightarrow 8(10) = 80$

ورقة عمل الصف العاشر **6-2** **المضلعات المتشابهة** ② تناسب الأضلاع **الاسم :** ________________

نواتج التعلّم **1- استخدام التناسبات لتحديد المضلعات المتشابهة .** **2- حل المسائل باستخدام خواص المضلعات المتشابهة.**

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا مرتبطًا بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

$\triangle DFG \sim \triangle KMJ$

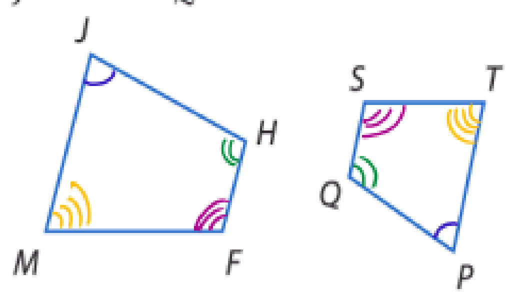


$\angle D \cong \angle K$, $\angle F \cong \angle M$

$\angle G \cong \angle J$

$$\frac{DF}{KM} = \frac{FG}{MJ} = \frac{DG}{KJ}$$

$JHFM \sim PQST$

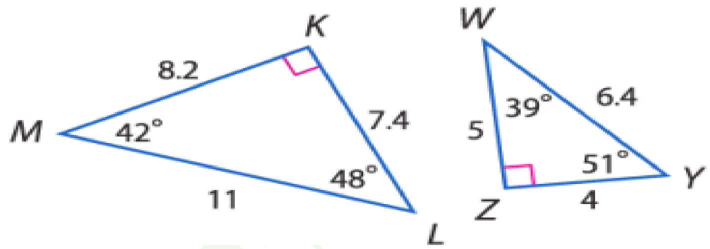


$\angle M \cong \angle T$, $\angle J \cong \angle P$

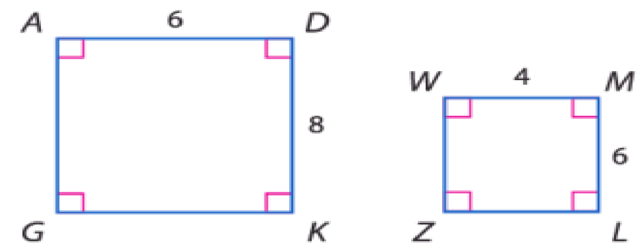
$\angle H \cong \angle Q$, $\angle F \cong \angle S$

$$\frac{JH}{PQ} = \frac{HF}{QS} = \frac{FM}{ST} = \frac{JM}{PT}$$

فرضيات حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.



نلاحظ أن الزوايا المتناظرة ليست متطابقة في المثلثين.
وبالتالي المثلثين غير متشابهين.



* الشرط الأول للتشابه تحقق وهو تطابق الزوايا المتناظرة.

* ولكن $\frac{8}{6} \neq \frac{6}{4}$

نلاحظ أن الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة
وبالتالي المضلعين غير متشابهين

نواتج التعلم

1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه (ضلع – ضلع – ضلع) ونظرية التشابه (ضلع – زاوية – ضلع) .

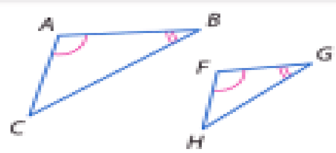
SSS AA SAS

2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

مسلّمة تشابه زاوية–زاوية (AA)

إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثات مع زاويتين في مثلث آخر، فإذًا يكون المثلثان متشابهين.

مثال إذا كان $\angle A \cong \angle F$ و $\angle B \cong \angle G$. فإذًا $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

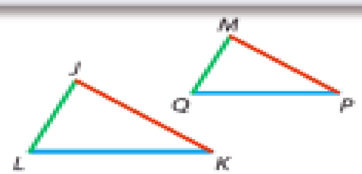


نظريتا تشابه المثلثات

تشابه ضلع–ضلع–ضلع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإذًا المثلثان متشابهان.

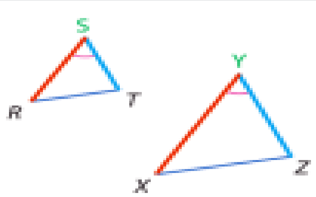
مثال إذا كان $\frac{LJ}{QM} = \frac{KL}{PQ} = \frac{JK}{MP}$، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.



تشابه ضلع–زاوية–ضلع (SAS)

إذا كانت أطوال ضلعين في مثلث متناسبة مع أطوال الضلعين المتناظرين في مثلث آخر والزاويتين المحصورة بينهما متطابقة، فإن المثلثات تكون متشابهة.

مثال إذا كان $\frac{ST}{YZ} = \frac{RS}{XY}$ و $\angle S \cong \angle Y$، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



نظرية خواص التشابه

خاصية انعكاس التشابه $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصية تناظر التشابه إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$، فإن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

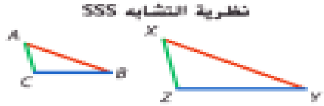
خاصية التعدي في التشابه إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ و $\triangle XYZ \sim \triangle DEF$، فإن $\triangle XYZ \sim \triangle ABC$.

ملخص المفاهيم تشابه المثلثات

مسلمة التشابه AA

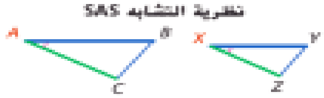
إذا كان $\angle A \cong \angle X$ و $\angle C \cong \angle Z$
فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

نظرية التشابه SSS



إذا كان $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$
فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

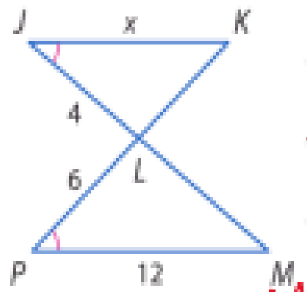
نظرية التشابه SAS



إذا كان $\angle A \cong \angle X$ و $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$
فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم جد جميع القياسات.

JK



$\angle J \cong \angle P$ (معطى)

$\angle JLK \cong \angle PLM$ (تقابل بالرأس)

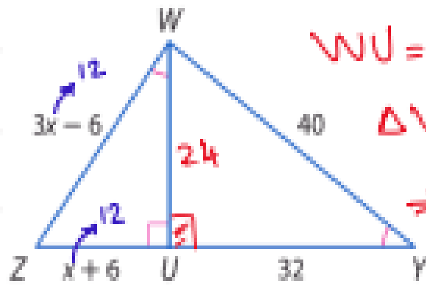
AA المثلثان متشابهان حسب نظرية

$\Rightarrow \triangle JLK \sim \triangle PLM$

$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{12} \Rightarrow 4(12) = 6x$

$\Rightarrow x = \frac{4(12)}{6} = 8 = JK$

WZ, UZ



نظرية فيثاغورس

$WU = \sqrt{40^2 - 32^2} = 24$

$\triangle WUZ \sim \triangle YUW$

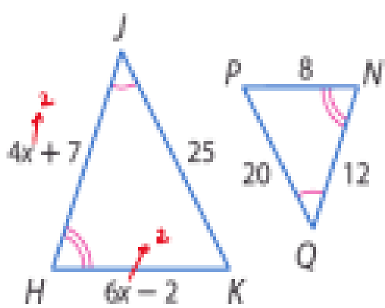
$\Rightarrow \frac{WU}{YU} = \frac{WZ}{YW}$

$\Rightarrow \frac{24}{32} = \frac{3x-6}{40} \Rightarrow 32(3x-6) = 24(40)$

$\Rightarrow 96x - 192 = 960 \Rightarrow x = \frac{960+192}{96} = 12$

$\Rightarrow WZ = 3(12) - 6 = \boxed{30}$ / $UZ = (12) + 6 = \boxed{18}$

HJ, HK



$\triangle JHK \sim \triangle QNP$

$\frac{JH}{QN} = \frac{HK}{NP} = \frac{JK}{QP}$

$\frac{4x+7}{12} = \frac{6x-2}{8} = \frac{25}{20}$

$20(6x-2) = 8(25)$

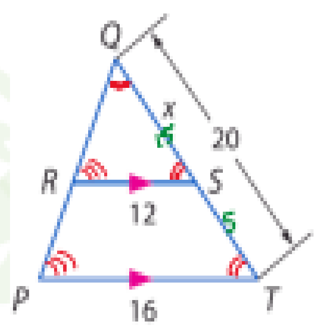
$120x - 40 = 200$

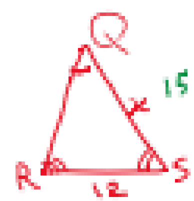
$\Rightarrow x = \frac{200+40}{120} = \boxed{2}$

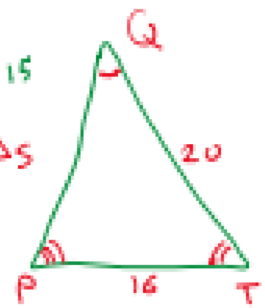
$HJ = 4(2) + 7 = \boxed{15}$

$HK = 6(2) - 2 = \boxed{10}$

ST





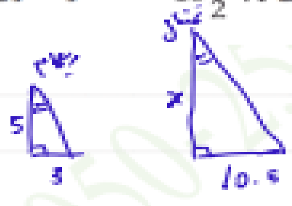


$\triangle QRS \sim \triangle QPT \Rightarrow \frac{QR}{QP} = \frac{RS}{PT} = \frac{QS}{QT}$

$\frac{QR}{QP} = \frac{12}{16} = \frac{x}{20} \Rightarrow 16x = 12(20)$

$\Rightarrow x = \frac{240}{16} = 15 \Rightarrow ST = 20 - 15 = \boxed{5}$

تماثيل تقف ريهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ريهام 5 ft، وظلها 3 ft، وظل التمثال $10\frac{1}{2}$ ft فما هو طول التمثال؟



لأن المثلثين متشابهين

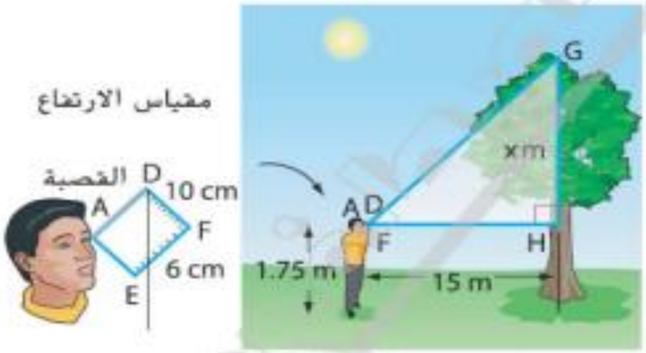
لذا أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

$\frac{5}{x} = \frac{3}{10.5}$

$\Rightarrow x = \frac{5(10.5)}{3}$

$x =$ طول التمثال $= \boxed{17.5}$ ft

24. إدارة الغابات يمكن استخدام مقياس الارتفاع هذا الموضح أمامك في تقدير ارتفاع الأشجار. نظر عمرو عبر قصبة الجهاز إلى قمة الشجرة ودوّن قراءة الجهاز. جـــد ارتفاع الشجرة.



$$\frac{x}{15} = \frac{6}{10} \Rightarrow x = \frac{6(15)}{10} = 9$$

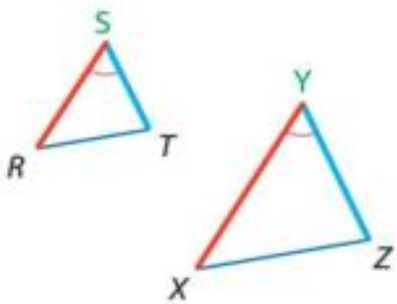
ارتفاع الشجرة $= 9 + 1.75$

$= \boxed{10.75}$ m

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

25. النظرية 6.3

6.3 تشابه ضلع-زاوية-ضلع (SAS)
إذا كانت أطوال ضلعين في مثلث متناسبة مع أطوال الضلعين المتناظرين في مثلث آخر والزاويتين المحصورة بينهما متطابقة، فإن المثلثات تكون متشابهة.
مثال إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ و $\angle S \cong \angle Y$، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



إجابات إضافية

25. المعطيات: $\angle B \cong \angle E, \overline{QP} \parallel \overline{BC}$، $\overline{QP} \cong \overline{EF}, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

البرهان:

العبارات (المبررات)

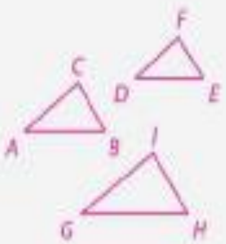
1. $\angle B \cong \angle E, \overline{QP} \parallel \overline{BC}, \overline{QP} \cong \overline{EF}$، $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ (معطى)
2. $\angle APQ \cong \angle C, \angle AQP \cong \angle B$ (مسلّمة ∡ للتشابه)
3. $\angle AQP \cong \angle E$ (خاصية التعدّي)
4. $\triangle ABC \sim \triangle AQP$ (تشابه زاوية-زاوية)
5. $\frac{AB}{AQ} = \frac{BC}{QP}$ (تعريف ∡ ~)
6. $AB \times QP = AQ \times BC;$ $AB \times EF = DE \times BC$ (بالضرب التقاطعي)
7. $QP = EF$ (تعريف القطع المستقيمة المتناظرة ≅)
8. $AB \times EF = AQ \times BC$ (بالتعويض)
9. $AQ \times BC = DE \times BC$ (بالتعويض)
10. $AQ = DE$ (خاصية القسمة)
11. $\overline{AQ} \cong \overline{DE}$ (تعريف القطع المستقيمة المتناظرة ≅)
12. $\triangle AQP \cong \triangle DEF$ (تشابه ضلع-زاوية-ضلع)
13. $\angle APQ \cong \angle F$ (الأجزاء المتناظرة من مثلثين متطابقين متطابقة)
14. $\angle C \cong \angle F$ (خاصية التعدّي)
15. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (تشابه زاوية-زاوية)

26. النظرية 6.4

نظرية 6.4 خواص التشابه

خاصية انعكاس التشابه	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
خاصية تناظر التشابه	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$، فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.
خاصية التعدي في التشابه	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$، فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

26.



خاصية التناظر في التشابه

المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

المطلوب: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

العبارات (المبررات)

1. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (معطى)
2. $\angle A \cong \angle D$ و $\angle B \cong \angle E$ (تعريف المضلعات — المتشابهة تقريبًا)
3. $\angle D \cong \angle A$ و $\angle E \cong \angle B$ (خاصية التماثل)
4. $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (تشابه زاوية-زاوية)

خاصية التعدي في التشابه

المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle GHI$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle GHI$

العبارات (المبررات)

1. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle GHI$ (معطى)
2. $\angle A \cong \angle D$، $\angle B \cong \angle E$، $\angle D \cong \angle G$، $\angle E \cong \angle H$ (تعريف المضلعات — المتشابهة تقريبًا)
3. $\angle A \cong \angle G$ و $\angle B \cong \angle H$ (خاصية التعدي)
4. $\triangle ABC \sim \triangle GHI$ (تشابه زاوية-زاوية)

الخاصية العكسية في التشابه

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

البرهان:

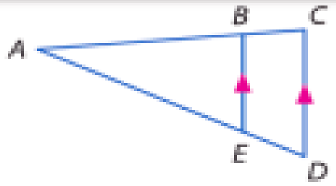
العبارات (المبررات)

1. $\triangle ABC$ (معطى)
2. $\angle A \cong \angle A, \angle B \cong \angle B$ (الخاصية العكسية)
3. $\triangle ABC \sim \triangle ABC$ (تشابه زاوية-زاوية)

نواتج التعلم	1- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات.	2- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات المتوازية.

نظرية نظرية تناسب المثلثات

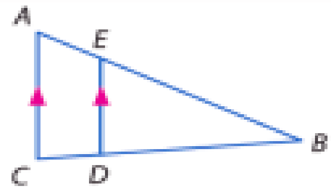
إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف يقسم الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.



مثال إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

النظرية معكوس نظرية تناسب المثلثات

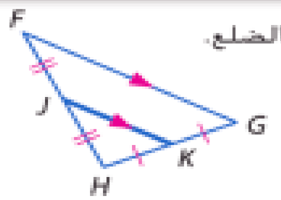
إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسّم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.



مثال إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

نظرية نظرية منصفات المثلث

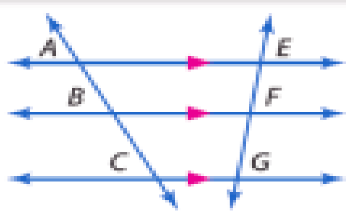
يكون منصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.



مثال إذا كان J و K هما نقطتا المنتصف للضلعين $\overline{FH}$ و $\overline{HG}$، على الترتيب، فإن $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$ وكذلك $JK = \frac{1}{2}FG$.

النتيجة الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية

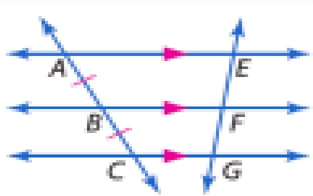
عند تقاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسّم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.



مثال إذا كان $\overline{CG} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{AE}$، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

النتيجة الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية

إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

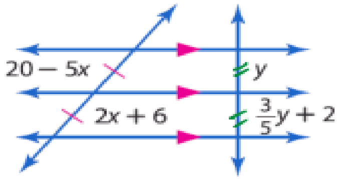


مثال إذا كان $\overline{CG} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{AE}$ وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

استخدام النماذج في تشارلستون بولاية كارولينا الجنوبية، يتوازى شارع لوجان ستريت مع كل من شارع كينج ستريت وشارع سميث ستريت بين شارع بايوفين ستريت وشارع كوين ستريت. ما المسافة من سميث إلى لوجان مرورًا بشارع بيوفين؟ قرّب إلى أقرب قدم.

$\frac{839}{733} = \frac{x}{778} \Rightarrow x = \frac{778(839)}{733} \approx \boxed{891}$ ft

الجبر جـــد قيمة x و y.



$y = \frac{3}{5}y + 2$

$y - \frac{3}{5}y = 2$

$\frac{2}{5}y = 2$

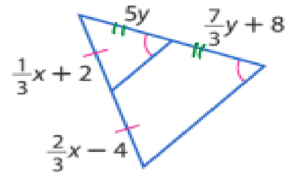
$y = 2\left(\frac{5}{2}\right) = \boxed{5}$

$20 - 5x = 2x + 6$

$20 - 6 = 2x + 5x$

$14 = 7x$

$\boxed{2 = x}$



$\frac{1}{3}x + 2 = \frac{2}{3}x - 4$

$2 + 4 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x$

$6 = \frac{1}{3}x$

$6(3) = x$

$\boxed{18 = x}$

$5y = \frac{7}{3}y + 8$

$5y - \frac{7}{3}y = 8$

$\frac{8}{3}y = 8$

$y = 8\left(\frac{3}{8}\right)$

$\boxed{y = 3}$

ورقة عمل الصف العاشر — 6-5 أجزاء المثلثات المتشابهة — الاسم: ________________

نواتج التعلم

1- التعرف على علاقات التناسب بين منصفات الزوايا والارتفاعات والمتوسطات المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستخدامها.

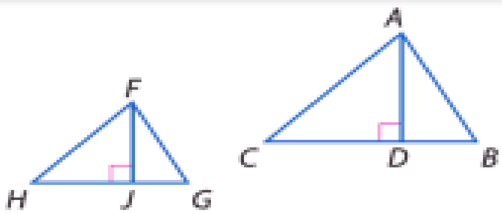
2- استخدام نظرية منصفات المثلث.

نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة

إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار s △~ به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

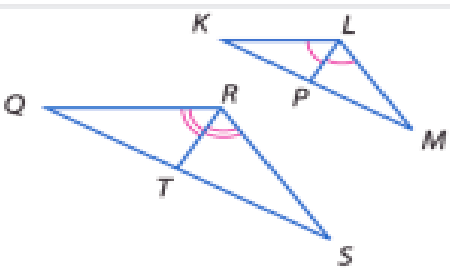
مثال إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، فإذًا $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار s △ ~ به منصفات ∠ متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

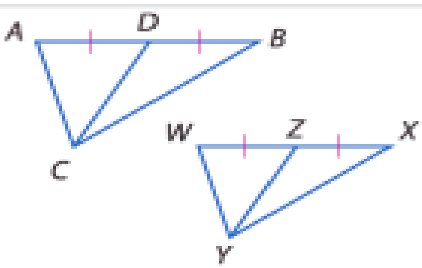
مثال إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، فإذًا $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.



إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال المتوسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار s △ ~ به متوسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

مثال إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.



النظرية منصف زاوية المثلث

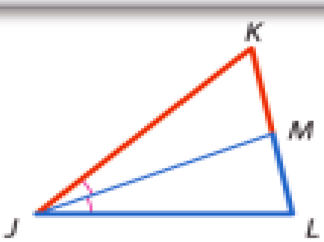
يعمل منصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

مثال إذا كان $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$.

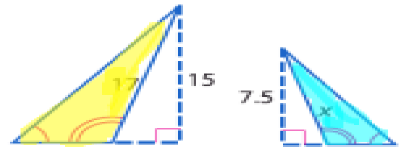
إذًا $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$.

← قطعتان مستقيمتان رأسهما K

← قطعتان مستقيمتان رأسهما L

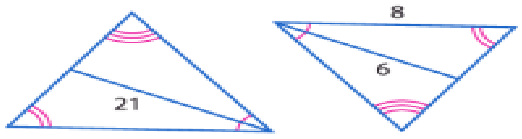


جـد x.

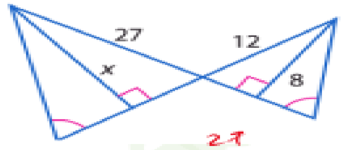


$$\frac{17}{x} = \frac{15}{7.5} \Rightarrow x = \frac{17(7.5)}{15}$$

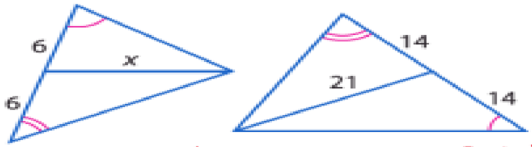
$$\boxed{x = 8.5}$$



$$\frac{x}{8} = \frac{21}{6} \Rightarrow x = \frac{21(8)}{6} = \boxed{28}$$

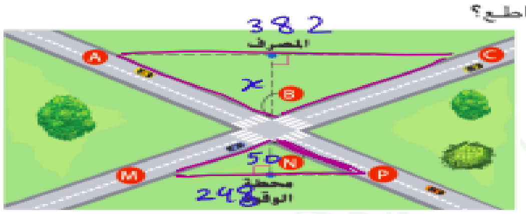


$$\frac{x}{8} = \frac{27}{12} \Rightarrow x = \frac{8(27)}{12} = 18$$



$$\frac{x}{21} = \frac{12}{28} \Rightarrow x = \frac{21(12)}{28} = \boxed{9}$$

الطرق ينتج عن تقاطع الطريقين الموضحين مثلثان متشابهان. إذا كان AC يبلغ 382 ft و MP يبلغ 248 ft وتقع محطة الوقود على بعد 50 ft من التقاطع. فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟

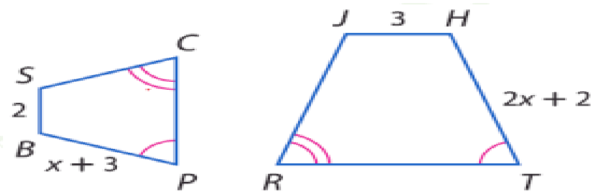


$$\frac{x}{50} = \frac{382}{248}$$

$$x = \frac{50(382)}{248}$$

$$x \approx \boxed{77}\ ft$$

الانتظام كل زوجين من المضلعات متشابهان. فجد قيمة x.



بما أن المضلعين متشابهين فالأضلاع المتناظرة متناسبة

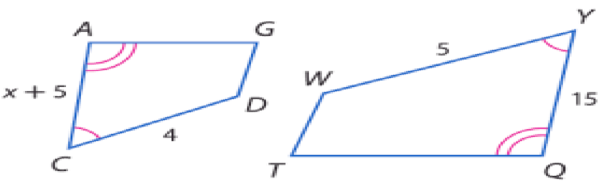
$$\frac{2}{3} = \frac{x+3}{2x+2}$$

$$2(2x+2) = 3(x+3)$$

$$4x + 4 = 3x + 9$$

$$4x - 3x = 9 - 4$$

$$\boxed{x = 5}$$



بما أن المضلعين متشابهين فلا بد أن تكون الأضلاع المتناظرة متناسبة.

$$\frac{x+5}{15} = \frac{4}{5}$$

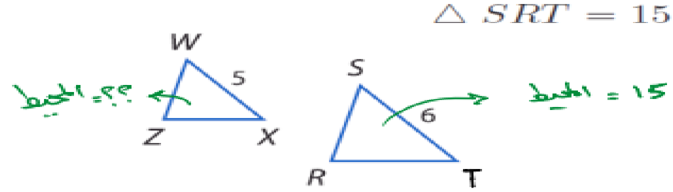
$$5(x+5) = 4(15)$$

$$x + 5 = \frac{4(15)}{5}$$

$$x = \frac{4(15)}{5} - 5 = \boxed{7}$$

جـد محيط المثلث الموضح أمامك.

إذا كان $\triangle WZX \sim \triangle SRT$. $\triangle WZX$ و $WX = 5$ و $ST = 6$ ومحيط المثلث $\triangle SRT = 15$



لأن المثلثين متشابهين فإن محيطهما يتناسبان مع أضلاعهما

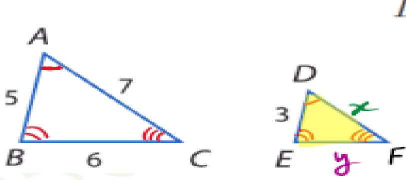
$$\frac{WX}{ST} = \frac{\text{محيط } \Delta WZX}{\text{محيط } \Delta SRT}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\text{محيط } \Delta WZX}{15}$$

$$\Rightarrow \text{محيط } \Delta WZX = \frac{5(15)}{6} = \boxed{12.5}$$

6

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. $\triangle DEF$ و $AB = 5$ و $BC = 6$ و $AC = 7$ و $DE = 3$

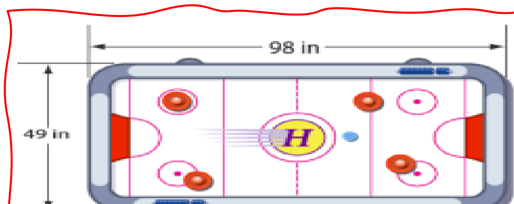


$$\frac{5}{3} = \frac{6}{y} = \frac{7}{x}$$

$$y = \frac{6(3)}{5} = 3.6 \qquad x = \frac{7(3)}{5} = 4.2$$

$$\text{المحيط} = 3.6 + 4.2 + 3 = \boxed{10.8}$$

ألعاب أبعاد ملعب الهوكي هي 160 ft في 200 ft. هل ملعب الهوكي وطاولة الهوكي الهوائي الموضحة في الشكل متشابهان؟ اشرح استنتاجك.



نختبر تناسب الأضلاع المتناظرة $\Leftarrow \frac{98}{200} \neq \frac{49}{160}$

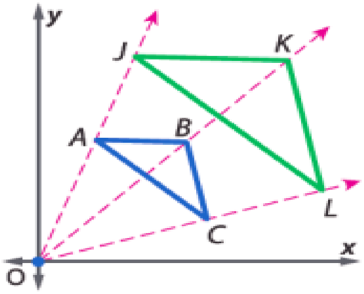
نلاحظ أن التناسب غير صحيح الطاولة والملعب غير متشابهين

ورقة عمل الصف العاشر — 6-6 تحويلات التشابه — الاسم : ________________

نواتج التعلّم 1- تحديد تحويلات التشابه. 2- التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.

يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى **مركز تغيير الأبعاد (التمدد)**.

يصف **معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد)** مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

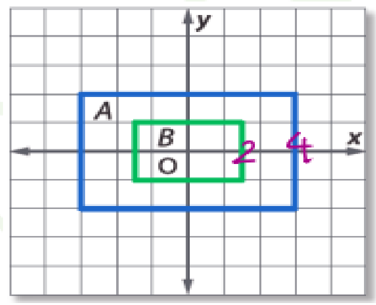


$\triangle JKL$ هو تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$.

مركز تغيير الأبعاد: $(0, 0)$

معامل المقياس: $\frac{JK}{AB}$ = $\frac{\text{صورة}}{\text{الأصل}}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جـد معامل التمدد.



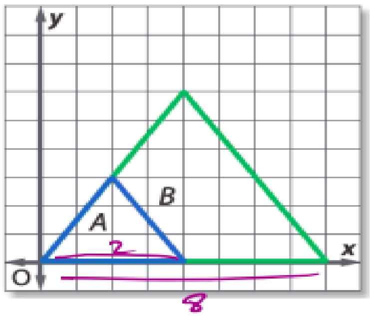
تصغير

تم تصغير الشكل A الأصلي

إلى الشكل B الصورة

معامل التمدد = $\frac{\text{صورة}}{\text{الأصل}} = \frac{2}{4}$

معامل التمدد = $\frac{1}{2}$



تكبير

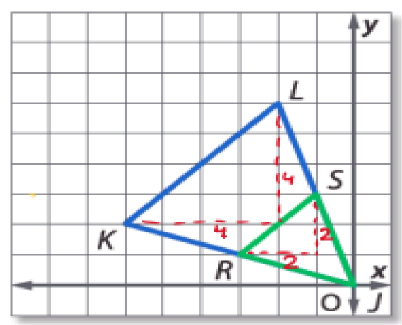
تم تكبير الشكل A الأصلي

إلى الشكل B الصورة

معامل التمدد = $\frac{\text{صورة}}{\text{الأصل}} = \frac{8}{4}$

معامل التمدد = $\boxed{2}$

الفرضيات تحقق من أن تغيير الأبعاد (التمدد) هو تحويل تشابه.



ميل $(KL) = \frac{4}{4} = 1$

ميل $(RS) = \frac{2}{2} = 1$

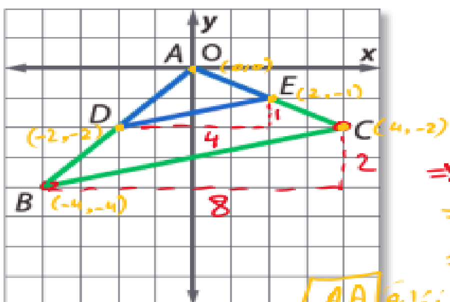
$\Rightarrow \overline{KL} \parallel \overline{RS} \leftarrow$

$\Rightarrow \angle L \cong \angle S \rightarrow$ متناظرة

$\Rightarrow \angle K \cong \angle R \rightarrow$ متناظرة

$\Rightarrow \triangle LKJ \sim \triangle SRJ$

حسب نظرية $\boxed{AA}$



ميل $(BC) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

ميل $(DE) = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{DE}$

$\Rightarrow \angle B \cong \angle D$ متناظرة

$\Rightarrow \angle C \cong \angle E$ متناظرة

المثلثين متشابهين حسب نظرية $\boxed{AA}$

$\frac{AB}{AD}, \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

$AB = \sqrt{(0-(-4))^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{32}$

$AD = \sqrt{(0-(-2))^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{8}$

$AC = \sqrt{(0-4)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{20}$

$AE = \sqrt{(0-2)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{(4-(-4))^2 + (-2-(-4))^2} = \sqrt{68}$

$DE = \sqrt{(2-(-2))^2 + (-1-(-2))^2} = \sqrt{17}$

$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}}$

$2 = 2 = 2$

لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة

إذن المثلثين متشابهين

نواتج التعلّم 1- إيجاد الوسط الهندسي بين عددين. 2- حل مسائل تتضمن علاقات بين أجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

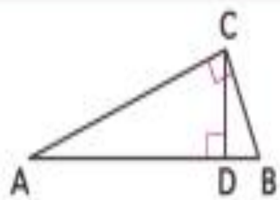
المفهوم الأساسي الوسط الهندسي للعددين a و b

الشرح الوسط الهندسي لعددين موجبين a و b هو العدد x مثل $\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$.
إذًا، $ba = x^2$ و $\sqrt{ab}=x$

مثال الوسط الهندسي لكل من $a = 4, b = 9$ هو 6 .لأن $6 = \sqrt{9\times4}$

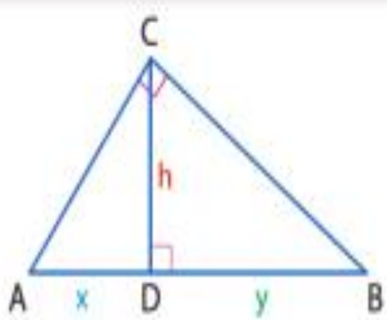
النظرية 1

إذا رسمنا ارتفاعًا يمتدّ إلى وتر مثلث قائم الزاوية.
فسيكون المثلثان المتشكلان مشابهين للمثلث الأصلي ولبعضهما البعض.



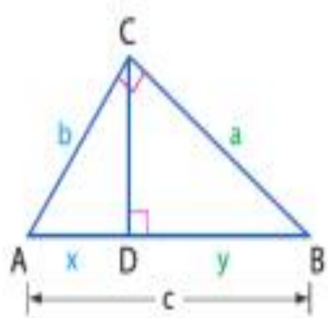
النظريات نظريات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية

2 **نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع)** يفصل الارتفاعُ الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزأين.



المثال إذا كان $\overline{CD}$ يمثل الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$، فإن $h = \sqrt{xy}$ أو $\frac{x}{h}=\frac{h}{y}$.

3 **نظرية الوسط الهندسي (الساق)** يفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقي هذا المثلث يُمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.



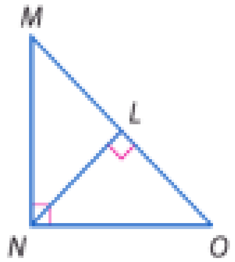
المثال إذا كان $\overline{CD}$ هو الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$ فإن $\frac{c}{b}=\frac{b}{x}$ أو $b = \sqrt{xc}$ $\frac{c}{a}=\frac{a}{y}$
$a = \sqrt{yc}$

Find the geometric mean between each pair of numbers. جـــد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

20 and 25	25 and 16	81 and 4
$x = \sqrt{20(25)} = 10\sqrt{5}$	$x = \sqrt{25(16)} = 20$	$x = \sqrt{81(4)} = 18$

اكتب عبارة تَمَاثُل لتوضيح المثلثات الثلاثة المتماثلة في الشكل.

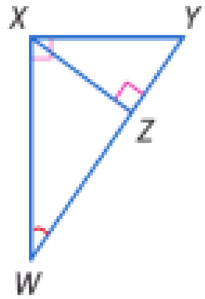
Write a similarity statement identifying the three similar triangles in the figure.



$\triangle MNO \sim \triangle MLN$

$\triangle MNO \sim \triangle NLO$

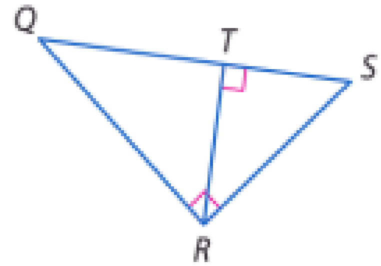
$\triangle MLN \sim \triangle NLO$



$\triangle WXY \sim \triangle XZY$

$\triangle WXY \sim \triangle WZX$

$\triangle XZY \sim \triangle WZX$



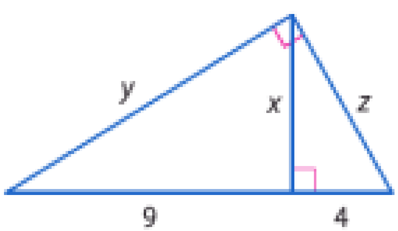
$\triangle QRS \sim \triangle QTR$

$\triangle QRS \sim \triangle RTS$

$\triangle QTR \sim \triangle RTS$

Find x, y, and z. جـــد x و y و z.

1

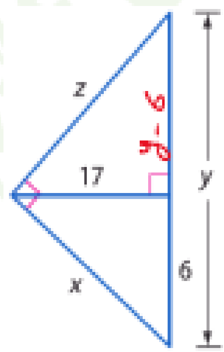


$z^2 = 4(13) = 52 \Rightarrow z = \sqrt{52} = 7.2$

$y^2 = 9(13) = 117 \Rightarrow y = \sqrt{117} = 10.8$

$x^2 = 4(9) = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} = 6$

2



$17^2 = 6(y-6)$

$\frac{289}{6} = y - 6$

$\frac{289}{6} + 6 = y$

$54.2 = y$

$z^2 = (y-6)(y)$

$z^2 = (54.2 - 6)(54.2)$

$z = \sqrt{(54.2-6)(54.2)}$

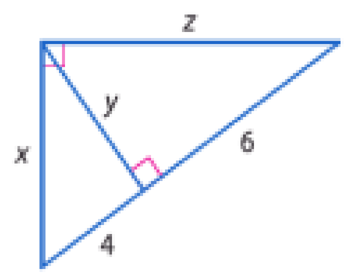
$= 51.1$

$x^2 = 6y$

$x^2 = 6(54.2)$

$x = \sqrt{6(54.2)} = 18$

3



$x^2 = 4(10) = 40$

$\Rightarrow x = \sqrt{40} = 6.3$

$y^2 = 4(6) = 24$

$\rightarrow y = \sqrt{24} = 4.9$

$z^2 = 6(10) = 60$

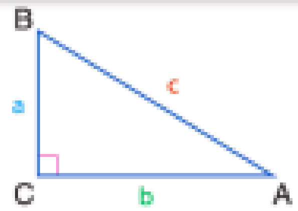
$\rightarrow z = \sqrt{60} = 7.7$

نواتج التعلّم　1- استخدام نظرية فيثاغورس.　2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس.

النظرية 4　نظرية فيثاغورس

الشرح　في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز　إذا كان $\triangle ABC$ مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي C، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.



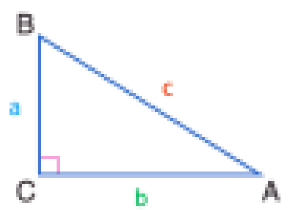
المفهوم الأساسي　ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

النظرية 5　عكس نظرية فيثاغورس

الشرح　إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

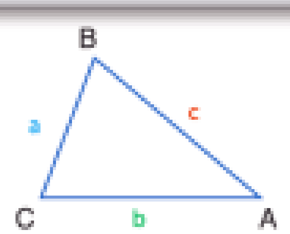
الرموز　إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$، فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.



نظريات　نظريات متباينات فيثاغورس

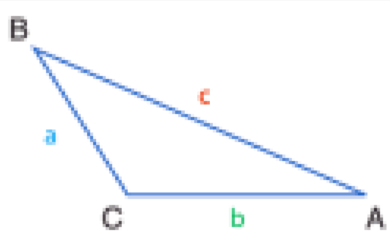
6　إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

الرموز　إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.

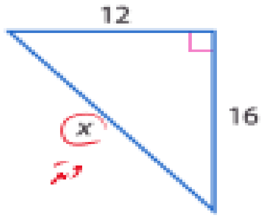


7　إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز　إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.



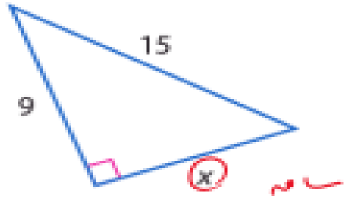
Find x. .x جـــد



$x^2 = 12^2 + 16^2$

$x = \sqrt{12^2 + 16^2}$

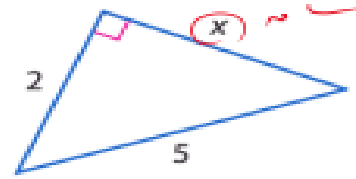
$= \boxed{20}$



$x^2 = 15^2 - 9^2$

$x = \sqrt{15^2 - 9^2}$

$= \boxed{12}$



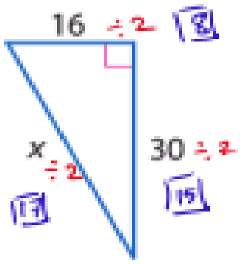
$x^2 = 5^2 - 2^2$

$x = \sqrt{5^2 - 2^2}$

$= \boxed{\sqrt{21}} = \boxed{4.6}$

PERSEVERANCE Use a Pythagorean Triple to find x. .x **المثابرة** استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة

8, 15, 17

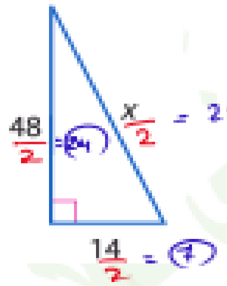


$x \div 2 = 17$

$x = 17(2)$

$\boxed{x = 34}$

7, 24, 25

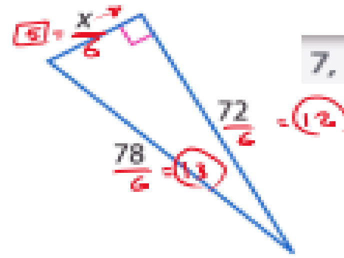


$\frac{x}{2} = 25$

$x = 2(25)$

$\boxed{x = 50}$

7, 24, 25



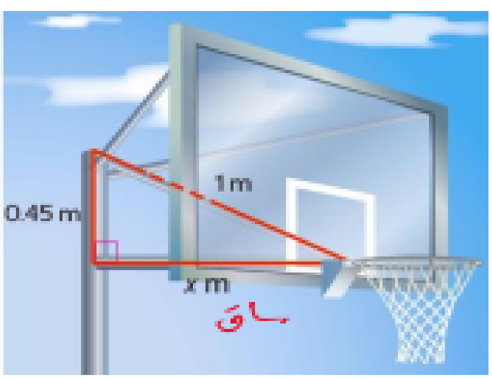
$\frac{x}{6} = 5$

$x = 6(5)$

$\boxed{x = 30}$

BASKETBALL The support for a basketball net forms a right triangle as shown. What is the length x of the horizontal portion of the support?

كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكّل زاوية قائمة كما هو موضّح. فما طول x من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟



$x^2 = 1^2 - 0.45^2$

$x = \sqrt{1^2 - 0.45^2}$

$x = 0.89$ m

6

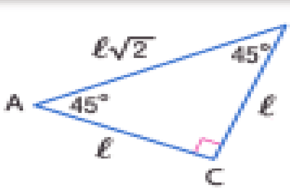
.20 قيادة المَركبات الشارع الذي تسلكه خديجة عادة للذهاب إلى المدرسة قيد الإنشاء. لذا، اتخذت تحويلة الطريق الموضحة. إذا بدأت منطقة الإنشاءات عند نقطة مغادرة خديجة للطريق الاعتيادي وانتهت عند نقطة دخولها مجددًا في هذا الطريق. فما مقدار المسافة الممتدة للطريق قيد الإنشاء؟

نواتج التعلّم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا °45 و °45 و °90. 2- استخدام خصائص المثلثات بزوايا °30 و °60 و °90.

نظرية 8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها °45 و°45 و°90

في مثلث بزوايا قياساتها °45 و°45 و°90، يكون الساقان ℓ متطابقين وطول الوتر h يساوي $\sqrt{2}$ ضعف طول أحد الساقين.

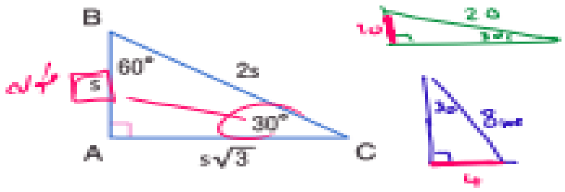
الرموز في المثلث بزوايا قياساتها °45، °45، °90، يكون $\ell = \ell$ و $h = \ell\sqrt{2}$.



نظرية 9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها °30 و°60 و°90

في مثلث بزوايا قياساتها °30 و°60 و°90، طول الوتر h يساوي ضعفي طول الساق الأقصر s، وطول الساق الأطول ℓ يساوي $\sqrt{3}$ ضعف طول الساق الأقصر.

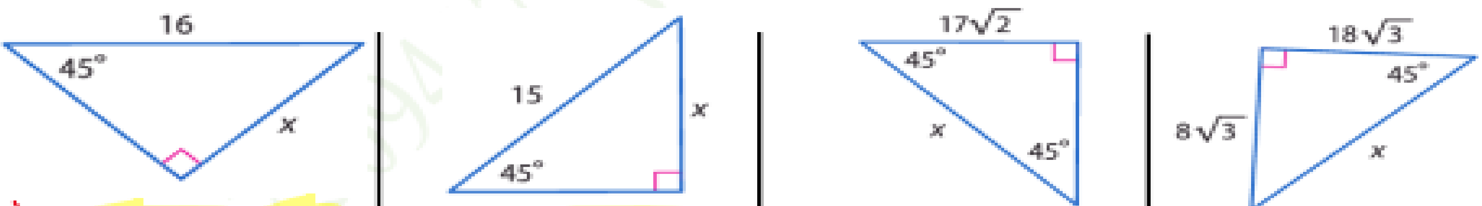
الرموز في مثلث بزوايا قياساتها °30 و°60 و°90، فإن $h = 2s$ و $\ell = s\sqrt{3}$.



في المثلث الثلاثيني ستيني طول الضلع المقابل للزاوية 30 يساوي نصف طول الوتر.

التفكير المنطقي جد x.

SENSE-MAKING Find x.



الوتر = الساق $\sqrt{2}$
$16 = x\sqrt{2}$
$\frac{16}{\sqrt{2}} = x$
$\boxed{11.3 = x}$

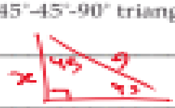
الوتر = $l\sqrt{2}$
$15 = l\sqrt{2}$
$\frac{15}{\sqrt{2}} = l$
$\frac{15\sqrt{2}}{2} = l$

الوتر = $l\sqrt{2}$
$x = (17\sqrt{2})\sqrt{2}$
$\boxed{x = 34}$

الوتر = الساق $\sqrt{2}$
$x = (18\sqrt{3})\sqrt{2}$
$x = 18\sqrt{6}$
$x = \boxed{44.1}$

إذا كان مثلث بزوايا °45 و°45 و°90 به وتر بطول 9. فجد طول الساق. $\boxed{10.6} = l$

If a 45°-45°-90° triangle has a hypotenuse length of 9, find the leg length.



الوتر = الساق $\sqrt{2}$
$9 = x\sqrt{2}$
$\Rightarrow x = \frac{9}{\sqrt{2}}$
$x \approx \boxed{6.4}$

نواتج التعلّم 1- إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية. 2- استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زوايا في مثلثات قائمة الزاوية.

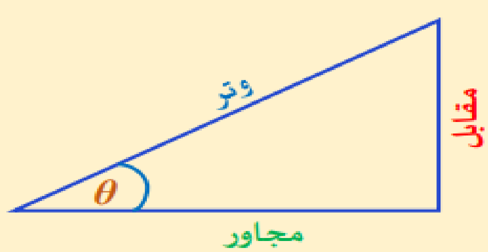
النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

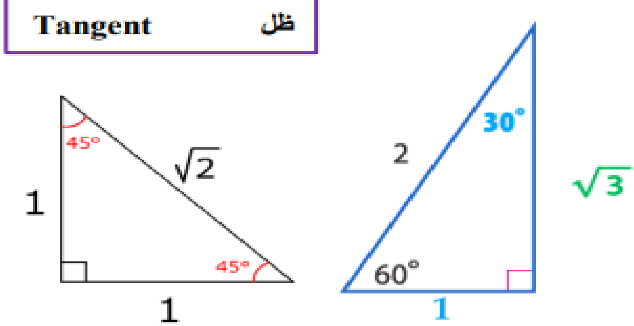
Sine	جيب
Cosine	جيب التمام
Tangent	ظل

$$\text{Sine } \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\text{Cosine } \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$$

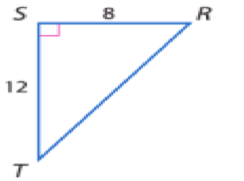
$$\text{Tangent } \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$





الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس $\angle T$ إلى أقرب جزء من عشرة.

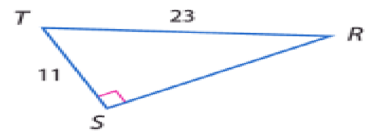
TOOLS Use a calculator to find the measure of $\angle T$ to the nearest tenth.



$\tan T = \frac{8}{12}$

$T = \tan^{-1}\left(\frac{8}{12}\right)$

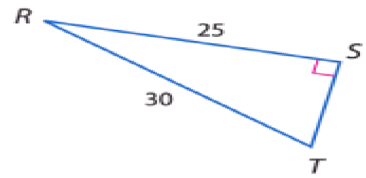
$T = \boxed{33.7^\circ}$



$\cos T = \frac{11}{23}$

$T = \cos^{-1}\left(\frac{11}{23}\right)$

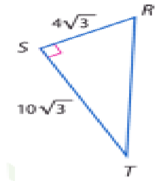
$T = \boxed{61.4^\circ}$



$\sin T = \frac{25}{30}$

$T = \sin^{-1}\left(\frac{25}{30}\right)$

$T = \boxed{56.4^\circ}$



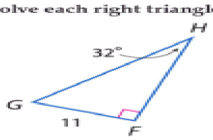
$\tan T = \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$

$T = \tan^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}\right)$

$T = \boxed{21.8^\circ}$

حـلّ كل مثلث قائم الزاوية. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

Solve each right triangle. Round side measures to the nearest tenth and angle measures to the nearest degree.



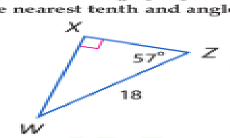
$m\angle G = 180 - 90 - 32 = \boxed{58^\circ}$

$\cos 58 = \frac{11}{HG}$

$HG = \frac{1 \times 11}{\cos 58} = \boxed{20.8}$

$\sin 58 = \frac{HF}{20.8}$

$HF = \frac{20.8 \sin 58}{1} = \boxed{17.6}$



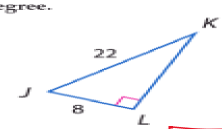
$m\angle W = 180 - 90 - 57 = \boxed{33^\circ}$

$\sin 33 = \frac{XZ}{18}$

$XZ = \frac{18 \sin 33}{1} = \boxed{9.8}$

$\sin 57 = \frac{XW}{18}$

$XW = \frac{18 \sin 57}{1} = \boxed{15.1}$



$LK = \sqrt{22^2 - 8^2} = \boxed{20.5}$

$\cos J = \frac{8}{22}$

$J = \cos^{-1}\frac{8}{22} = \boxed{69^\circ}$

$\sin k = \frac{8}{22}$

$k = \sin^{-1}\frac{8}{22} = \boxed{21^\circ}$

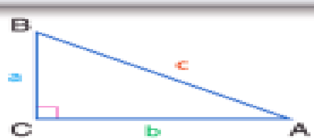
ورقة عمل الصف العاشر 7-2 نظرية فيثاغورس وعكسها الاسم:____________

نواتج التعلّم 1- استخدام نظرية فيثاغورس. 2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس.

النظرية 4 نظرية فيثاغورس

الشرح في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز إذا كان $\triangle ABC$ مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي C، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.



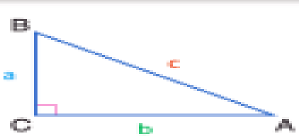
المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x$, $4x$, $5x$	$5x$, $12x$, $13x$	$8x$, $15x$, $17x$	$7x$, $24x$, $25x$

النظرية 5 عكس نظرية فيثاغورس

الشرح إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

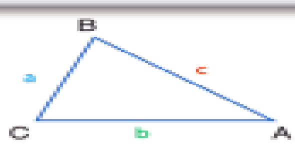
الرموز إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$، فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.



نظريات متباينات فيثاغورس

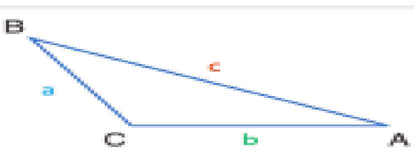
6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

الرموز إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.



7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.



حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث.
إذا كان الأمر كذلك، فصنّف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

Determine whether each set of numbers can be the measures of the sides of a triangle.
If so, classify the triangle as *acute*, *obtuse*, or *right*. Justify your answer.

15, 36, 39

$39^2 \quad 15^2 + 36^2$

$1521 = 1521$

لأنه مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين
فإن المثلث قائم الزاوية.

16, 18, 26

$26^2 \quad 16^2 + 18^2$

$676 > 580$

لأنه مربع الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعي الضلعين الآخرين
فإن المثلث منفرج الزاوية.

15, 20, 24

$24^2 \quad 15^2 + 20^2$

$576 < 625$

لأنه مربع الضلع الأكبر أصغر من مجموع مربعي الضلعين الآخرين
فإن المثلث حاد الزوايا.

10, 12, 23

$23^2 \quad 10^2 + 12^2$

$529 > 244$

لأنه مربع الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعي الضلعين الآخرين
فإن المثلث منفرج الزاوية.

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان $\triangle XYZ$ هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.

COORDINATE GEOMETRY Determine whether $\triangle XYZ$ is an *acute*, *right*, or *obtuse* triangle for the given vertices. Explain.

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

$XY = \sqrt{(-3-(-1))^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{2}$

$XZ = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{10}$

$YZ = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{2}$

$\sqrt{10}^2 \quad (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$

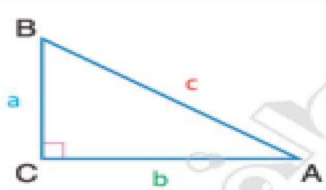
$10 = 10$

لأن مربع الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأصغرين
فإن المثلث قائم الزاوية في Y

35. البرهان اكتب فقرة إثبات للنظرية 7.5.

النظرية 7.5 عكس نظرية فيثاغورس

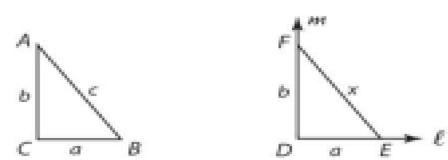
الشرح إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.



الرموز إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$، فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.

35. المعطيات: $\triangle ABC$ مثلث قياسات أضلاعه a و b و c، حيث $c^2 = a^2 + b^2$

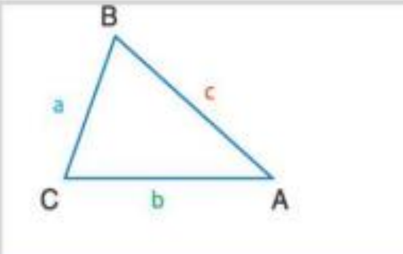
المطلوب: $\triangle ABC$ هو مثلث قائم الزاوية.



الإثبات: ارسم القطعة $\overline{DE}$ على المستقيم ℓ بقياس يساوي a. وعند D، ارسم المستقيم $m \perp \overline{DE}$. حدّد موضع النقطة F على m بحيث يكون $DF = b$. ارسم القطعة المستقيمة $\overline{FE}$ وسمّ قياسها x. نظرًا إلى أن المثلث $\triangle FED$ قائم الزاوية، فيكون $a^2 + b^2 = x^2$. ولكن $a^2 + b^2 = c^2$. إذًا $x^2 = c^2$ أو $x = c$. وهكذا، $\triangle ABC \cong \triangle FED$ حسب التطابق (ضلع–ضلع–ضلع). وهذا يعني أن $\angle C \cong \angle D$. ولذلك، يجب أن تكون الزاوية $\angle C$ قائمة. وذلك يجعل المثلث $\triangle ABC$ قائمًا.

البرهان اكتب فقرة إثبات من عمودين لكل نظرية.

.36 النظرية 7.6



7.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

الرموز إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.

.36 المعطيات: في المثلث $\triangle ABC$، $c^2 < a^2 + b^2$ حيث c طول الضلع الأطول. في المثلث $\triangle PQR$، $\angle R$ زاوية قائمة.

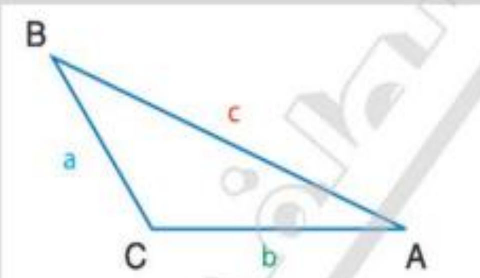
المطلوب: $\triangle ABC$ مثلث حادّ.

الإثبات:

العبارات (المبررات)

1. في المثلث $\triangle ABC$، $c^2 < a^2 + b^2$ حيث c طول الضلع الأطول. في المثلث $\triangle PQR$، $\angle R$ زاوية قائمة. (المعطيات)
2. $a^2 + b^2 = x^2$ (نظرية فيثاغورس)
3. $c^2 < x^2$ (خاصية التعويض)
4. $c < x$ (من خواص الجذور المربعة)
5. $m\angle R = 90°$ (تعريف الزاوية القائمة)
6. $m\angle C < m\angle R$ (عكس نظرية المِفْصَلَة)
7. $m\angle C < 90°$ (خاصية التعويض)
8. $\angle C$ زاوية حادة. (تعريف الزاوية الحادة)
9. $\triangle ABC$ مثلّث حادّ. (تعريف المثلّث الحادّ)

.37 النظرية 7.7

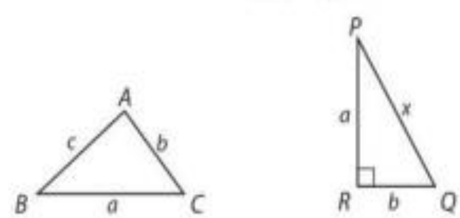


7.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.

.37 **المعطيات:** في المثلث $\triangle ABC$، $c^2 > a^2 + b^2$. حيث c طول الضلع الأطول.

المطلوب: $\triangle ABC$ مثلث منفرج الزاوية.



الإثبات:

العبارات (المبررات)

1. في المثلث $\triangle ABC$، $c^2 > a^2 + b^2$. حيث c طول الضلع الأطول. في المثلث $\triangle PQR$، $\angle R$ زاوية قائمة. (المعطيات)
2. $a^2 + b^2 = x^2$ (نظرية فيثاغورس)
3. $c^2 > x^2$ (خاصية التعويض)
4. $c > x$ (من خواص الجذور المربعة)
5. $m\angle R = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)
6. $m\angle C > m\angle R$ (عكس نظرية المِفْصَلَة)
7. $m\angle C > 90$ (خاصية التعويض في المساواة)
8. $\angle C$ زاوية منفرجة. (تعريف الزاوية المنفرجة)
9. $\triangle ABC$ مثلث منفرج الزاوية. (تعريف المثلث منفرج الزاوية)