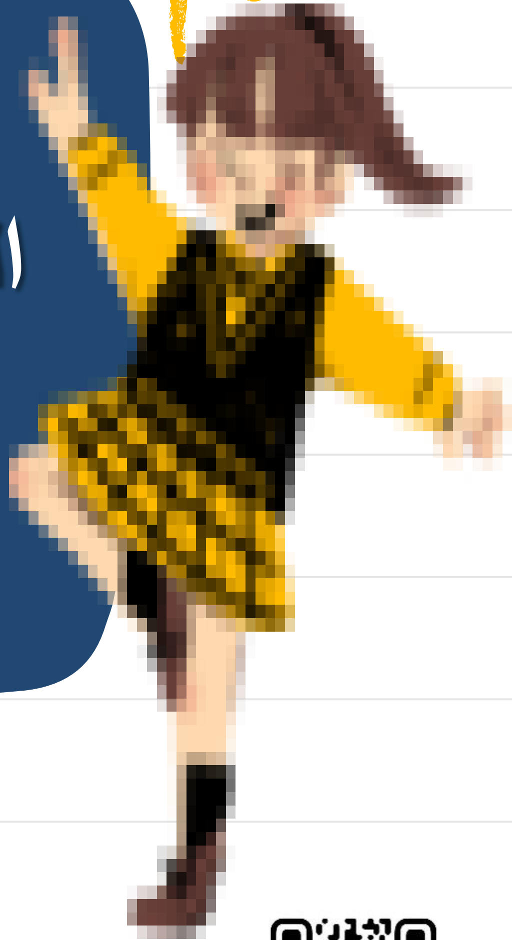
مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الرياضيات للصف الثانى عشر

المستوى المتقدم

السنة الدراسية 2023 / 2024
الفصل الدراسى الثانى



+971566151988/

أ/ محمد طه

Tuesday, January 23, 2024

النشيد الوطني

الوحدة 4
(تطبيقات التفاضل)

درس رقم. 6
اسم الدرس: نظرة عامة على رسم المنحنيات

+971566151988/
أ/ محمد طه

أهداف التعلم

رسم تمثيل بياني لدالة معطاة باستخدام خصائصها واختبار المشتقة الأولى والثانية

مفردات الدرس

- خط تقارب رأسي
- خط تقارب أفقي
- خط تقارب مائل
- مماس رأسي

مقدمة

خطوات لرسم $y = f(x)$:

01 مجال

تحديد مجال الدالة $f(x)$ أولا

02 خطوط التقارب الرأسية

لأي نقطة منعزلة غير موجودة في مجال $f(x)$ تحقق من النهاية عندما تقترب من تلك النقطة، وذلك لمعرفة ما اذا كان هناك خط تقارب رأسي، أو قفزة، او انفصال غير منتهي

03 معلومات حول المشتقة الأولى

- حدد أين تكون $f(x)$ متزايدة وأين تكون متناقصة
- جد أي قيم قصوى محلية

04 مماسات رأسية

لكل $x = c$ بحيث أن : مجال $c \in f$، مجال $c \notin f'$، تحقق من $\lim_{x \to c} f'(x)$

05 معلومات حول المشتقة الثانية

- حدد ما إذا كان التمثيل البياني متقعرا إلى الأعلى / الى الأسفل
- حدد مواقع نقاط الانعطاف

06 خطوط التقارب الأفقية

- تحديد السلوك نهاية الدالة $f(x)$،
- تحقق من $\lim_{x \to \infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

07 التقاطعات مع المحورين

- تقاطع x لكل $f(x) = 0$ أوجد x
- تقاطع y لكل $x = 0$ أوجد $f(x)$

- حل بشكل مباشر، إذا كنت لا تستطيع التقريب باستخدام طريقة نيوتن.

رسم تمثيل بياني لكثيرة حدود

مثال

6.1صفحة 278

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

المجال (كثيرة حدود) $\mathbb{R}$

معلومات حول المشتقة الأولى:

$$f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1$$
$$f'(x) = 4x^3 + 18x^2 + 24x + 8$$
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 18x^2 + 24x + 8 = 0$$
$$2(2x+1)(x+2)^2 = 0$$

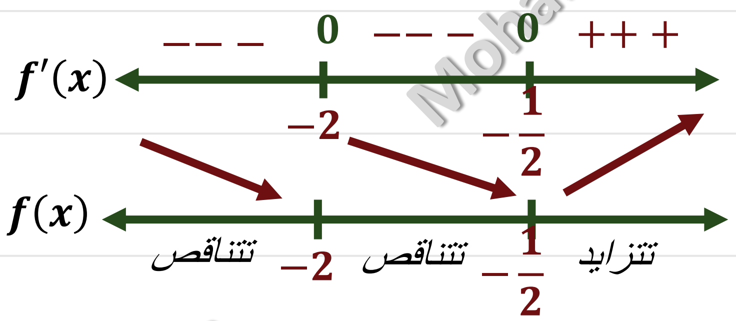
$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$ $\boxed{x = -2}$

معلومات حول المشتقة الثانية:

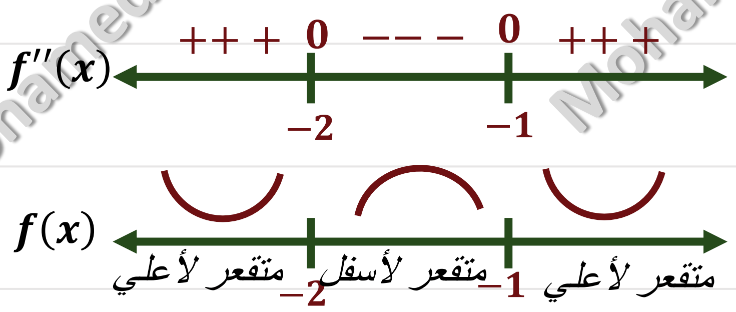
$$f''(x) = 12x^2 + 36x + 24$$
$$f''(x) = 0 \Rightarrow 12(x^2 + 3x + 2) = 0$$
$$\Rightarrow 12\,(x+2)(x+1) = 0$$

$\boxed{x = -2}$ $\boxed{x = -1}$

دراسة إشارة المشتقة الأولى:



دراسة إشارة المشتقة الثانية:



تقل عند $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$

$$(-\infty, -2) \cup \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

تزيد عند $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$

$$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$$

قيمة صغرى محلية $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{16}$

تتقعر لأعلى عند $f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$

$$(-\infty, -2) \cup (-1, \infty)$$

تتقعر لأسفل عند $f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ $(-2, -1)$

تقوم الدالة بتغيير التقعر

نقطة انعطاف $(-2, 1)$

نقطة انعطاف$(-1, 0)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لكثيرة حدود

مثال

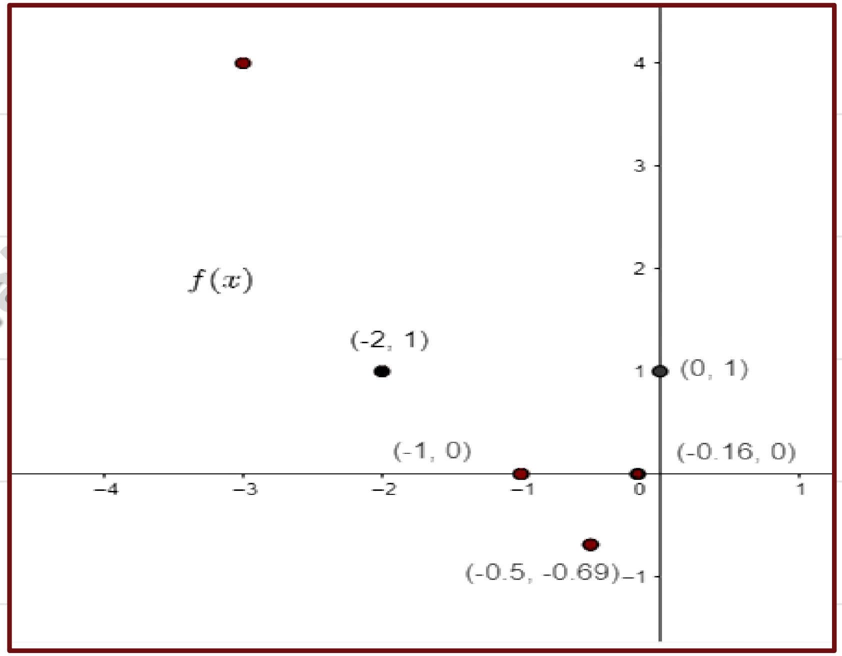
6.1صفحة 278

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

النقاط

x	-2	-1	-0.5	-0.16	0
$f(x)$	1	0	-0.69	0	1



سلوك النهايات:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\left(x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1\right) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1\right) = \infty$$

التقاطعات مع المحورين:

تقاطع $-\ x$ $\quad f(x) = 0 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1 = 0$

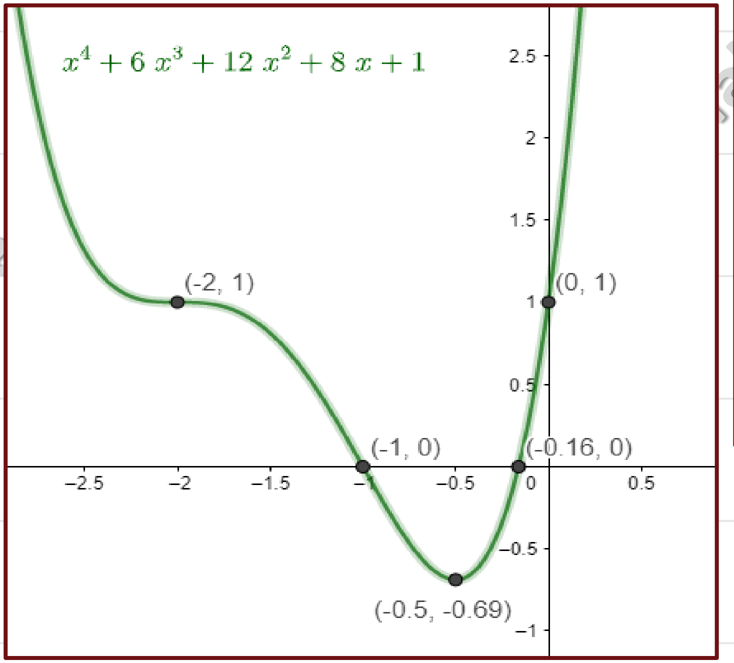
باستخدام طريقة نيوتن (أو مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة)

$\boxed{x = -1}$ $\quad$ $\boxed{x \approx -0.160713}$

تقاطع $-\ y$ $\quad \Rightarrow \quad x = 0$

$\Rightarrow \quad f(x) = (0)^4 + 6(0)^3 + 12(0)^2 + 8(0) + 1$

$\boxed{f(x) = y = 1}$



مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

رسم تمثيل بياني لكثيرة حدود

تمرين

Q4صفحة 286

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

المجال $\mathbb{R}$ (كثير الحدود)

معلومات عن المشتقة الأولي

$f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$

$f'(x) = 4x^3 + 12x^2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 12x^2 = 0$

$4x^2(x+3) = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = -3}$

معلومات عن المشتقة الثانية

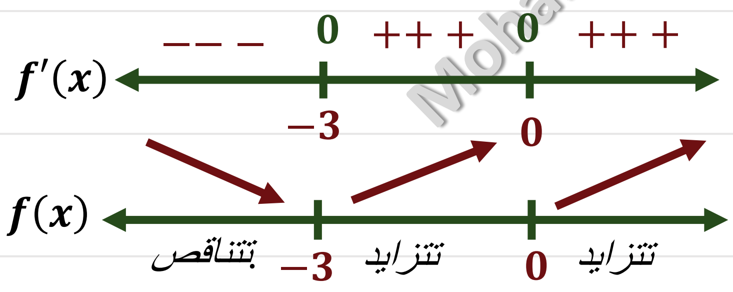
$f''(x) = 12x^2 + 24x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 + 24x = 0$

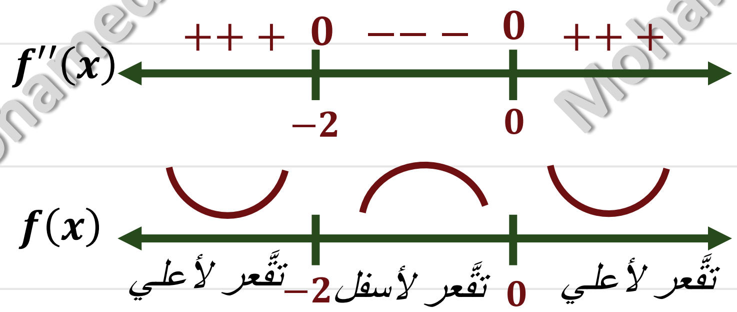
$\Rightarrow 12x\,(x+2) = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = -2}$

دراسة إشارة المشتقة الأولي



دراسة إشارة المشتقة الثانية



$f(x)$ متزايدة عند $f'(x) > 0 \Rightarrow$

$(-3, 0) \cup (0, \infty)$

$f(x)$ متناقصة عند $f'(x) < 0 \Rightarrow$

$(-\infty, -3)$

$f(-3) = -28$ قيمة صغرى محلية

$f(x)$ متقعرة لأعلي $f''(x) > 0 \Rightarrow$

$(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

$f(x)$ متقعرة لأسفل $f''(x) < 0 \Rightarrow$ $(-2, 0)$

عندما تقوم الدالة بتغيير التقعر :

نقطة انعطاف $(-2, -17)$

نقطة انعطاف $(0, -1)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لكثيرة حدود

Q4صفحة286

تمرين

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

النقاط

x	-3	-2	-4.02	0.6	0
	-28	-17	0	0	-1

سلوك النهايات:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\left(x^4 + 4x^3 - 1\right) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(x^4 + 4x^3 - 1\right) = \infty$$

التقاطعات مع المحورين:

$x-$ تقاطع $\Rightarrow f(x) = 0$

$\Rightarrow x^4 + 4x^3 - 1 = 0$

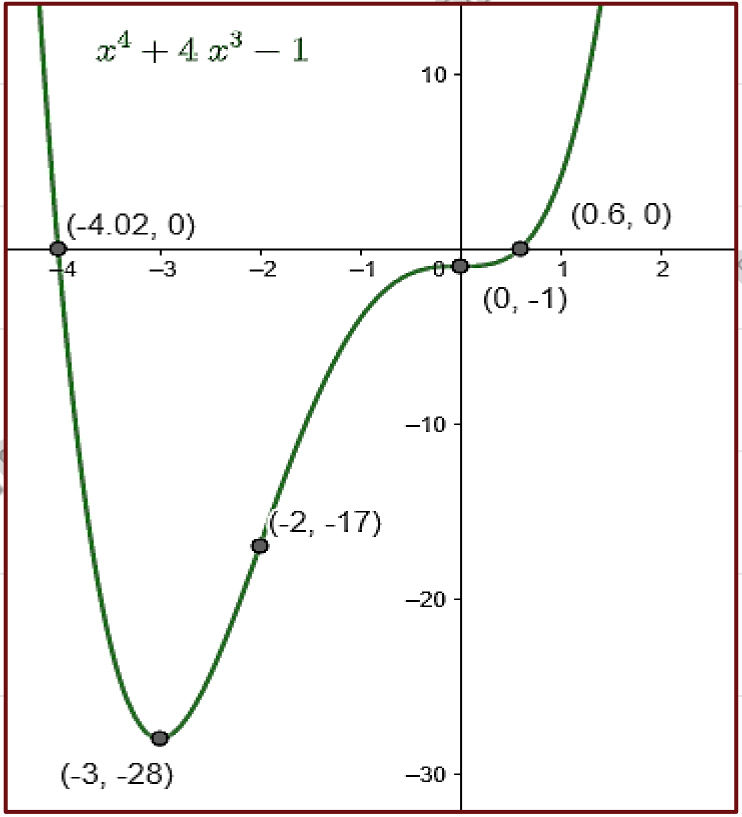
باستخدام طريقة نيوتن (أو مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة)

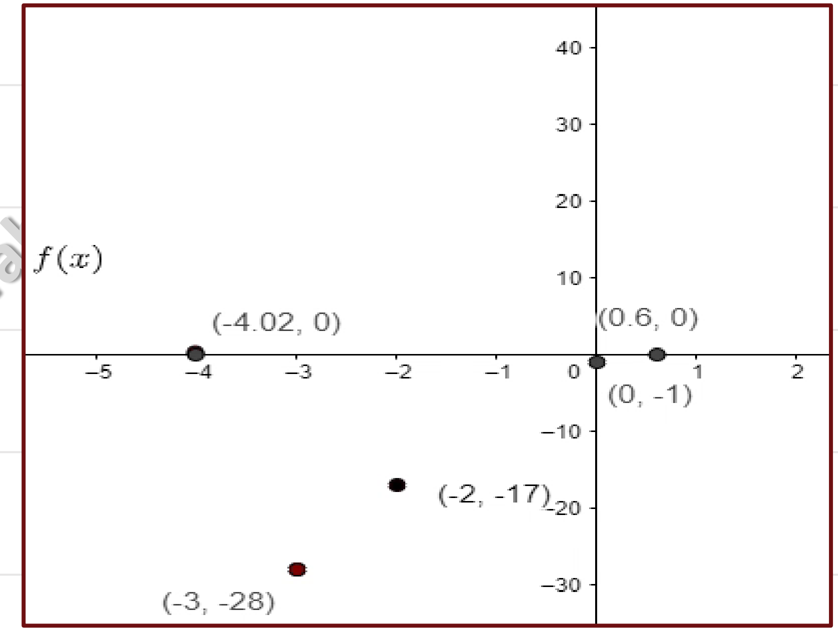
$\boxed{x \approx -4.02}$ $\boxed{x \approx 0.6}$

$y-$ تقاطع $\Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow f(x) = (0)^4 + 4(0)^3 - 1$

$\boxed{f(x) = y = -1}$





+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لدالة الجذر التربيعي

تمرين | Q15صفحة 286

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

$f(x)=\sqrt{x^2+1}$

$x^2+1>0$ لجميع الأرقام الحقيقية

المجال : $\mathbb{R}$

معلومات حول المشتقة الاولي

$$f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$f'(x)=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$

دراسة إشارة المشتقة الأولي

$f'(x)$: $---$ | 0 | $+++$

$f(x)$: متناقصة ↘ | 0 | ↗ متزايدة

$f'(x)<0 \Rightarrow$ متناقصة عند $f(x)$ $(-\infty,0)$

$f'(x)>0 \Rightarrow$ متزايدة عند $f(x)$ $(0,\infty)$

$f(0)=1$ قيمة صغرى محلية

معلومات حول المشتقة الثانية

$$f''(x)=\frac{\frac{d}{dx}[x]\sqrt{x^2+1}-x\frac{d}{dx}[\sqrt{x^2+1}]}{(\sqrt{x^2+1})^2}$$

$$f''(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-x\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$

$$f''(x)=\frac{\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$f''(x)=\frac{1}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$$

$f''(x)\neq 0$

$f''(x)$: $+++++++\,+$

$f(x)$: ∪

$f''(x)>0 \Rightarrow$ متقعرة لأعلي $f(x)$ $(-\infty,\infty)$

لا تقوم الدالة بتغيير التقعر

لا يوجد نقطة انعطاف

+971566151988/
أ/ محمد طه

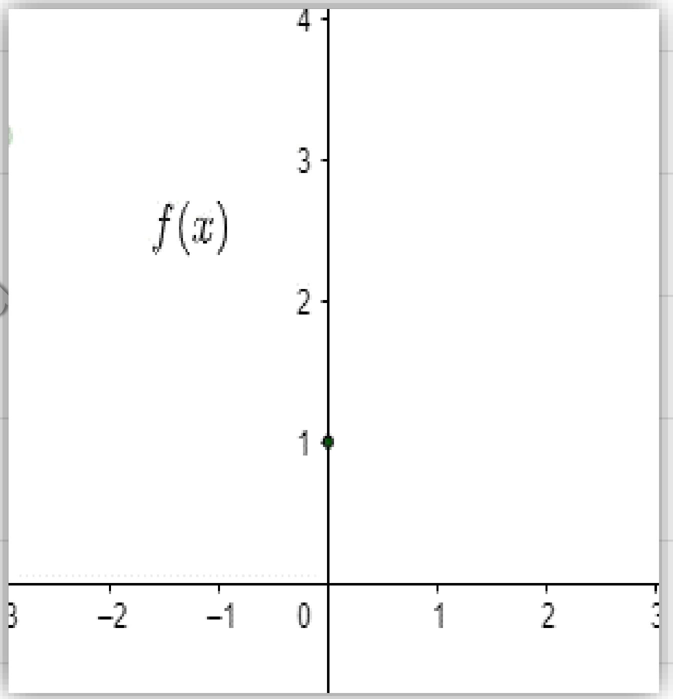
رسم تمثيل بياني لدالة الجذر التربيعي

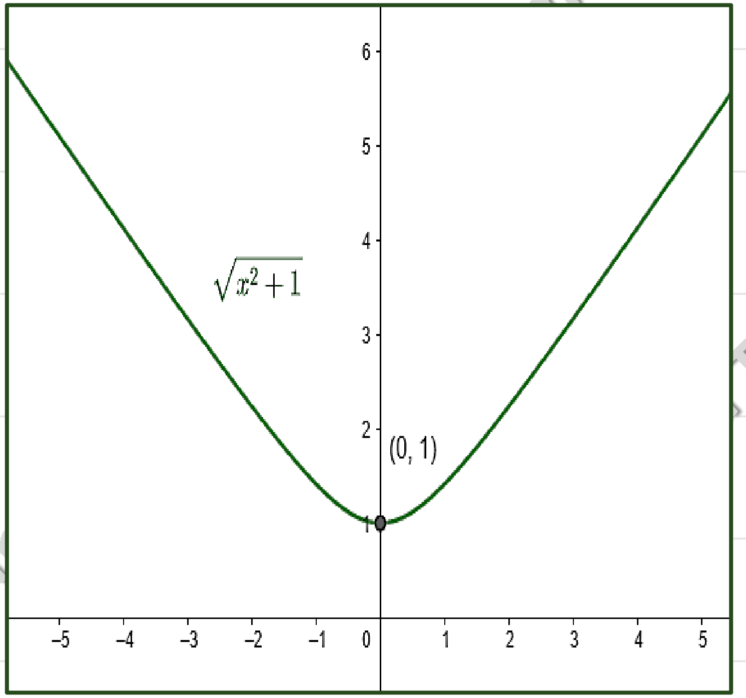
مثال

Q15صفحة 286

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل





سلوك النهايات

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+1} = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+1} = \infty$$

$\Rightarrow$ لا يوجد خط تقارب أفقي

التقاطعات مع المحورين:

$x -$ تقاطع $\Rightarrow \sqrt{x^2+1} \neq 0$

$\Rightarrow x^2+1 \neq 0$

$\Rightarrow f(x) \neq 0$

التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور x

$y -$ تقاطع $\Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow y = \sqrt{(0)^2+1}$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$

الحصة الثانية

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

أهداف التعلم

رسم تمثيل بياني لدالة معطاة باستخدام خصائصها واختبار المشتقة الأولى والثانية

+971566151988/

أ/ محمد طه

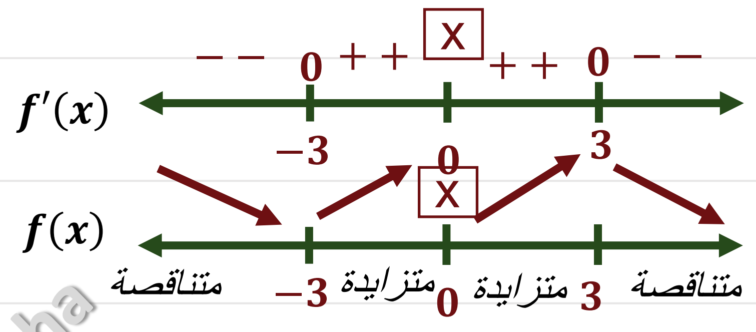
رسم تمثيل بياني لدالة نسبية

مثال 6.2 صفحة 279

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{x^2-3}{x^3}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

دراسة إشارة المشتقة الأولي



$f(x)$ متناقصة عند $f'(x) < 0 \Rightarrow$

$(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

$f(x)$ متزايدة عند $f'(x) > 0 \Rightarrow$

$(-3, 0) \cup (0, 3)$

$f(-3) = -\frac{2}{9}$ قيمة صغرى محلية

$f(3) = \frac{2}{9}$ قيمة عظمى محلية

معلومات عن المشتقة الأولي

$$f'(x) = \frac{2x(x^3) - (x^2-3)(3x^2)}{(x^3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^4 - 3x^4 + 9x^2}{x^6}$$

$$f'(x) = \frac{-x^4 + 9x^2}{x^6} = \frac{x^2(9-x^2)}{x^6}$$

$$f'(x) = \frac{9-x^2}{x^4}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 9 - x^2 = 0$

$(3-x)(3+x) = 0$

$\boxed{x = 3}$ $\boxed{x = -3}$

$f'(x)$ غير موجود $\Rightarrow$ $\cancel{x = 0}$

$\notin$ المجال $f(x)$

دالة نسبية

$$f(x) = \frac{x^2-3}{x^3}$$

$x^3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

المجال $\mathbb{R}/\{0\}$

$$\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+} \frac{x^2-3}{x^3} = -\infty$$

$$\lim_{x\to0^-} f(x) = \lim_{x\to0^-} \frac{x^2-3}{x^3} = \infty$$

خط تقارب رأسي $x = 0 \Rightarrow$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية

مثال 6.2صفحة 279

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x)=\frac{x^2-3}{x^3}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

درجة المقام > درجة البسط

سلوك النهايات

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3}{x^3}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-3}{x^3}=0$$

$\Rightarrow y=0$: خط تقارب افقي

التقاطعات مع المحورين:

$x-$ تقاطع $\Rightarrow f(x)=0$

$\Rightarrow \quad x^2-3=0$

$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$

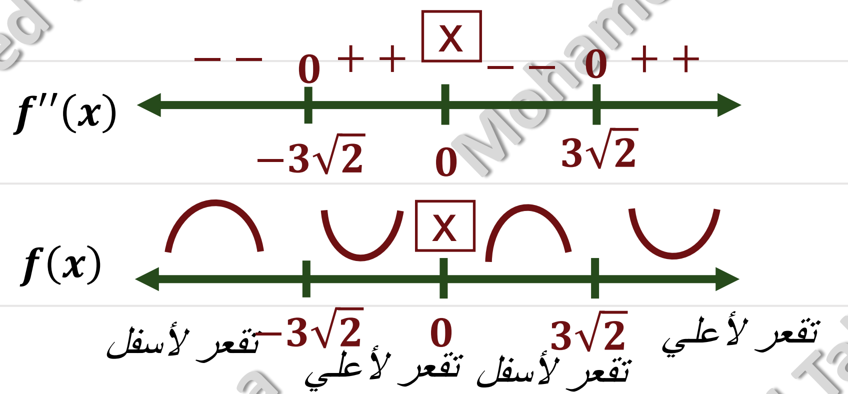
$\boxed{x=\sqrt{3}\approx 1.73}$

$\boxed{x=-\sqrt{3}\approx -1.73}$

$y-$ تقاطع $\Rightarrow x\neq 0$

التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور y

بدراسة اشارة المشتقة الثانية



$f''(x)>0 \Rightarrow f(x)$ تتقعر لأعلى

$(-3\sqrt{2},0)\cup(3\sqrt{2},\infty)$

$f''(x)<0 \Rightarrow f(x)$ تتقعر للاسفل

$(-\infty,-3\sqrt{2})\cup(0,3\sqrt{2})$

تقوم الدالة بتغيير التقعر

نقطة انعطاف $(-3\sqrt{2},-0.0278)$

نقطة انعطاف $(3\sqrt{2},0.0278)$

$$f'(x)=\frac{9-x^2}{x^4}$$

معلومات حول المشتقة الثانية

$$f''(x)=\frac{-2x(x^4)-(9-x^2)(4x^3)}{(x^4)^2}$$

$$f''(x)=\frac{-2x^5-36x^3+4x^5}{x^8}$$

$$f''(x)=\frac{2x^5-36x^3}{x^8}=\frac{2x^3(x^2-18)}{x^8}$$

$$f''(x)=\frac{2(x^2-18)}{x^5}$$

$f''(x)=0 \Rightarrow x^2-18=0$

$(x-\sqrt{18})(x+\sqrt{18})=0$

$\boxed{x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}}$ $\boxed{x=-\sqrt{18}=-3\sqrt{2}}$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow \cancel{x=0}$

$\notin$ المجال $f(x)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية

مثال 6.2صفحة 279

الحل

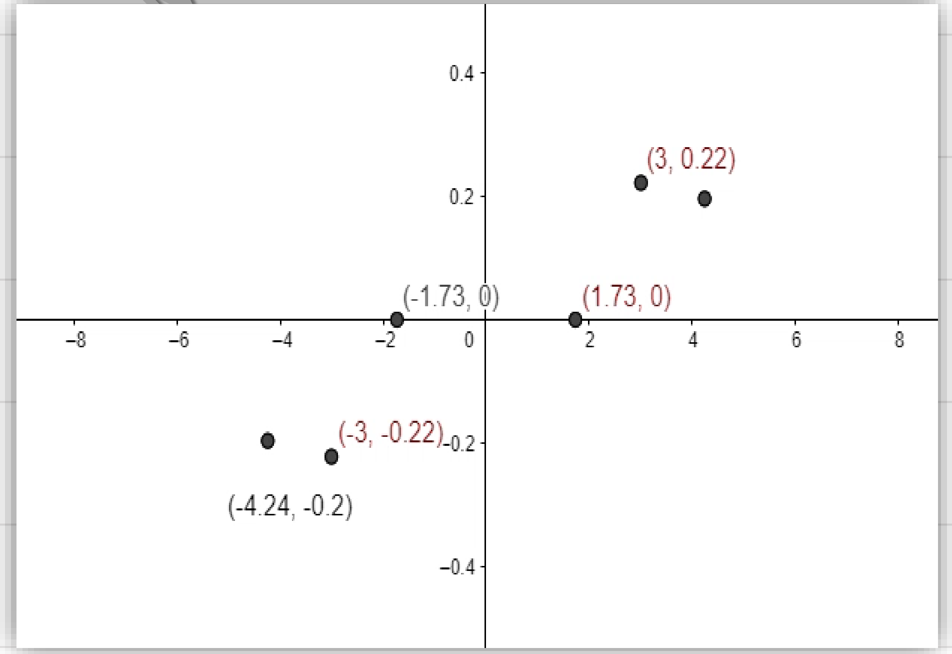
ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{x^2-3}{x^3}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

النقاط

x	-3	3	$-3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
$f(x)$	$-\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$-\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	0	0

المميزات

المجال	$\mathbb{R}/\{0\}$
خط التقارب الرأسي	$x = 0$
$f(x)$ متزايدة فى	$(-3,0) \cup (0,3)$
$f(x)$ متناقصة فى	$(-\infty,-3) \cup (3,\infty)$
قيمة قصوى	$f(3) = \frac{2}{9}$
قيمة صغرى	$f(-3) = -\frac{2}{9}$
متقعر لأعلي $f(x)$	$(-3\sqrt{2},0) \cup (3\sqrt{2},\infty)$
متقعر لأسفل $f(x)$	$(-\infty,-3\sqrt{2}) \cup (0,3\sqrt{2})$
نقاط الانقلاب	$(-3\sqrt{2},-0.196)$, $(3\sqrt{2},0.196)$
تقاطع $- x$	$x = \sqrt{3} \approx 1.73, x = -\sqrt{3} \approx -1.73$
تقاطع $- y$	______________
خط التقارب الأفقي	$y = 0$



+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

رسم تمثيل بياني بخطيّ تقارب رأسيين

تمرين

6.3صفحة281

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

$f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$ دالة نسبية

أصفار المقام عند $\Rightarrow$ $x^2 - 4 = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$ $\boxed{x = -2}$

المجال $\mathbb{R}/\{\pm 2\}$

عند $x = 2$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2 +}{(x-2)(x+2)} = \infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2 +}{(x-2)(x+2)} = -\infty$$

$\Rightarrow$ خط تقارب رأسي $x = 2$

At $x = -2$

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^+} \frac{x^2 +}{(x-2)(x+2)} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{x^2 +}{(x-2)(x+2)} = \infty$$

$\Rightarrow$ خط تقارب رأسي $x = -2$

معلومات حول المشتقة الأولى

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-4) - x^2(2x)}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 - 8x - 2x^3}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-8x}{(x^2-4)^2}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -8x = 0$

$\boxed{x = 0}$

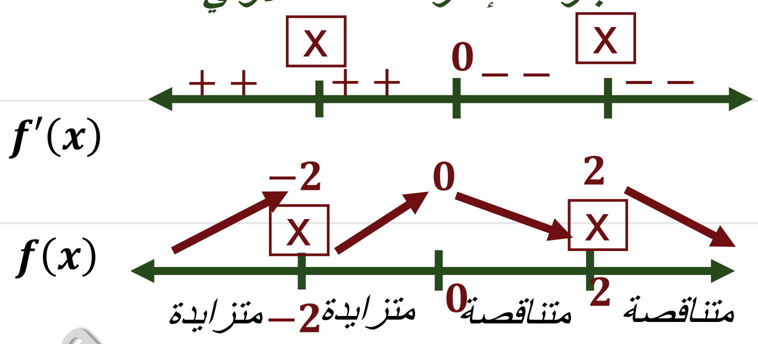
$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow x^2 - 4 = 0$

$(x-2)(x+2) = 0$

$\cancel{x = 2}$ $\cancel{x = -2}$

$\notin$ المجال $f(x)$

بدراسة إشارة المشتقة الأولى



متناقصة فى $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$

$(0, 2) \cup (2, \infty)$

متزايدة فى $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$

$(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

قيمة عظمى محلية $f(0) = 0$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني بخطيّ تقارب رأسيين

مثال 6.3 صفحة 281

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

درجة البسط = درجة المقام

سلوك النهايات :

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-4}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2-4}=1$$

$\Rightarrow y=1$ خط تقاربي افقي

التقاطعات مع المحورين:

$x-$ تقاطع $\Rightarrow f(x)=0$

$\Rightarrow x^2=0$

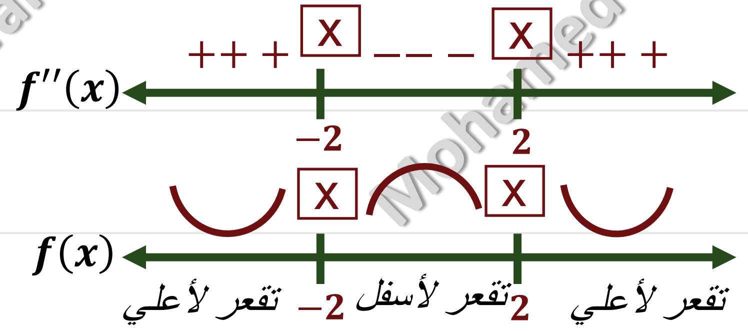
$\boxed{x=0}$

$y-$ تقاطع $\Rightarrow x=0$

$\Rightarrow f(x)=\frac{(0)^2}{(0)^2-4}$

$\boxed{f(x)=0}$

بدراسة إشارة المشتقة الثانية



$f''(x)>0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأعلي

$(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

$f''(x)<0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأسفل

$(-2,2)$

الدالة غير معرفة عند

$at\ x=-2, x=2$

لا يوجد نقطة انعطاف

$$f'(x)=\frac{-8x}{(x^2-4)^2}$$

معلومات حول المشتقة الثانية

$$f''(x)=\frac{-8(x^2-4)^2-(-8x)(4x(x^2-4))}{((x^2-4)^2)^2}$$

$$f''(x)=\frac{-8(x^2-4)^2+32x^2(x^2-4)}{((x^2-4)^2)^2}$$

$$f''(x)=\frac{8(x^2-4)[-(x^2-4)+4x^2]}{(x^2-4)^4}$$

$$f''(x)=\frac{8(x^2-4)(3x^2+4)}{(x^2-4)^4}=\frac{8(3x^2+4)}{(x^2-4)^3}$$

$f''(x)\neq 0 \Rightarrow 3x^2+4\neq 0 \quad \cancel{3x^2=-4}$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow x^2-4=0$

$(x-2)(x+2)=0$

$\cancel{x=2} \quad \cancel{x=-2}$

$\notin$ المجال $f(x)$

+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

رسم تمثيل بياني بخطيّ تقارب رأسيين

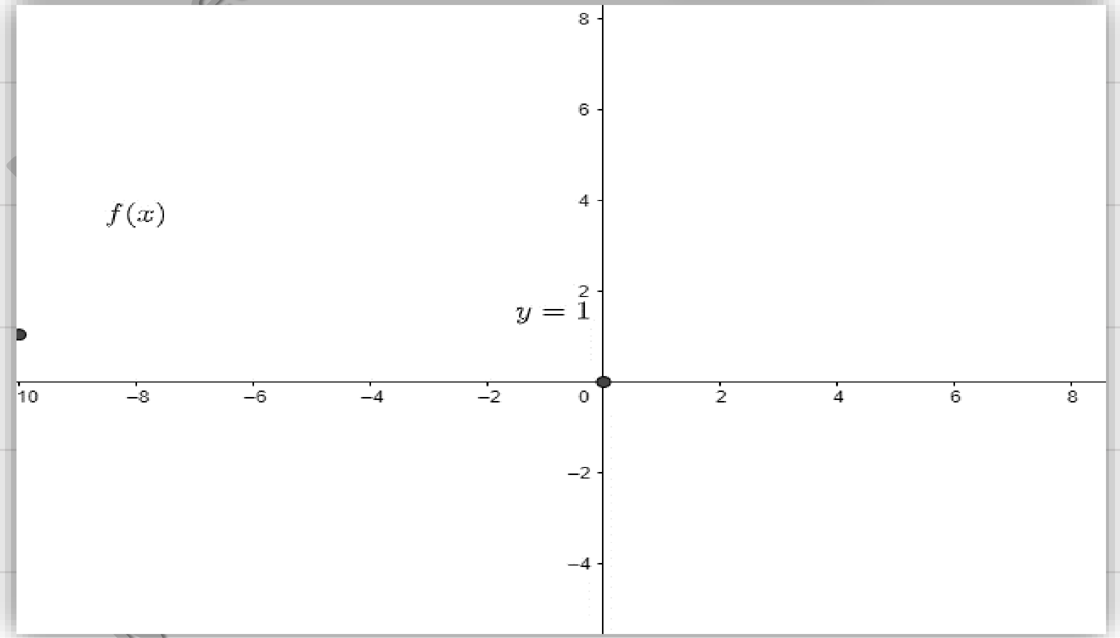
مثال

6.3صفحة 281

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

المميزات	
المجال	$\mathbb{R}/\{\pm 2\}$
خط التقارب الرأسي	$x = 2, x = -2$
$f(x)$ متزايدة	$(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$
$f(x)$ متناقصة	$(0, 2) \cup (2, \infty)$
قيمة قصوى محلية	$f(0) = 0$
$f(x)$ تقع لأعلى عند	$(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
$f(x)$ تقع لأسفل عند	$(-2, 2)$
نقاط الانقلاب	________
$x -$ تقاطع	$x = 0$
$y -$ تقاطع	$y = 0$
خط التقارب الأفقي	$y = 1$



+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الحصة الثالثة

+971566151988/
أ/ محمد طه

أهداف التعلم

رسم تمثيل بياني لدالة معطاة باستخدام خصائصها واختبار المشتقة الأولى والثانية

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية وخط التقارب الخاص بها

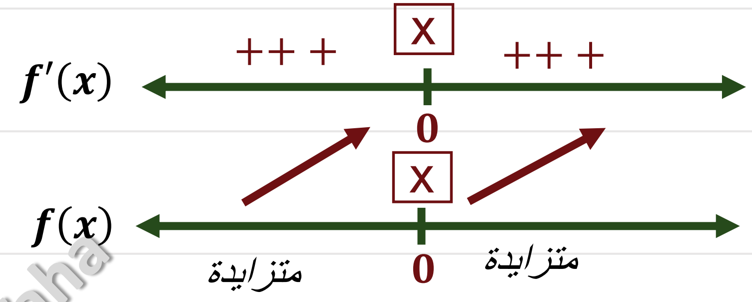
مثال

Q43صفحة 287

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

دراسة إشارة المشتقة الأولى:



$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ متزايدة في

$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

لا توجد قيمة قصوى محلية

معلومات حول المشتقة الأولى:

$$f'(x) = \frac{6x(x) - (3x^2-1)(1)}{(x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 3x^2 + 1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2+1}{x^2}$$

$f'(x) \neq 0 \Rightarrow 3x^2 + 1 \neq 0$

$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow x^2 = 0$

$\cancel{x = 0}$

$\notin$ المجال $f(x)$

دالة نسبية $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$

تصفير المقام عند $\Leftarrow$ $\boxed{x = 0}$

المجال $\mathbb{R}/\{0\}$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{3x^2-1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{3x^2-1}{x} = \infty$$

$\Rightarrow$ خط تقارب رأسي $x = 0$

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية وخط التقارب الخاص بها

مثال

Q43صفحة 287

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x)=\frac{3x^2-1}{x}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

التقاطعات مع المحورين:

$x-$ تقاطع : $\Rightarrow f(x)=0$

$\Rightarrow \frac{3x^2-1}{x}=0 \quad \Rightarrow 3x^2-1=0$

$(\sqrt{3}x-1)(\sqrt{3}x+1)=0$

$\boxed{x=\frac{1}{\sqrt{3}}} \quad \boxed{x=-\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$y-$ تقاطع $\Rightarrow x\neq 0$

المجال $f(x)$ $\notin$

لا تقاطع $y-$

بدراسة إشارة المشتقة الثانية

$f''(x)$: $+++$ | $\boxed{X}$ 0 | $---$

$f(x)$: تقعر لأعلى | $\boxed{X}$ 0 | تقعر لأسفل

$f''(x)>0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأعلى

$(-\infty,0)$

$f''(x)<0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأسفل

$(0,\infty)$

الدالة غير معرفة عند $x=0$

لا توجد نقاط انقلاب

$f'(x)=\frac{3x^2+1}{x^2}$

معلومات حول المشتقة الثانية

$f''(x)=\frac{6x(x^2)-(3x^2+1)(2x)}{(x^2)^2}$

$f''(x)=\frac{6x^3-6x^3-2x}{x^4}$

$f''(x)=-\frac{2x}{x^4}=-\frac{2}{x^3}$

$f''(x)\neq 0$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow x^3=0$

$\cancel{x=0}$

المجال $f(x)$ $\notin$

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية وخط التقارب الخاص بها

مثال

Q43 صفحة 287

الحل

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$, يوضح جميع المميزات المهمة.

لاحظ :

$f(x)$ لها خط تقارب $y = mx + b \ (m \neq 0)$

إذا كان $\lim_{x\to\infty}[f(x) - (mx+b)] = 0$ و/أو

$\lim_{x\to\infty}[f(x) - (mx+b)] = 0$

لكل $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$

$$\lim_{x\to\infty}[f(x) - 3x] = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-1}{x} - 3x\right)$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(3x - \frac{1}{x} - 3x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{-1}{x}\right) = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x) - 3x] = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x^2-1}{x} - 3x\right)$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left(3x - \frac{1}{x} - 3x\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-1}{x}\right) = 0$$

درجة البسط أكبر من درجة المقام بمقدار 1

$f(x)$ لها خط تقارب (خط مستقيم)

استخدم القسمة المطولة لإيجاد معادلة خط التقارب

$$\begin{array}{r|l} & 3x \\ \hline x & 3x^2 - 1 \\ & -\cancel{3x^2} \\ \hline & -1 \end{array}$$

$$f(x) = \frac{3x^2-1}{x} = 3x - \frac{1}{x}$$

$\boxed{y = 3x}$ معادلة خط التقارب

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية وخط التقارب الخاص بها

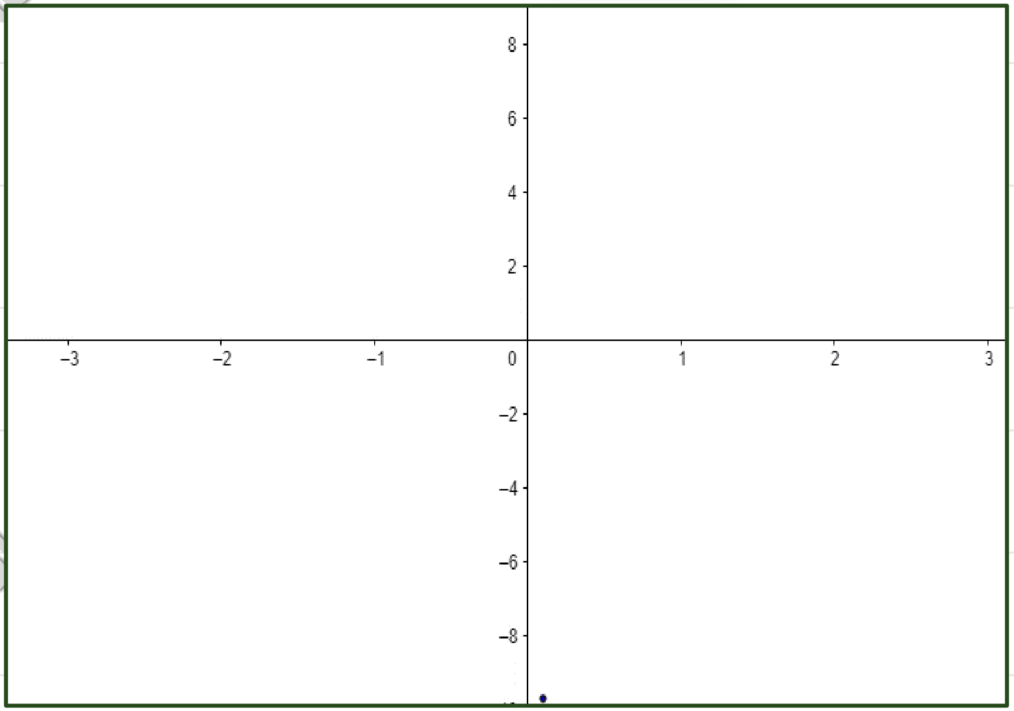
مثال — Q43صفحة 287

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة: $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

خط التقارب $y = 3x$

x	-3	3
y	-9	9



السمات	
المجال	$\mathbb{R}/\{0\}$
خط تقارب رأسي	$x = 0$
متزايدة فى $f(x)$	$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
القيم القصوي المحلية	____________
تقعر لأعلي عند $f(x)$	$(-\infty, 0)$
تقعر لأسفل عند $f(x)$	$(0, \infty)$
نقاط الانقلاب	____________
تقاطع $- x$	$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577, x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \approx -0.577$
تقاطع $- y$	____________
خط تقارب مائل	$y = 3x$

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

رسم تمثيل بياني لدالة نسبية وخط التقارب الخاص بها

تمرين Q53صفحة287

اظهر أن الدالة x^2 هي خط تقارب لدالة $\frac{x^4-x^2+1}{x^2-1}$

الحل

لاحظ

$f(x)$ لها خط تقارب $y=x^2$

إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-(x^2)]=0$ و/أو

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x^2)]=0$

$\Rightarrow$ هو $f(x)$ خط تقارب مائل لـ x^2

لكل $f(x)=\frac{x^4-x^2+1}{x^2-1}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 \\
\hline
x^2-1 & x^4-x^2+1 \\
- & \underline{x^4-x^2} \\
 & +1
\end{array}
$$

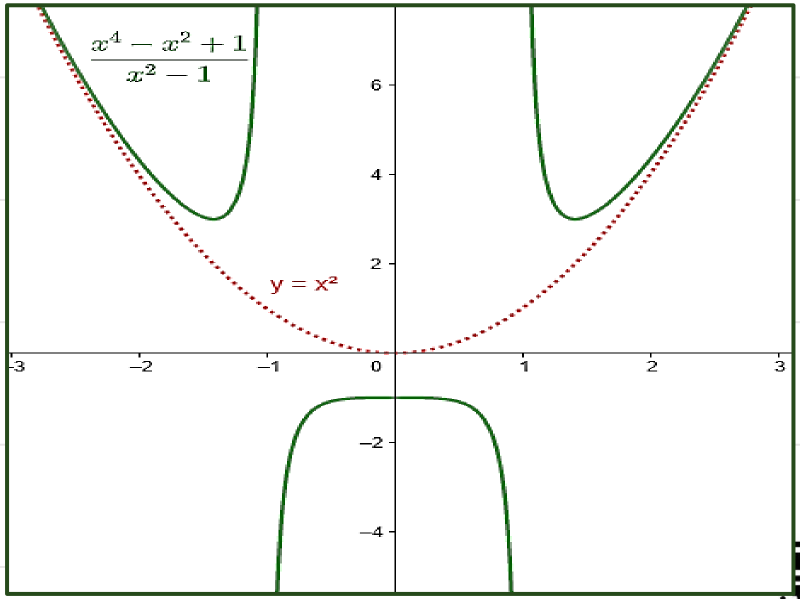
$$f(x)=\frac{x^4-x^2+1}{x^2-1}=x^2+\frac{1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to\infty}[f(x)-x^2]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^4-x^2+1}{x^2-1}-x^2\right)$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\cancel{x^2}+\frac{1}{x^2-1}-\cancel{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x^2-1}\right)=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x^2]=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^4-x^2+1}{x^2-1}-x^2\right)$$

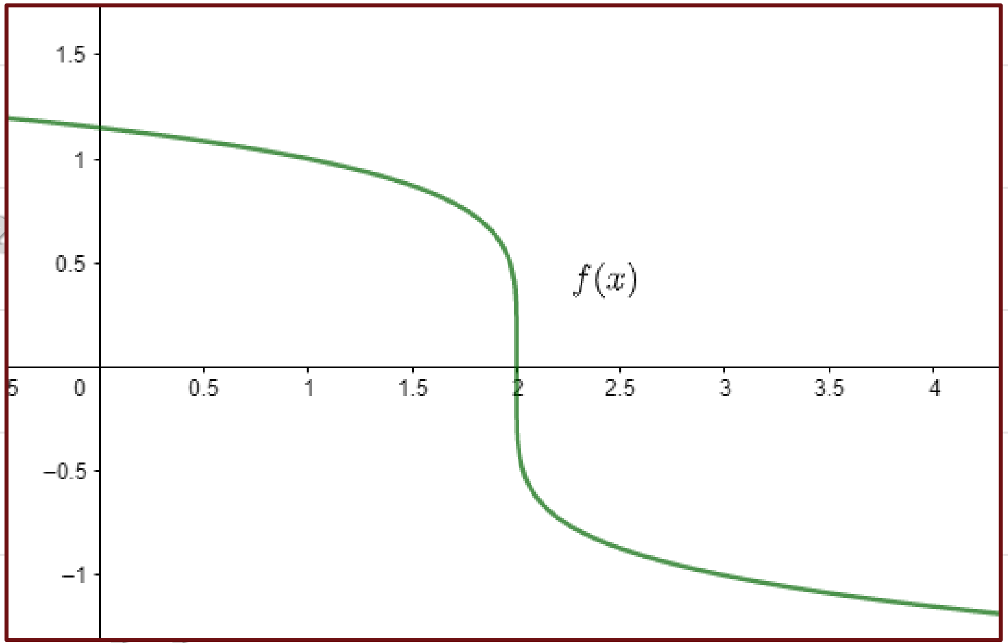
$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\cancel{x^2}+\frac{1}{x^2-1}-\cancel{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2-1}\right)=0$$



مماس رأسي

- التمثيل البياني للدالة $f(x)$ لها مماس رأسي عند نقطة $(c, f(c))$ إذا وفقط إذا

$$f'(x) \to \infty \text{ أو } -\infty \text{ عند } x \to c$$



مثال: على فرض أن الدالة

$$f(x) = \sqrt[5]{2-x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{5(2-x)^{\frac{4}{5}}}$$

$f(x)$ معرَّفة عند $x = 2$ $\quad \Rightarrow \quad 2 - x = 0$ $\quad$ $f'(x)$ غير موجودة

$$\boxed{x = 2}$$

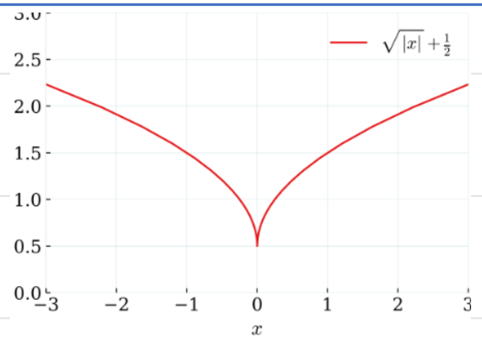
$$\lim_{x\to 2^+} f'(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{-1}{5(2-x)^{\frac{4}{5}}} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -2^-} f'(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{-1}{5(2-x)^{\frac{4}{5}}} = -\infty$$

$\Rightarrow -\infty$ من الطرفين

المماس الرأسي عند $x = 2$

ملحوظة: إذا كانت نهاية المشتقة عند نقطة معينة يقترب من ∞ من طرف ويقترب من $-\infty$ من الطرف الآخر ،
إذاً فى التمثيل البيانى تكون الدالة لها رأس مدبب عند تلك النقطة .



رسم تمثيل بياني مع مماس رأسي

تمرين | Q30 صفحة 276

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$، يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

جذر تربيعي $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

المجال $\mathbb{R}$

معلومات حول المشتقة الأولى

$$f(x) = \sqrt[3]{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}(1)(x-1)^{\frac{-2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

$$f'(x) \neq 0$$

$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow 3\sqrt[3]{(x-1)^2} = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 1}$

بدراسة إشارة المشتقة الأولى

$f'(x)$: $+++$ | $\boxed{\text{X}}$ 1 | $+++$

$f(x)$: تتزايد | 1 | تتزايد

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ متزايدة عند $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

لا توجد قيمة قصوى محلية

$f'(x)$ غير معرفة عند $x = 1$

$$\lim_{x\to 1^+} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \infty$$

"مماس رأسي عند $x = 1$"

+971566151988/
أ/ محمد طه

رسم تمثيل بياني مع مماس رأسي

تمرين

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$، يوضح جميع المميزات المهمة.

الحل

سلوك النهايات :

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \sqrt[3]{x-1} = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x-1} = -\infty$$

$\Rightarrow$ لا يوجد خط تقاربي أفقي

التقاطعات مع المحورين:

$x -$ تقاطع: $\Rightarrow f(x) = 0$

$\Rightarrow \sqrt[3]{x-1} = 0$

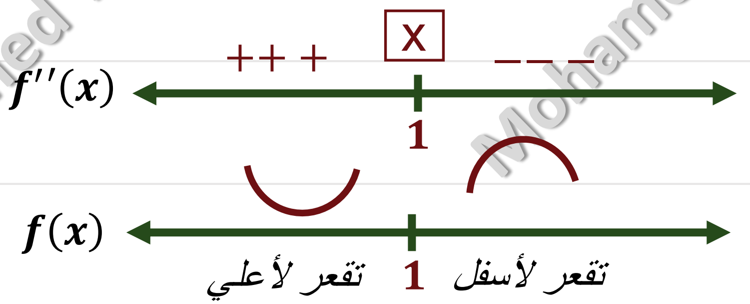
$x - 1 = 0$ $\boxed{x = 1}$

$y -$ تقاطع $\Rightarrow x = 0$

$f(x) = \sqrt[3]{0-1}$

$\boxed{y = -1}$

دراسة إشارة المشتقة الثانية:



$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأعلى

$(-\infty, 1)$

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأسفل

$(1, \infty)$

بما أن الدالة تغير التقعر:

نقطة انعطاف $(1,0)$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \frac{1}{3}(x-1)^{-2/3}$$

معلومات حول المشتقة الثانية

$$f''(x) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}(x-1)^{-5/3}$$

$$f''(x) = -\frac{2}{9(x-1)^{5/3}}$$

$f''(x) \neq 0$

$f''(x)$ غير معرفة $\Rightarrow \boxed{x = 1}$

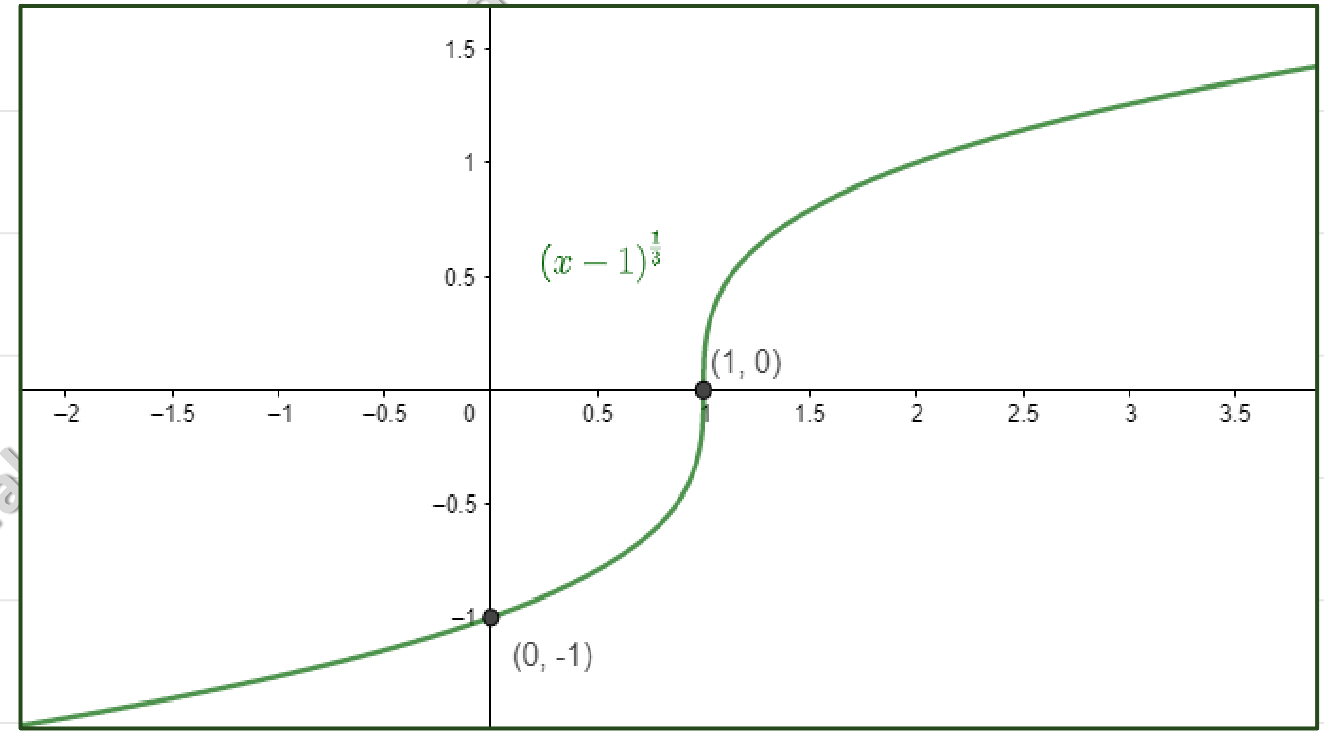
رسم تمثيل بياني مع مماس رأسي

تمرين

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$، يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل

المميزات	
المجال	$\mathbb{R}$
مماس رأسي	$x = 1$
f(x) متزايدة عند	$(-\infty, \infty)$
القيم القصوة المحلية	______
f(x) تتقعر لأعلي عند	$(-\infty, 0)$
f(x) تتقعر لأسفل عند	$(0, \infty)$
نقاط الانقلاب	$(1, 0)$
x – تقاطع	$x = 1$
y – تقاطع	$y = -1$



الحصة الرابعة

+971566151988/

أ/ محمد طه

أهداف التعلم

رسم تمثيل بياني لدالة معطاة باستخدام خصائصها واختبار المشتقة الأولى والثانية

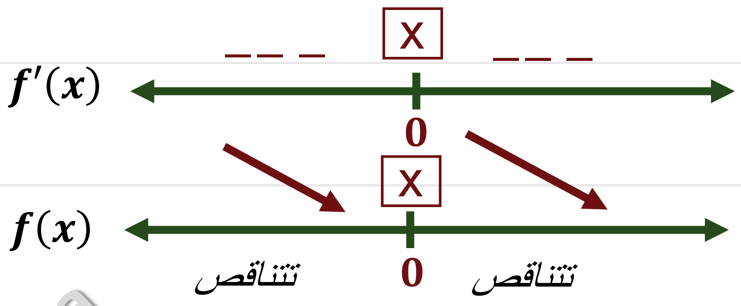
التمثيل البياني لدالة يصعب فيها رؤية بعض المميزات

مثال 6.5 صفحة 284

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$، يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل

دراسة إشارة المشتقة الأولى:



$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ متناقصة عند

$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

لا توجد قيمة قصوى محلية

معلومات حول المشتقة الأولى:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x}\right] \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$$

$$f'(x) \neq 0$$

$f'(x)$ غير موجودة $\Rightarrow$ $\cancel{x = 0}$

$\notin$ المجال $f(x)$

دالة أسية $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

ملاحظة

مقام الأس يكون صفرًا $x = 0$

المجال $\mathbb{R}/\{0\}$

عند $x = 0$

$\rightarrow e^{\infty} \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = \infty$$

$\Rightarrow$ $x = 0$ خط تقارب رأسي

فى الجانب الأيمن فقط

$\rightarrow e^{-\infty} \rightarrow 0$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$$

$\Rightarrow$ $x = 0$ قفزة عند

فى الجانب الأيسر فقط

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

التمثيل البياني لدالة يصعب فيها رؤية بعض المميزات

مثال

6.5صفحة 284

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ، يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل

سلوك النهايات

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1 \qquad \to e^0 \to 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1 \qquad \to e^0 \to 1$$

$\Rightarrow$ $y = 1$ خط تقارب أفقي

التقاطعات مع المحورين:

تقاطع $x -$ $\Rightarrow$ $f(x) = e^{\frac{1}{x}} \neq 0$

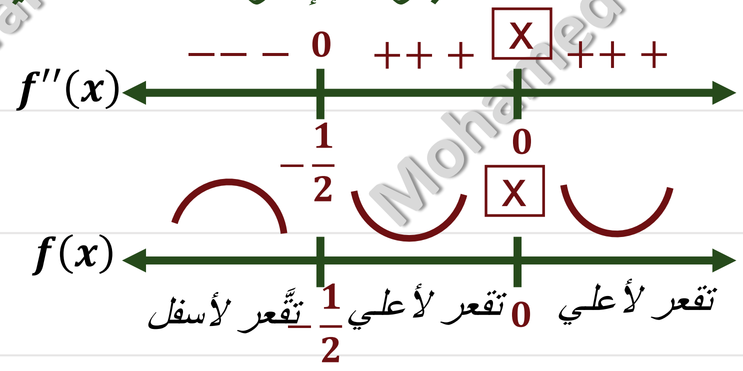
$\Rightarrow$ "لا يتقاطع مع x"

تقاطع $y -$ $\Rightarrow$ $x \neq 0$

$\Rightarrow \notin f(x)$ مجال

"لا يتقاطع مع y"

بدراسة إشارة المشتقة الثانية



$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأعلى:

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, \infty)$$

$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ تقعر لأسفل

$$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$$

بما أن الدالة تقوم بتغيير التقعّر:

$\left(-\frac{1}{2}, e^{-2}\right)$ هي نقطة انعطاف

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$$

معلومات حول المشتقة الثانية:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\left[-\frac{1}{x^2}\right] \cdot e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{x^2} \cdot \frac{d}{dx}\left[e^{\frac{1}{x}}\right]$$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3} e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{x^2} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) e^{\frac{1}{x}}$$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3} e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^4} e^{\frac{1}{x}}$$

$$f''(x) = e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^4}\right) = e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{1+2x}{x^4}\right)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow e^{\frac{1}{x}} \neq 0 \qquad 1 + 2x = 0$$

$f''(x)$ غير موجودة $\Rightarrow$ $\cancel{x = 0}$ $\boxed{x = -\frac{1}{2}}$

$\notin$ المجال $f(x)$

+971566151988/

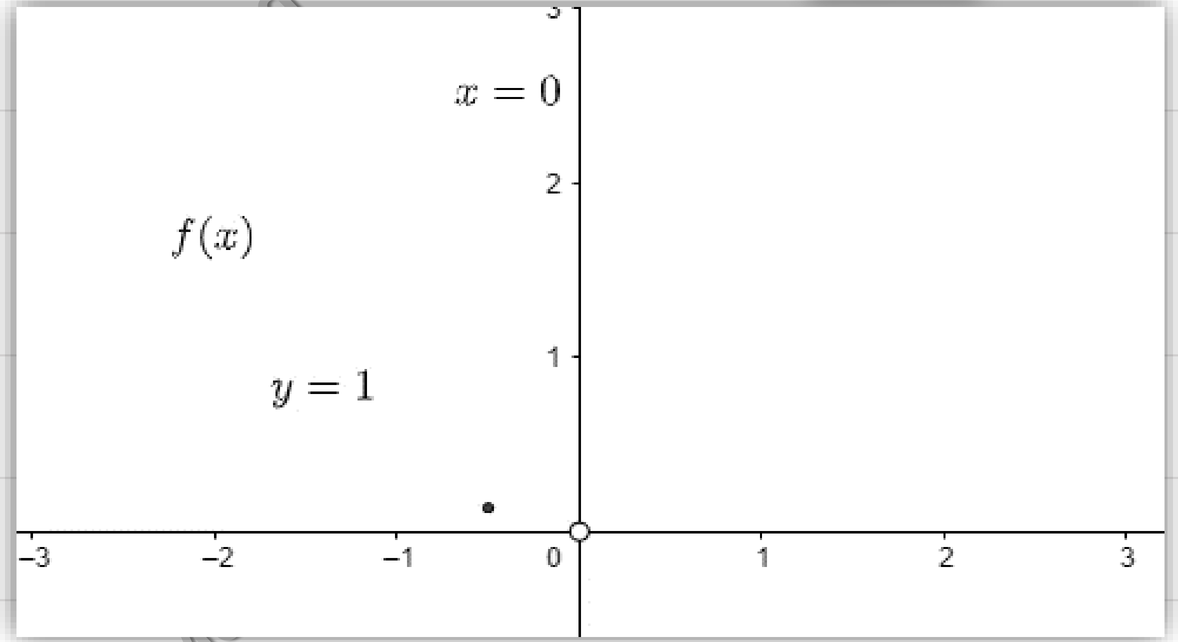
أ/ محمد طه

التمثيل البياني لدالة يصعب فيها رؤية بعض المميزات

مثال 6.5 صفحة 284

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ، يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل



المميزات	
المجال	$\mathbb{R}/\{0\}$
خط تقارب رأسي	$x = 0$ (للجانب الأيمن)
فتحة	$(0,0)$ (للجانب الأيسر)
متناقصة عند $f(x)$	$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
قيمة قصوى	لا توجد قيمة قصوى
تقعر لأعلى عند $f(x)$	$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, \infty)$
تقعر لأسفل عند $f(x)$	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$
نقاط الانعطاف	$(-\frac{1}{2}, e^{-2})$
تقاطع $x -$	————
تقاطع $y -$	————
خط تقارب أفقي	$y = 1$

التمثيل البياني لمجموع كثيرة الحدود ودالة مثلثية

تمرين 6.6صفحة 285

الحل

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \cos x - x$, يوضح جميع المميزات المهمة .

المجال $\mathbb{R}$ $\quad f(x) = \cos x - x$

معلومات حول المشتقة الأولي $\quad f'(x) = -\sin x - 1$

لاحظ

$$-1 \le \sin x \le 1$$
$$1 \ge -\sin x \ge -1$$
$$0 \ge -\sin x - 1 \ge -2$$
$$0 \ge f'(x) \ge -2$$

$f'(x) \le 0$ وهذا لكل x $\Rightarrow$ $f(x)$ عند متزايدة

عدد حرج

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1$

$\Rightarrow x = \dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x = \dfrac{3\pi}{2} + 2n\pi}$

هنا يوجد مماس أفقي عند $f'(x) = 0$

بدراسة إشارة المشتقة الأولي

$f'(x)$: $- -$ $\;0\;$ $- -$ $\;0\;$ $- -$ $\;0\;$ $- -$ عند $-\dfrac{\pi}{2}$ ، $\dfrac{3\pi}{2}$ ، $\dfrac{7\pi}{2}$

$f(x)$: متناقصة $-\dfrac{\pi}{2}$ متناقصة $\dfrac{3\pi}{2}$ متناقصة $\dfrac{7\pi}{2}$ متناقصة

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ متناقصة عند $(-\infty, \infty)\backslash x = \dfrac{3\pi}{2} + 2n\pi$

المشتقة لا تغير إشارتها

$\Rightarrow$ لا توجد قيمة قصوى محلية

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

التمثيل البياني لمجموع كثيرة الحدود ودالة مثلثية

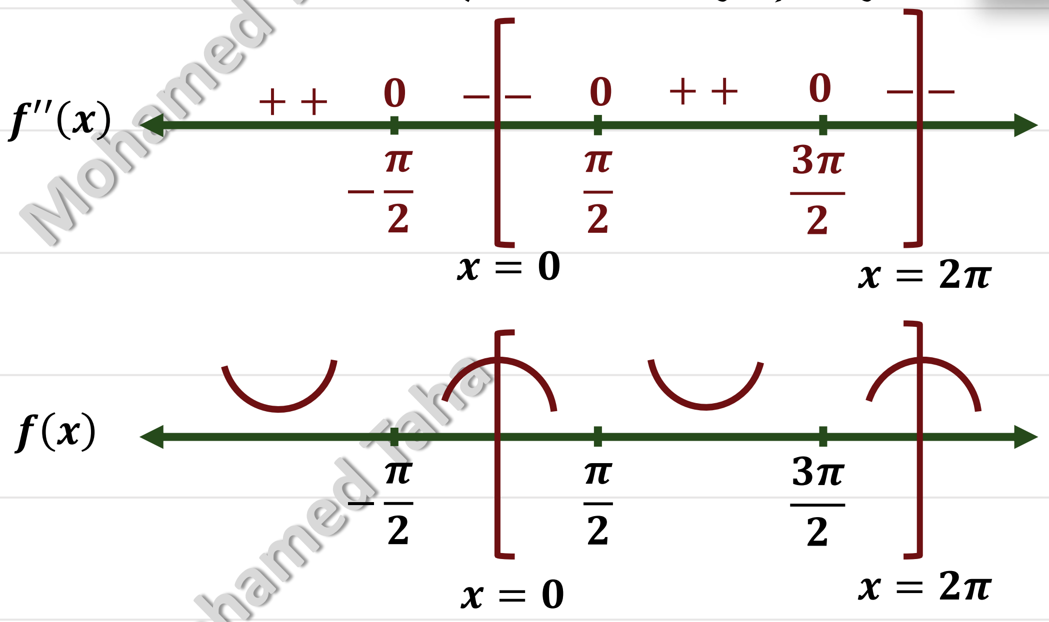
مثال

6.6صفحة 285

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = cos\ x - x,$ يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل

دراسة إشارة المشتقة الثانية:



بما أن الدالة تقوم بتغيير التقعر:

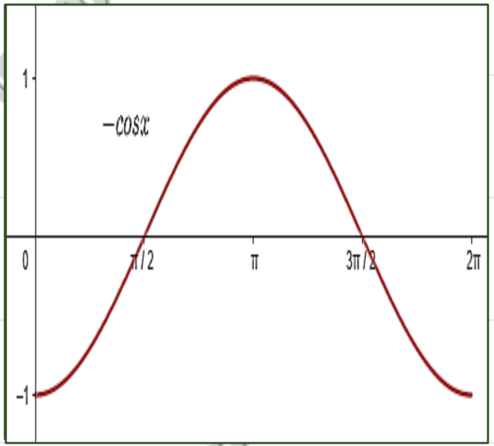
عدد لا نهائي من نقاط الانعطاف على المضاعفات الفردية لـ $\frac{\pi}{2}$

$$x = \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \dots\dots$$

$$f(x) = cos\ x - x$$

$$f'(x) = -sin\ x - 1$$

معلومات حول المشتقة الثانية



$$f''(x) = -cos\ x$$

ملاحظة: فى فترة $[0,2\pi]$

$$cosx \begin{cases} > 0, & \left[0,\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right] \\ < 0, & \left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$f''(x) = -cosx \begin{cases} < 0, & \left[0,\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right] \Rightarrow \\ > 0, & \left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$f(x)$ تقعر لأسفل

$f(x) \Rightarrow$ تقعر لأعلي

وهذا النمط يتكرر خارج $[0,2\pi]$

بما أن $f'' = -cosx$ تكون متكررة على فترة $= 2\pi$

التمثيل البياني لمجموع كثيرة الحدود ودالة مثلثية

مثال

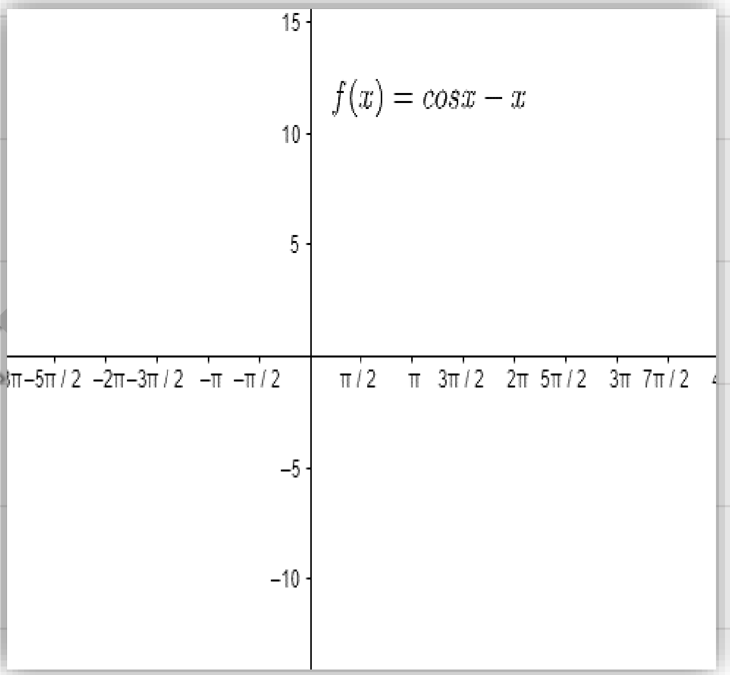
6.6صفحة 285

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \cos x - x,$ يوضح جميع المميزات المهمة .

الحل

y – تقاطع $\Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow y = \cos(0) - 0 \Rightarrow \boxed{y = 1}$



سلوك النهايات:

يتذبذب بين $-1 \le \cos x \le 1$

$\lim\limits_{x\to\infty}(-x) = -\infty$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(\cos x - x) = -\infty$$

يتذبذب بين $1 \le \cos x \le 1$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(-x) = \infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(\cos x - x) = \infty$$

$\Rightarrow$ لا يوجد خط تقارب أفقي

التقاطعات مع المحورين:

x – يتقاطع $\Rightarrow f(x) = 0$

$\Rightarrow \cos x - x = 0$

$\Rightarrow \boxed{x \approx 0.739085}$

x – يتقاطع: $\Leftarrow f(x) = 0$

لا يمكنك الحل جبريًا بالتقريب باستخدام طريقة نيوتن
أو مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة

واجب منزلي

صفحات: 286-287

لدى الدالة f خط التقارب المائل $y = mx + b (m \neq 0)$ إذا كانت $\lim_{x\to\infty}[f(x) - (mx+b)] = 0$ و/أو $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (mx+b)] = 0$.

في التمارين 43-48، جد الخط المتقارب المائل. (استخدم القسمة المطولة لإعادة كتابة الدالة)، ثم ارسم الدالة بيانياً وخط التقارب الخاص بها على المحاور نفسها.

44. $f(x) = \frac{3x^2-1}{x-1}$ 46. $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}$

جد دالة يوجد بتمثيلها البياني خطوط التقارب المعطاة.

49. $x = 1, x = 2$ و $y = 3$ 50. $x = -1, x = 1$ و $y = 0$

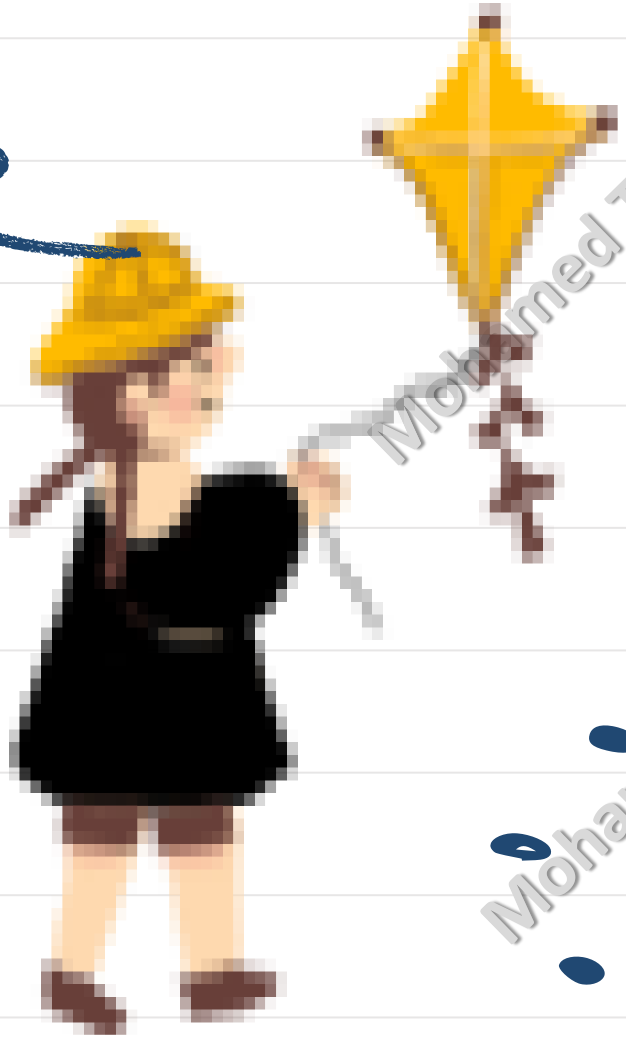
ارسم بيانيا الدالة التي تناقش بشكل تام التمثيل البياني كما فى مثال 6.2

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ 2. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

في تمارين 1-22 ، ارسم بيانيًا الدالة التي تناقش بشكل تام التمثيل البياني كما في مثال 6. 2

9. $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$ 19. $f(x) = x^{5/3} - 5x^{2/3}$

11. $f(x) = x + \sin x$ 21. $f(x) = e^{-2/x}$



بالتوفيق للجميع

+971566151988/

أ/ محمد طه