THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

الثاني عشر متقدم

MATH ARB

MATH TERM 2

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program

2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat

0566010255 -0502070147

ahmatta.math@gmail.com

UAE - ABU DHABI

5 - التكامل

1. الدوال الأصلية
2. المجموع والرمز سيجما
3. المساحة
4. التكامل المحدود
5. النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل
6. التكامل بالتعويض
7. التكامل العددي
8. اللوغاريتم الطبيعي كتكامل

AHMED ATA

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (3-4)

القيم العظمي والصغرى

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

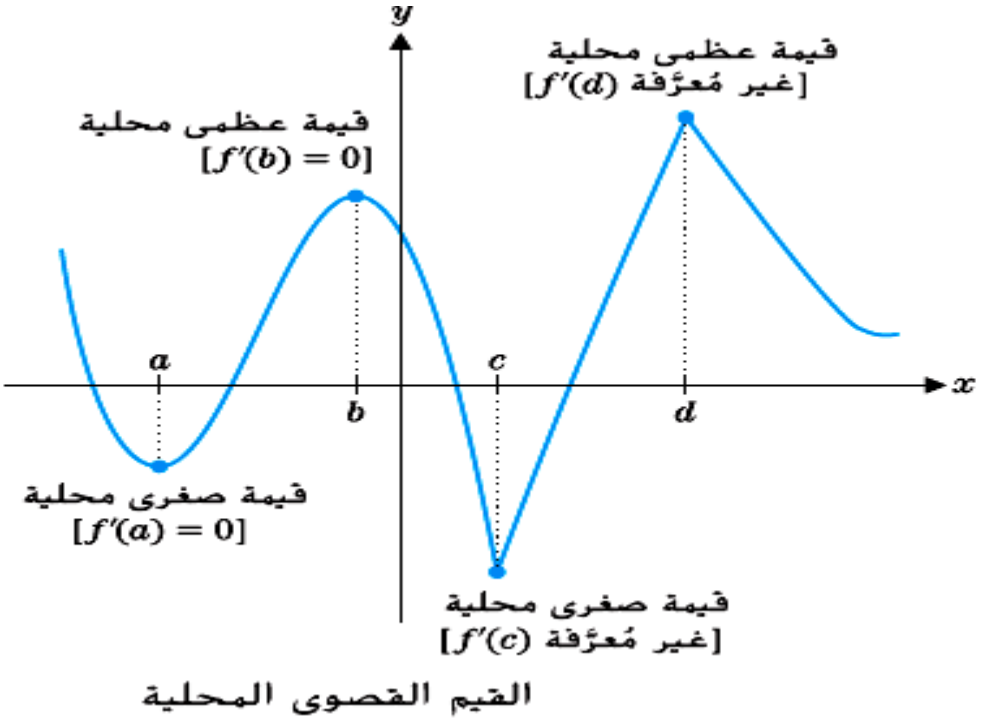
AHMED ATA

الدرس (3-4)

القيم العظمي والصغرى

التعريف 3.3

يسمّى العدد c في مجال دالة معينة f **عددًا حرجًا** لـ f إذا كانت $f'(c) = 0$ أو $f'(c)$ غير معرّفة.



القيم القصوى المحلية

تعريف 3.1

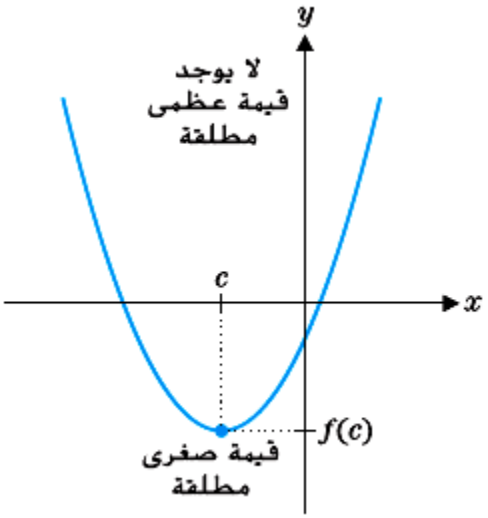
الدالة f المُعرَّفة في المجموعة S من الأعداد الحقيقية والعدد $c \in S$

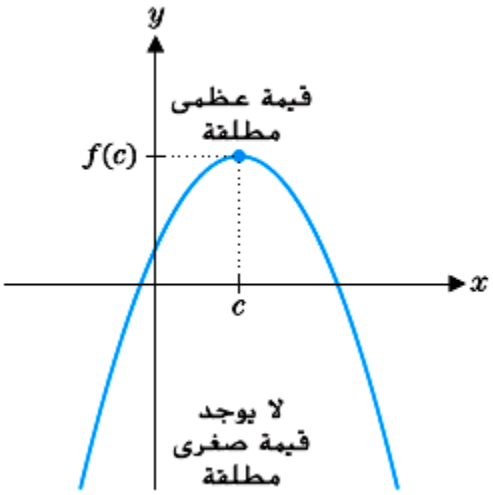
(i) $f(c)$ هي **القيمة العظمى المطلقة** للدالة f في S إذا كانت $f(c) \geq f(x)$ لكل $x \in S$ و

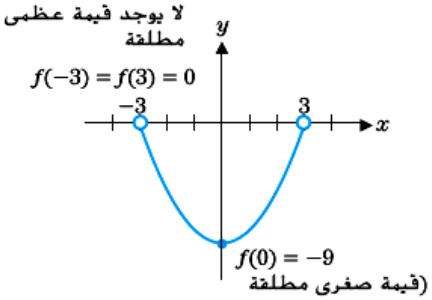
(ii) $f(c)$ هي **القيمة الصغرى المطلقة** للدالة f في S إذا كانت $f(c) \leq f(x)$ لكل $x \in S$.

القيمة العظمى المطلقة و القيمة الصغرى المطلقة يُشار إليها بـ **القيمة القصوى المطلقة**. (وصيغة الجمع للقيمة القصوى هي **القيم القصوى**).

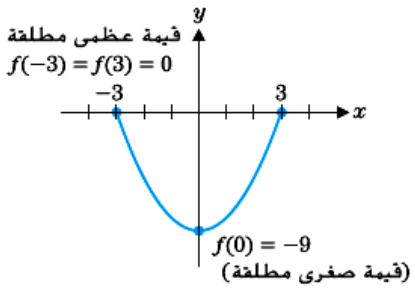
The Featured program 0566010255



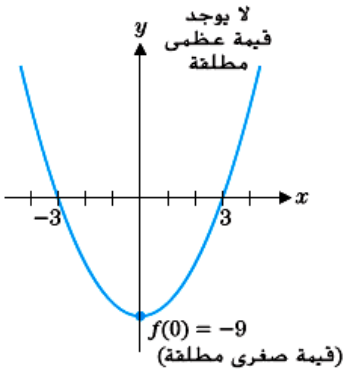




$y = x^2 - 9$ على $(-3, 3)$



$y = x^2 - 9$ على $[-3, 3]$



$y = x^2 - 9$ على $(-\infty, \infty)$

نظرية 3.1 (نظرية القيم القصوى)

الدالة المتصلة f المُعرَّفة في الفترة المغلقة $[a, b]$ تحقق قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة في تلك الفترة.

التعريف 3.2

(i) $f(c)$ هي قيمة عظمى محلية للدالة f إذا كانت $f(c) \geq f(x)$ لكل x في فترة مفتوحة تحتوي على c .

(ii) $f(c)$ هي قيمة صغرى محلية للدالة f إذا كانت $f(c) \leq f(x)$ لكل x في فترة مفتوحة تحتوي على c .

في كلتا الحالتين نطلق على $f(c)$ قيمة قصوى محلية للدالة f.

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255

أوجد جميع الاعداد الحرجة

1 $f(x) = x^2 + 5x - 1$

2 $f(x) = x^3 - 3x + 1$

3 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

4 $f(x) = x^{3/4} - 4x^{1/4}$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

5 $f(x) = \sin x \cos x, [0, 2\pi]$

6 $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x + 2}$ (تذكر أن – إيجاد المجال أولا)

7 $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

8 $f(x) = 2x\sqrt{x+1}$

9 $f(x) = |x^2 - 1|$

10 $f(x) = (3x+1)^{2/3}$

11 $f(x) = \dfrac{2x^2}{x+2}$.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

12 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{if } x < 0 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$

13 $f(x) = \begin{cases} 7 - 2x^2, & x \leq 1 \\ x^2 - 4x, & x > 1 \end{cases}$

The Featured program 0566010255

أوجد القيم القصوى المطلقة لدالة محددة في كل فترة مشار إليها

14 $f(x) = x^3 - 3x + 1 \quad \text{on } [0, 2]$

15 $f(x) = x^{2/3}$ on $[-4, -2]$

16 $f(x) = \sin x + \cos x$ on $[0, 2\pi]$

17 $f(x) = e^{-x^2}$ on $[0, 2]$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

18 $f(x) = \dfrac{3x^2}{x-3}$ on $[-2, 2]$

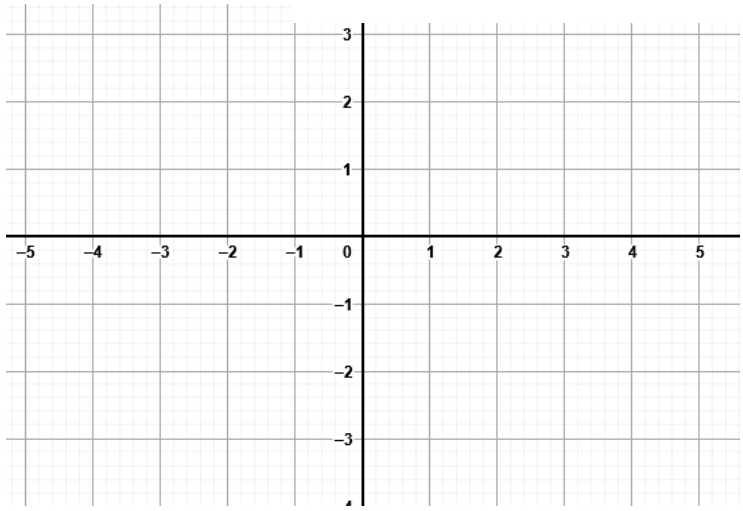
19 $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$ on $[0, 1]$

20 $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ on $[0, 2]$

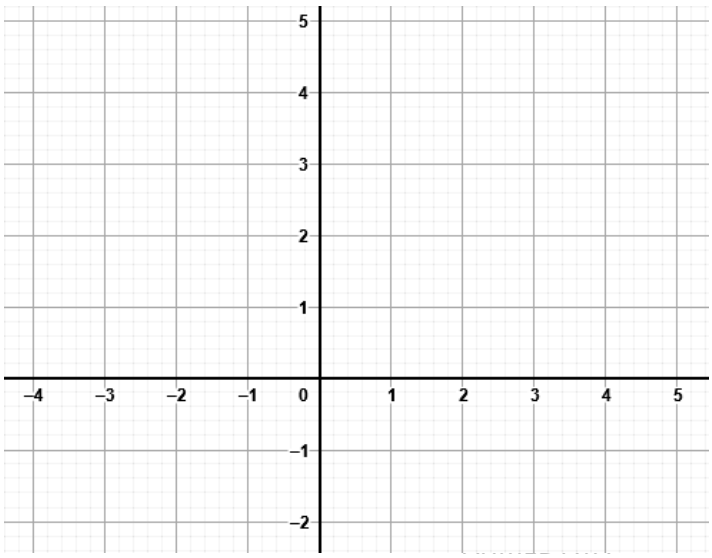
AHMED ATA
The Featured program 0566010255

21 $f(x) = 4x^{5/4} - 8x^{1/4}$ on $[0, 4]$

22 ارسم تمثيلًا بيانيًا لدالة f بحيث تكون القيمة العظمى المطلقة لـ $f(x)$ في الفاصل $[-2, 2]$ يساوي 3 وتكون القيمة الصغرى المطلقة غير موجودة.

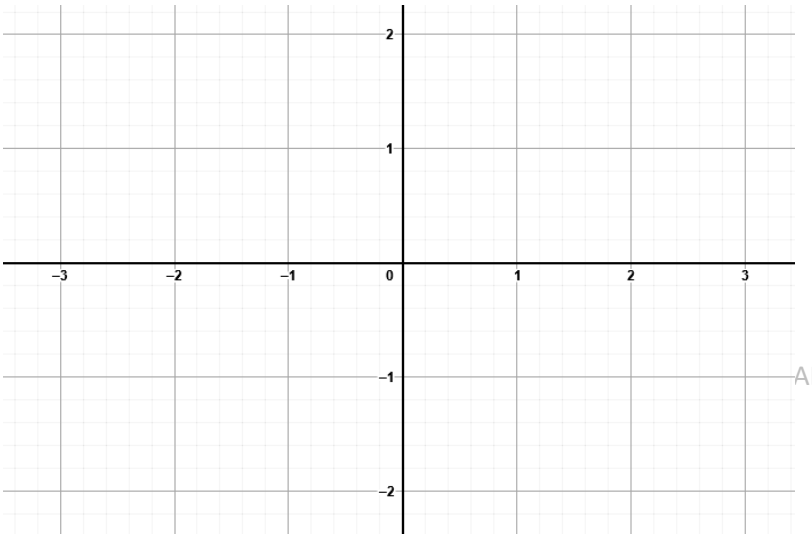


23 ارسم تمثيلًا بيانيًا لدالة متصلة f بحيث تكون القيمة العظمى المطلقة لـ $f(x)$ في الفترة $(-2, 2)$ غير موجودة وتكون القيمة الصغرى المطلقة 2.

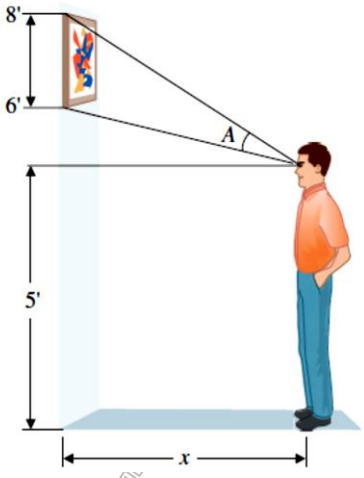


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

24 ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة f بحيث لا توجد قيمة عظمى مطلقة لـ $f(x)$ في الفترة $[-2, 2]$ وكذلك لا توجد قيمة صغرى مطلقة.



25 على فرض ان تعليق لوحة على جدار كما هو موضح في الشكل. يمتد الإطار بطول 6 in إلى 8 in فوق الأرض. يقف شخص ترتفع عيناه عن الأرض بمقدار 5 in على بُعد x in من الحائط، وينظر إلى اللوحة بزاوية رؤية A التي تشكلت من الشعاع الصادر من عين هذا الشخص إلى أعلى الإطار، والشعاع الصادر من عين الشخص إلى أسفل نقطة في الإطار. جـــد قيمة x التي تزيد من زاوية الرؤية A .



The Featured program 0566010255
AHMED ATA

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-4)

الدوال المتزايدة والمتناقصة

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (4-4)

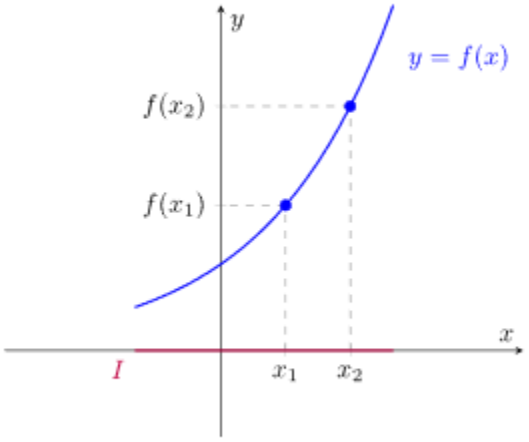
الدوال المتزايدة والمتناقصة

التعريف 4.1

تكون f دالة متزايدة في الفترة I إذا كانت لكل $x_1, x_2 \in I$ عندما $x_1 < x_2$ ، فانّ $f(x_1) < f(x_2)$ [بمعنى، تصبح $f(x)$ أكبر كلما أصبحت x أكبر].

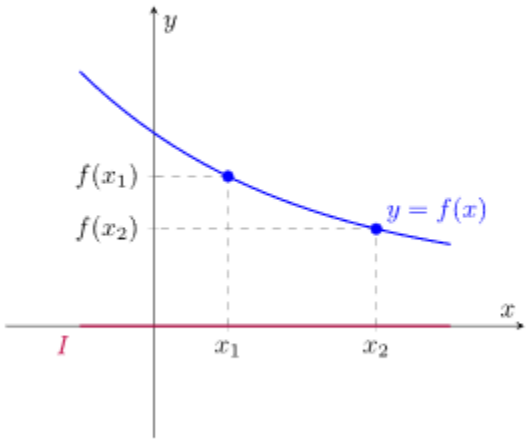
تكون f دالة متناقصة في الفترة I إذا كانت لكل $x_1, x_2 \in I$ ، فانّ $f(x_1) > f(x_2)$ عندما $x_1 < x_2$ [بمعنى، تصبح $f(x)$ أكبر كلما أصبحت x أصغر].

$f(x)$ متزايدة في I



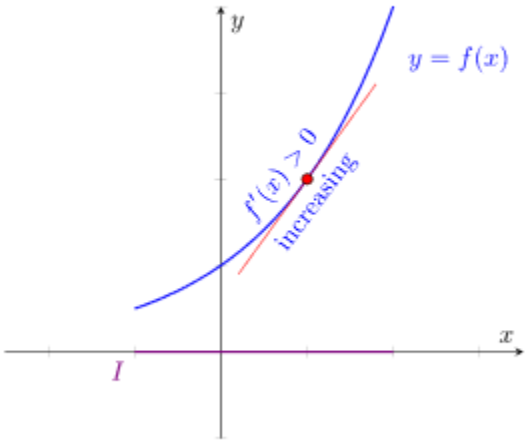
$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$

$f(x)$ متناقصة في I



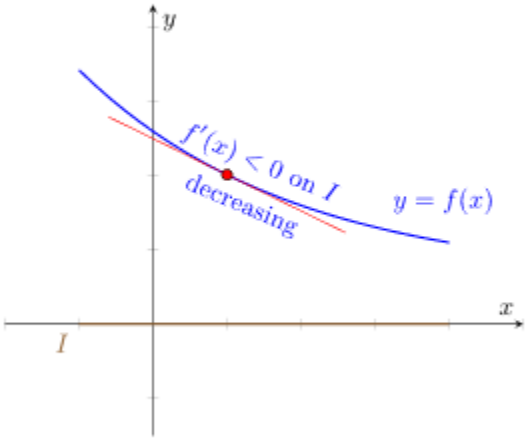
$x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$

$f'(x) > 0$ في الفترة I



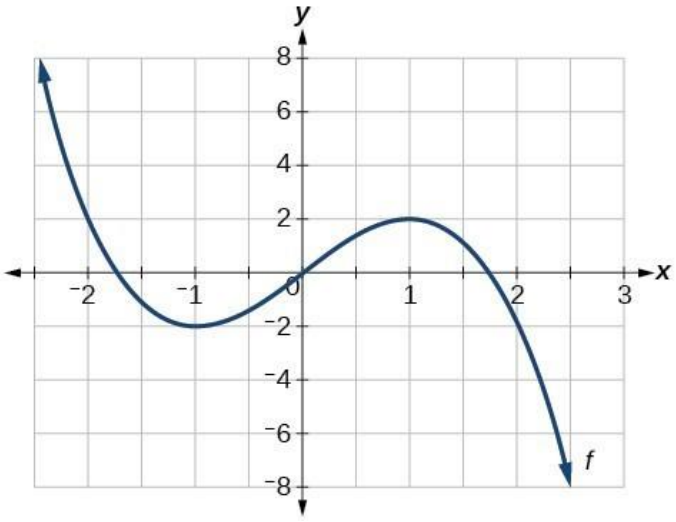
$f'(x) > 0 \implies f(x)$ تكون متزايدة

$f'(x) < 0$ في الفترة I



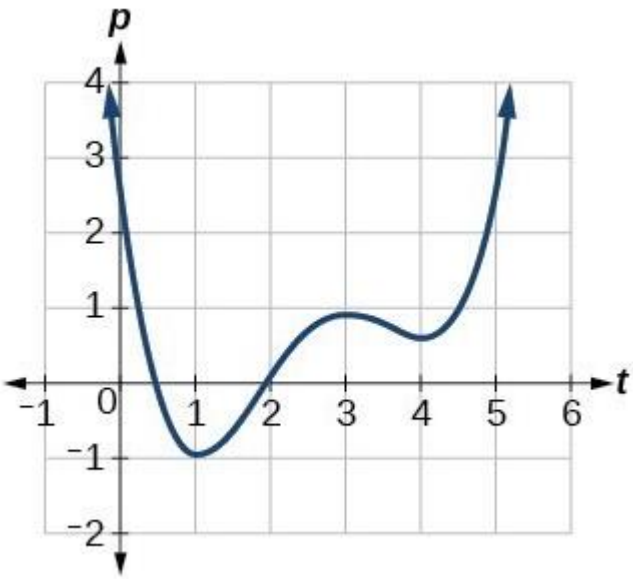
$f'(x) < 0 \implies f(x)$ تكون متناقصة

The Featured program 0566010255



1 في الرسم البياني الموضح أوجد:

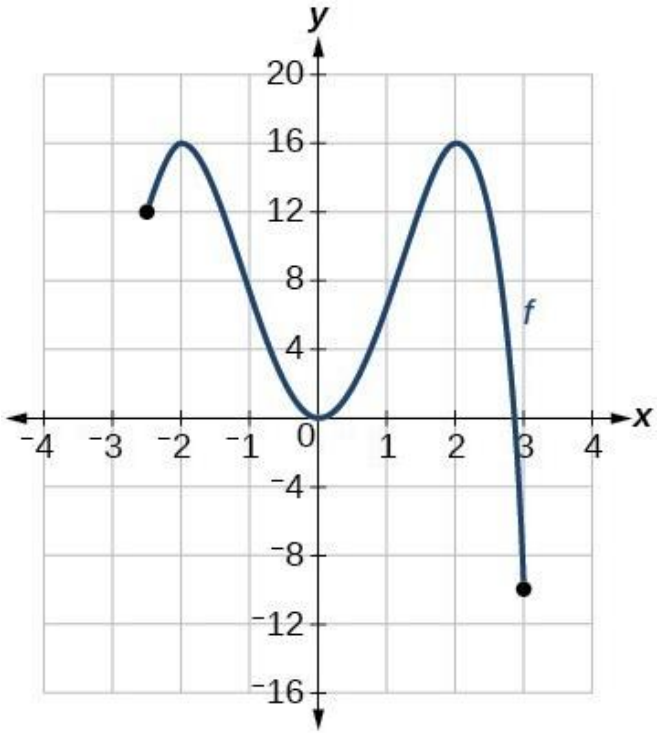
- الاعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- القيمة العظمى المطلقة
- القيمة الصغرى المطلقة
- القيم العظمى المحلية
- القيم الصغرى المحلية



2 في الرسم البياني الموضح أوجد:

- الاعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- القيمة العظمى المطلقة
- القيمة الصغرى المطلقة
- القيم العظمى المحلية
- القيم الصغرى المحلية

AHMED ATA
The Featured program 0566010255



3 في الرسم البياني الموضح أوجد:

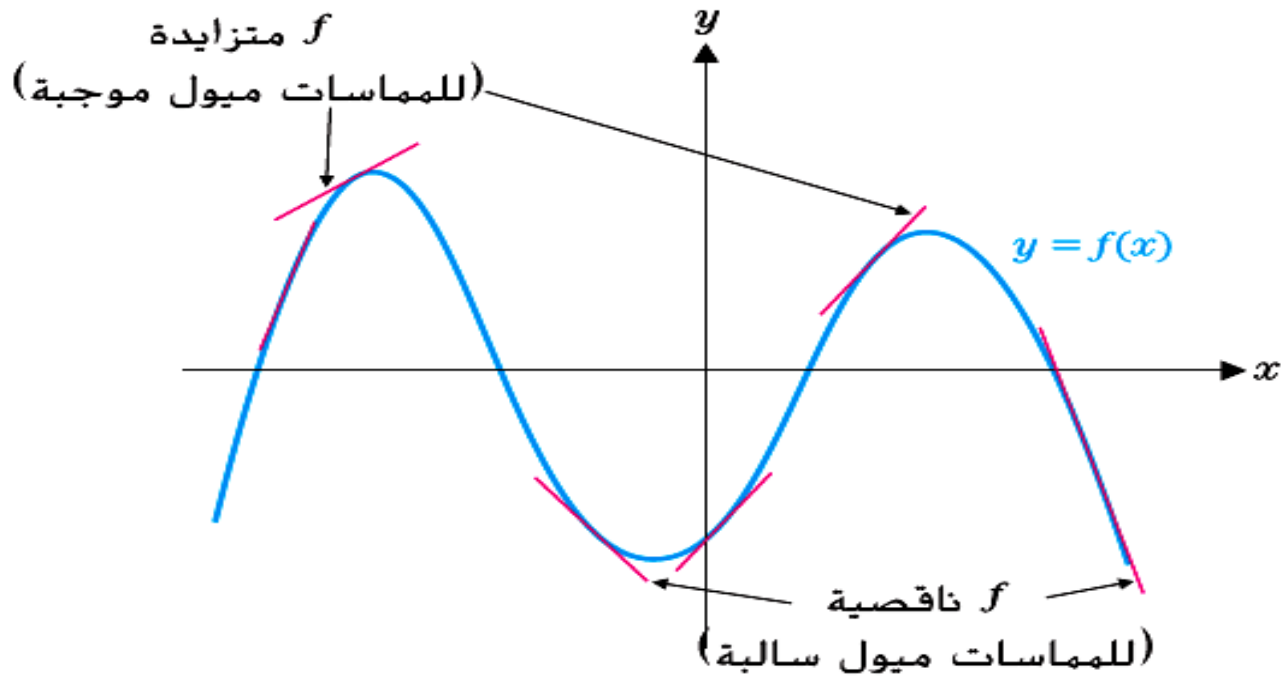
- الاعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- القيمة العظمى المطلقة
- القيمة الصغرى المطلقة
- القيم العظمى المحلية
- القيم الصغرى المحلية

النظرية 4.1

على فرض أن f قابلة للاشتقاق في الفترة I .

(i) إذا كانت $f'(x) > 0$ لكل قيم $x \in I$ ، فإن f تكون متزايدة في I .

(ii) إذا كانت $f'(x) < 0$ لكل قيم $x \in I$ ، فإن f تكون متناقصة في I .



الدالة المتزايدة والدالة المتناقصة

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

النظرية 4.2 اختبار المشتقة الأولى

على فرض أن f متصلة في الفترة $[a, b]$ و $c \in (a, b)$ هو عدد حرج.

(i) إذا كانت $f'(x) > 0$ لكل $x \in (a, c)$. و $f'(x) < 0$ لكل $x \in (c, b)$ (أي f تتغير من التزايد إلى التناقص عند c)، فإن $f(c)$ هي قيمة عظمى محلية.

(ii) إذا كانت $f'(x) < 0$ لكل $x \in (a, c)$. و $f'(x) > 0$ لكل $x \in (c, b)$ (أي f تتغير من التناقص إلى التزايد عند c)، فإن $f(c)$ هي قيمة صغرى محلية.

(iii) إذا كانت $f'(x)$ لها الإشارة نفسها في الفترتين (a, c) و (c, b)، فإن $f(c)$ ليست قيمة قصوى محلية.

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

أوجد يدوياً

a) جميع الاعداد الحرجة

b) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة والفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة

c) استخدم اختبار المشتقة الأولى لتحديد القيم القصوى

4 $y = x^3 - 3x + 2$

AHMED AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

5 $y = x^4 - 8x^2 + 1$

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255

6 $y = (x+1)^{2/3}$

7 $y = \sin x + \cos x$

8 $y = e^{x^2-1}$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

9 $y = \ln(x^2 - 1)$

أوجد يدوياً

a) جميع الاعداد الحرجة

b) استخدم اختبار المشتقة الأولى لتحديد القيم القصوى

10 $y = \tan^{-1}(x^2)$

11 $f(x) = x^{5/3} - 3x^{2/3}$.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

12 $y = \sqrt{x^3 + 3x^2}$

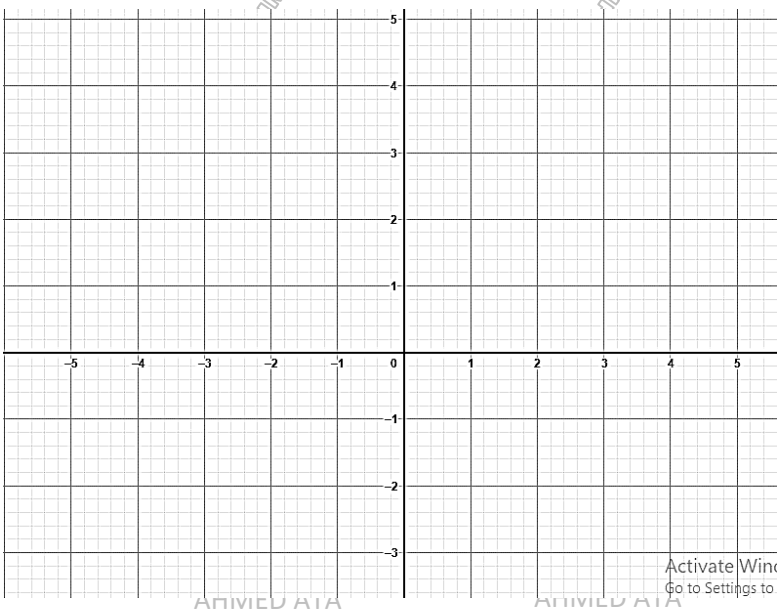
13 $y = \dfrac{x}{1 + x^3}$

14 ارسم تمثيلا بيانياً لدالة بالخصائص التالية

$f(0) = 1, \quad f(2) = 5,$

$f'(x) < 0 \quad \text{for} \quad x < 0 \quad \text{and} \quad x > 2,$

$f'(x) > 0 \text{ for } 0 < x < 2.$



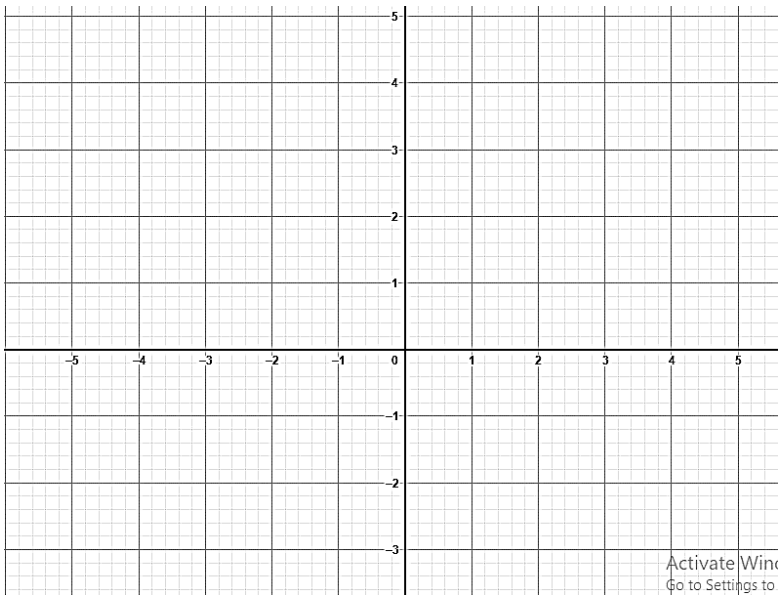
AHMED ATA
The Featured program 0566010255
Activate Win
Go to Settings to

15 $f(-1)=1,\ f(2)=5,$

$f'(x)<0$ for $x<-1$ and $x>2,$

$f'(x)>0$ for $-1<x<2,$

$f'(-1)=0,\ f'(2)$ does not exist.

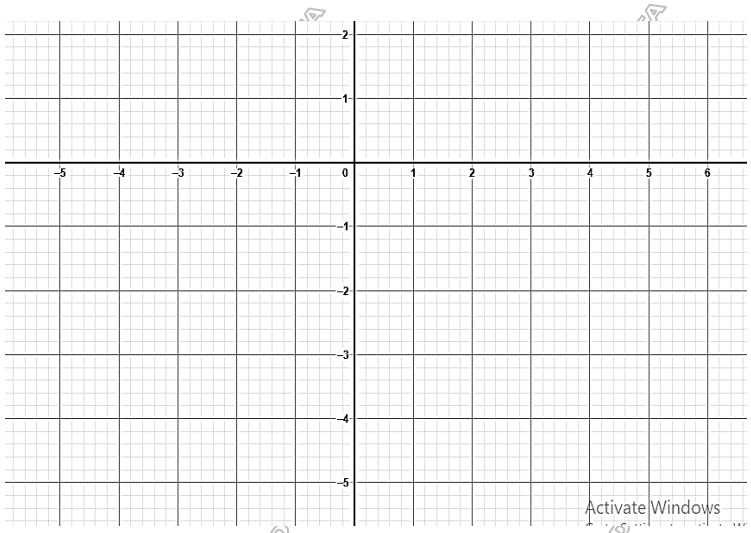


16 $f(3)=0,\ f'(x)<0$ for $x<0$ and $x>3,$

$f'(x)>0$ for $0<x<3,$

$f'(3)=0,$

$f(0)$ and $f'(0)$ do not exist.



17 $f(1)=0,\ \lim_{x\to\infty} f(x)=2,$

$f'(x)<0$ for $x<1,$

$f'(x)>0$ for $x>1,$

$f'(1)=0.$



AHMED ATA

أوجد يدوياً كافة خطوط التقارب والقيم القصوى

18 $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

19 $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

20 اذكر مجال الدالة $\sin^{-1} x$، وحدد أين تكون متزايدة أم متناقصة.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-5)

التقعر واختبار المشتقة الثانية

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (5-4)

التقعر واختبار المشتقة الثانية

التعريف 5.1

لكل دالة f قابلة للاشتقاق في الفترة I يكون التمثيل البياني للدالة f

(i) **مقعّرًا إلى الأعلى** في I إذا كانت f' متزايدة في I.

(ii) **مقعّرًا إلى الأسفل** في I إذا كانت f' متناقصة في I.

النظرية 5.1

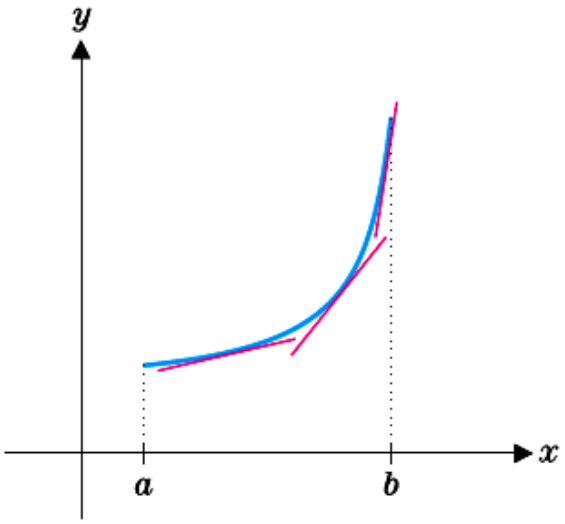
على فرض أن f'' موجودة في الفترة I .

(i) إذا كانت $f''(x) > 0$ في I ، فإن التمثيل البياني للدالة f مقعراً إلى الأعلى في I .

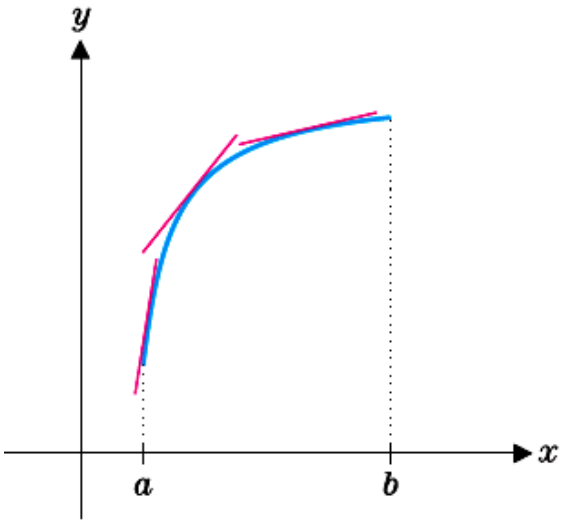
(ii) إذا كانت $f''(x) < 0$ في I ، فإن التمثيل البياني للدالة f مقعراً إلى الأسفل في I .

التعريف 5.2

على فرض أن f متصلة في الفترة (a, b) وأن التمثيل البياني يغير التقعر عند النقطة $c \in (a, b)$ (أي، يتقعر التمثيل البياني إلى الأسفل على جانب واحد من c ، بينما يتقعر إلى الأعلى على الجانب الآخر). إذًا، يُطلق على النقطة $(c, f(c))$ **نقطة انعطاف** لـ f .

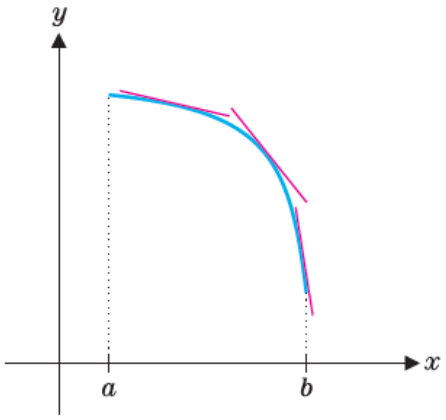


تقعّر إلى الأعلى، متزايد

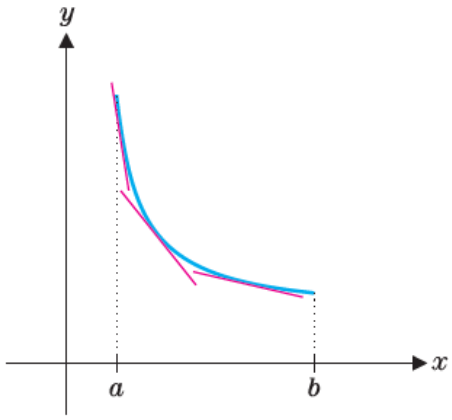


تقعّر إلى الأسفل، متزايد

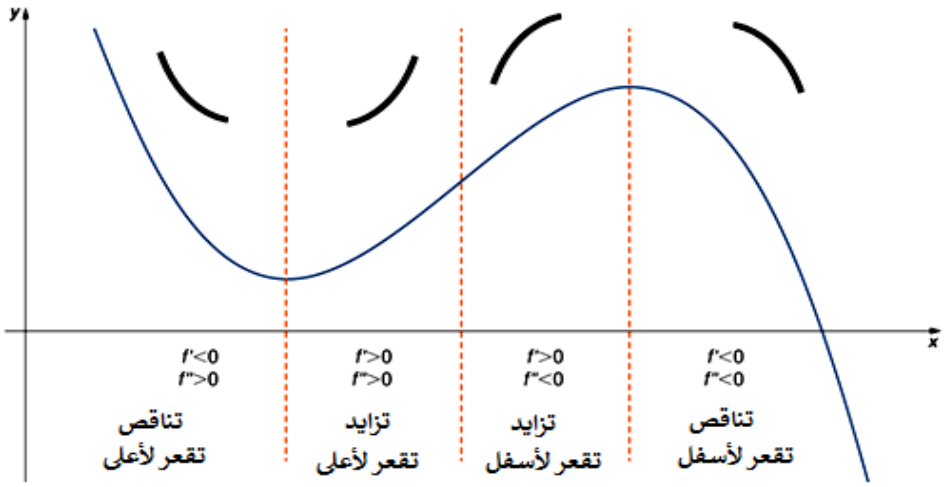
The Featured program 0566010255



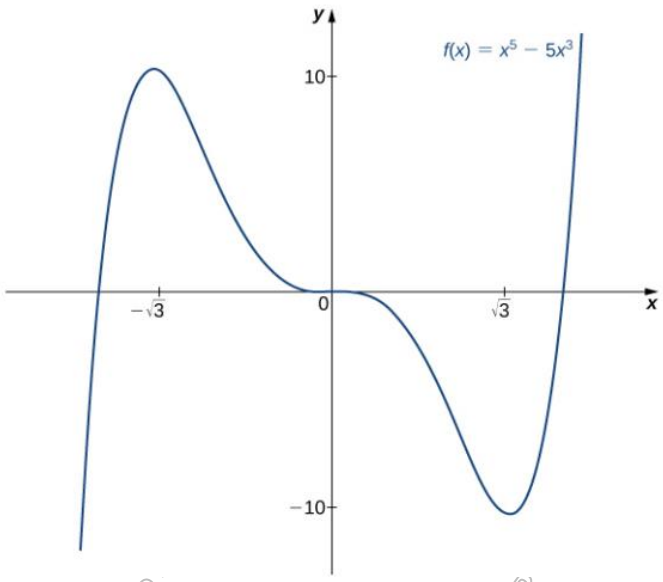
مقعّر إلى الأسفل، متناقص



مقعّر إلى الأعلى، متناقص



1 باستخدام الرسم البياني حدد



- جميع الاعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- فترات التقعر لأعلى
- فترات التقعر لأسفل
- نقاط الانعطاف

2 الدالة تكون تقعر لأعلى بين النقاط (يمكن اختيار أكثر من إجابة)

(i) A to C

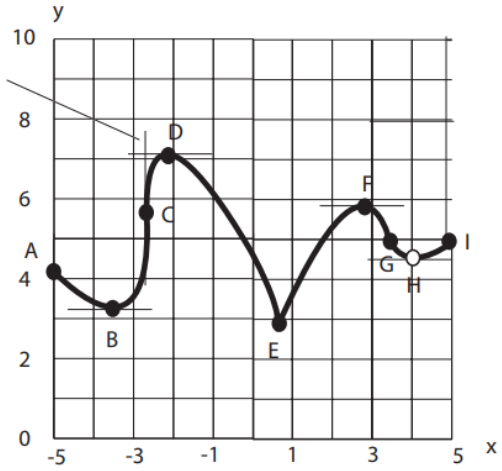
(ii) C to E

(iii) E to F

(iv) F to G

(v) G to I

(vi) none



3 الدالة تكون تقعر لأسفل بين النقاط (يمكن اختيار أكثر من إجابة)

(i) A to C

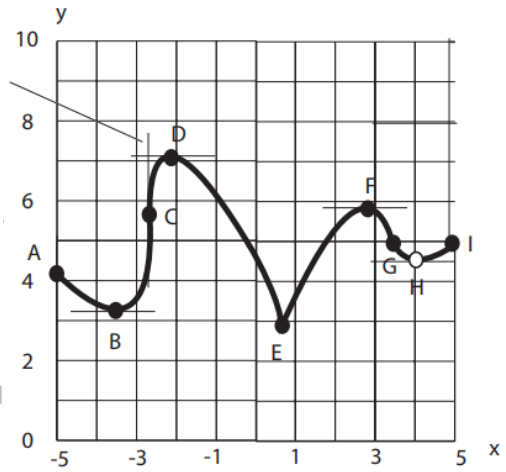
(ii) C to E

(iii) E to F

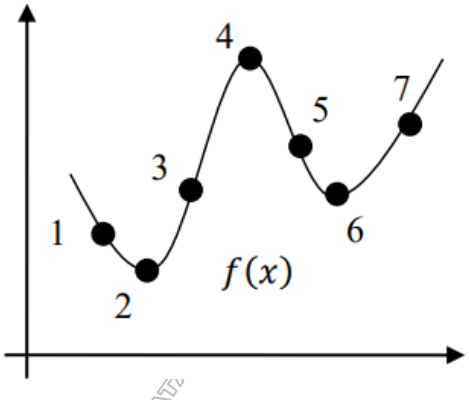
(iv) F to G

(v) G to I

(vi) none



4 استخدم النقاط المرقمة على الرسم البياني للإجابة على الأسئلة التالية



a) أي النقاط تكون عندها الدالة متزايدة

b) أي النقاط يكون للدالة عندها قيم عظمى محلية

c) أي النقاط يكون عنها ميل الدالة سالب

d) أي النقاط يكون عنها ميل الدالة صفر

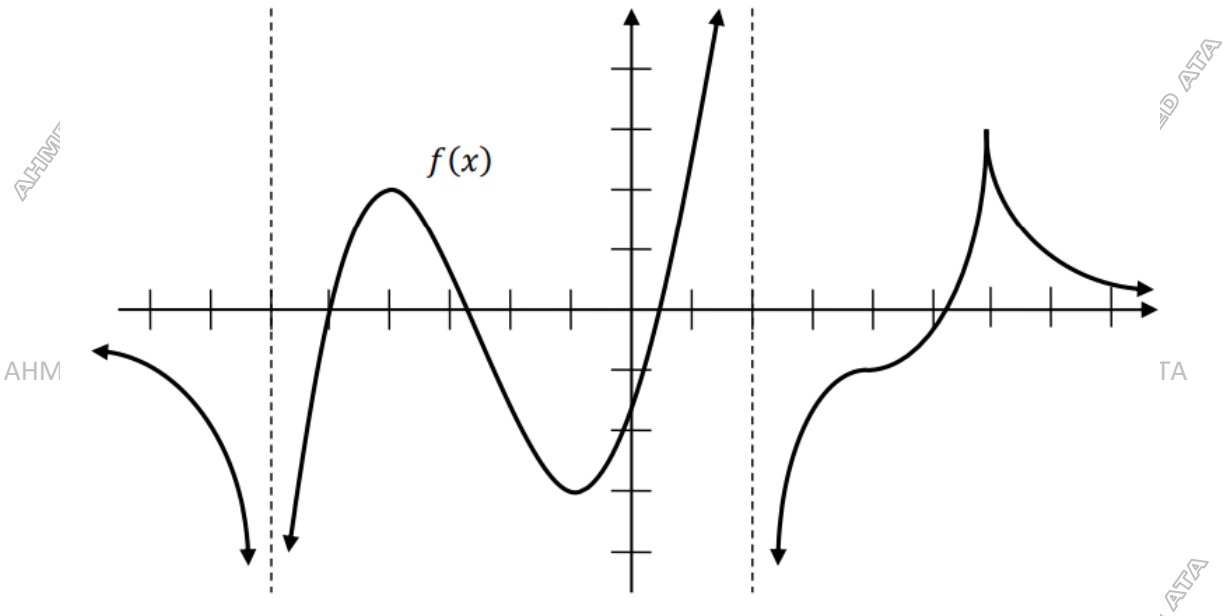
e) أي النقاط يكون للدالة عندها قيم صغرى محلية

f) أي النقاط تكون عندها الدالة متناقصة

g) أي النقاط يكون عنها ميل الدالة موجب

The Featured program 0566010255
AHMED ATA

5 استخدم الرسم البياني للدالة $f(x)$ للإجابة على الأسئلة التالية



a) أوجد فترات تزايد الدالة $f(x)$

b) أوجد فترات تناقص الدالة $f(x)$

c) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها ميل $f(x)$ يساوي صفر

d) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها مشتقة $f(x)$ غير موجودة

e) أوجد جميع الأعداد الحرجة للدالة

f) أوجد احداثيات نقاط القيم العظمى المحلية

g) أوجد احداثيات نقاط القيم الصغرى المحلية

h) أوجد قيم x التي $f(x)$ تتغير من التناقص للتزايد والعكس من التزايد للتناقص

AHMED ATA The Featured program 0566010255

حدد الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني لدالة معطاه مقعراً إلى الأعلى والفترات التي يكون فيها مقعرا لأسفل وحدد نقاط الانعطاف

6 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

7 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$

8 $f(x) = x + 3(1 - x)^{1/3}$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

9 $f(x) = \sin x - \cos x$

10 $f(x) = x + 1/x$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

أوجد جميع الأعداد الحرجة واستخدم اختبار المشتقة الثانية في تحديد جميع القيم القصوى المحلية

11 $f(x) = x^4 + 4x^3 - 1$

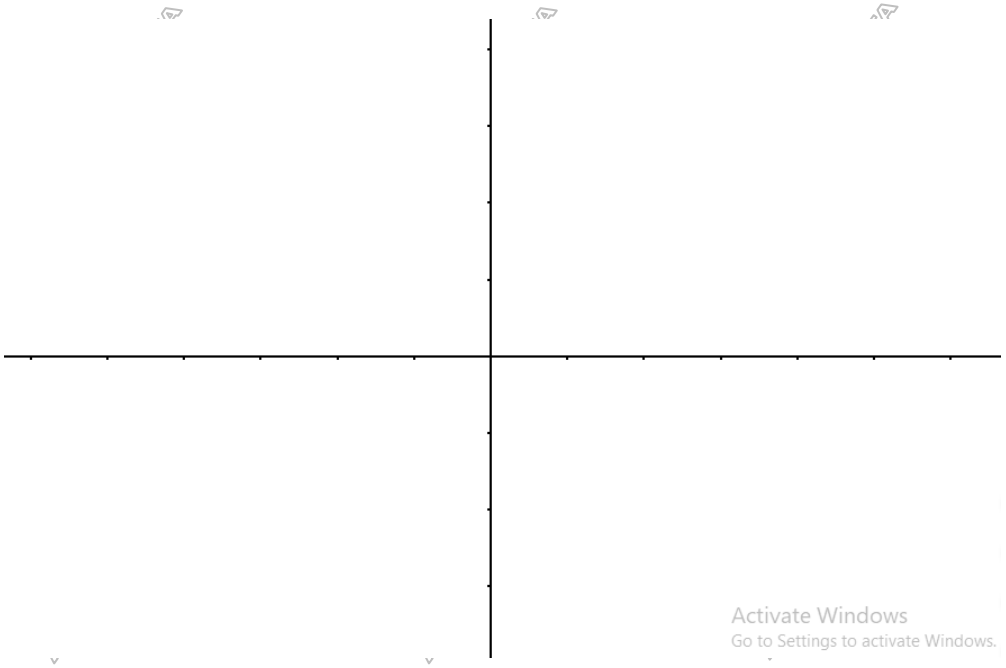
12 $f(x) = xe^{-x}$

13 $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x}$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

حدد جميع المميزات المهمة (تقريبياً إذا لزم الأمر) وارسم تمثيلاً بيانياً

14 $f(x) = x^4 - 26x^3 + x$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255
Activate Windows
Go to Settings to activate Windows.

15 إذا كان $f(x) = ax^3 - 6x^2$ لها نقطة انعطاف عند $x = 2$ أوجد قيمة a

16 إذا كان $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ لها قيمة صغرى محلية عند $x = 4$ ولها نقط إنعطاف عند $x = 1$ فأوجد قيمة كل من b و a

17 إذا كانت $f(x) = ax^2 + bx + c$ تمر بالنقطة $(1, 2)$ ولها قيمة عظمي محلية عند النقطة $(0, 3)$ أوجد قيم كل من c و b وa

AHMED ATA

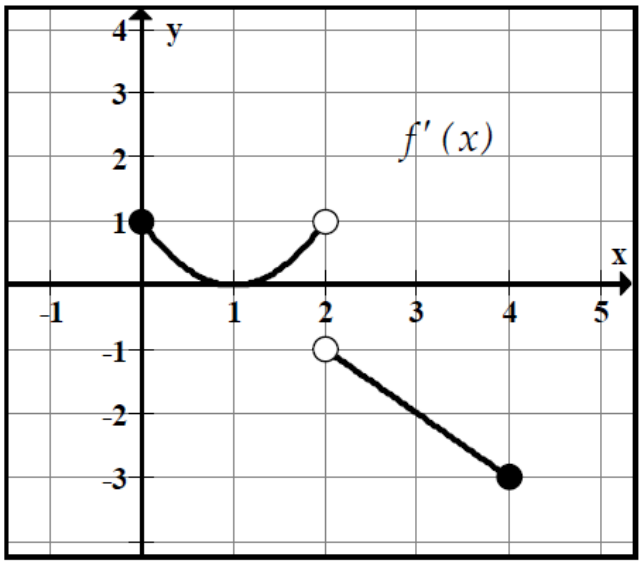
The Featured program 0566010255

18 إذا كانت $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ لها قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 3$ أوجد قيم كل من a و b

19 إذا كانت $f(x)$ لها قيمة صغرى عند $x = 1$ حيث أن $f'(x) = \frac{(x^2+1)(x-a)}{x^4+1}$ أوجد قيمة a

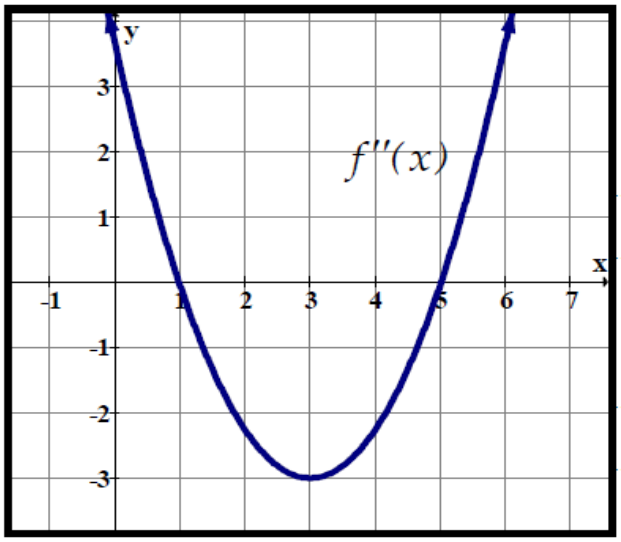
AHMED ATA
The Featured program 01066010255

20 في الرسم البياني الموضح $f'(x)$ حيث f(x) متصلة على الفترة $[0,4]$ حدد



- جميع الأعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- فترات التقعر لأعلى
- فترات التقعر لأسفل
- نقاط الانعطاف

21 في الرسم البياني الموضح $f''(x)$ المعرفة على جميع الأعداد الحقيقية حدد



- فترات التقعر لأعلى
- فترات التقعر لأسفل
- نقاط الانعطاف

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

حدد الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني للدالة مقعراً للأعلى والتي يكون فيها مقعراً للأسفل ثم حدد نقاط الانعطاف

22 $f(x) = x + 3(1-x)^{1/3}$

AHMED ATA

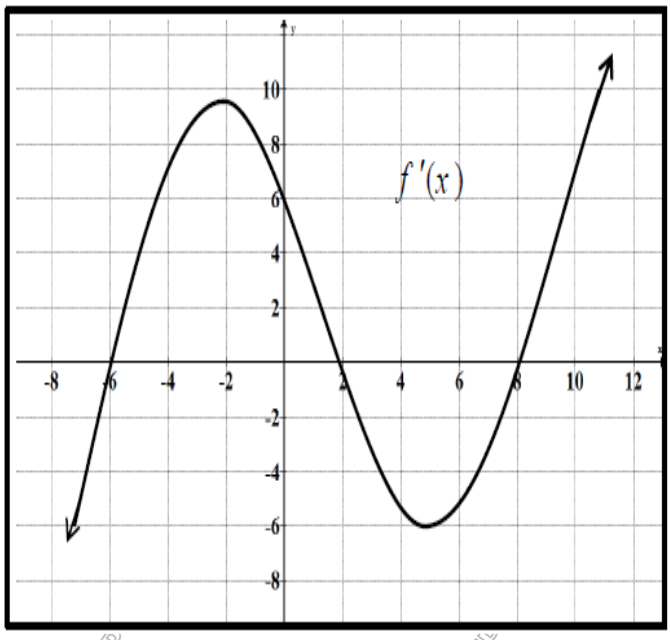
أوجد جميع الأعداد الحرجة واستخدم اختبار المشتقة الثانية في تحديد جميع القيم القصوى المحلية

23 $f(x) = 6x^2 + 5x - 11$

24 $f(x) = -3x^2 - 7x - 1$

The Featured program 0566010255

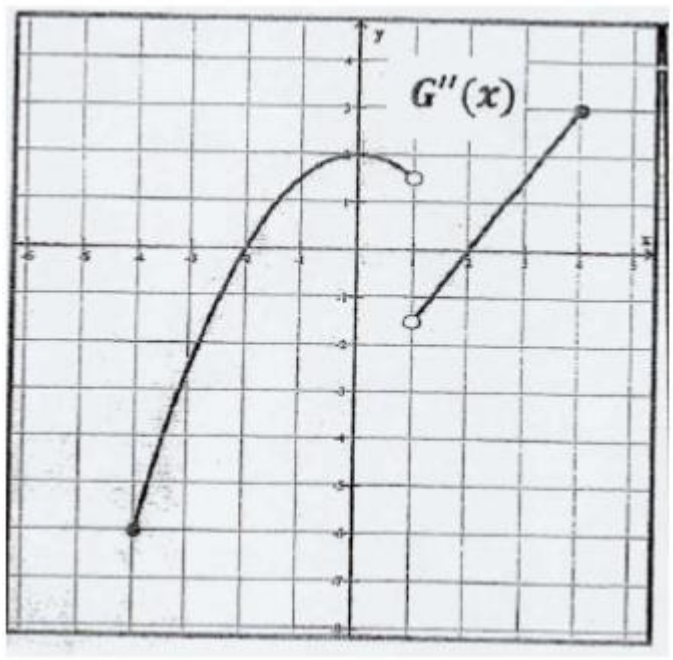
25 في الرسم البياني الموضح $f'(x)$ حيث f(x) متصلة حدد



- جميع الأعداد الحرجة
- فترات التزايد
- فترات التناقص
- فترات التقعر لأعلى
- فترات التقعر لأسفل
- نقاط الانعطاف

20 في الرسم البياني الموضح $G''(x)$ حيث G(x) متصلة على الفترة $[-4, 4]$ حدد

- فترات التقعر لأعلى
- فترات التقعر لأسفل
- نقاط الانعطاف



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-6)

نظرة عامة على رسم المنحنيات

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

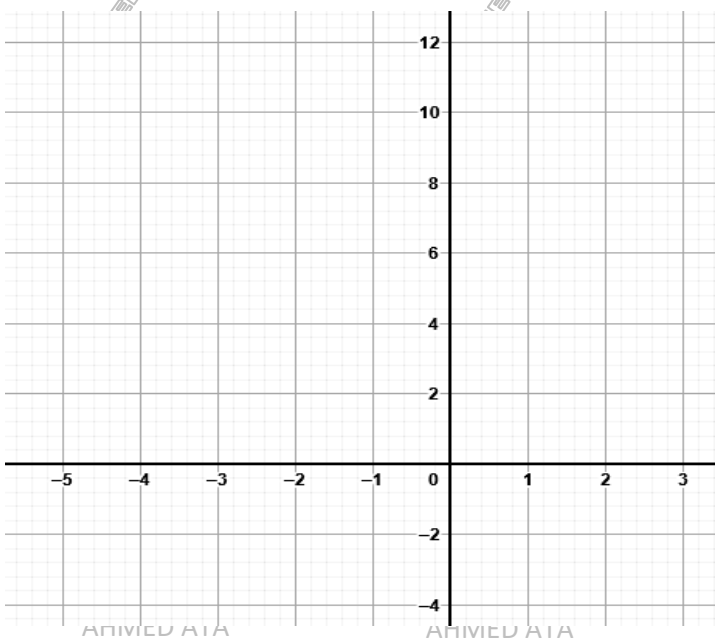
@AHMEDATACHAT

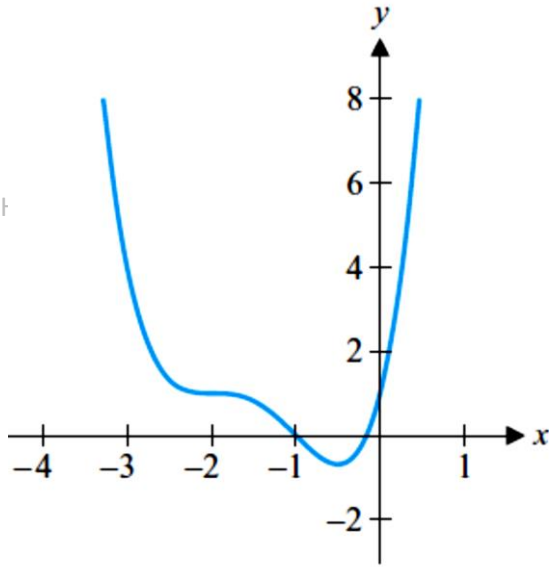
https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

الدرس (4-6)

نظرة عامة على رسم المنحنيات

1 ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 1$ يوضح جميع المميزات المهمة.



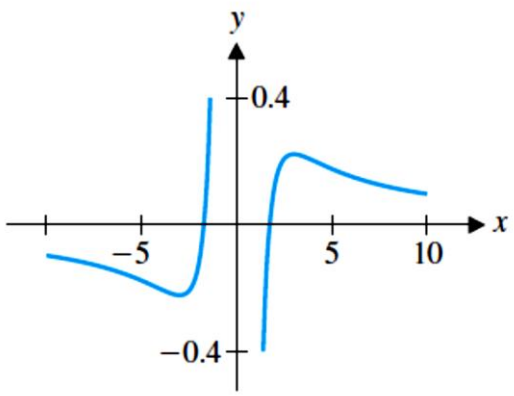


AHMED ATA
The Featured program 01566010255

2 ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

$$f'(x) = \frac{(3 - x)(3 + x)}{x^4}.$$

$$f''(x) = \frac{2(x - \sqrt{18})(x + \sqrt{18})}{x^5}.$$

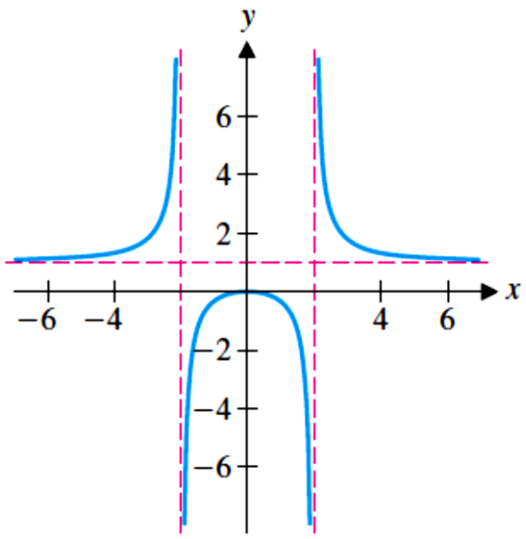


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

3 ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$ يوضح جميع المميزات المهمة.

$$f'(x)=\frac{-8x}{(x^2-4)^2}.$$

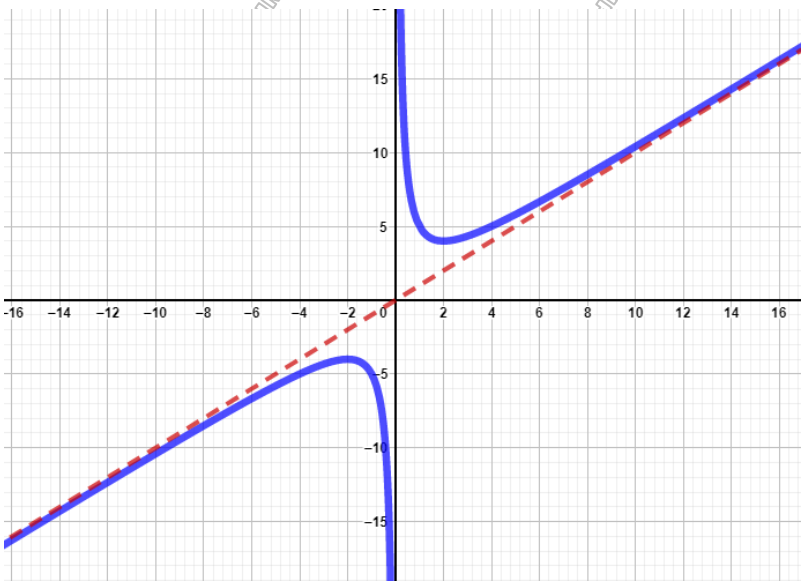
$$f''(x)=\frac{8(3x^2+4)}{(x-2)^3(x+2)^3}.$$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

حدد جميع المميزات المهمة (تقريبياً إذا لزم الأمر) وارسم تمثيلاً بيانيا

4 $f(x) = x + \frac{4}{x}$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

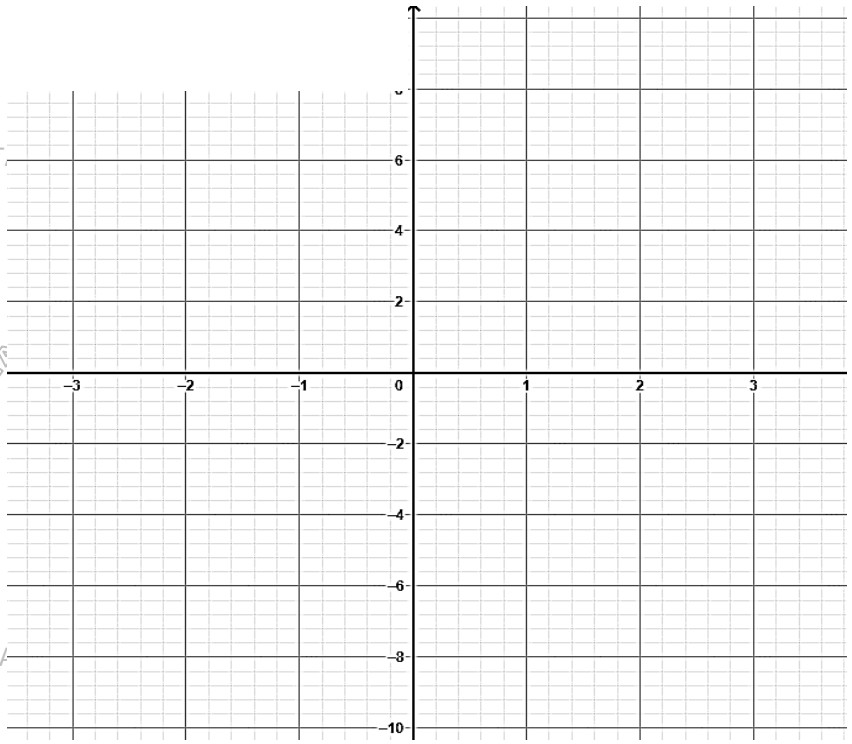
5 ارسم الرسم البياني الذي له الخصائص التالية

$f(0)=0,\ f'(x)>0$ for $x<-1$ and $-1<x<1$,

$f'(x)<0$ for $x>1$

$f''(x)>0$ for $x<-1,\ 0<x<1$ and $x>1$,

$f''(x)<0$ for $-1<x<0$



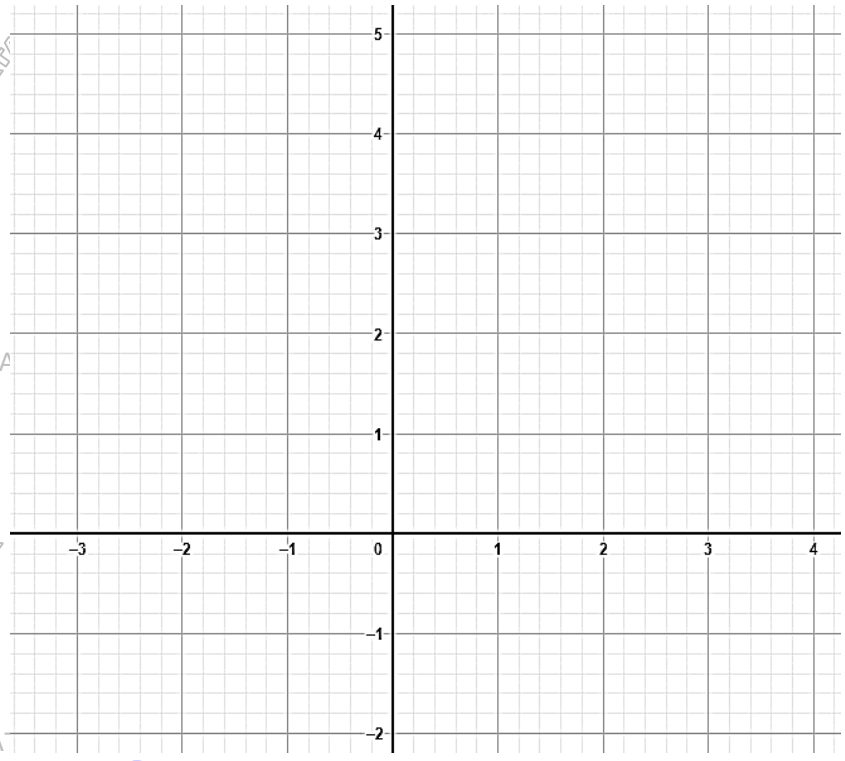
6

$f(0)=2,\ f'(x)>0$ for all x,

$f'(0)=1$,

$f''(x)>0$ for $x<0$,

$f''(x)<0$ for $x>0$



The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255

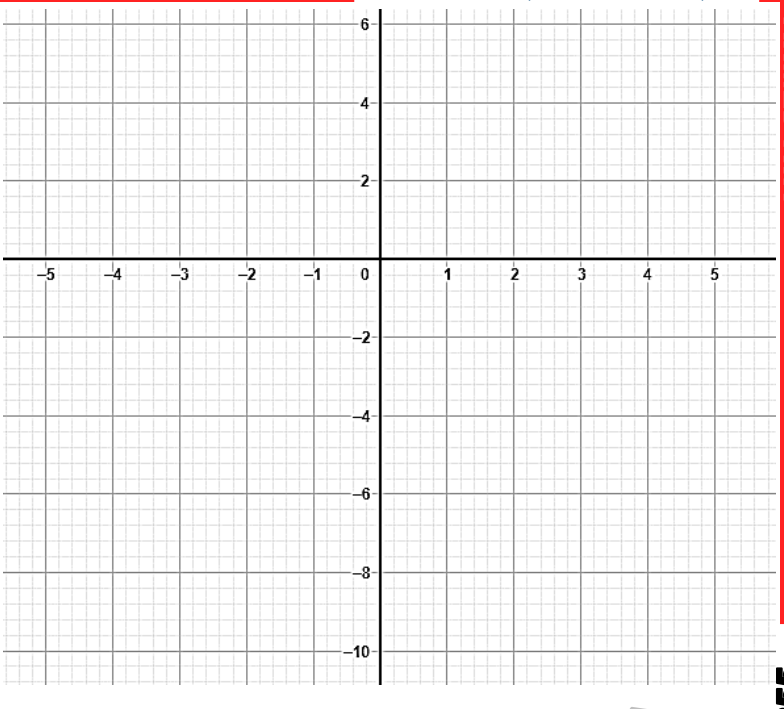
7

$f(0) = 0,\ f(-1) = -1,\ f(1) = 1,$

$f'(x) > 0$ for $x < -1$ and $0 < x < 1,$

$f'(x) < 0$ for $-1 < x < 0$ and $x > 1,$

$f''(x) < 0$ for $x < 0$ and $x > 0$



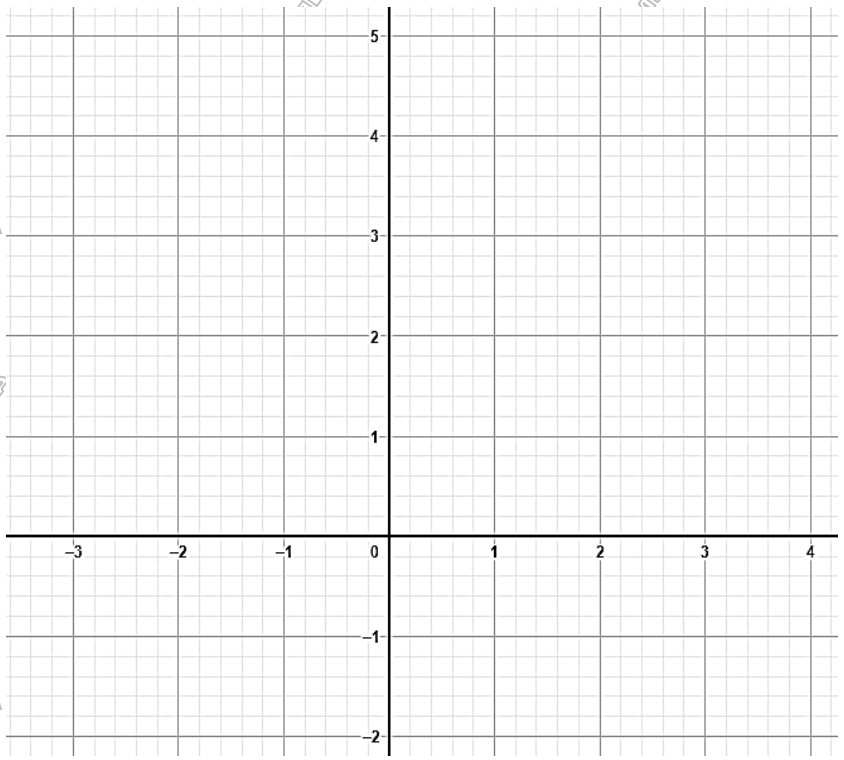
8

$f(1) = 0,$

$f'(x) < 0$ for $x < 1,$

$f'(x) > 0$ for $x > 1,$

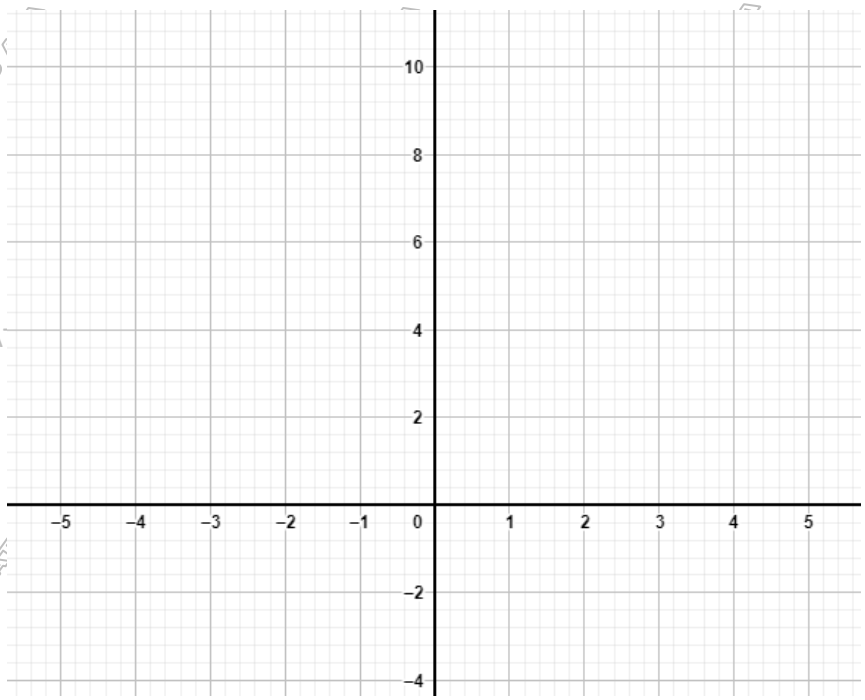
$f''(x) < 0$ for $x < 1$ and $x > 1$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

9 $f(2) = 2, f'(x) < 0$ and $f''(x) > 0$ عندما $x < 2$

$f'(x) > 0$ and $f''(x) < 0$ عندما $x > 2$

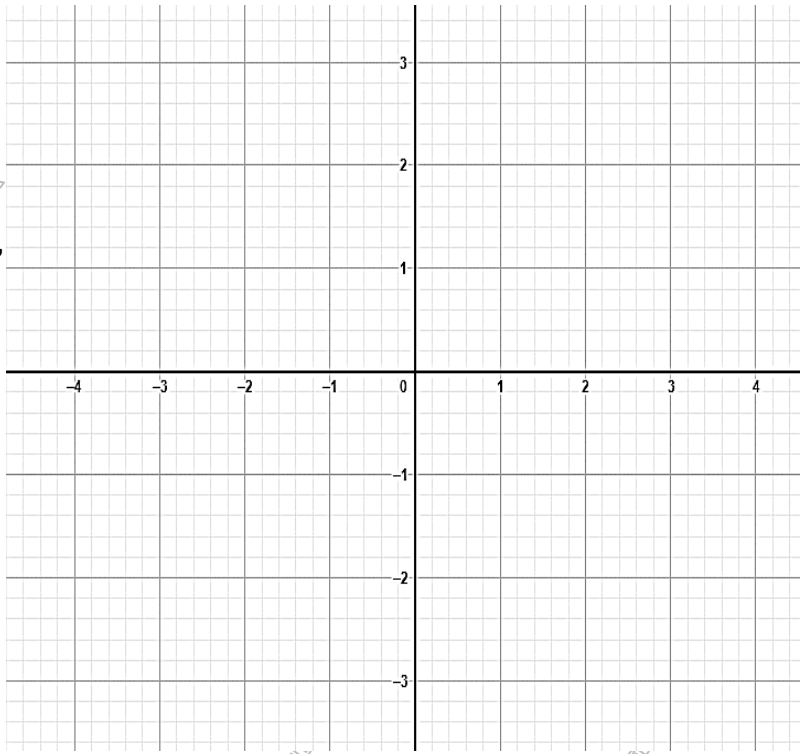


10 $f(0) = 0$ $f'(x) > 0$ for all x

$f''(x) > 0$ عندما $x < 0$

$f''(x) < 0$ عندما $x > 0$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$,



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

11 أوجد دالة يمثلها خطوط التقارب المعطاة

$$x = 1, x = 2 \text{ and } y = 3$$

$a)\ f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-1)(x-3)}$ $b)\ f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$

$c)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ $d)\ f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x-2)}$

12 أوجد دالة يمثلها خطوط التقارب المعطاة

$$x = -1, x = 1 \text{ and } y = 0$$

$a)\ f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$ $b)\ f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$

$c)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ $d)\ f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x+1)}$

13 أوجد دالة يمثلها خطوط التقارب المعطاة

$$x = -1, x = 1 \text{ and } y = -2, y = 2$$

$a)\ f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$ $b)\ f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$

$c)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ $d)\ f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x+1)}$

14 أوجد دالة يمثلها خطوط التقارب المعطاة

$$x = 1, x = 3 \text{ and } y = 2$$

$a)\ f(x) = \dfrac{2x^2}{(x-1)(x-3)}$ $b)\ f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{(x-1)(x-3)}}$

$c)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ $d)\ f(x) = \dfrac{3x^2}{(x-1)(x-3)}$

AHMED ATA The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-7)

القيم المثلى

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

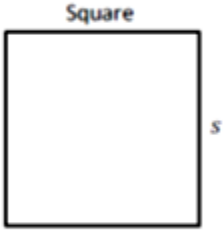
AHMED ATA

الدرس (4-7)

القيم المثلى

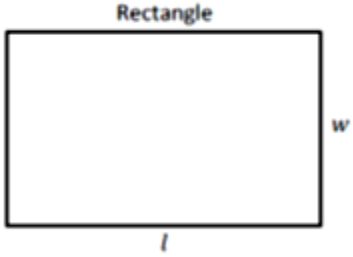
المحيط والمساحة

Square



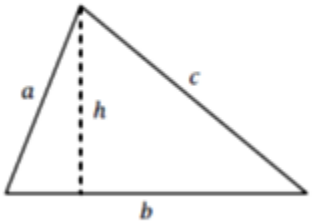
Perimeter: $P = 4s$
Area: $A = s^2$

Rectangle



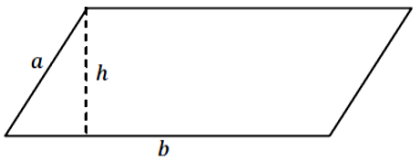
Perimeter: $P = 2l + 2w$
Area: $A = lw$

Triangle



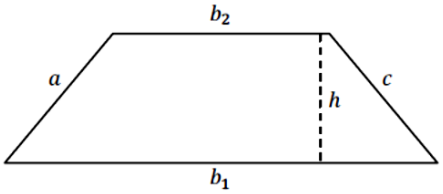
Perimeter: $P = a + b + c$
Area: $A = \frac{bh}{2}$

Parallelogram



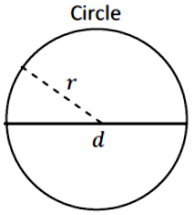
Perimeter: $P = 2a + 2b$
Area: $A = bh$

Trapezoid



Perimeter: $P = a + b_1 + c + b_2$
Area: $\frac{1}{2}(b_1 + b_2) \cdot h$

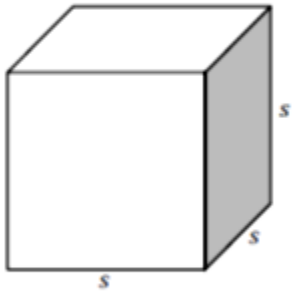
Circle



Circumference: $C = 2\pi r$ or $C = \pi d$
Area: $A = \pi r^2$

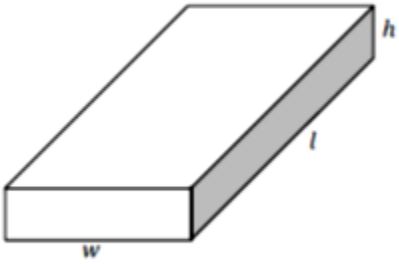
الحجم والمساحة السطحية

Cube



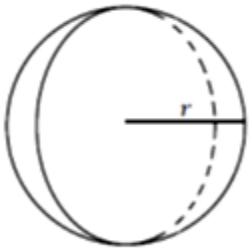
Volume: $V = s^3$
Surface Area: $S = 6s^2$

Rectangular Prism (Box)



Volume: $V = lwh$
Surface Area: $S = 2lh + 2wh + 2wl$

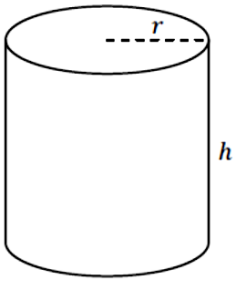
Sphere



Volume: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Surface Area: $S = 4\pi r^2$

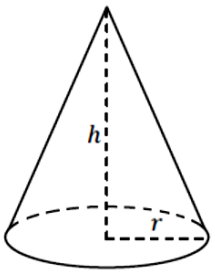
The Featured program 0566010255
AHMED ATA

Cylinder



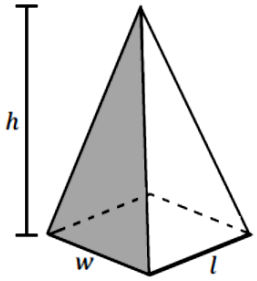
Volume: $V = \pi r^2 h$
Surface Area: $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$

Cone

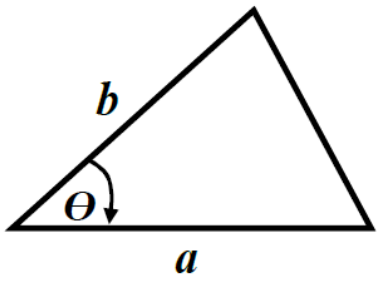


Volume: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Surface Area: $S = \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

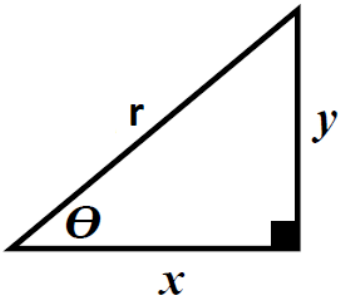
Square or Rectangle Pyramid



Volume: $V = \frac{1}{3}lwh$

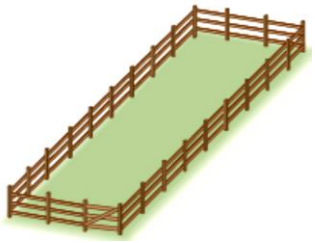


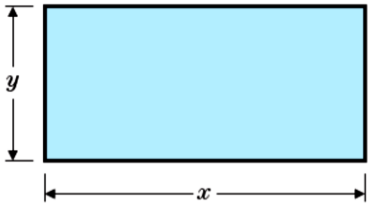
$A = \frac{1}{2} a\, b \sin\theta$



$r^2 = x^2 + y^2$

1 لديك سياج طوله 40 ft لتحيط به حديقة مستطيلة الشكل. جـد أكبر مساحة يمكن إحاطتها بهذه السياج وأبعاد الحديقة المناظرة لها.





AHMED ATA

2 يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي $1800\ ft^2$. جد أصغر قيمة ممكنة للمحيط المناظر لهذه المساحة.

3 يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر 96 ft من السياج. جد القيمة العظمى للمساحة المحاطة بالسياج وأبعاد السياج المناظر لهذه المساحة

AHMED ATA

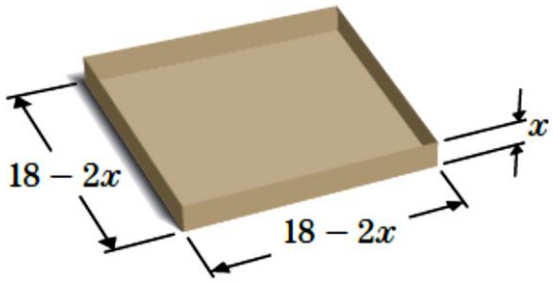
4 يجب بناء إسطبل مكون من حظيرتين. يشكل مخطط الإسطبل مستطيلين متطابقين متجاورين. إذا كان هناك 120 ft من السياج متوفر، فما هي الأبعاد التي سيضيفها الإسطبل إلى المساحة المحاطة بالسياج لتكون أكبر ما يمكن؟

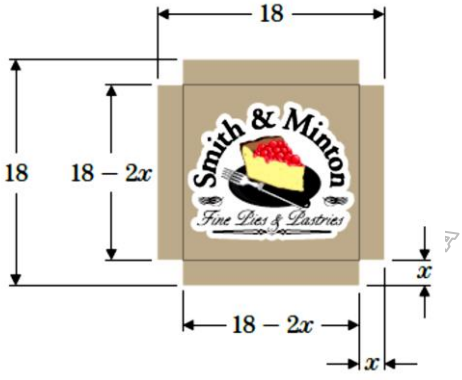
5 يجب أن تكون صالة عرض بمتجر متعدد الأقسام مستطيلة بثلاثة جدران في ثلاثة جوانب وفتحات باب 6-ft في الجانبين المتقابلين وفتحة باب 10-ft في الجدار المتبقي .يجب أن تكون مساحة أرضية صالة العرض $800\ ft^2$. ما هي الأبعاد التي ستكون أصغر طول للجدار المستخدم؟

AHMED ATA

6 بيّن أن المستطيل ذي المساحة العظمى الذي محيطه قيمة ثابتة P يشكل مربع دائمًا.

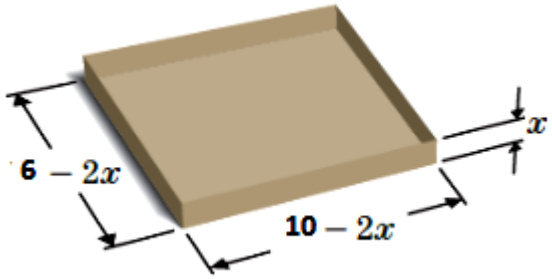
7 لوح مربع من الورق المقوى طول ضلعه 18 in. صنع منه صندوق مفتوح (أي، لا يوجد غطاء)، بقطع مربعات متساوية من كل زاوية (انظر الشكل) وطي الجوانب على طول الخطوط المنقطة. (انظر الشكل) أوجد أبعاد الصندوق الذي له قيمة عظمى للحجم.





AHMED ATA
The Featured program 0566010255

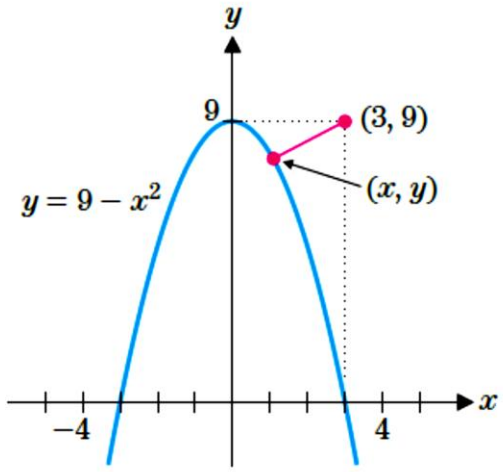
8 يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بواسطة لوح من الورق المقوى أبعاده 6 in - 10 in وذلك بقص مربعات قياس ضلعها x-in من كل زاوية وطي الجوانب. أوجد قيمة x التي تحقق القيمة العظمى لحجم الصندوق.



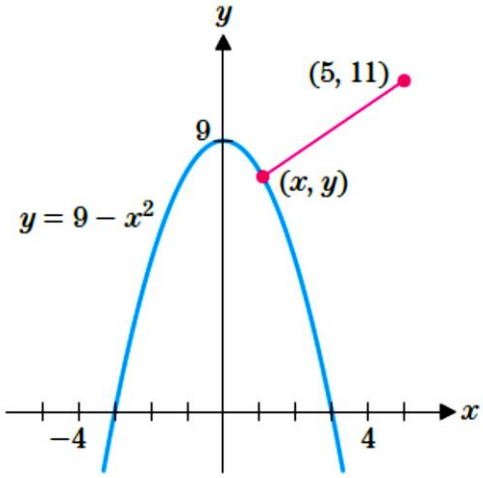
9 تم بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ قطعة من الورق المقوى مساحتها 6 in-by in6 وقص مربعات بحجم x-in من كل زاوية وطي الجوانب. ثم تم لصق المربعات الأربعة معا لتشكل صندوقا ثانيا (مفتوح من الأعلى والاسفل) جد قيمة تحقق القيمة العظمى لأحجام الصناديق

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

10 أوجد النقطة على القطع المكافئ $y = 9 - x^2$ الأقرب للنقط $(3, 9)$ (انظر الشكل)

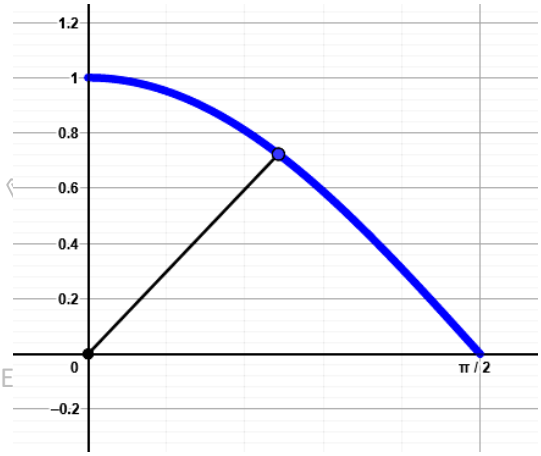


11 أوجد النقطة على القطع المكافئ $y = 9 - x^2$ الأقرب للنقط $(5 , 11)$ (انظر الشكل)

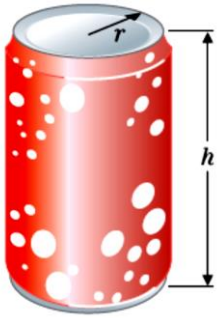


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

12 أوجد النقطة على المنحنى $y = \cos x$ الأقرب للنقطة $(0, 0)$ (انظر الشكل)



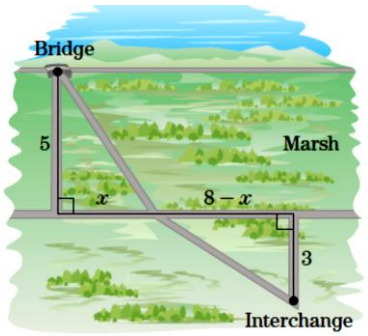
13 تتسع علبة الصودا ل 12 flu oz . أوجد ابعاد العلبة التي ستوفر القيمة الصغرى لكمية المواد المستخدمة في صنعها، على فرض أن سمك المادة واحد (أي، سمك الألمنيوم واحد في أي مكان بالعبوة.)



AHMED ATA
The Featured program 0566010255
program 0566010255

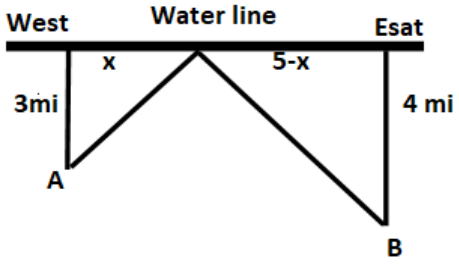
14 تتسع العلبة 12 flu oz من السائل. على فرض أن سمك القمة والقاع ضعف سمك الجوانب. جد أبعاد العلبة التي تحقق القيمة الصغرى للمادة المستخدمة. (إرشاد: بدلً من إيجاد القيمة الصغرى لمساحة السطح جد القيمة الصغرى للتكلفة مساحة السطح، قلل التكلفة، التي تتناسب مع ناتج السمك والمساحة.)

15 تريد مدينة بناء امتداد جديد لطريق سريع يربط الجسر الحالي بتقاطع لشارع رئيسي، يقع على بعد 8 mi من جهتي جنوب وشرق الجسر. وهناك امتداد بعرض 5 mi لمستنقعات مجاورة للجسر يجب عبورها. (انظر الشكل) على فرض أن الطريق السريع يكلف 10 ملايين درهم إماراتي للميل للبناء فوق المستنقعات و7 ملايين درهم إماراتي فقط للميل للبناء فوق أرض جافة، فما هي المسافة بين الطريق السريع وشرق الجسر عندما يعبر المستنقعات ليكون أقل تكلفة؟

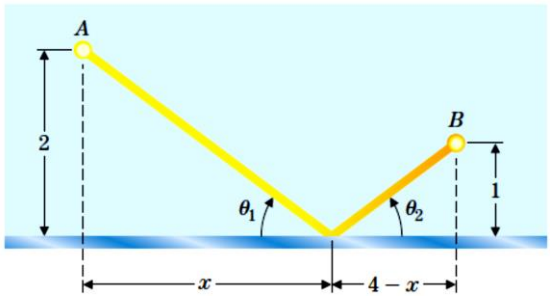


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

16 يمتد خط الماء بين الشرق والغرب. وتريد مدينة توصيل مشروعي تطوير سكنية بالخط من خلال مد خط من نقطة واحدة على الخط الموجود إلى مشروعي التطوير. يقع أحد مشاريع التطوير على بعد 3 كيلومتر جنوب الخط الموجود؛ ويقع الآخر على بعد 4 كيلومتر جنوب الخط الموجود و 5كيلومتر شرق مشروع التطوير الأول. أوجد المكان على الخط الموجود لعمل الوصلة وايجاد القيمة الصغرى لطول الخط الجديد.

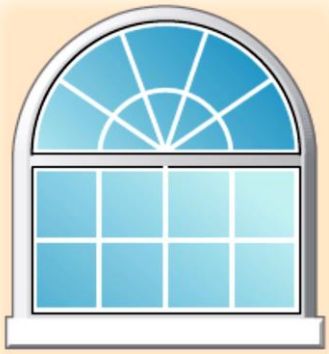


17 على فرض أن الضوء ينكسر عن مرآة للوصول من النقطة A إلى النقطة B كما هو مُشار إليه في الشكل. بفرض ثبات سرعة الضوء، يمكننا ايجاد القيمة الصغرى للزمن من خلال ايجاد القيمة الصغرى للمسافة التي ينتقلها الضوء. أوجد النقطة على المرآة التي تحقق القيمة الصغرى للمسافة التي ينتقلها الضوء. بيّن أن الزوايا في الشكل متساوية (زاوية الانحناء تساوي زاوية الانعكاس)

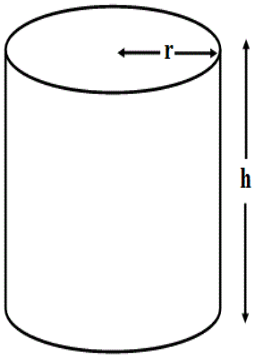


The Featured program 0566010255
AHMED ATA

18 نافذة نورمندية على شكل نصف دائرة فوق مستطيل. على فرض أنه يتوفر $8+\pi$ ft قدمًا من الزخارف الخشبية. ناقش السبب في أن مصمم النافذة قد يرغب في زيادة مساحة النافذة. جد أبعاد المستطيل (وبالتالي، نصف الدائرة) التي ستحقق القيمة العظمى لمساحة النافذة

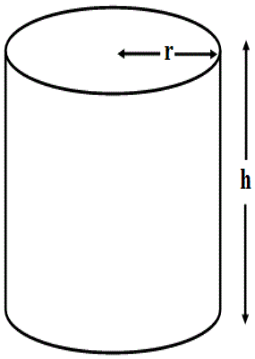


19 أسطوانة دائرية قائمة بدون غطاء سعتها $125\pi cm^3$ أوجد نصف قطر وارتفاع الأسطوانة بحيث تكون مساحة المعدن المستخدم لصنعها أقل ما يمكن



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

20 أسطوانة دائرية قائمة بدون غطاء سعتها $1000cm^3$ أوجد نصف قطر وارتفاع الأسطوانة بحيث تكون مساحة المعدن المستخدم لصنعها أقل ما يمكن



21 على فرض أن هناك سلكًا بطول 2-ft يجب قصه إلى قطعتين، ستشكل كل منهما مربعًا. جد طول كل قطعة لتحقق قيمة صغرى لأجمالي مساحتي المربعين.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

22 إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة بالإضافة إلى هوامش 1-in على الجانبين و 2-in في الأعلى والأسفل. فإذا كان لابد أن تكون مساحة المنطقة المطبوعة 92-in^2 ، جد أبعاد المنطقة المطبوعة وإجمالي الإعلان التي تحقق القيمة الصغرى للمساحة

23 إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة بالإضافة إلى هوامش 1-in على الجانبين و 1.5-in في الأعلى والأسفل. فإذا كان لابد أن تكون مساحة إجمالي الإعلان 120-in^2 ، جد أبعاد المنطقة المطبوعة وإجمالي الإعلان التي تحقق القيمة الصغرى لمساحة المنطقة المطبوعة

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-8)

المعدلات المرتبطة

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

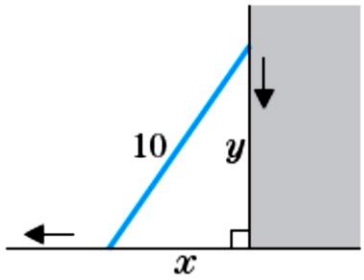
https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

الدرس (8-4)

المعدلات المرتبطة

- ارسم شكل توضيحي مناسب
- ضع معادلة تتعلق بجميع الكميات ذات الصلة. (دالة الهدف)
- اشتق (ضمنيًا) طرفي المعادلة فيما يتعلق بالزمن (t)
- استبدل القيم بكل الكميات والمشتقات، والمعدلات المعروفة.
- أوجد قيمة المعدل المتبق

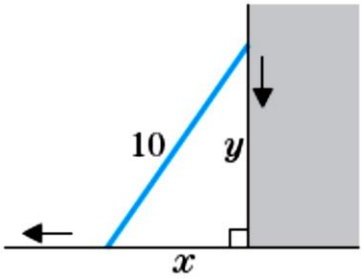
1 يرتكز سلم بطول 10 ft على جانب المبنى. إذا كان الجزء العلوي من السلم يبدأ في الانزلاق إلى أسفل الجدار بمعدل 2 ft/sec ، فما سرعة انزلاق الجزء السفلي من السلم مبتعدًا عن الحائط عندما يكون الجزء العلوي من السلم مرتفعًا عن الأرض ب 8 ft



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

2 يرتكز سلم بطول 10 ft على جانب المبنى فإذا تم سحب الجزء السفلي من السلم بعيدًا عن الجدار بمعدل 3 ft/s وبقي السلم ملامسًا للجدار،

(a)أوجد المعدل الذي يسقط به الجزء العلوي من السلم عندما يكون الجزء السفلي بعيدًا بمقدار 6 ft عن الجدار.



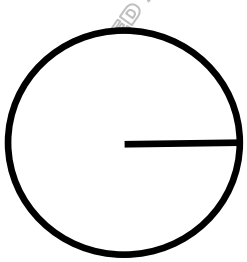
(b) أوجد معدل تغير الزاوية بين السلم وسطح الأرض عندما يبعد أسفل السلم 6 ft من الجدار

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

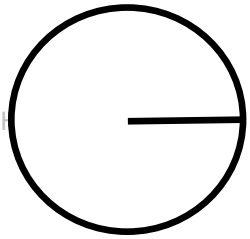
3 على فرض أن المنطقة المصابة بإصابة ما دائرية.

a) فإذا كان نصف قطر المنطقة المصابة 3 mm وتزداد بمعدل 1 mm/hr، فما هو معدل تزايد المنطقة المصابة؟



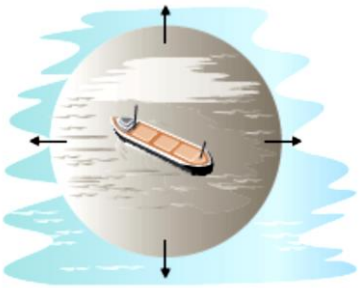
b) أوجد معدل تزايد المنطقة المصابة عند وصول نصف القطر إلى 6mm

4 على فرض أن حريق غابات ينتشر في دائرة بنصف قطر يتغير بمعدل 5ft/min عندما يصل نصف القطر إلى 200 ft ، فما هو معدل تزايد مساحة المنطقة المحترقة؟



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

5 تعرضت ناقلة نفط لحادث وتسرب النفط بمعدل $150\ \text{gl/min}$. على فرض أن النفط ينتشر على الماء في دائرة بسمك $\frac{1}{10}\text{in}$. (انظر الشكل) اعتبر أن $1\ \text{ft}^3$ يساوي $7.5\ \text{gl}$ حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلى $500\ \text{ft}$



6 تسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل $120\ gal/min$. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}\ in$ نظرًا لأن يساوي $1ft^3 = 7.5\ gal$، حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلى $100\ ft$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

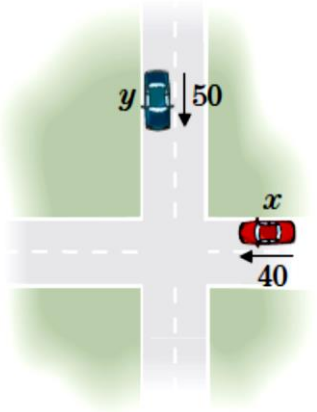
7 تسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل $90\ gal/min$. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{8}\ in$ نظرًا لأن يساوي $1ft^3 = 7.5\ gal$، حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلى $100\ ft$

8 يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل برميل g في الدقيقة.ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}\ in$ على فرض أن نصف قطر التسرب يتزايد بمعدل 0.6 ft/min عندما يساوي نصف القطر 100 ft فحدد قيمة g

The Featured program 0566010255
AHMED ATA

9 تسير سيارة بسرعة 40mi/h اتجاه الجنوب من نقطة تبعد $\frac{1}{2}$ ميل شمال التقاطع. وتسير سيارة شرطة بسرعة 40mi/h من نقطة تبعد $\frac{1}{4}$ ميل شرق التقاطع نفسه. في هذه اللحظة، يقيس الرادار في سيارة الشرطة المعدل الذي تتغير به المسافة بين السيارتين.

a فما الذي سيسجله جهاز الرادار؟

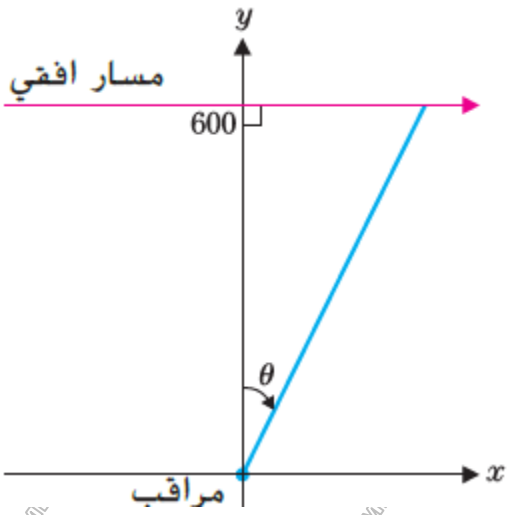


b إذا كانت سيارة الشرطة لا تتحرك. هل هذا يجعل قياس الرادار أكثر دقة؟

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

10 يحاول مراقب عرض جوي تتبع رحلة لطائرة نفاثة. تسير الطائرة النفاثة في خط مستقيم أمام المراقب بسرعة 792 ft/sec وعند أقرب نقطة لها، تمر الطائرة النفاثة أمام المراقب على بعد 600 ft جـــد معدل تغير الزاوية بين خط نظر المراقب والخط العمودي على مسار الطيران، عند مرور الطائرة النفاثة به.

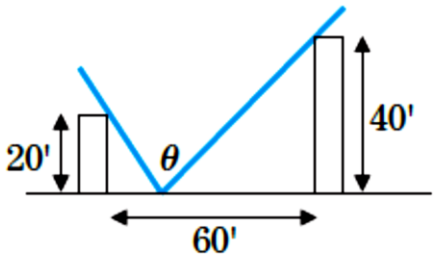
(hint , $-1 \leq cos\theta \leq 1$)



11 تقع طائرة على بعد $x = 40\ mi$ أفقيًا. عن المطار وارتفاع h . يوجد رادار في المطار $s(t)$ يكشف المسافة بين الطائرة والمطار ويتغير بمعدل $s'(t) = -240\ mph$ إذا حلقت الطائرة نحو المطار بارتفاع ثابت $h = 4\ mi$، فما هي السرعة $|x'(t)|$ للطائرة؟

The Featured program 0566010255
AHMED ATA

12 مبنيان ارتفاعهما $40ft$ ، $20ft$ على التوالي، والمسافة بينهما $60ft$ على فرض أن شدة الضوء في نقطة معينة بين المبنيين تتناسب طرديا مع الزاوية θ كما في الشكل. إذا تحرك شخص ما من اليسار إلى اليمين بمعدل $4ft/s$ ، فما معدل تغير θ عندما يكون الشخص في منتصف المسافة بين المبنيين بالضبط



13 تقوم شركة صغيرة بتقدير أنه عند إنفاق x ألف درهم على الإعلانات في السنة، فمن الممكن وصف مبيعاتها السنوية بالدالة $s = 60 - 40e^{-0.05x}$ ألف درهم. يوضح الجدول التالي آخر أربعة إجماليات للإعلانات السنوية.

السنة	4	3	2	1
الاعلانات(بالدرهم)	20,000	18,000	16,000	14,500

قدر القيمة الحالية (السنة 4) لـ $x'(t)$ والمعدل الحالي للتغير في المبيعات.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

14 على فرض أن متوسط التكلفة السنوية لكل عنصر لإنتاج العناصر x من المنتجات التجارية هو $\bar{C}(x) = 12 + \frac{94}{x}$. تتضح أعداد منتجاتها السنوية في الثلاث سنوات الأخيرة في الجدول التالي.

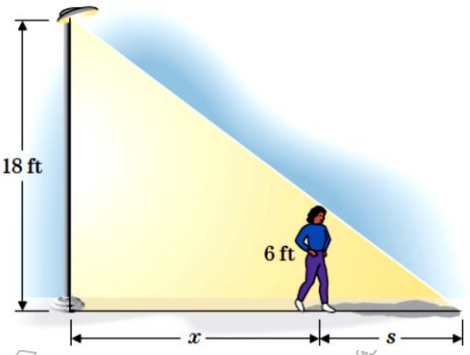
السنة	2	1	0
المنتجات (x)	9.4	8.8	8.2

قدّر قيمة $x'(2)$ ومعدل تغير متوسط التكلفة في العام الحالي (عامين).

15 على فرض أن متوسط التكلفة السنوية لكل عنصر لإنتاج العناصر x من المنتجات التجارية هو $\bar{C}(x) = 10 + \frac{100}{x}$. إذا كان الإنتاج الحالي $x = 10$ وازداد الإنتاج بمعدّل عنصرين سنويًا، فجد معدل تغير متوسط التكلفة.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

16 على فرض أن شخصًا ما يبلغ طوله 6 ft يبعد 12 ft من عمود إنارة ارتفاعه 18 ft (انظر الشكل). إذا كان الشخص يبتعد عن عمود الإنارة بمعدل $2\,ft/s^2$. فما هو المعدل الذي يتغير به طول ظل الشخص مبتعدًا عن العمود؟ (إرشاد: انظر إلى $\frac{x+s}{18} = \frac{s}{6}$).



17 يرتفع حوض مائي 6 ft عن منسوب المياه. على فرض أنك تقف على حافة الحوض وتسحب حبلًا متصلًا بمركب بمعدل ثابت 2 ft / s وان المركب لا تزال على مستوى المياه. فما هي سرعة اقتراب المركب من الحوض عندما يبعد 20 ft من الحوض؟

AHMED ATA

18 ينسكب الرمل في كومة مخروطية الشكل وارتفاعها يعادل قطرها. إذا انسكب الرمل بمعدل ثابت $5\ \mathrm{m^3/s}$، فما معدل تزايد ارتفاع الكومة عندما يكون الارتفاع مترين؟

19 على فرض أنك تملأ بالونًا بالهواء بمعدل $1\ \mathrm{ft^3/s}$ إذا بقي البالون في شكل كروي، فيرتبط حجمه ونصف قطره بـ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ قارن معدل تغير نصف قطره عندما يكون $r = 0.01\ \mathrm{ft}$

AHMED ATA

20 افرغ الرمل وشكّل كومة مخروطية بارتفاع يساوي مِثلي نصف قطره.
إذا افرغ الرمل بمعدل ثابت $20\ \text{ft}^3/\text{s}$ فجـد المعدل الذي
يتزايد به نصف القطر عندما يصل الارتفاع إلى $6\ \text{ft}$

21 على فرض أن قطرة مطر تتبخر بطريقة تحافظ معها على شكلها الكروي. علماً ان حجم شكل كروي بنصف قطر r هو $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ وأن مساحة سطحه هي $A = 4\pi r^2$ ، فإذا تغير نصف القطر مع الزمن، اثبت أن الحجم $V' = Ar$. إذا كان معدل التبخر يتناسب مع مساحة السطح، بيّن أن نصف القطر يتغير بمعدل ثابت

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-9)

معدلات التغير في الاقتصاد والعلوم

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (4-9)

معدلات التغير في الاقتصاد والعلوم

في الاقتصاد، يستخدم المصطلح **حدّية** للإشارة إلى المعدل. وبالتالي، فإن **التكلفة الحدية** مشتقة من دالة التكلفة، و**الربح الحدي** مشتقة دالة الربح وغير ذلك..

1 على فرض أن $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$ هو إجمالي التكلفة (بالدرهم) معينة تنتج x وحدة من منتجات معينة. اوجد قيمة التكلفة الحدية عند $x = 100$ وقارنها بالتكلفة الفعلية لإنتاج 100 وحدة.

2 إذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي $C(x) = x^3 + 20x^2 + 90x + 15$ جد دالة التكلفة الحدية وقارن بين التكلفة الحدية بمعدل $x = 50$ والتكلفة الفعلية لـ 50 منتجاً.

The Featured program 0566010255

3 إذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي $C(x) = x^4 + 14x^2 + 60x + 35$
جـــد دالة التكلفة الحدية وقارن بين التكلفة الحدية عند $x = 50$ والتكلفة الفعلية لـ 50 منتجاً.

4 إذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي
$C(x) = x^3 + 21x^2 + 110x + 20$ جـــد دالة التكلفة الحدية وقارن بين التكلفة الحدية عند $x = 100$ والتكلفة الفعلية لـ 100 منتجًا.

5 إذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي $C(x) = x^3 + 11x^2 + 40x + 10$
جـــد دالة التكلفة الحدية وقارن بين التكلفة الحدية عند $x = 100$ والتكلفة الفعلية لـ 100 منتجًا.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

6 على فرض أن $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$

هو إجمالي التكلفة (بالدراهم) لشركة معينة تنتج x وحدة من منتجات معينة. فجد مستوى الإنتاج x الذى يحقق القيمة الصغرى لمتوسط التكلفة.

7 على فرض أن تكلفة تصنيع x منتج هي $C(x) = x^3 - 30x^2 + 300x + 100$ بالدراهم. جد نقطة الانعطاف وناقش أهمية هذه القيمة بدلالة تكلفة تصنيع.

8 جد مستوى الإنتاج الذي يحقق القيمة الصغرى لمتوسط التكلفة.

a $C(x) = 0.1x^2 + 3x + 2000$

b $C(x) = 10e^{0.02x}$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

(a) لتكن $C(x)$ هي دالة التكلفة و $\bar{C}(x)$ هي دالة متوسط التكلفة. على فرض أن $C(x) = 0.01x^2 + 40x + 3600$. اثبت ان $C'(100) < \bar{C}(100)$
اثبت أن التزايد في الإنتاج (x) بنسبة 1 سيتناقص متوسط التكلفة.

(b) بيّن أن $C'(1000) > \bar{C}(1000)$
وبيّن أن التزايد في الإنتاج (x) بنسبة 1 سيتزايد متوسط التكلفة.

(c) أثبت أن متوسط التكلفة يحقق قيمة صغرى عند القيمة x حيث إن $C'(x) = \bar{C}(x)$.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

10 لتكن $R(x)$ هي الإيرادات و $C(x)$ هي تكلفة تصنيع x منتج.
تُعرف الأرباح بأنها $P(x) = R(x) - C(x)$.

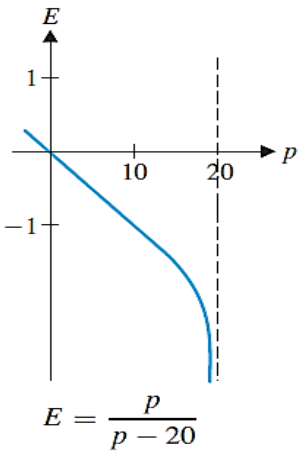
(a) بيّن انه عند قيمة x التي تحقق القيمة العظمى للأرباح، فان الإيرادات الحدية تساوي التكلفة الحدية.

(b) جد القيمة العظمى للأرباح إذا كانت $R(x) = 10x - 0.001x^2$ دراهم و $C(x) = 2x + 5000$ دراهم.

11 على فرض أن $f(p) = 400(20 - p)$
هو طلب منتج معين بسعر p (بالدارهم) بـ $p < 20$.

(a) جد مرونة الطلب.

(b) جد مدى الأسعار التي تجعل $E < -1$. قارن مدى الأسعار هذا الذي تكون فيه الإيرادات دالة متناقصة لـ p.



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

مرن

ستؤدي الزيادة في السعر إلى انخفاض الطلب وتقليل الإيرادات

غير مرن

لن تؤثر الزيادة في السعر على الطلب، بل ستزيد الإيرادات

12 جـــد (a) مرونة الطلب

(b) مدى الأسعار الذى يكون فيه الطلب مرنًا $(E < -1)$.

a $f(p) = 200(30 - p)$ $0 < p < 30$

b $f(p) = 100p(20 - p)$ $0 < p < 20$

13 إذا كان تركيز التغير الكيميائي وفقًا للمعادلة

$$x'(t) = 2x(t)[4 - x(t)]$$

(a) جـــد التركيز $x(t)$ الذي تصل فيه سرعة التفاعل إلى القيمة العظمى.

(b) جـــد حدود التركيز.

The Featured program 0566010255 The Featured program 0566010255

14 إذا كان تركيز التغير الكيميائي وفقًا للمعادلة

$$x'(t) = 0.5x(t)[5 - x(t)]$$

(a) جـــد التركيز $x(t)$ الذي تصل فيه سرعة التفاعل إلى القيمة العظمى،

(b) جـــد حدود التركيز.

الكثافة الخطية عند $x = x_1$ بأنها $\rho(x_1) = \lim_{x \to x_1} \frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} = f'(x_1)$

15 على فرض أن كثافة الأول x متر من القضيب الرقيق تعطى بالدالة $f(x) = \sqrt{2x}$ فاحسب الكثافة الخطية عند $x = 2$ وعند $x = 8$، وقارن الكثافتين عند النقطتين.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

16 تُحدد كتلة الأول x متر من القضيب الرقيق بالمعادلة $m(x)$ في الفترة المحددة.
جـــد الكثافة الكتلية الخطية للقضيب.

a $m(x) = 4x - \sin x$ جرام $for\ 0 \le x \le 6$

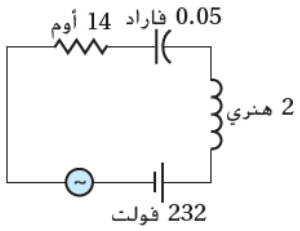
b $m(x) = (x-1)^3 + 6x$ جرام $for\ 0 \le x \le 2$

يمكن ايجاد التيار اللحظي $I(t)$ في أي زمن t_1 باحتساب النهاية:

$$I(t_1) = \lim_{t \to t_1} \frac{Q(t) - Q(t_1)}{t - t_1} = Q'(t_1),$$

17 تتضمن الدارة الكهربائية المبينة في الشكل مقاوم 14 أوم وأداة ومعايق 2 هنري.
ومكثّف 0.05 – فاراد وبطارية إمداد 232 فولت من التيار المتردد المنمذج بالدالة المتذبذبة $232 \sin 2t$. حيث إن t تقاس بالثواني. فجـــد التيار في الدارة عند أي t.

$$Q(t) = 10e^{-5t} + 2te^{-2t} + 3\sin 2t - 7\cos 2t$$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

18 على فرض أن الشحنة في الدارة الكهربائية $Q(t) = e^{-2t}(\cos 3t - 2\sin 3t)$ كولوم. جـــد التيار.

19 على فرض أن الشحنة في الدارة الكهربائية $Q(t) = e^{t}(3\cos 2t + \sin 2t)$ كولوم. جـــد التيار

20 على فرض أن النمو السكاني يعطى بالمعادلة $p'(t) = 2p(t)[1 - p(t)]$ (المعادلة اللوجستية باستخدام $r = 2$). جـــد التعداد السكاني الذي يكون فيه معدل النمو هو القيمة العظمى.

AHMED ATA

21 على فرض أن النمو السكاني وفقًا للمعادلة اللوجستية هو $p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$.
جـــد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلى القيمة العظمى.

22 على فرض أن النمو السكاني وفقًا للمعادلة اللوجستية هو $p'(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)]$
جـــد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلى القيمة العظمى.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

4 – تطبيقات الاشتقاق

1. التقريبات الخطية وطريقة نيوتن
2. الصيغ غير المعرفة وقاعدة لوبيتال
3. القيم العظمى الصغرى
4. الدوال المتزايدة والمتناقصة
5. التقعر واختبار المشتقة الثانية
6. نظرة عامة على رسم المنحنيات
7. القيم المثلى
8. المعدلات المرتبطة
9. معدلات التغير في الاقتصاد والعلوم

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (1-5)

الدوال الاصلية

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (1-5)

الدوال الاصلية

النظرية 1.1

على فرض أنّ F و G هما دالتان أصليّتان لـ f على الفترة I . إذًا،

$$G(x) = F(x) + c$$

لكل عدد ثابت c.

التعريف 1.1

لتكن F دالة أصليّة لـ f على الفترة I. **التكامل غير المحدود** لـ $f(x)$ (بمعلومية x) على I، يُعرّف بواسطة

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c$$

حيث c هو عدد ثابت اضافي (**ثابت التكامل**).

النظرية 1.2 (قاعدة القوة)

لأي قوة نسبية $r \neq -1$،

$$\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$$

هنا، إذا كان $r < -1$ ، فالفترة I التي يكون عليها هذا مُعرَّفا يمكن أن تكون فترة لا تتضمن $x = 0$.

النظرية 1.3

على فرض أنّ $f(x)$ و $g(x)$ لهما دوال أصليّة. إذًا، لأي عددين ثابتين، a و b،

$$\int [af(x) + bg(x)]\,dx = a\int f(x)\,dx + b\int g(x)\,dx$$

The Featured program 0566010255

$$\int x^r\,dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c, \text{ لكل } r \neq -1 \text{ (قاعدة القوة)} \qquad \int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + c \qquad \int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + c \qquad \int e^x\,dx = e^x + c$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c \qquad \int e^{-x}\,dx = -e^{-x} + c$$

$$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sin^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \tan^{-1} x + c \qquad \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}\,dx = \sec^{-1} x + c$$

1.4 النظرية

$$\frac{d}{dx}\ln|x| = \frac{1}{x}, x \neq 0 \text{ لكل}$$

1.1 النتيجة

في أي فترة لا تحتوي على 0.

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$$

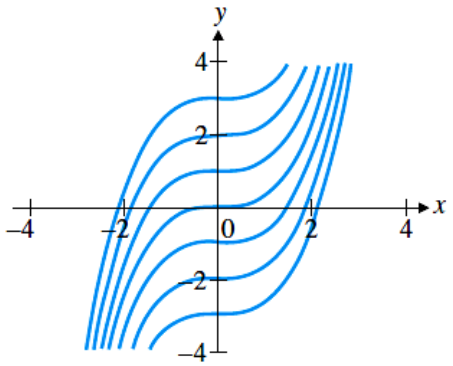
1.2 النتيجة

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + c$$

في أي فترة تكون فيها $f(x) \neq 0$.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

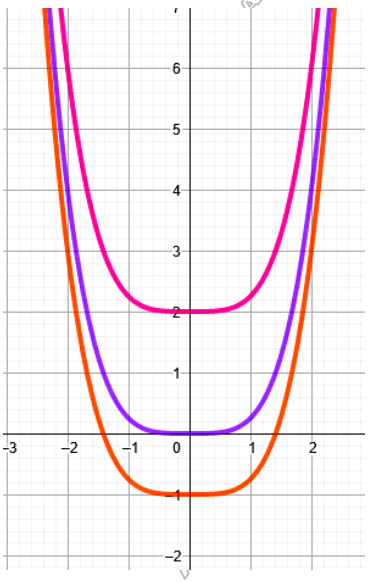
1 $f(x) = x^2$ أوجد الدالة الأصلية



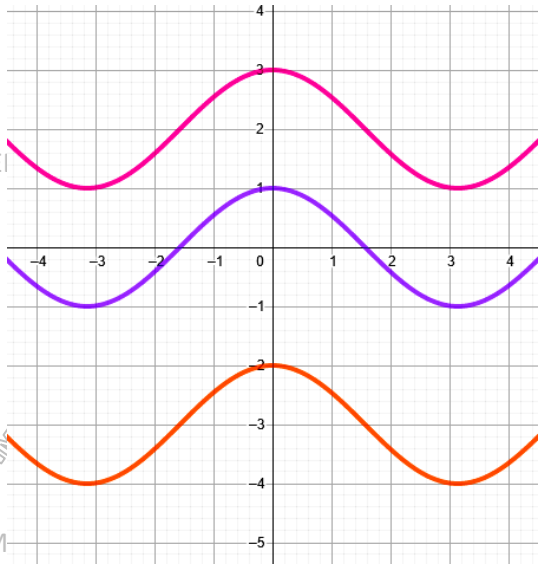
A family of antiderivative curves

ارسم عددًا من الدوال ضمن عائلة الدوال المُعرَّفة بالدالة الأصليّة.

2 $\int x^3 dx$



3 $\int -\sin x \, dx$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

أوجد الدالة الأصلية

4 $\int (3x^4 - 3x)\,dx$

5 $\int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}\right)dx$

6 $\int \frac{x^{1/3} - 3}{x^{2/3}}\,dx$

7 $\int (2\sin x + \cos x)\,dx$

8 $\int 2\sec x \tan x\,dx$

9 $\int \frac{4}{\sqrt{1 - x^2}}\,dx$

10 $\int 4\frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

11 $\int 5\sec^2 x\,dx$

12 $\int (3e^x - 2)\,dx$

13 $\int (3\cos x - 1/x)\,dx$

14 $\int (2x^{-1} + \sin x)\,dx$

15 $\int \frac{4x}{x^2+4}\,dx$

16 $\int \frac{3}{4x^2+4}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

17 $\int \frac{\cos x}{\sin x}\, dx$

18 $\int \left(2\cos\ x - \sqrt{e^{2x}}\right) dx$

19 $\int \frac{e^x}{e^x + 3}\, dx$

20 $\int \frac{e^x + 3}{e^x}\, dx$

21 $\int x^{1/4}(x^{5/4} - 4)\, dx$

22 $\int x^{2/3}(x^{-4/3} - 3)\, dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

23 $\int \left(\sqrt{x^3}+4\right) dx$

24 $\int \frac{3x^2-4}{x^2}\, dx$

25 $\int \sec^2 x\, dx$

26 $\int \left(\frac{1}{x^2}-1\right) dx$

27 أوجد المشتقة

a $\frac{d}{dx} \ln|\sec x + \tan x|$

b $\frac{d}{dx} \ln|\sin x \cdot 2|$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

جـــد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط المعطاة.

28 $f'(x) = 3e^x + x, \quad f(0) = 4$

29 $f'(x) = 4\cos x, \quad f(0) = 3$

30 $f''(x) = 12x^2 + 2e^x, \quad f'(0) = 2, \quad f(0) = 3$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

31 $f''(x) = 2 + 2t, \quad f(0) = 2, \quad f(3) = 2$

32 $f''(x) = 4 + 6t, \quad f(1) = 3, \quad f(-1) = -2$

33 $f''(x) = 3\sin x + 4x^2$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

34 حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3 - 12t$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 3$.

35 حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3e^{-t} - 2$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$.

36 حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = 3\sin t + 1$، والسرعة المتجهة الابتدائية هي $v(0) = 0$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 4$.

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

37 حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = t^2 + 1$.
والسرعة المتجهة الابتدائية هي $v(0) = 4$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$.

38 جد دالة أصليّة إذا عكست قاعدة السلسلة أو قاعدة ناتج الضرب أو قاعدة ناتج القسمة

a $\int xsin2x + x^2cos2x\,dx$

b $\int \frac{2xe^{3x} - 3x^2e^{3x}}{e^{6x}}\,dx$

c $\int \frac{xcosx^2}{sinx^2}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

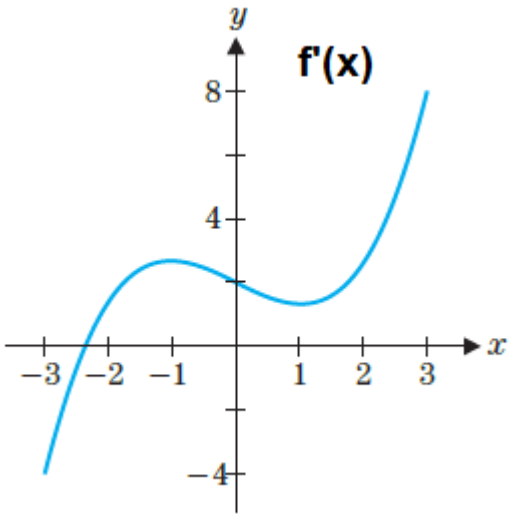
39 جـــد دالة $f(x)$ تكون فيها النقطة $(1, 2)$ على التمثيل البياني لـ $y = f(x)$ ، وميل المماس عند $(1, 2)$ هو 3 و $f''(x) = x - 1$.

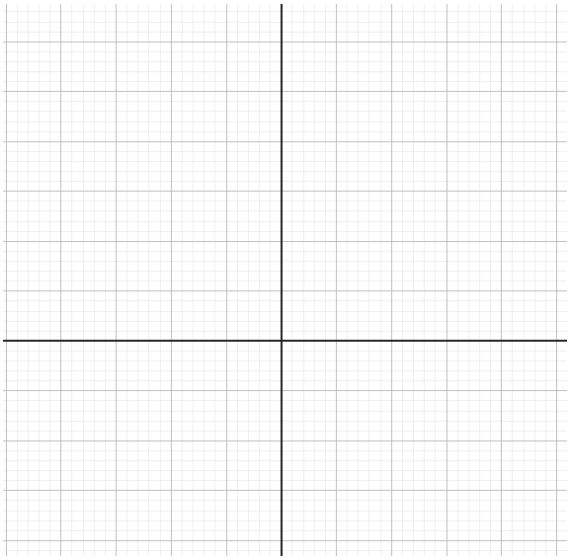
40 جـــد دالة $f(x)$ تكون فيها النقطة $(-1, 1)$ على التمثيل البياني لـ $y = f(x)$، وميل المماس عند $(-1, 1)$ هو 2 و $f''(x) = 6x + 4$.

41 تسارع جسمٍ عند الهبوط هو $y''(t) = -9.8\ \text{m/s}^2$، على فرض أنّ السرعة المتجهة الابتدائية هي $y'(0) = -30\ \text{m/s}$ والموقع الابتدائي هو $y(0) = 30{,}000\ \text{m}$، جـــد الدالة المكانية $y(t)$.

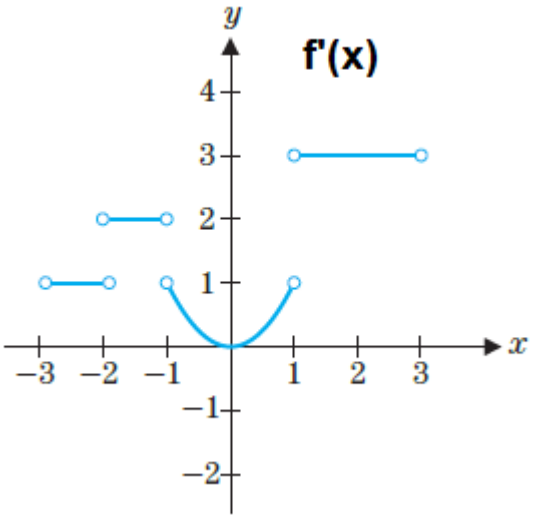
AHMED ATA
The Featured program 0566010255

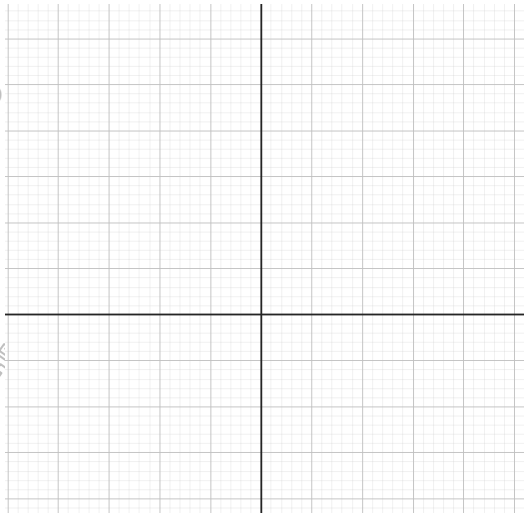
42 ارسم التمثيل البياني للدالة f (x) المقابل لرسمة المشتقة f ′(x) الموضحة في الرسم





43 ارسم التمثيل البياني للدالة f (x) المقابل لرسمة المشتقة f ′(x) الموضحة في الرسم





AHMED ATA
The Featured program 0566010255

تدرب (1-5)

أوجد الدالة الأصلية

1 $\int \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\,dx$

2 $\int secx(tanx - secx)dx$

3 $\int \frac{sin^2x + cos^2x}{cosx\ cotx}\,dx$

4 $\int \frac{2sinx}{cos^2x} + \frac{cosx}{sin^2x}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

5 $\int \frac{sec^2 x}{tanx} dx$

6 $\int \frac{x^2 + 2x}{x^3 + 3x^2 - 5} dx$

7 $\int \frac{2x + 5}{2x(x + 5)} dx$

8 $\int \frac{2e^x - e^{-x}}{4e^x + 2e^{-x}} dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

9 $\int (tanx - cotx)dx$

10 $\int 5e^{7x-1}\,dx$

11 $\int 3e^{x}\,(e^{x} - 5)dx$

12 $\int \frac{1}{5 + e^{-x}}\,dx$

The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255
AHMED ATA

13 $\int \frac{1}{1+e^x}\,dx$

14 $\int \frac{5x}{2x^3+2x}\,dx$

15 $\int \frac{3}{\sqrt{9-9x^2}}\,dx$

16 $\int \frac{1}{\sqrt{x^4-x^2}}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

17 $\int cos5x\ dx$

18 $\int \frac{sin^2x}{1-cosx}\ dx$

19 $\int \frac{x+1}{x^2+1}\ dx$

20 $\int secx dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (2-5)

المجموع والرمز سيجما

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (2-5)

المجموع والرمز سيجما

$$\sum_{i=1}^{20} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2$$

للإشارة إلى أننا نجمع حدودًا معًا لها الصيغة i^2، بدءًا من $i = 1$ وانتهاءً ب $i = 20$. يُسمى المتغيّر i مؤشر المجموع

بصفة عامة، بالنسبة لأى أعداد حقيقية a_1 ، a_2 ، ... ، a_n، يكون لدينا

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

اكتب في صورة رمز المجموع

1 $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{10}$

2 $3^3 + 4^3 + 5^3 + \cdots + 45^3.$

The Featured program 0566010255

3 $2(1)^2 + 2(2)^2 + 2(3)^2 + \cdots + 2(14)^2$

4 $\sqrt{2-1} + \sqrt{3-1} + \sqrt{4-1} + \cdots + \sqrt{15-1}$

5 اكتب في صورة رمز المجموع: مجموع أول 200 عدد صحيح موجب فردي.

6 مجموع مربّعات أول 50 عددًا صحيحًا موجبًا.

7 مربّع مجموع أول 50 عددًا صحيحًا موجبًا

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

8 مجموع الجذور التربيعية لأول 10 أعداد صحيحة

9 الجذر التربيعي لمجموع أول 10 أعداد صحيحة موجبة.

اكتب كل الحدود واحسب المجموع

10 $\sum_{i=1}^{8}(2i+1)$

11 $\sum_{i=2}^{6}\sin(2\pi i)$

12 $\sum_{i=4}^{10}5$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

13 $\sum_{i=1}^{6} 3i^2$

14 $\sum_{i=3}^{7} (i^2 + i)$

15 $\sum_{i=6}^{10} (4i + 2)$

16 $\sum_{i=6}^{8} (i^2 + 2)$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

النظرية 2.1

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا و c عددًا ثابتًا، فإنّ

(i) $\sum_{i=1}^{n} c = cn$ (مجموع الثوابت).

(ii) $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ (مجموع أول n عدد صحيح موجب) و

(iii) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (مجموع مربعات أول n عدد صحيح موجب).

النظرية 2.2

لأي عددين ثابتين c و d ،

$$\sum_{i=1}^{n}(ca_i + db_i) = c\sum_{i=1}^{n} a_i + d\sum_{i=1}^{n} b_i$$

حساب المجموع باستخدام النظريتين 2.1 و2.2

17 $\sum_{i=1}^{8}(2i+1)$

18 $\sum_{i=1}^{800}(2i+1)$

The Featured program 0566010255 The Featured program 0566010255 AHMED ATA

19 $\sum_{i=1}^{20} i^2$

20 $\sum_{i=1}^{20} \left(\frac{i}{20}\right)^2$

21 $\sum_{i=1}^{70} (3i - 1)$

22 $\sum_{i=1}^{40} (4 - i^2)$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

23 $\sum_{n=1}^{100}(n^2 - 3n + 2)$

24 $\sum_{i=4}^{20}(i - 3)(i + 3)$

25 $\sum_{k=3}^{n}(k^2 - 3)$

26 $\sum_{i=3}^{30}[(i - 3)^2 + i - 3]$

The Featured program 0566010255

احسب المجموع بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ لقيم x_i المعطاة.

27 $f(x) = x^2 + 4x;\quad x = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0;\quad \Delta x = 0.2;\quad n = 5$

28 $f(x) = 3x + 5;\quad x = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0;\quad \Delta x = 0.4;\quad n = 5$

29 $f(x) = x^3 + 4;\quad x = 2.05, 2.15, 2.25, 2.35, \ldots, 2.95;\quad \Delta x = 0.1;\quad n = 10$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

30 جـــد مجموع قيم $f(x) = x^2 + 3$ للقيم عند: $x = 0.1$ ، $x = 0.2$ ، ... ، $x = 1.0$.

31 جـــد مجموع قيم $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$ للقيم

عند $x = 1.05$ و $x = 1.15$ و $x = 1.25$ و ... و $x = 2.95$.

احسب المجموع ونهاية كل مجموع عندما $n \to \infty$.

32 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2 + 2\left(\frac{i}{n}\right)\right]$

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

AHMED ATA

33 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2 - 5\left(\frac{i}{n}\right)\right]$

34 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[4\left(\frac{2i}{n}\right)^2 - \left(\frac{2i}{n}\right)\right]$

35 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[\left(\frac{2i}{n}\right)^2 + 4\left(\frac{i}{n}\right)\right]$

The Featured program 0566010255

36 على فرض أنّ سيارة لها سرعة متجهة 50mi/h لمدة ساعتين، وسرعة متجهة 60mi/h لمدة ساعة واحدة، وسرعة متجهة 70mi/h لمدة 30 دقيقة وسرعة متجهة 60mi/h لمدة 3 ساعات. جد المسافة المقطوعة

37 على فرض أنّ سيارة لها سرعة متجهة 50mi/h لمدة ساعة واحدة، وسرعة متجهة 40mi/h لمدة ساعة واحدة، وسرعة متجهة 60mi/h لمدة 30 دقيقة وسرعة متجهة 55mi/h لمدة 3 ساعات. جد المسافة المجتازة

AHMED ATA

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (3-5)

المساحة

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

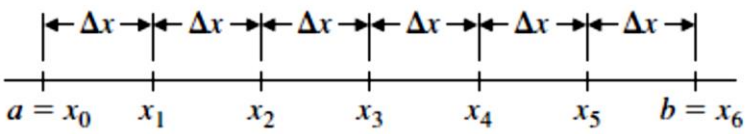
الدرس (5-3)

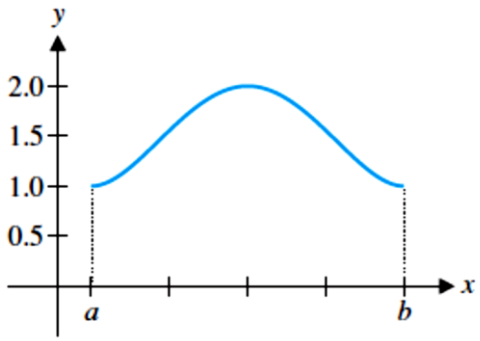
المساحة

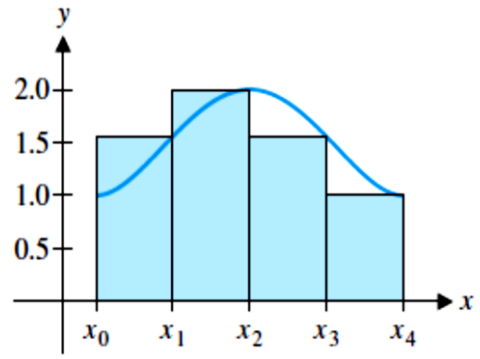
على فرض أولًا أنّ $f(x) \geq 0$ و f دالة متصلة على الفترة $[a, b]$ ، كما هو موضّح في الشكل 5.5. نبدأ بتجزئة الفترة $[a, b]$ إلى n أجزاء متساوية. ويُسمى ذلك **تجزئة منتظمة** لـ $[a, b]$. إذًا، يكون عرض كل فترة جزئية في هذه التجزئة $\frac{b-a}{n}$ ، والذي نرمز إليه بـ Δx (يعني تغيرًا صغيرًا في x). يُرمز

$$x_0 = a, \quad x_1 = x_0 + \Delta x, \quad x_2 = x_1 + \Delta x$$ وهكذا بصورة عامة

$$x_i = x_0 + i\Delta x, \quad for\ i = 1, 2, \ldots, n$$







$$A \approx f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + f(x_3)\,\Delta x + f(x_4)\,\Delta x = A_4.$$

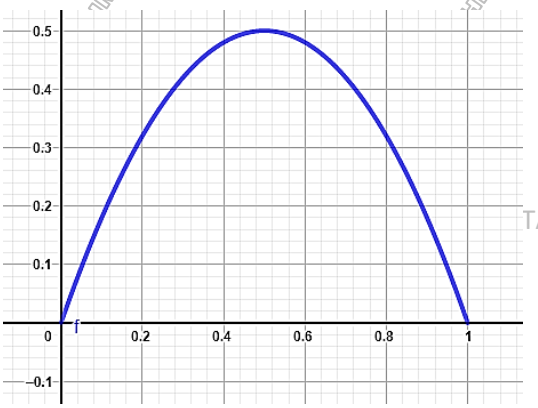
$$A \approx f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + \cdots + f(x_n)\,\Delta x$$

$$= \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x = A_n.$$

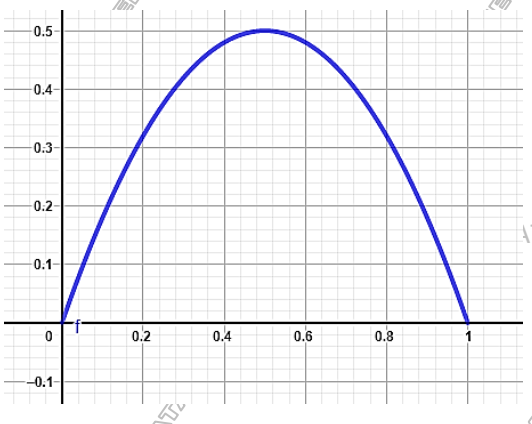
1 أوجد قيمة تقريبية لمساحة المنطقة تحت المنحنى $f(x) = 2x - 2x^2$ على الفترة $[0, 1]$ باستخدام 5 مستطيلات

$$A \approx A_5 = \sum_{i=1}^{5} f(x_i)\Delta x =$$

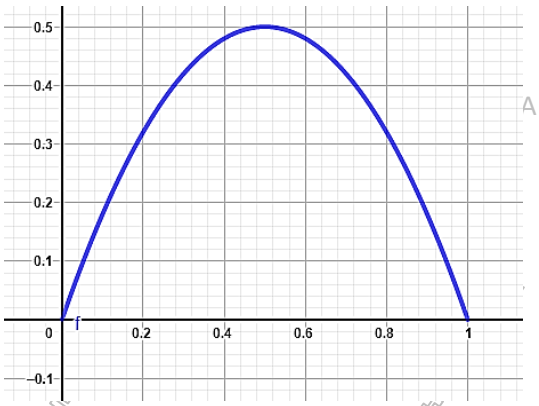
(a) نقطة النهاية اليمنى



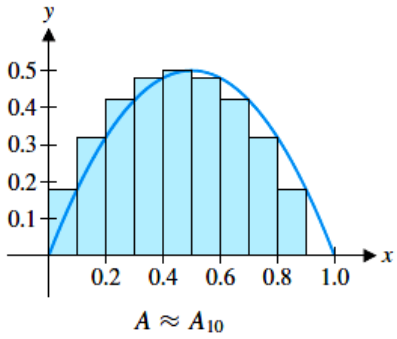
(b) نقطة النهاية اليسرى



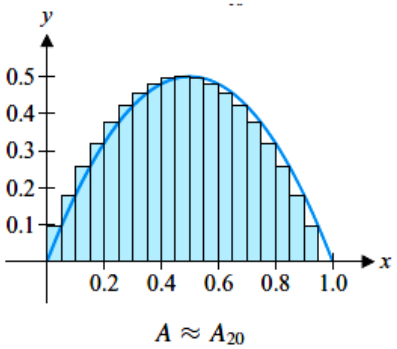
(c) نقطة المنتصف



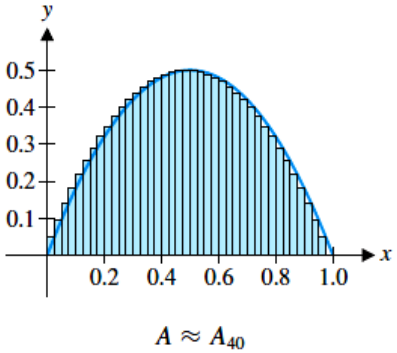
AHMED ATA
The Featured program 0566010255
The Featured program 0560010255



$A \approx A_{10}$



$A \approx A_{20}$

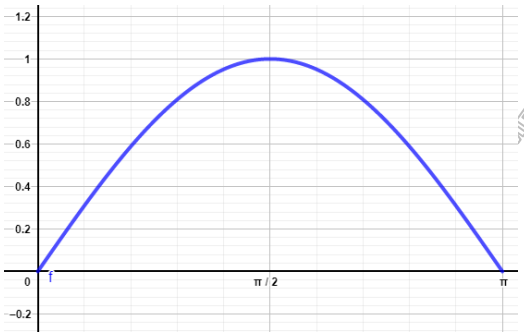


$A \approx A_{40}$

لاحظ أنه كلما كبرت n فأن قيمة A_n تقترب من $\frac{1}{3}$

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

2 أوجد قيمة تقريبية لمساحة المنطقة تحت المنحنى $f(x) = sinx$ على الفترة $[0, \pi]$, باستخدام 4 مستطيلات



AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

a نقطة النهاية اليمنى

b نقطة النهاية اليسرى

c نقطة المنتصف

The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

3 استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحنى باستخدام

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

a نقطة النهاية اليسرى

b نقطة النهاية اليمنى

4

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
$f(x)$	2.0	2.2	1.6	1.4	1.6	2.0	2.2	2.4	2.0

a نقطة النهاية اليسرى

b نقطة النهاية اليمنى

The Featured program 0566010255
The Featured program 0566010255

5 قرب المساحة تحت المنحنى على الفترة المعطاة باستخدام n مستطيلات وقواعد القيم

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$R;\ x_i = a + \Delta x i \qquad L;\ x_i = a + \Delta x(i-1) \qquad M;\ x_i = a + \Delta x\left(i - \frac{1}{2}\right)$

$y = x^2 + 1 \quad on\ [0,1], \quad n = 16$

a) نقطة النهاية اليمنى

b) نقطة النهاية اليسرى

c) نقطة المنتصف

AHMED ATA
The Featured program 0566010255
The Featured program 056010255

$y = \sqrt{x + 2}\ on\ [1,4], n = 16$

a) نقطة النهاية اليمنى

b) نقطة النهاية اليسرى

7 $y = cos\ x \qquad on\ [0, \frac{\pi}{2}], \qquad n = 50$

a) نقطة النهاية اليمنى

b) نقطة المنتصف

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

التعريف 3.1

لكل دالة f مُعرَّفة على الفترة $[a,b]$ ، إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و $f(x) \geq 0$ على $[a,b]$ ، فإنّ **المساحة A تحت منحنى** $y=f(x)$ على $[a,b]$ تُعطى بالصيغة:

$$A = \lim_{n\to\infty} A_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x \qquad (3.2)$$

التعريف 3.2

لتكن: $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[a,b]$ ، حيث $x_i - x_{i-1} = \Delta x = \frac{b-a}{n}$ ، لكل i . اختر النقاط $c_1, c_2, \ldots, c_n$ ، حيث يكون c_i أي نقطة في الفترة الجزئية $[x_{i-1}, x_i]$ ، لكل $i = 1, 2, \ldots, n$. (وهذه النقاط تسمّى **نقاط القيم**). إنّ **مجموع ريمان** لهذه التجزئة ومجموعة نقاط القيم، هو

$$\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x$$

استخدم مجموع ريمان والنهاية لإيجاد قيمة المساحة الدقيقة تحت المنحنى

8 $y = 3x$ on $[0,3]$

9 $y = x^2 + 1$ on $[0,1]$

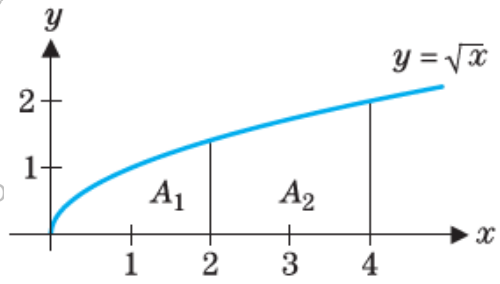
AHMED ATA

The Featured program 0566010255

10 $y = x^2 + 3x$ $on\ [0, 2]$

11 $y = 3x^2$ $on\ [1, 3]$

12 في الشكل المبيّن، أي مساحة تساوي $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{2}\sqrt{1+i/n}\,\frac{2}{n}$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255
The Featured program 0560010255

13 وضّح أن المساحة تحت منحنى $y = ax^2$ حيث $0 \le x \le b$ هي $\frac{1}{3}$ القاعدة مضروبة في الارتفاع $\left(\frac{1}{3}b \cdot ab^2\right)$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (4-5)

التكامل المحدود

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (4-5)

التكامل المحدود

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x,$$

التعريف 4.1

لأي دالة f مُعرَّفة على $[a, b]$ ، يكون **التكامل المحدود** لـ f من a إلى b هو

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x$$

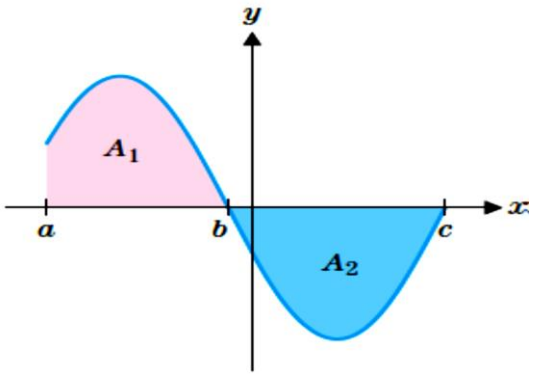
متى وُجدت النهاية والأمر نفسه لكل اختيار من نقاط القيم c_1 ، c_2 ، ... ، c_n . عندما يكون هناك نهاية، نقول إنّ f **قابلة للتكامل** على $[a, b]$.

النظرية 4.1

إذا كانت f متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإنّ f تكون قابلة للتكامل على $[a, b]$.

التعريف 4.2

على فرض أنّ $f(x) \geq 0$ على الفترة $[a, b]$ و A_1 هي المساحة المحدودة بين المنحنى $y = f(x)$ ومحور x- لكل $a \leq x \leq b$. علاوةً على ذلك، على فرض أنّ $f(x) \leq 0$ على الفترة $[b, c]$ و A_2 هي المساحة المحدودة بين المنحنى $y = f(x)$ ومحور x- لكل $b \leq x \leq c$. إنّ **المساحة المشار إليها** بين $y = f(x)$ ومحور x- لكل $a \leq x \leq c$ هي $A_1 - A_2$. **والمساحة الإجمالية** بين $y = f(x)$ ومحور x- لكل $a \leq x \leq c$ هي $A_1 + A_2$. (انظر الشكل 5.16).



The Featured program 0566010255

استخدم قاعدة نقطة المنتصف لتقدير قيمة التكامل باستخدام $n=6$

1 $\int_0^3 (x^3 + x)\,dx$

استخدم قاعدة النهاية اليمنى لتقدير قيمة التكامل باستخدام $n=6$

2 $\int_0^{\pi} \sin x^2\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

أوجد قيمة التكامل بحساب نهاية مجموع ريمان

3 $\int_0^1 2x\,dx$

4 $\int_1^2 2x\,dx$

5 $\int_0^2 x^2\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 01566010255

AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

خواص التكامل المحدود

النظرية 4.1

إذا كانت f متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإنّ f تكون قابلة للتكامل على $[a, b]$.

إذا كانت f و g قابلتين للتكامل على $[a, b]$ ، فإنّ ما يأتي يكون صحيحًا.

$$\int_a^b k f(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$$

AHMED ATA

$$\int_a^b (f(x)+g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b (f(x)-g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$$

AHMED ATA

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

AHMED ATA

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

لتكن f دالة متصلة معرّفة في $[a, b]$. تذكر أنّه بناءً على نظرية القيمة القصوى، وبما أنّ f متصلة، فإنه يوجد فيها قيمة صغرى m، وقيمة عظمى، M، في $[a, b]$ ، ومنه

بما أنّ m و M هي قيم ثابتة، فسنحصل على

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$$

النظرية 4.3

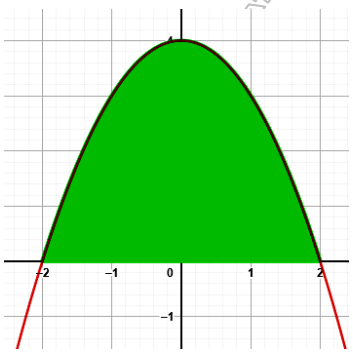
على فرض أنّ $g(x) \le f(x)$ لكل $x \in [a, b]$ وأنّ f و g قابلتان للتكامل على $[a, b]$. إذًا،

$$\int_a^b g(x)\,dx \le \int_a^b f(x)\,dx$$

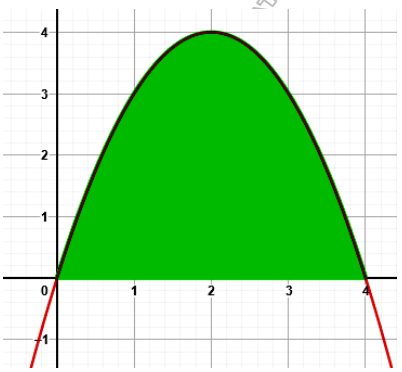
The Featured program 0566010255 The Featured program 0566010255

أكتب (مجمل) المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات

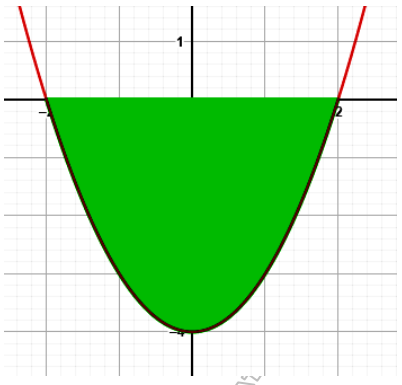
6 المساحة فوق المحور x وتحت $y = 4 - x^2$



7 المساحة فوق المحور x وتحت $y = 4x - x^2$

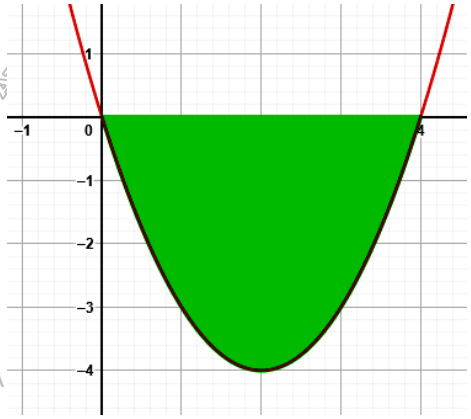


8 المساحة تحت المحور x وفوق $y = x^2 - 4$

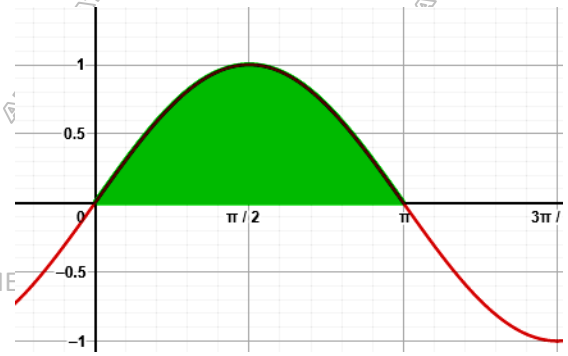


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

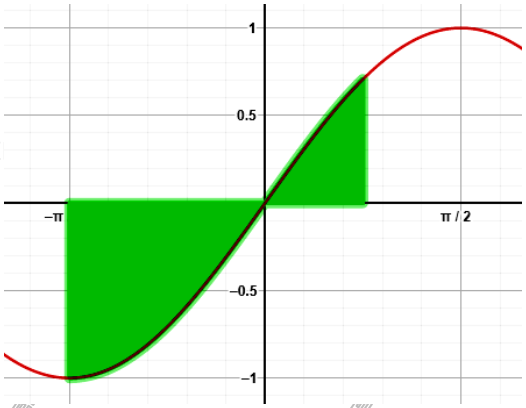
9 المساحة تحت المحور x وفوق $y = x^2 - 4x$



10 المساحة بين $y = \sin x$ والمحور x لـ $0 \leq x \leq \pi$

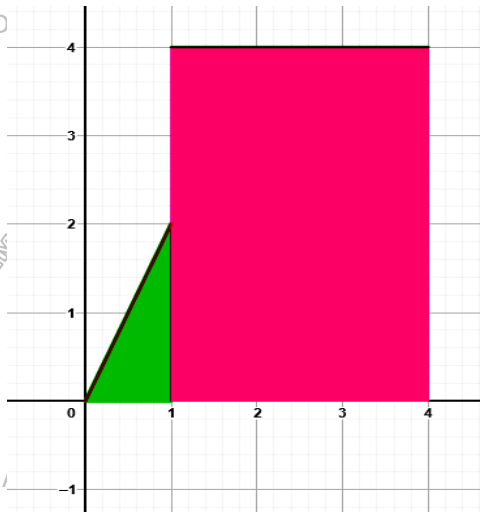


11 المساحة بين $y = \sin x$ والمحور x لـ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

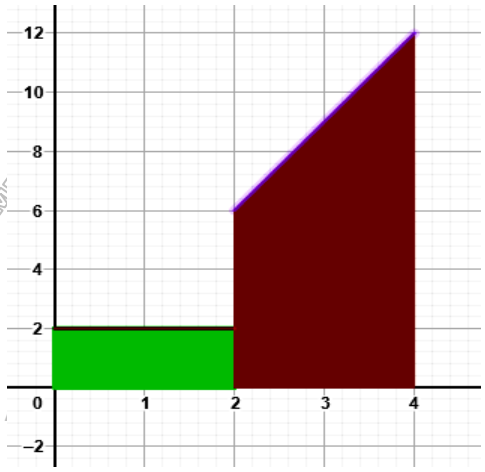


AHMED ATA
The Featured program 0566010255

احسب $\int_0^4 f(x)\,dx$.



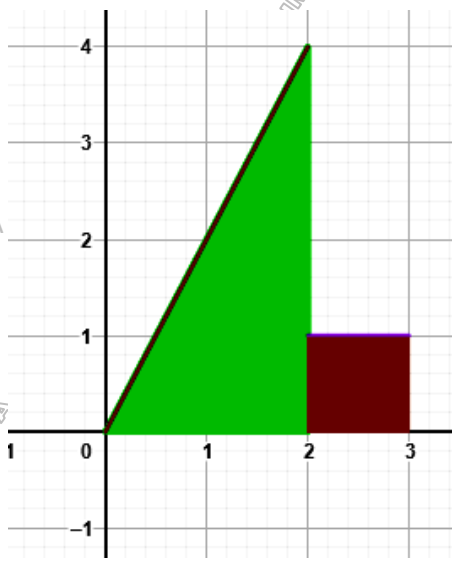
12 $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{if } x < 1 \\ 4 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$



13 $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{if } x \leq 2 \\ 3x & \text{if } x > 2 \end{cases}$

جـــد قيمة $\int_0^3 f(x)\,dx$ ، حيث $f(x)$ تُعرّف كما يأتي:

14 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 2 \text{ إذا} \\ 1, & x > 2 \text{ إذا} \end{cases}$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

نحصل على تكامل يمثل القيمة المتوسطة

$$f_{\text{ave}} = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{b-a}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x\right] = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx.$$

النظرية 4.4 (نظرية القيمة المتوسطة في التكامل)

إذا كانت f دالة متصلة على $[a, b]$ ، فإنه يوجد عدد $c \in (a, b)$ من أجله

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

احسب القيمة المتوسطة للدالة في الفترة المعطاة

15 $f(x) = 2x + 1, [0, 4]$

16 $f(x) = x^2 + 2x, [0, 1]$

17 $f(x) = x^2 - 1, [1, 3]$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

لتكن f دالة متصلة معرّفة في $[a, b]$. تذكر أنّه بناءً على نظرية القيمة القصوى، وبما أنّ f متصلة، فإنه يوجد فيها قيمة صغرى m، وقيمة عظمى، M، في $[a, b]$ ، ومنه

بما أنّ m و M هي قيم ثابتة، فسنحصل على

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M(b-a)$$

استخدم نظرية القيمة المتوسطة في التكامل لتقدير قيمة التكامل

18 A $\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$

19 $\int_{\pi/3}^{\pi/2} 3\cos x^2\,dx$

20 A $\int_0^{1/2} e^{-x^2}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

أوجد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة في التكامل

21 $\int_0^2 3x^2\,dx\ (=8)$

22 $\int_{-1}^1 (x^2-2x)\,dx\ (=\frac{2}{3})$

استخدم خواص التكامل المحدود لكتابة تعبير في صورة تكامل منفرد

23 $\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx$

24 $\int_0^3 f(x)\,dx - \int_2^3 f(x)\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 01566010255

25 $\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^1 f(x)\,dx$

26 $\int_{-1}^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx$

فرضاً أنّ $\int_1^3 f(x)\,dx = 3$ و $\int_1^3 g(x)\,dx = -2$ اوجد

27 $\int_1^3 [f(x) + g(x)]\,dx$

28 $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]\,dx$

29 $\int_1^3 [f(x) - g(x)]\,dx$

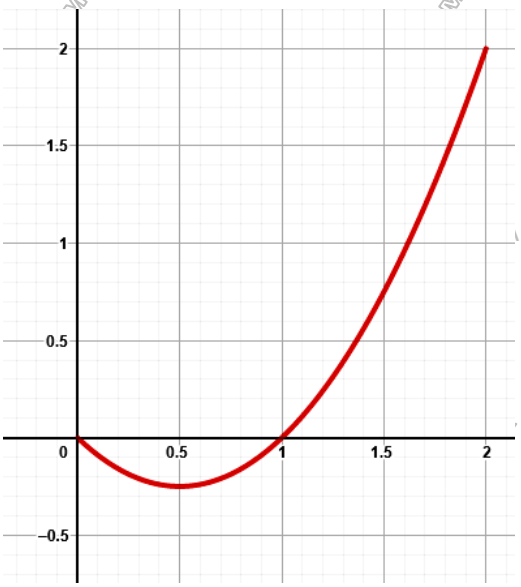
30 $\int_1^3 [4g(x) - 3f(x)]\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

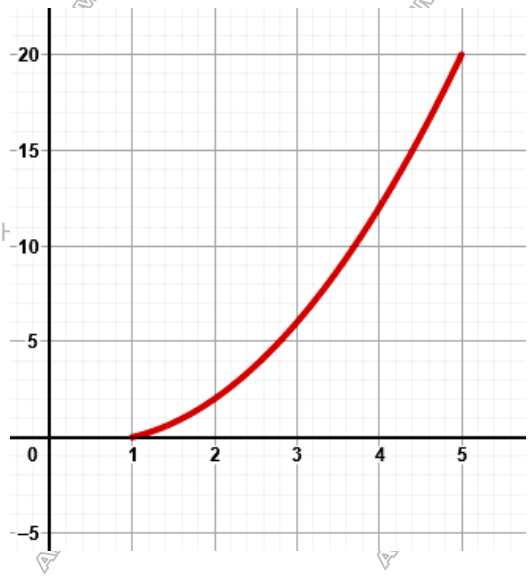
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

ارسم المساحة المناظرة للتكامل

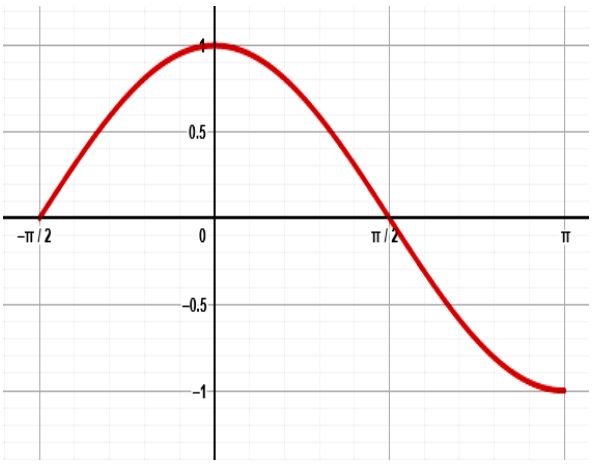
31 $\int_1^2 (x^2 - x)\,dx$



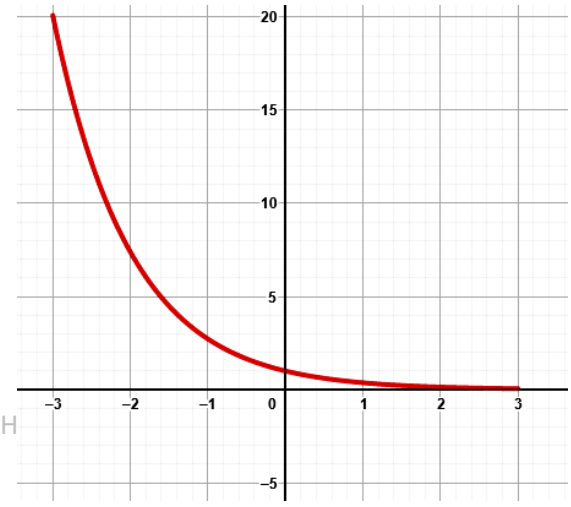
32 $\int_2^4 (x^2 - x)\,dx$



33 $\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx$



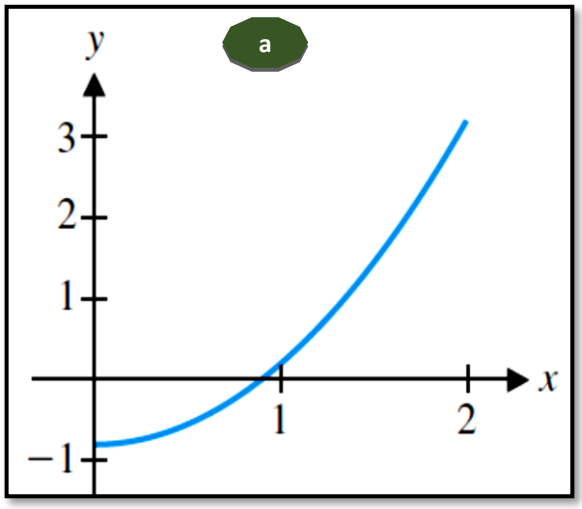
34 $\int_{-2}^{2} e^{-x}\,dx$



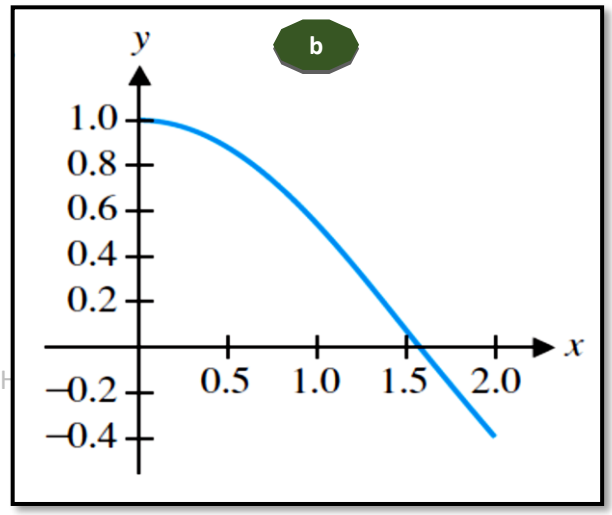
The Featured program 0566010255
AHMED ATA

35 استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كانت $\int_0^2 f(x)dx$ موجبة أم سالبة

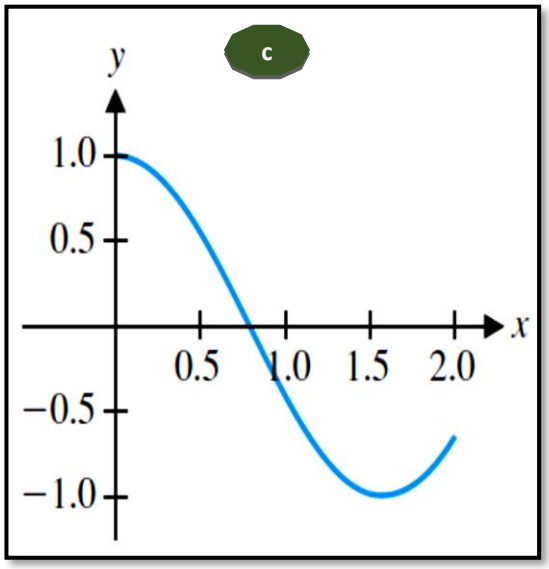
a



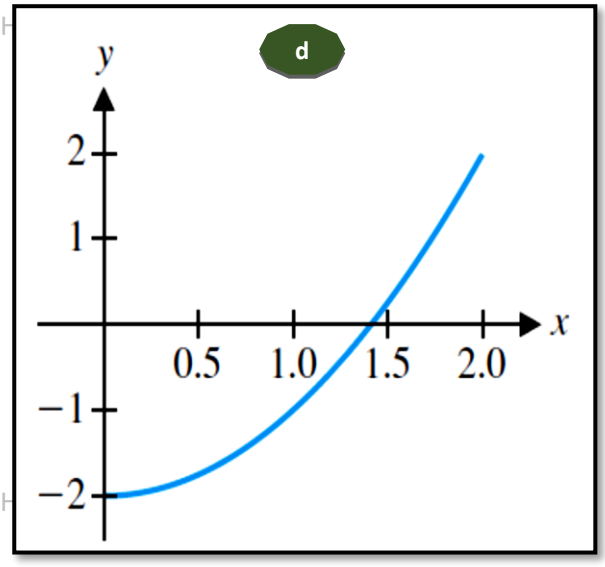
b



c



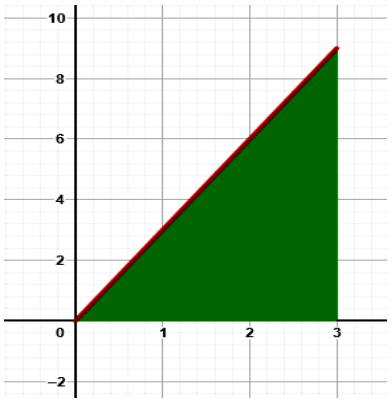
d



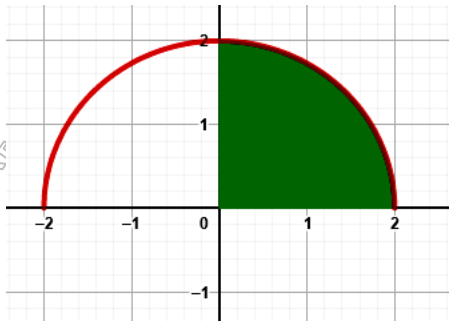
AHMED ATA
The Featured program 01066010255

36 استخدم القوانين الهندسية لحساب التكامل

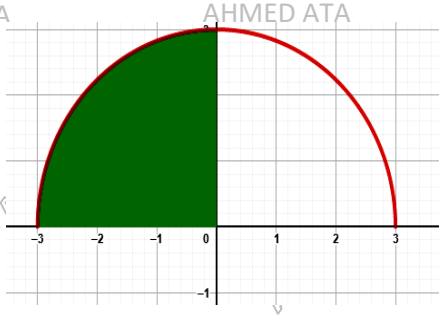
a $\int_0^2 3x dx$



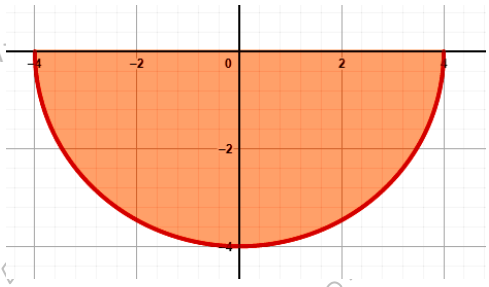
b $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$



c $\int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2}\,dx$



d $-\int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2}\,dx$



AHMED ATA

The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (5-5)

النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (5-5)

النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل

النظرية 5.1 (النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل، الجزء الأول)

إذا كانت f دالة متصلة على $[a, b]$ و $F(x)$ هي أيّ دالة أصليّة لـ $f(x)$ ، فإنّ

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \tag{5.1}$$

استخدم النظرية الأساسية لحساب التكامل

1. $\int_0^2 (2x - 3)\,dx$

2. $\int_0^3 (x^2 - 2)\,dx$

3. $\int_{-1}^1 (x^3 + 2x)\,dx$

The Featured program 0566010255

4 $\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx.$

5 $\int_1^4 \left(x\sqrt{x} + \frac{3}{x}\right) dx$

6 $\int_0^1 (6e^{-3x} + 4)\, dx$

7 $\int_{\pi/2}^{\pi} (2\sin x - \cos x)\, dx$

8 $\int_0^{\pi/4} \sec t \tan t\, dt$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

9 $\int_0^{\pi/4} \sec^2 t \, dt$

10 $\int_0^{1/2} \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

11 $\int_{-1}^{1} \frac{4}{1+x^2} \, dx$

12 $\int_1^4 \frac{t-3}{t} \, dt$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

13 $\int_0^4 t(t-2)\,dt$

14 $\int_0^4 e^{-2x}\,dx$

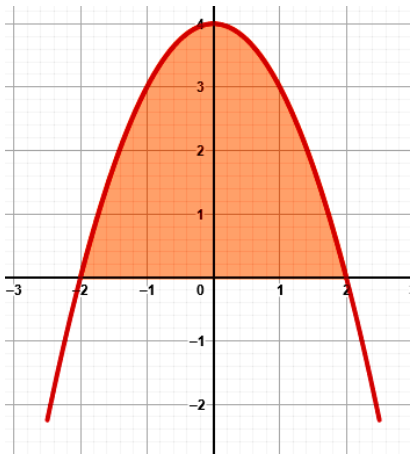
15 $\int_1^x 12t^5\,dt.$

16 $\int_0^t (e^{x/2})^2\,dx$

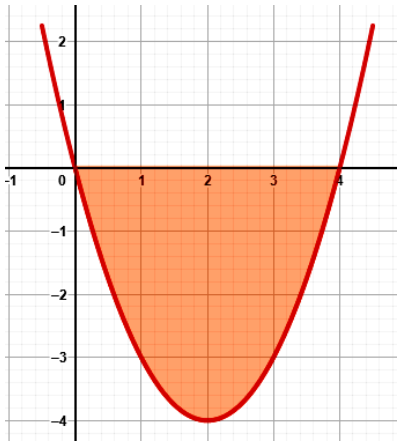
17 $\int_0^t (\sin^2 x + \cos^2 x)\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

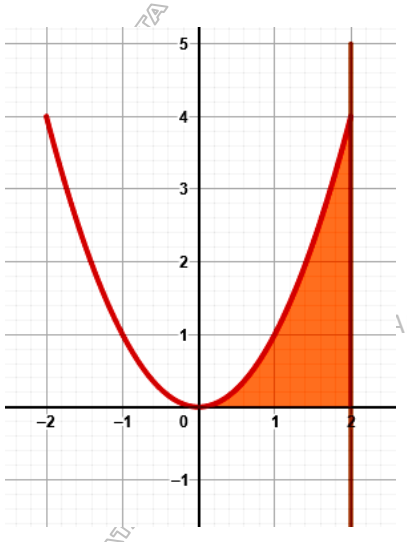
أوجد المساحة المعطاة



18 المساحة فوق المحور x وتحت $y = 4 - x^2$

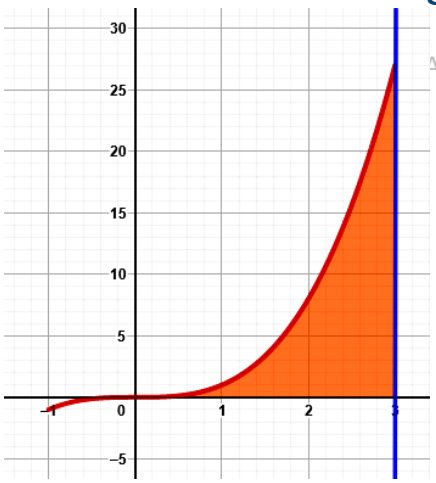


19 المساحة تحت المحور x وفوق $y = x^2 - 4x$



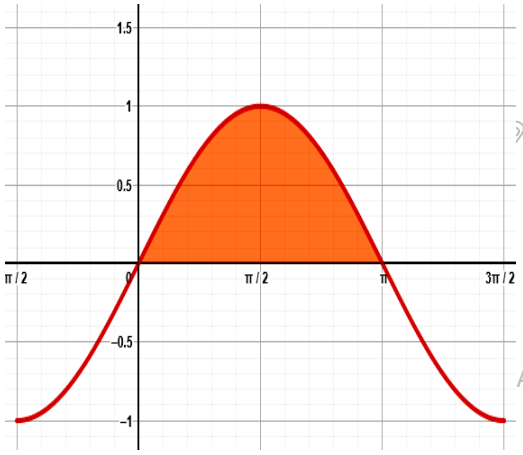
20 مساحة المنطقة المحدودة بين $x = 2$ و $y = x^2$ والمحور x

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

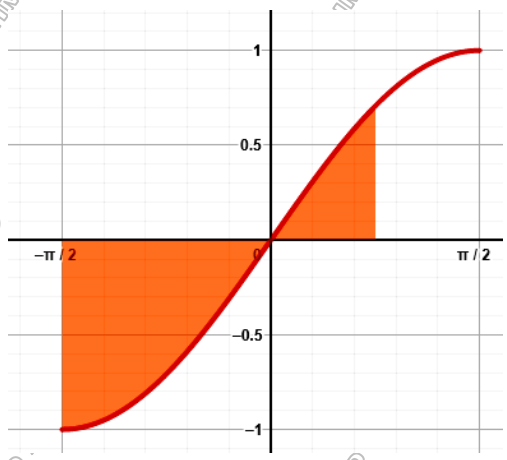


21 مساحة المنطقة المحدودة بين $x = 3$ و $y = x^3$ والمحور x

22 مساحة المنطقة المحدودة بين $y = \sin x$ والمحور x لـ $0 \leq x \leq \pi$



23 مساحة المنطقة المحدودة بين $y = \sin x$ والمحور x لـ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

النظرية (النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل، الجزء الثاني)

إذا كانت الدالة f متصلة على $[a,b]$ و $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ ، فإن $F'(x)=f(x)$ ، على $[a,b]$.

أوجد الاشتقاق $f'(x)$

24 $f(x)=\int_0^x (t^2-3t+2)\,dt$

25 $f(x)=\int_2^x (t^2-3t-4)\,dt$

26 $f(x)=\int_0^{x^2} (e^{-t^2}+1)\,dt$

27 $f(x)=\int_x^2 \sec t\,dt$

28 $f(x)=\int_{e^x}^{2-x} \sin t^2 dt$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

29 $f(x) = \int_{2-x}^{xe^x} e^{2t}\,dt$

30 $f(x) = \int_{x^2}^{x^3} \sin(3t)\,dt$

31 $f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4)\,dt$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

أوجد دالة الموقع $s(t)$ من السرعة المعطاة أو دالة التسارع والقيمة (القيم) الابتدائية على فرض أن الوحدات هي الأمتار والثواني

32 $v(t) = 40 - \sin t, s(0) = 2$

33 $v(t) = 10e^{-t}, s(0) = 2$

34 $a(t) = 4 - t, v(0) = 8, s(0) = 0$

35 $a(t) = 16 - t^2, v(0) = 0, s(0) = 30$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

36 على فرض أنّ معدل تغير الماء في الخزان يساوى $f(t) = 10 \sin t$ L/min.

(a) لكل $0 \le t \le 2\pi$، حدد متى يتزايد مستوى الماء ومتى يتناقص.

(b) إذا كان الخزان يسع 100 L من الماء في الزمن $t = 0$ ، فحدد كم لترا في الخزان عند $t = \pi$.

أوجد معادلة المماس عند قيمة معطاة لـ x

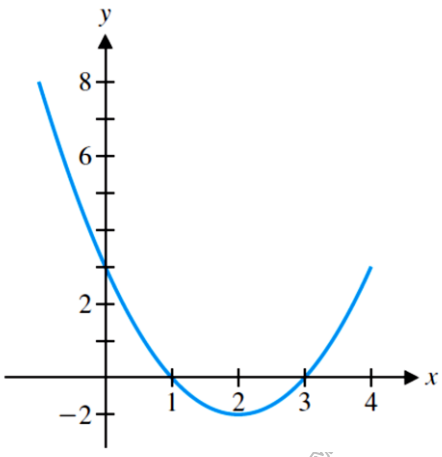
37 $F(x) = \int_4^{x^2} \ln(t^3 + 4)\, dt$ $\quad at\ x = 2$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

38 $F(x) = \int_0^x \sin\sqrt{t^2 + \pi^2}\,dt$ $at\ x = 0$

39 استخدم التمثيل البياني لتنظيم $\int_0^1 f(x)\,dx$ و $\int_0^2 f(x)\,dx$ و $\int_0^3 f(x)\,dx$ بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر. في ما يخص $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ ، حدد الفترات التي تتزايد فيها g وحدد النقاط الحرجة لأجل g .



AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

الثاني عشر متقدم

MATH ARB

الدرس (5-6)

التكامل بالتعويض

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (5-6)

التكامل بالتعويض

التكامل بالتعويض

يتكوّن التكامل بالتعويض من الخطوات العامة التالية.

- **اختر متغيّرًا جديدًا u:** الاختيار الشائع هو التعبير العميق أو الحد "الداخلي" لتركيب الدوال. (في المثال 6.2، لاحظ أنّ x^3+5 هو الحد الداخلي لـ $(x^3+5)^{100}$.)
- **احسب** $du = \frac{du}{dx}\,dx$.
- **استبدل جميع الحدود** في المكامل الأصلي مع تعابير تتضمن u و du.
- **جد قيمة** تكامل (u) الناتج. إذا كنت لا تزال غير قادر على إيجاد قيمة التكامل، فربما تحتاج إلى تجربة اختيار مختلفة لـ u.
- **استبدل كل تكرار لـ u** في الدالة الأصلية بالتعبير المناظر للمتغير x.

استخدم التعويض المعطى لإيجاد قيمة التكامل غير المحدود

1 $\int x^2\sqrt{x^3+2}\,dx,\ u=x^3+2$

2 $\int x^3(x^4+1)^{-2/3}dx,\ u=x^4+1$

The Featured program 0566010255

3 $\int \frac{(\sqrt{x}+2)^3}{\sqrt{x}}\,dx,\ u=\sqrt{x}+2$

4 $\int \sin x \cos x\,dx,\ u=\sin x$

أوجد قيمة التكامل غير المحدود

5 $\int x^3\sqrt{x^4+3}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

6 $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}\, dx$

7 $\int \sin^3 x \cos x\, dx$

8 $\int t^2 \cos t^3\, dt$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

9 $\int xe^{x^2+1}\,dx$

10 $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$

11 $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

12 $\int \sec^2 x \sqrt{\tan x}\, dx$

13 $\int \frac{v}{v^2+4}\, dv$

14 $\int \frac{(\sin^{-1} x)^3}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

15 $\int x^2 \sec^2 x^3 \, dx$

16 $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$

17 $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

18 $\int \frac{x^2}{1+x^6}\,dx$

19 $\int \frac{x^5}{1+x^6}\,dx$

20 $\int \frac{1+x}{1+x^2}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

21 $\int \frac{1+x}{1-x^2}\,dx$

22 $\int \frac{3\sqrt{x}}{1+x^3}\,dx$

23 $\int \frac{2t+3}{t+7}\,dt$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

24 $\int \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}\,dx$

25 $\int \frac{t^2}{\sqrt[3]{t+3}}\,dt$

26 $\int_0^2 x\sqrt{x^2+1}\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

27 $\int_1^3 x \sin(\pi x^2)\, dx$

28 $\int_{-1}^1 \frac{t}{(t^2+1)^2}\, dt$

29 $\int_0^2 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\, dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

30 $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x \, dx$

31 $\int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} \, dx$

32 $\int_{1}^{4} \frac{x-1}{\sqrt{x}} \, dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

33 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

ضع التعويض المعطى لدالة غير محددة $f(x)$

34 $u = x^2$ for $\int_0^2 xf(x^2)\,dx$

35 $u = x^3$ for $\int_1^2 x^2 f(x^3)\,dx$

36 $u = \sin x$ for $\int_0^{\pi/2} (\cos x) f(\sin x)\,dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (5-7)

التكامل العددي

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

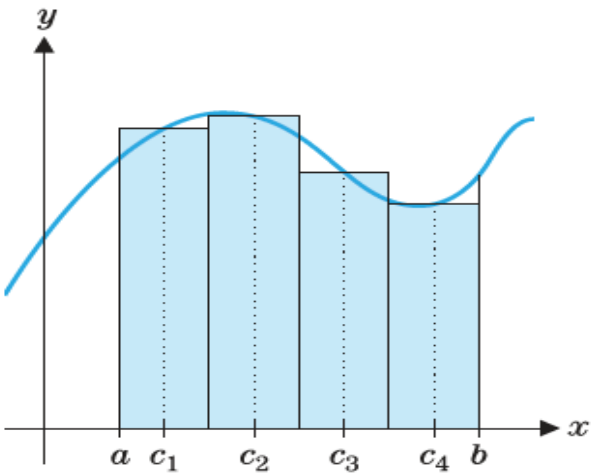
الدرس (7-5)

التكامل العددي

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x,$$

حيث c_i هي نقطة منتصف الفترة الجزئية $[x_{i-1}, x_i]$،

$$i = 1, 2, \ldots, n \quad \text{لـ} \quad c_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$$



قاعدة نقطة المنتصف

1 اكتب تقريبا لقاعدة نقطة المنتصف $M_n(f)$ من أجل $\int_0^1 x^2\,dx$ مع $n = 4$

The Featured program 0566010255

2 اكتب تقريبا لقاعدة نقطة المنتصف $M_n(f)$ من أجل $\int_0^2 x^2+1\ dx$ مع $n=4$

3 استخدم طريقة نقطة المنتصف $M_n(f)$ لتقريب $\int_0^2 \sqrt{x^2+1}\ dx$ بدقة إلى ثلاث منازل عشرية

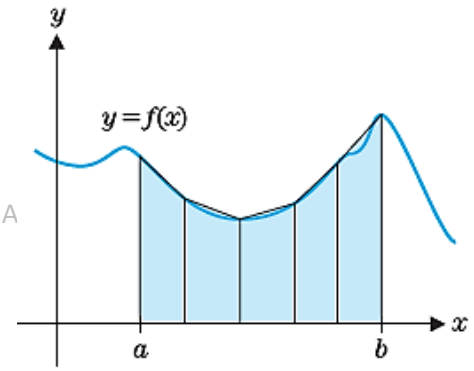
تذكر أن $x_i = \Delta x\left(i-\frac{1}{2}\right)$ ضع $n=(10,20,30)$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

قاعدة شبة المنحرف $T_n(f)$

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx T_n(f) = \frac{b-a}{2n}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)].$$



نقطة لقاعدة شبه المنحرف

4 استخدم تقريبات شبة المنحرف $T_n(f)$ مع $n = 4$ لإيجاد $\int_0^1 3x^2\ dx$

5 استخدم تقريبات شبة المنحرف $T_n(f)$ مع $n = 4$ لإيجاد $\int_0^3 \frac{1}{x}\ dx$

The Featured program 0566010255

AHMED ATA

قاعدة سيمبسون $S_n(f)$

SIMPSON'S RULE

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx S_n(f) = \frac{b-a}{3n}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)].$$

6 قرب قيمة $\int_0^1 3x^2\ dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون $S_n(f)$ مع $n = 4$

7 قرب قيمة $\int_0^2 \sqrt{x^2+1}\ dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون $S_n(f)$ مع $n = 4$

The Featured program 0566010255

8 استخدم (a) قاعدة شبة المنحرف (b) قاعدة سيمبسون لتقدير $\int_0^2 f(x)\ dx$ من البيانات المعطاة

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
$f(x)$	4.0	4.6	5.2	4.8	5.0	4.6	4.4	3.8	4.0

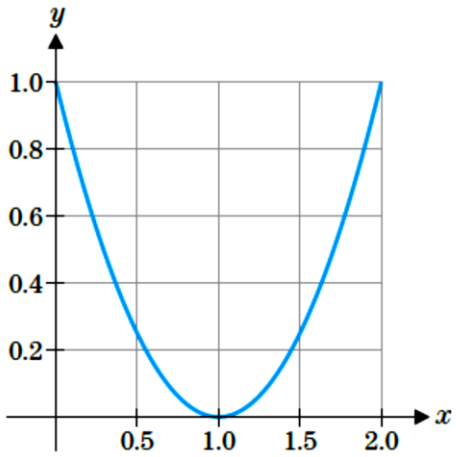
9 استخدم (a) قاعدة شبة المنحرف (b) قاعدة سيمبسون لتقدير $\int_0^2 f(x)\ dx$ من البيانات المعطاة

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
$f(x)$	1.0	0.6	0.2	-0.2	-0.4	0.4	0.8	1.2	2.0

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

10 استخدم التمثيل البياني لتقدير $\int_0^2 f(x)\,dx$ باستخدام n = 4

(a) مجموع ريمان باستخدام نقطة النهاية اليسرى



(b) باستخدام نقطة المنتصف

(c) باستخدام قاعدة شبة المنحرف

(d) باستخدام قاعدة سيمبسون

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

AHMED ATA

حدود الخطأ للتكامل العددي

$$ET_n = \text{القيمة التقريبية} - \text{القيمة الدقيقة} = \int_a^b f(x)\,dx - T_n(f)$$

النظرية 7.1

على فرض أنّ f'' دالة متصلة على $[a, b]$ وأنّ $|f''(x)| \le K$ لكل x في $[a, b]$. إذًا

$$|ET_n| \le K\frac{(b-a)^3}{12n^2}$$

$$|EM_n| \le K\frac{(b-a)^3}{24n^2}.$$

النظرية 7.2

على فرض أنّ $f^{(4)}$ دالة متصلة في $[a, b]$ وأنّ $|f^{(4)}(x)| \le L$ لكل x في $[a, b]$. إذًا

$$|ES_n| \le L\frac{(b-a)^5}{180n^4}.$$

11 إيجاد حدود الخطأ لتقريب قيمة التكامل $\int_0^3 \frac{1}{x}\,dx$ حيث $n = 10$ باستخدام كل من

a) نقطة المنتصف

The Featured program 0566010255

b) قاعدة شبة المنحرف

c) قاعدة سيمبسون

12 إيجاد حدود الخطأ لتقريب قيمة التكامل $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cosx\ dx$ حيث $n = 10$ باستخدام كل من

a) نقطة المنتصف

b) قاعدة شبة المنحرف

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

c) قاعدة سيمبسون

13 إيجاد حدود الخطأ لتقريب قيمة التكامل $\int_0^1 5x^4\,dx$ حيث $n = 10$ باستخدام كل من

a) نقطة المنتصف

b) قاعدة شبة المنحرف

c) قاعدة سيمبسون

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

14 تحديد عدد الخطوات التي تضمن دقة على الأقل 10^{-7} لتقريب $\int_1^3 \frac{1}{x}\,dx$ باستخدام كل من

a) قاعدة شبة المنحرف

b) قاعدة سيمبسون

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

15 تحديد عدد الخطوات التي تضمن دقة على الأقل 10^{-7} لتقريب $\int_0^1 cosx\,dx$ باستخدام كل من

a) قاعدة شبة المنحرف

b) قاعدة سيمبسون

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

16 تحديد عدد الخطوات التي تضمن دقة على الأقل 10^{-6} لتقريب $\int_1^4 xlnx\,dx$ باستخدام كل من

a) قاعدة شبة المنحرف

b) قاعدة نقطة المنتصف

c) قاعدة سيمبسون

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

THE FEATURED
PROGRAM EDUCATIN

البرنامج المميز

MATH ARB

الثاني عشر متقدم

الدرس (5-8)

اللوغاريتم الطبيعي كتكامل

Mr. Ahmed Ata
The Featured Program
2024-2025

البرنامج المميز طريقك للتميز

Prepared by :

MR- AHMED ATA

@AHMEDATACHAT

https://t.me/ahmedatachat
0566010255 -0502070147
ahmatta.math@gmail.com
UAE - ABU DHABI

AHMED ATA

الدرس (8-5)

اللوغاريتم الطبيعي كتكامل

التعريف 8.1

لكل $x > 0$، نعرّف دالة **اللوغاريتم الطبيعي**، المكتوبة بالصيغة $\ln x$، كما يأتي:

$$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t}\, dt$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + c.$$

النظرية 8.1

لأي أعداد حقيقية $a > 0$، $b > 0$ وأي عدد نسبي r،

(i) $\ln 1 = 0$

(ii) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

(iii) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ و

(iv) $\ln(a^r) = r \ln a$.

التعريف 8.2

نعرّف e على أنّه العدد الذي

$$\ln e = 1$$

التعريف 8.3

للعدد x غير النسبي، فإنّنا نعرّف $y = e^x$ على أنّها هذا العدد الذي فيه

$$\ln y = \ln(e^x) = x$$

$$\ln(e^x) = x, \quad \text{for all } x \in (-\infty, \infty).$$

$$e^{\ln x} = x, \quad \text{for } x > 0.$$

The Featured program 0566010255

النظرية 8.2

لأجل r, s أي أعداد حقيقية و t أي عدد نسبي،

(i) $e^r e^s = e^{r+s}$

(ii) $\dfrac{e^r}{e^s} = e^{r-s}$

(iii) $(e^r)^t = e^{rt}$ و

النظرية 8.3

لأي أساس $a > 0\,(a \neq 1)$ وأي $x > 0$. $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

النظرية

بالنسبة إلى أي ثابت $a > 0$ $\dfrac{d}{dx}a^x = a^x \ln a$

النظرية

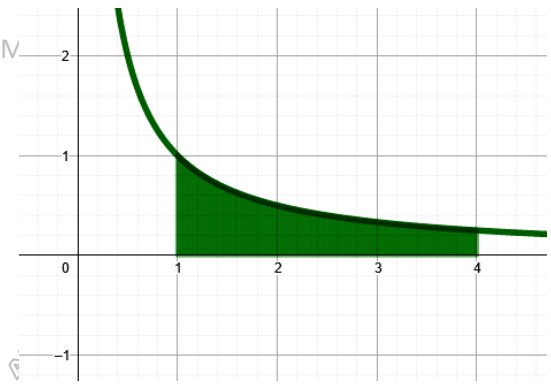
$$\frac{d}{dx}e^x = e^x$$

النظرية

بالنسبة إلى For $x > 0$ $\dfrac{d}{dx}(\ln x) = \dfrac{1}{x}$.

عبر عن العدد بصفته تكاملاً وارسم المساحة المناظرة

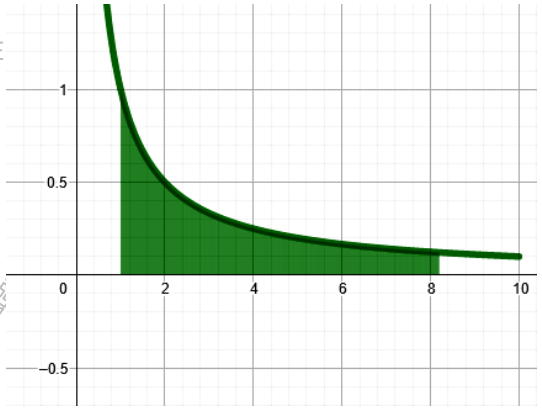
1 $\ln 4$



AHMED ATA

The Featured program 0566010255

2 $ln\,8.2$



3 استخدم قاعدة سيمبسون مع $n = 4$ لتقدير $\ln 4$

4 استخدم قاعدة سيمبسون مع $n = 4$ لتقدير $\ln 5$

استخدم خصائص اللوغاريتمات لإعادة كتابة التعبير كحد واحد

5 $\ln\sqrt{2} + 3\ln 2$

6 $\ln 8 - 2\ln 2$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

7 $2\ln 3 - \ln 9 + \ln\sqrt{3}$

8 $2\ln\left(\frac{1}{3}\right) - \ln 3 + \ln\left(\frac{1}{9}\right)$

أوجد قيمة المشتقة باستخدام خصائص اللوغاريتمات عند الحاجة

9 $\frac{d}{dx}(\ln\sqrt{x^2+1})$

10 $\frac{d}{dx}[\ln(x^5 \sin x \cos x)]$

AHMED ATA

11 $\frac{d}{dx}\left(\ln\frac{x^4}{x^5+1}\right)$

12 $\frac{d}{dx}\left(\ln\sqrt{\frac{x^3}{x^5+1}}\right)$

13 $\frac{d}{dx}\log_7\sqrt{x^2+1}$

14 $\frac{d}{dx}\log_{10}(2^x)$

AHMED ATA

The Featured program 0566010255

The Featured program 0566010255

15 $\frac{d}{dx}\left(3^{\sin x}\right)$

16 $\frac{d}{dx}\left(4^{\sqrt{x}}\right)$

أوجد قيمة التكامل

17 $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

18 $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}\sin^{-1} x} dx$

19 $\int x3^{x^2} dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

20 $\int 2^x \sin(2^x)\, dx$

21 $\int \frac{e^{2/x}}{x^2} dx$

22 $\int \frac{\sin(\ln x^3)}{x} dx$

23 $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 - 4} dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255

24 $\int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

25 $\int_0^1 \tan x \, dx$

26 $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$

AHMED ATA
The Featured program 0566010255