ميثاغورث في الرياضيات

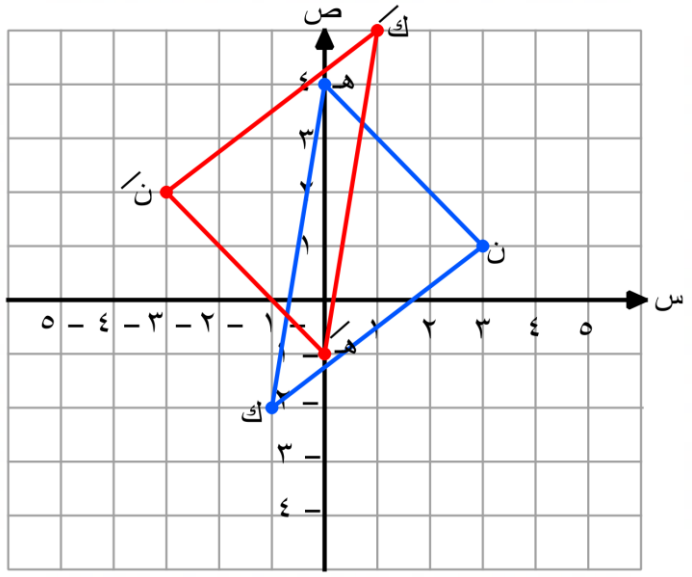
مراجعة التقويمي الأول

محلولة

الصف الثامن

أ/ أحمد جمال

١) إذا كان △هَكَنَ هو صورة △هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ(٠ ، ٤) ، ك(-١ ، -٢) ، ن(٣ ، ١) ، فعين إحداثيات الرؤوس هَ ، كَ ، نَ ، ثم ارسم △هَ كَ نَ في مستوى الاحداثيات.



الحـــــــل

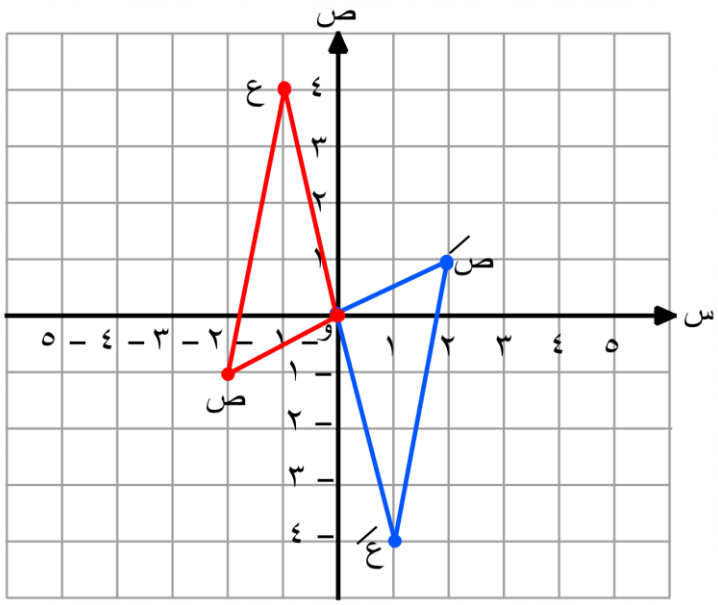
هـ (٠ ، ٤) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ هَ(٠ ، -٤)

ك(-١ ، -٢) ⟵ كَ(١ ، ٢)

ن(٣ ، ١) ⟵ نَ(-٣ ، -١)

---

٢) إذا كان △و ص ع هو صورة △و ص ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت و(٠ ، ٠) ، ص(-٢ ، -١) ، ع(-١ ، ٤) ، فعين إحداثيات الرؤوس و ، ص ، ع ، ثم ارسم في مستوى الاحداثيات.



الحـــــــل

و(٠ ، ٠) ⟵ و(٠ ، ٠)

ص(-٢ ، -١) ⟵ صَ(٢ ، ١)

ع(-١ ، ٤) ⟵ عَ(١ ، -٤)

(س ، ص) $\xrightarrow{ء(و ، ٩٠^\circ)}$ (- ص ، س) يسمى دوران ربع دورة (تبديل مع تغير إشارة الأول)

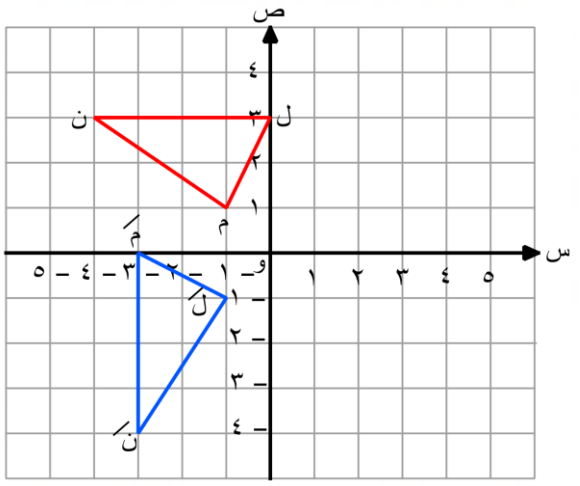
(س ، ص) $\xrightarrow{ء(و ، ١٨٠^\circ)}$ (- س ، ص) يسمى دوران نصف دورة (تغير الإشارتين فقط)

(س ، ص) $\xrightarrow{ء(و ، ٢٧٠^\circ)}$ (ص ، - س) يسمى دوران ثلاثة أرباع دورة (تبديل مع تغير إشارة الثاني)

---

٣) في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن بحيث: ل(-١ ، ١) ، م(٠ ، ٣) ، ن(-٤ ، ٣) ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠°

الحـــــــل



ل(-١ ، ١) ⟵ ل/(-١ ، -١)

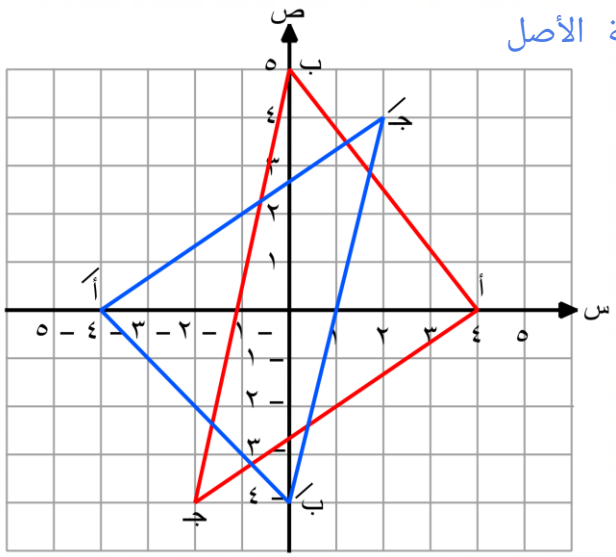
م(٠ ، ٣) ⟵ م/(-٣ ، ٠)

ن(-٤ ، ٣) ⟵ ن/(-٣ ، -٤)

---

٤) مثال: ارسم صورة المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه: أ(٤ ، ٠) ، ب(٠ ، ٥) ، جـ(-٢ ، -٤) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل:

دوران نصف دورة يعني دوران ١٨٠ حول نقطة الأصل

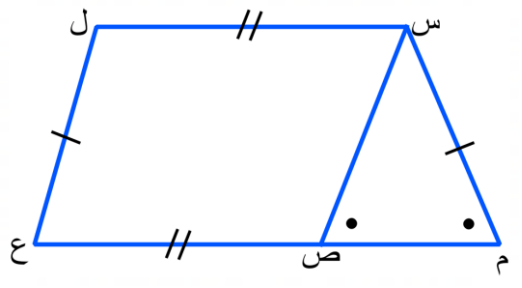


أ(٤ ، ٠) ⟵ أ/(-٤ ، ٠)

ب(٠ ، ٥) ⟵ ب/(٠ ، -٥)

جـ(-٢ ، -٤) ⟵ جـ/(٢ ، ٤)

تمارين على حالات الكشف عن متوازي الأضلاع



١) إذا كان: س ل = ص ع ، س م = ل ع ،

م̂ ≅ س ص̂ م ، برهن أن:

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع.

البرهان

س ل = ص ع (معطى) ⟸ (١)

في △س م ص ، م̂ ≅ س ص̂ م

∴ △س م ص متطابق الضلعين

∴ س م = س ص

، ∵ س م = ل ع

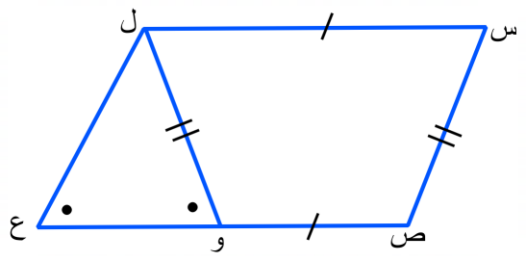
∴ س ص = ل ع من خاصية المساواة ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن:

س ص ع ل متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين)

هذه المراجعة هي جزء من مذكرة فيثاغورث لشرح كامل المنهج محلولة وغير محلولة
لمعرفة أماكن تواجدها إرسال رسالة واتس اب للرقم 50418082

٢) أثبت أن: الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع.



البرهان

س ل = ص ع (معطى) ⟸ (١)

(ل و̂ ع) ≅ ع̂ (معطى)

∴ المثلث ل و ع متطابق الضلعين

∴ ل و = ل ع

، ∵ ل و = س ص (معطى)

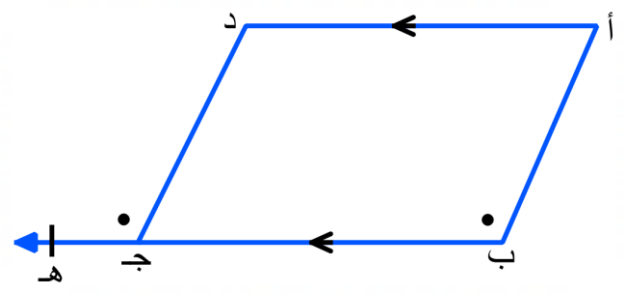
∴ ل ع = س ص (من خاصية المساواة) ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن:

الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

تمارين شاملة على حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

١) أثبت أن: الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



البرهان:

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (معطى) ⟸ (١)

∵ ق(ب̂) = ق(د جـ̂ هـ) (معطى) (وهما في وضع تناظر)

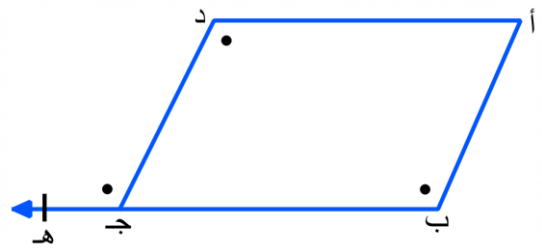
∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن:

الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

---

٢) أثبت أن: الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



البرهان:

∵ ق(ب̂) = ق(د جـ̂ هـ) (وهما في وضع تناظر)

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ⟸ (١)

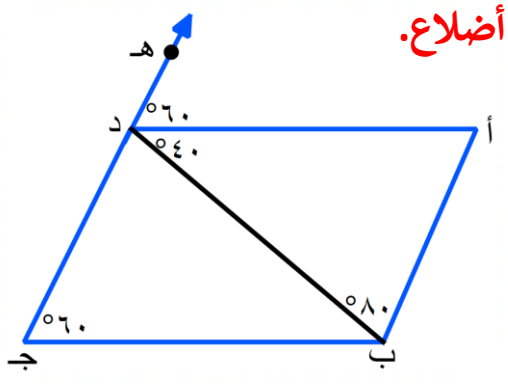
∵ ق(د̂) = ق(د جـ̂ هـ) (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن:

الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع؛ لأن فيه: كل ضلعين متقابلين متوازيين

٣) برهن على أن الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع.



الـبرهان:

ق(أ د̂ هـ) =ق(جـ̂)= ٦٠° (وهما في وضع تناظر)

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ⟸ (١)

في △ أ ب د ، ق(أ̂) = ١٨٠° – (٤٠° + ٨٠°)

= ١٨٠° – ١٢٠° = ٦٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ ق(أ د̂ هـ) = ق(أ̂) = ٦٠° (وهما في وضع تبادل)

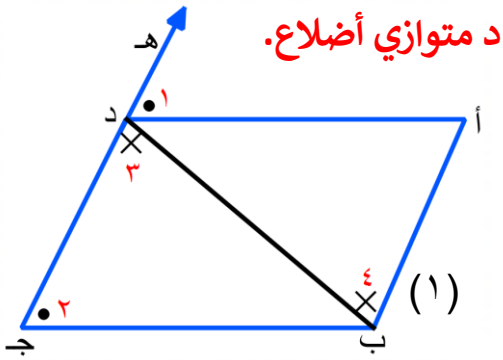
∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن:

أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

---

٤) من البيانات على الشكل المقابل: أثبت أن أ ب جـ د متوازي أضلاع.



الـبرهان:

ق(١̂) = ق(٢̂) وهما في وضع تناظر

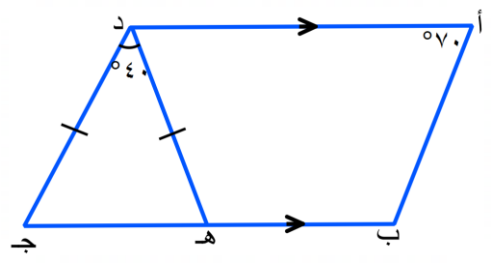
∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ⟸ (١)

ق(٣̂) = ق(٤̂) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن: الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

٥) في الشكل المقابل: $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، د هـ = د جـ ،
ق(أ̂)= ٧٠° ، ق(هـ د̂ جـ)= ٤٠°
برهن أن الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع



الـبرهان: ق(ب̂) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° تحالف توازي

المثلث د هـ جـ متطابق الضلعين ومجموع زواياه = ١٨٠°

∴ ق(د هـ̂ جـ) = ق(جـ̂) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

ق(أ د̂ هـ) = ٧٠° تبادل وتوازي

∴ ق(د̂) = ٧٠° + ٤٠° = ١١٠°

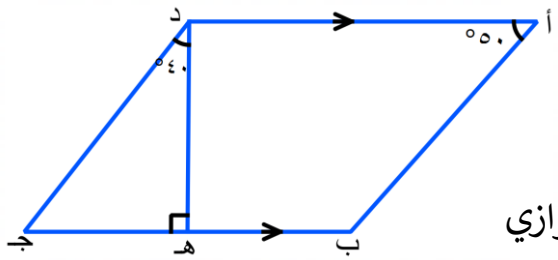
∴ ق(د̂) = ق(ب̂) = ١١٠° ⟸ (١)

ق(أ̂) = ق(جـ̂) = ٧٠° ⟸ (٢)

من (١) ، (٢): ∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

---

٦) إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه: $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ق(أ̂)= ٥٠° ، ق(هـ د̂ جـ)= ٤٠°
فبرهن أن الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع



الـبرهان:

ق(ب̂) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° تحالف وتوازي

∴ ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

ق(أ د̂ هـ) = ٩٠° تبادل وتوازي

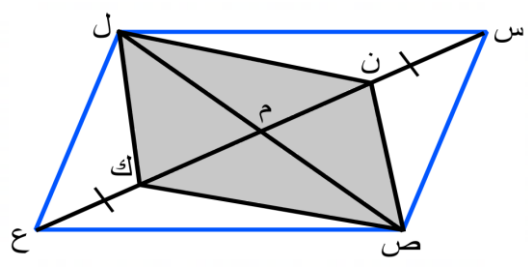
∴ ق(د̂) = ٩٠° + ٤٠° = ١٣٠°

∴ ق(د̂) = ق(ب̂) = ١٣٠° ⟸ (١)

ق(أ̂) = ق(جـ̂) = ٥٠° ⟸ (٢)

من (١) ، (٢): ينتج أن: الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

٧) إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع ، فأثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع.



الـبرهان:

∵ الشكل ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطى) ، ∵ م نقطة تقاطع قطرية

∴ م ص = م ل ⟸ (١) (من خواص متوازي الأضلاع)

أيضاً م ن = م ك (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ س ن = ع ك (معطى)

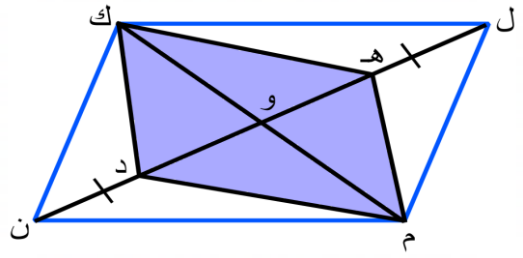
∴ م ن + ن س = م ك + ك ع ∴ م س = م ع ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن:

الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كل منهما الآخر.

---

٨) تدرب: إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ، برهن أن الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع.



الـبرهان:

∵ ل م ن ك متوازي أضلاع (فرضاً)

∴ م و = و ك ⟸ (١) (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ ل و = و ن (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطى)

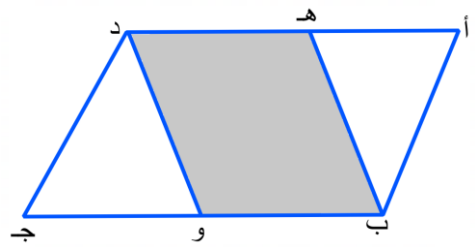
∴ ل و – ل هـ = و ن – د ن

∴ هـ و = و د ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن: هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)

٩) إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

برهن أن الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع.



الـبرهان:

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

∴ أ د = ب جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\frac{١}{٢}$ أ د = $\frac{١}{٢}$ ب جـ (من خواص المساواة)

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ (معطى)

∴ هـ د = ب و ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ هـ ∈ $\overline{\text{أ د}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ $\overline{\text{هـ د}}$ // $\overline{\text{ب و}}$ ⟸ (٢)

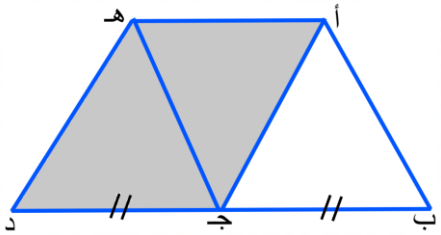
∴ من (١) ، (٢) ينتج أن:

أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

---

١٠) إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع، ب جـ = جـ د ، ب ، جـ ، د على استقامة واحدة ،

فبرهن أن الشكل الرباعي أ جـ د هـ متوازي أضلاع



الـبرهان:

∵ الشكل أ ب جـ هـ متوازي أضلاع (معطى)

∵ ب جـ = أ هـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ب جـ = جـ د (معطى)

∴ ب جـ = جـ د = أ هـ (من خواص المساواة) ⟸ (١)

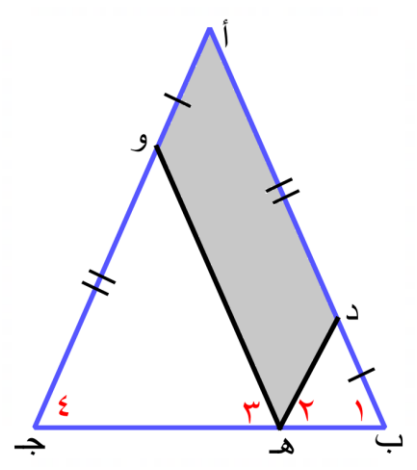
∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ = $\overline{\text{أ هـ}}$ (من خواص متوازي أضلاع)

∵ ب ، جـ ، د على استقامة واحدة (معطى)

∴ $\overline{\text{جـ د}}$ // $\overline{\text{أ هـ}}$ (برهاناً) ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن:

الشكل أ جـ د هـ متوازي أضلاع لأن فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.



١١) في الشكل المقابل: ق(١̂)= ق(٢̂) ، ق(٣̂)=ق(٤̂) ، أ د = و جـ ، أ و = د ب ، برهن أن: أ د هـ و متوازي أضلاع.

البرهان:

△ د ب هـ فيه:

∵ ق(١̂) = ق(٢̂) (معطى)

∴ د ب = د هـ (مثلث متطابق الضلعين)

∵ د هـ = أ و (من خواص المساواة) ⟸ (١)

بالمثل: △ و هـ جـ فيه:

∵ ق(٣̂) = ق(٤̂) (معطى)

∴ و هـ = و جـ (مثلث متطابق الضلعين)

∵ و جـ = أ د (معطى)

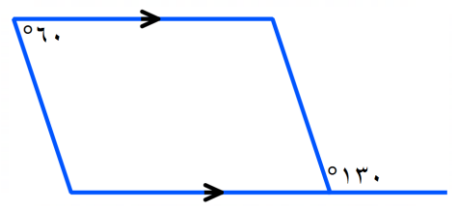
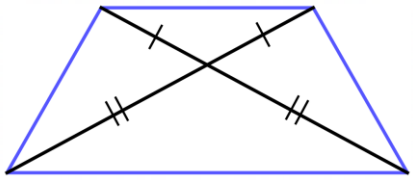
∴ و هـ = أ د (من خواص المساواة) ⟸ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن:

الشكل أ د هـ و متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين

تمرين

أولاً: في البنود (١ – ٤) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) المربع متناظر حول نقطة مُلتقى قطريه.	أ	ب
(٢) صورة النقطة أ(-٣ ، ٥) بالدوران ٩٠° حول نقطة الأصل في اتجاه ضد عقارب الساعة هي أ/(٥ ، ٣)	أ	ب
(٣) الشكل الرباعي المرسوم يمثل متوازي أضلاع 	أ	ب
(٤) في الشكل المقابل الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطريه. 	أ	ب

هذه المراجعة هي جزء من مذكرة فيثاغورث لشرح كامل المنهج محلولة وغير محلولة
لمعرفة أماكن تواجدها إرسال رسالة واتس اب للرقم 50418082

ثانياً: لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(٥) ن/(٧ ، -١) صورة ن(٢ ، -١) تحت تأثير:

أ	انعكاس في المحور السيني	ب	د(و ، ٢٧٠°)
جـ	انعكاس في نقطة الأصل	د	إزاحة إلى اليمين ٥وحدات

(٦) قياس الدرجة التي تمثل $\frac{١}{٤}$ دورة كاملة ضد عقارب الساعة تساوي:

أ	٩٠°	ب	١٨٠°	جـ	٢٧٠°	د	٣٦٠°

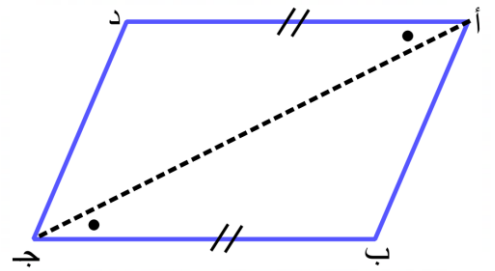
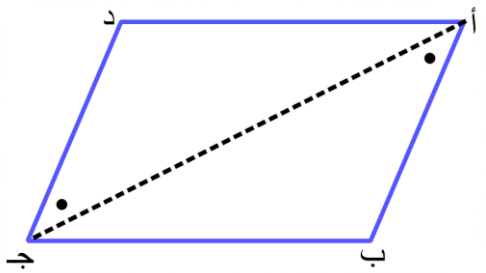
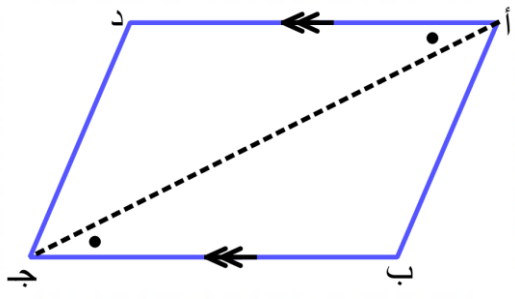
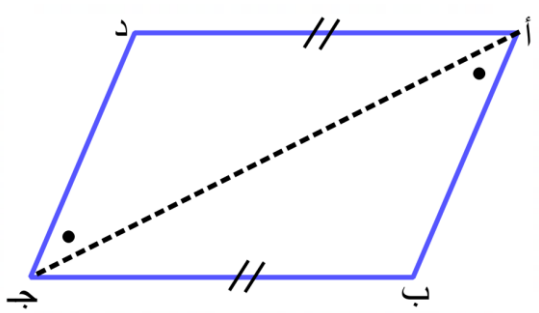
(٧) صورة النقطة ع(-٢ ، -٤) بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي:

أ	(٢ ، -٤)	ب	(-٢ ، ٤)	جـ	(٢ ، ٤)	د	(٤ ، ٢)

(٨) الانعكاس في نقطة الأصل يكافئ:

أ	د(و ، ٩٠°)	ب	د(و ، ١٨٠°)	جـ	د(و ، ٢٧٠°)	د	د(و ، ٣٦٠°)

(٩) الشكل الذي يمثل متوازي أضلاع فيما يلي هو:

أ		ب	
جـ		د