العلاقة وخواصها

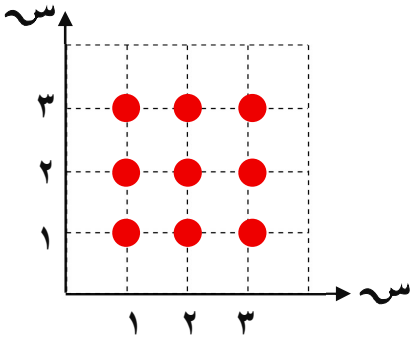
أولاً : خاصية الانعكاس

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س~ **علاقة انعكاسية** وإذا فقط إذا كان

أ ∈ س~ ، يكون (أ ، أ) ∈ ع

لتكن س~ = {١ ، ٢ ، ٣}

١ مثل حاصل الديكارتي س~ × س~ بمخطط بياني



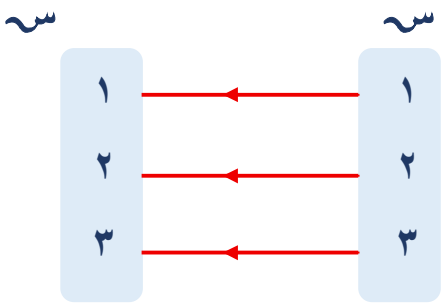
٢ اكتب ع١ علاقة "يساوي" علي س~ بذكر العناصر

ع١ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

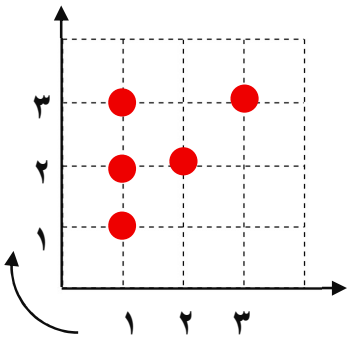
٣ اكتب ع٢ ={(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ عامل من عوامل ب} بذكر العناصر

ع٢ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

٤ مثل ع١ بمخطط سهمي



٥ مثل ع٢ بمخطط بياني



لاحظ أن

١ ∈ س~ ، (١ ، ١) ∈ ع١

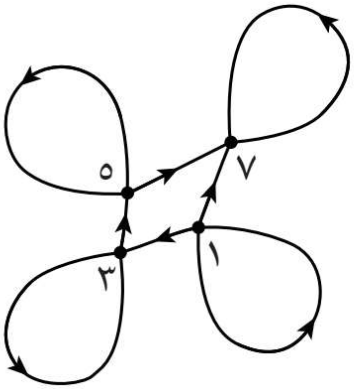
٢ ∈ س~ ، (٢ ، ٢) ∈ ع١

٣ ∈ س~ ، (٣ ، ٣) ∈ ع١

وبالمثل في العلاقة ع٢

نسمي مثل هذه العلاقة علاقة "**انعكاسية**"

المخططات السهمية الاتية ، تمثل علاقات س← حيث س← = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} اختبر ما إذا كانت كل من ع١ ، ع٢ علاقات انعكاسية أم لا ، مع ذكر السبب في كل حالة مما يلي:



المخطط السهمي للعلاقة ع١

الحـل

ع١ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٧) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٧) ، (٧ ، ٧) }

∵ ١ ∋ س← ، (١ ، ١) ∋ ع١

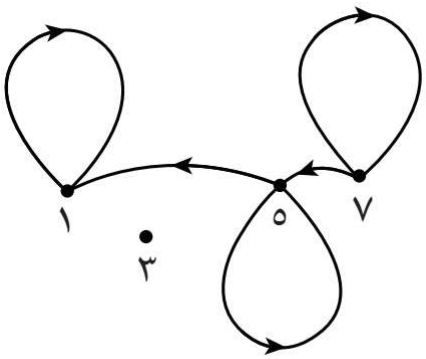
٣ ∋ س← ، (٣ ، ٣) ∋ ع١

٥ ∋ س← ، (٥ ، ٥) ∋ ع١

٧ ∋ س← ، (٧ ، ٧) ∋ ع١

∴ ع١ علاقة انعكاسية

لأن لكل ﻫ ∋ س← يكون (ﻫ ، ﻫ) ∋ ع١



المخطط السهمي للعلاقة ع٢

الحـل

ع٢= {(١ ، ١) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٧) ، (٧ ، ٥) ، (٥ ، ١)}

ليست علاقة انعكاسية

لأن ٣ ∋ س← ، (٣ ، ٣) ∉ ع٢



لمتابعة باقي أوراق المنهج للصف التاسع ☝☝

إذا عُلم أن س = {١ ، -١ ، ٢ ، -٢ ، ٤ ، -٤}

أ أكتب العلاقة ع المعرفة علي س بذكر العناصر حيث ع ={(أ ، ب) :
أ ، ب ∈ س ، أ = ب^{٢}}

ب اختبر ما إذا كانت ع علاقة انعكاسية أم لا

ج ارسم المخطط البياني الذي يمثلها

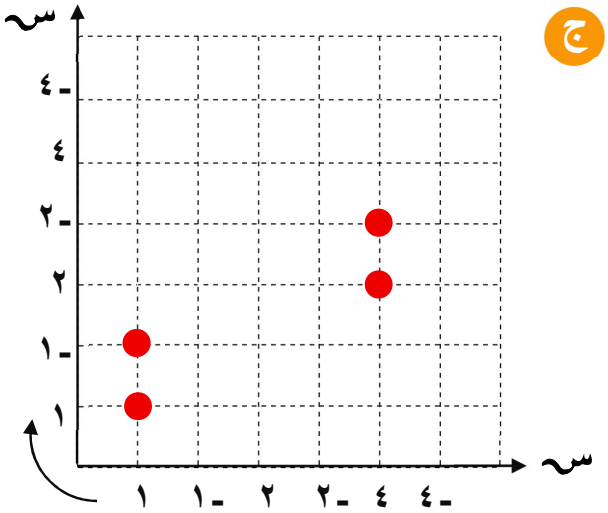
الحل

أ ع = {(١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، -٢)}

ب ∵ -١ ∈ س ولكن (-١ ، -١) ∉ ع

∴ ع ليست علاقة انعكاسية

ج



إذا كانت س= {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦} وكانت ع = {(أ ، ب) : أ، ب ∈ س ،
أ عامل من عوامل ب}

أ أكتب ع بذكر العناصر

الحل ع= {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ٥) ، (٦ ، ٦)}

ب تحقق من أن العلاقة ع انعكاسية

الحل لكل أ ∈ س يوجد (أ ، أ) ∈ ع

∴ ع انعكاسية

إذا كانت س~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، ب مضاعف من مضاعفات أ } هل ع علاقة انعكاسية ؟ فسر إجابتك.

الحـــل

ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥)}

ع انعكاسية ، لكل أ ∈ س~ يوجد (أ ، أ) ∈ ع

العلاقات الاتية معرفة علي المجموعة س~ = {-١ ، ٠ ، ١} . حدد أياً منها يمثل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب ثم مثل ع١ بمخطط بياني و ع٢ بمخطط سهمي

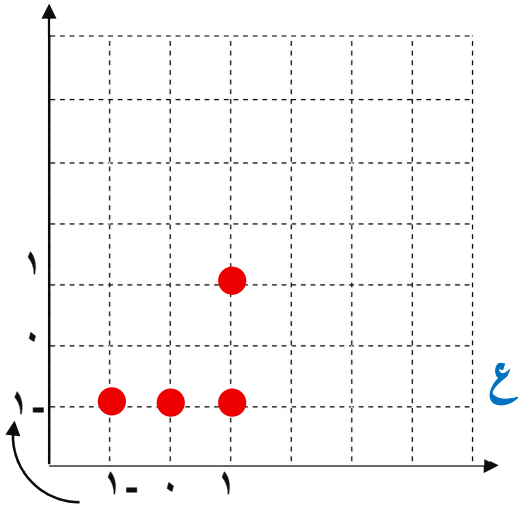
أ) ع١ = {(-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١)}

∵ -١ ∈ س~ ، (-١ ، -١) ∈ ع١ ،

٠ ∈ س~ ، (٠ ، ٠) ∈ ع١

١ ∈ س~ ، (١ ، ١) ∈ ع١

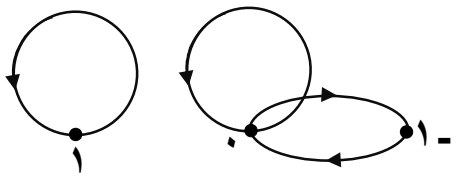
∴ ع١ علاقة انعكاسية لأن لكل أ ∈ س~ يكون (أ ، أ) ∈ ع



ب) ع٢ = {(٠ ، ٠) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١)}

∵ -١ ∈ س~ ، (-١ ، -١) ∉ ع

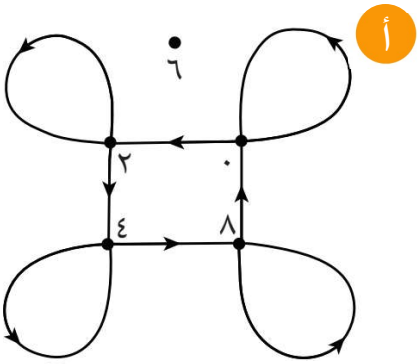
∴ ع٢ ليست انعكاسية



فيما يلي مجموعة من المخططات السهمية لعدة علاقات علي

س~ = {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨} اكتب كل علاقة بذكر العناصر ، ثم اختبر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب.

أ



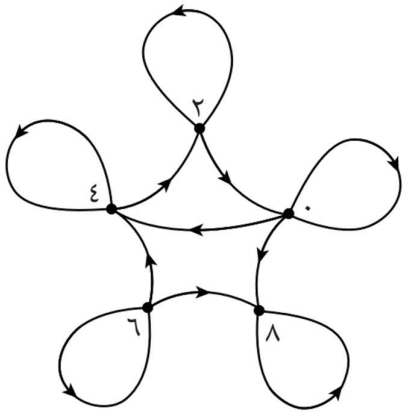
الحل

ع = {(٠ ، ٠) (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٨) ، (٨ ، ٨) ، (٨ ، ٠)}

∵ ٦ ∋ س~ ، (٦ ، ٦) ∉ ع

∴ ع ليست انعكاسية

ب



الحل

ع = {(٠ ، ٠) (٠ ، ٨) ، (٠ ، ٤) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٠) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٨) ، (٨ ، ٨)}

∵ لكل م ∋ س~ يكون (م ، م) ∋ ع

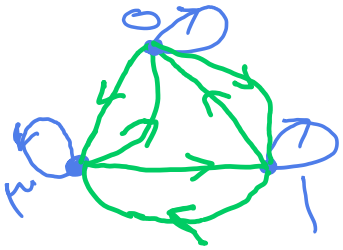
∴ ع انعكاسية

اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ، ومثلها بمخطط سهمي ، ثم اختبر الخاصية الانعكاسية

أ) س~ = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ + ب = عدداً زوجياً}

الحل

ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

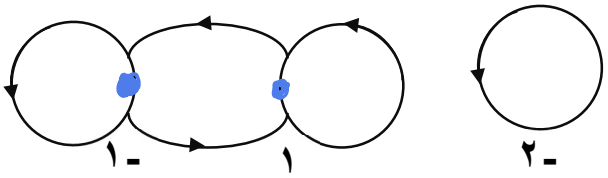


∵ لكل أ ∈ س~ يكون (أ ، أ) ∈ ع

ب) ل = {-٢ ، ١ ، -١} ، ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ٢ = ب٢}

الحل

ع = {(-٢ ، -٢) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (-١ ، ١) ، (-١ ، -١)}



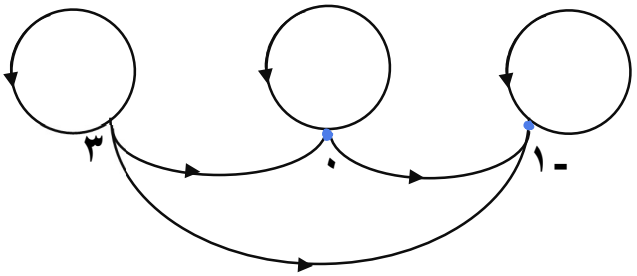
∵ لكل أ ∈ س~ يكون (أ ، أ) ∈ ع

∴ ع انعكاسية

ج) م = {-١ ، ٠ ، ٣} ، ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ م ، أ ≤ ب}

الحل

ع = {(-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (٣ ، ٠) ، (٣ ، -١) ، (٣ ، ٣)}



∵ لكل أ ∈ س~ يكون (أ ، أ) ∈ ع

∴ ع انعكاسية

ثانيـاً : خاصيــة التنــاظــر

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س ~ **علاقة متـنـاظـرة** وإذا فقط إذا كان

لكل (أ ، ب) ∈ ع ، يكون (ب ، أ) ∈ ع

إذا كانت س = {-١ ، ٢ ، ٣} فأي العلاقات التالية المتناظرة علي س ~ مع ذكر السبب؟

أ ع١ = {(-١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، -١) ، (٣ ، ٢)}

الحـــل

العلاقة ع١: (-١ ، ٢) ∈ ع١ وأيضاً (٢ ، -١) ∈ ع١

(٢ ، ٣) ∈ ع١ وأيضاً (٣ ، ٢) ∈ ع١

ع١ متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع١ ، فإن (ب ، أ) ∈ ع١

ب ع٢ = {(٣ ، ٣)}

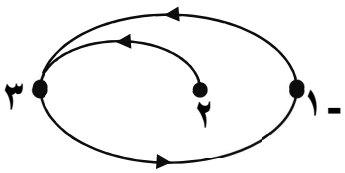
الحـــل

العلاقة ع٢: (٣ ، ٣) ∈ ع٢ وأيضاً (٣ ، ٣) ∈ ع٢

ع٢ متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع٢ ، فإن (ب ، أ) ∈ ع٢

ج ع٣ = {(-١ ، ٣) ، (٣ ، -١) ، (٢ ، ٣)} ، مثل ع٣ بمخطط سهمي

الحـــل



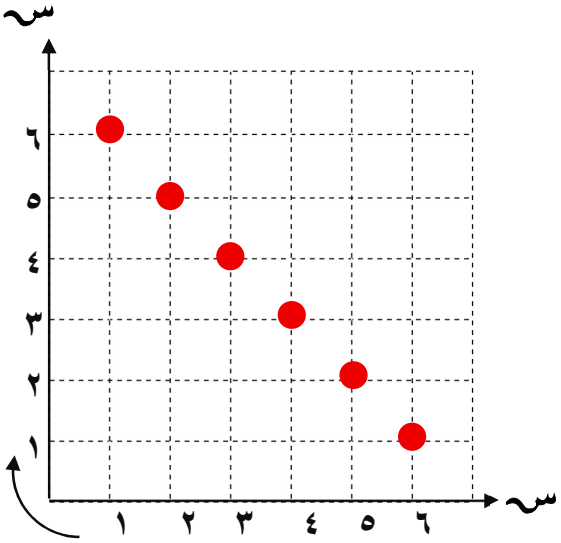
العلاقة ع٣ ليست متناظرة لأن (٢ ، ٣) ∈ ع٣ ، ولكن (٣ ، ٢) ∉ ع٣

إذا كانت س= {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ع١ ، ع٢ علاقات معرفة علي س:

ع١ = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٧}

ع٢ = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب}

أ أكتب ع١ بذكر العناصر ومثلها بمخطط بياني ، ثم ابحث فيما إذا كانت ع١ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب.



الحل

ع١ = {(١ ، ٦) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٤) ،

(٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ١)}

العلاقة ع١: (١ ، ٦) ∈ ع١ ، (٦ ، ١) ∈ ع١

(٢ ، ٥) ∈ ع١ ، (٥ ، ٢) ∈ ع١

(٣ ، ٤) ∈ ع١ ، (٤ ، ٣) ∈ ع١

∴ ع١ علاقة متناظرة

لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع١ ، فإن (ب ، أ) ∈ ع١

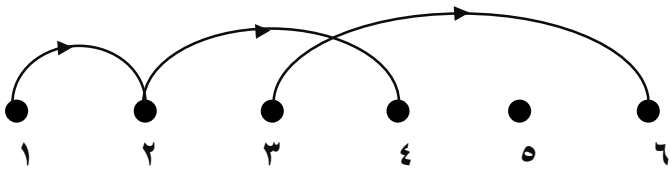
ب أكتب ع٢ بذكر العناصر ومثلها بمخطط سهمي ، ثم أبحث فيما إذا كانت ع٢ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب

الحل

ع١ = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦)}

∴ ع١ علاقة ليست متناظرة

لأن (١ ، ٢) ∈ ع٢ ولكن (٢ ، ١) ∉ ع٢



اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ، ثم اختبر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب.

أ العلاقة س~ معرفة علي س~ = {٣ ، ٤ ، ٥} حيث
س~ = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ + ب =٨}

الحل

ع= {(٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

ع متناظرة لأن (٣ ، ٥) ∈ ع ، يوجد (٥ ، ٣) ∈ ع

ب ع علاقة " ≤ " معرفة علي س~ = {٢ ، ٤ ، ٦}

الحل

ع= {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٦)}

ع ليست متناظرة لأن (٢ ، ٤) ∈ ع ولكن (٤ ، ٢) ∉ ع

ج ع علاقة " ضعف " معرفة علي س~ = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع= {(٠ ، ٠) ، (٢ ، ١)}

ع ليست متناظرة لأن (٢ ، ١) ∈ ع ولكن (١ ، ٢) ∉ ع

د العلاقة ع معرفة علي س~ = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢}حيث
ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ + ب =صفراً}

الحل

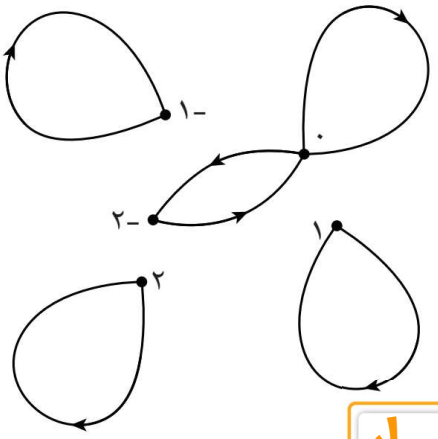
ع= {(-٢ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (-١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (٠ ، ٠)}

ع متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع ، يوجد (ب ، أ) ∈ ع

فيما يلي مخططات سهمية وبيانية لعلاقات معرفة علي س~

= {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} اختبر خاصية التناظر لكل شكل مما يلي:

أ

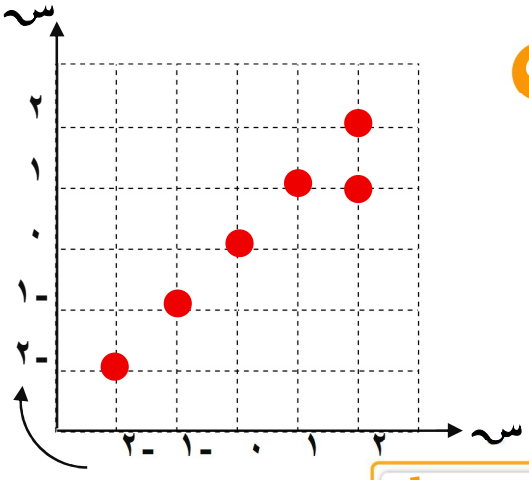


الحل

ع متناظرة لأن

(٠ ، -٢) ∈ ع ، (-٢ ، ٠) ∈ ع

ب

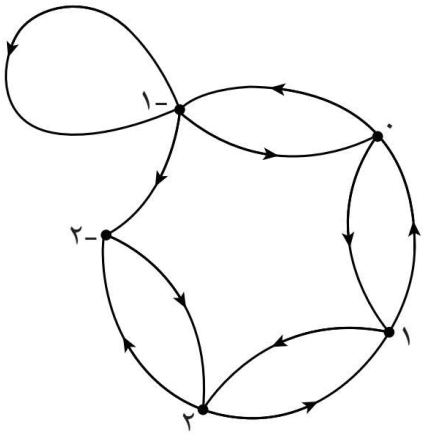


الحل

ع ليست متناظرة لأن

(٢ ، ١) ∈ ع ، (١ ، ٢) ∉ ع

ج

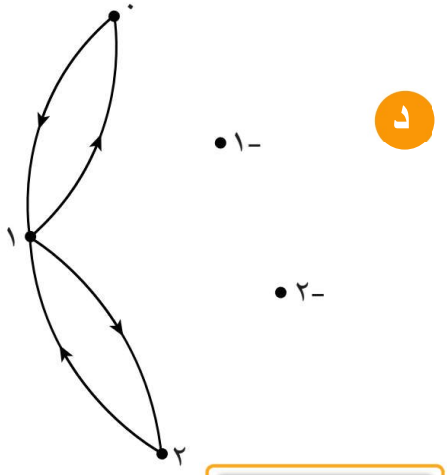


الحل

ع ليست متناظرة لأن

(-١ ، ٢) ∈ ع ، (-٢ ، -١) ∉ ع

د



الحل

ع متناظرة لأن

(أ ، ب) ∈ ع يوجد (ب ، أ) ∈ ع

ثالثاً : خاصية التعدى

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة سـ **علاقة متعدية** وإذا وفقط إذا كان

لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

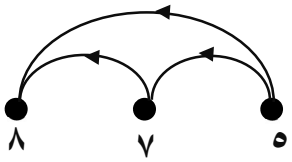
إذا كانت سـ = {٥ ، ٧ ، ٨} وكانت ع علاقة معرفة علي سـ حيث

ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ < ب}

أ اكتب ع بذكر العناصر

الحل ع= {(٥ ، ٧) ، (٧ ، ٨) ، (٥ ، ٨)}

ب مثل ع بمخطط سهمي



لاحظ أن

(٥ ، ٧) ∈ ع و (٧ ، ٨) ∈ ع كذلك (٥ ، ٨) ∈ ع هذه العلاقة تسمي علاقة "**متعدية**"

إذا كانت سـ= {٠ ، ١ ، ٢} ، ع علاقة معرفة علي سـ

حيث ع= {(٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٠ ، ٢)} اختبر ما إذا كانت العلاقة ع متعدية أم مع ذكر السبب

الحل

∵ (٠ ، ١) ∈ ع و (١ ، ٢) ∈ ع ، (٠ ، ٢) ∈ ع

∴ ع علاقة متعدية لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و

(ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

لاحظ أن

(١ ، ٢) ∈ ع

(٠ ، ٢) ∈ ع

لا يوجد زوج مرتب مسقطه الأول يساوي ٢ ، إذا لا يوجد ما ينفي شرط التعدي

إذا كانت س= {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ع علاقة معرفة علي س حيث

ع= {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ١)}

فهل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

∵(٢ ، ٣) ∈ ع و (٣ ، ٤) ∈ ع ولكن (٢ ، ٤) ∉ ع

∴ العلاقة ع ليست متعدية

إذا كانت س= {٠ ، ٢ ، ٤} ، ع علاقة معرفة علي س حيث

ع= {(٠ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٠ ، ٤) } فهل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

∵(٠ ، ٢) ∈ ع و (٢ ، ٤) ∈ ع ، (٠ ، ٤) ∈ ع

∴ ع علاقة متعدية لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

العلاقات الاتية معرفة علي المجموعة س= {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} أي منها هو علاقة متعدية؟ وأيها غير متعدية؟ مع ذكر السبب.

أ ع١= {(١ ، ٢) (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣)}

الحل

ع١ متعدية لأن (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ∈ ع ، (١ ، ٣) ∈ ع

ب ع٢= {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

الحل

ع٢ متعدية لأنه لا يوجد ما ينفي التعدي

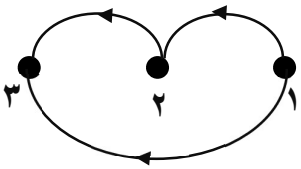
أ ع٣= {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣ ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ١)}

الحل

ع٣ ليست متعدية لأنه يوجد (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ∈ ع ، ولا يوجد (٢ ، ٢) ∈ ع

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ < ب}

أ اكتب ع بذكر العناصر ، ثم مثلها بمخططها سهمي



الحل

ع= {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٣)}

ب اختبر ع من حيث كونها متعدية أم لا مع ذكر السبب

الحل

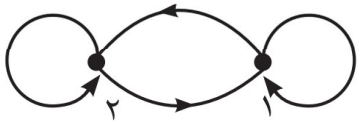
ع علاقة متعدية

لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع ، (ب ، جـ) ∈ ع يوجد (أ ، جـ) ∈ ع

رابعاً: خاصية التكافؤ

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س علاقة تكافؤ وإذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدية

لتكن س = {١ ، ٢} ، ع علاقة معرفة علي موضحة في المخطط السهمي المقابل:



أجب عن الأسئلة الآتية:

أ هل ع علاقة انعكاسية ؟ ولماذا؟

الحل

ع ١ انعكاسية لأن

١ ∈ س يوجد (١ ، ١) ∈ ع

٢ ∈ س يوجد (٢ ، ٢) ∈ ع

ب هل ع علاقة متناظرة ؟ ولماذا؟

الحل

نعم لأن (١ ، ٢) ∈ ع و (٢ ، ١) ∈ ع

ج هل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

نعم لأن (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ∈ ع يوجد (١ ، ١) ∈ ع

∴ العلاقة ع تسمي علاقة تكافؤ

إذا كانت س~ = {١ ، ٢ ، ٣} ، ع علاقة معرفة علي س~ حيث

ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ ، أ + ب = عدداً زوجياً}

أ أكتب ع بذكر العناصر.

ب اختبر ما إذا كانت ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ

الحـــل

أ ع١ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣)}

∵ ١ ∈ س~ ، (١ ، ١) ∈ ع

٢ ∈ س~ ، (٢ ، ٢) ∈ ع

٢ ∈ س~ ، (٣ ، ٣) ∈ ع

∴ ع علاقة انعكاسية ، لأن لكل أ ∈ س~ يكون (أ ، أ) ∈ ع

ب ∵ (١ ، ٣) ∈ ع ، (٣ ، ١) ∈ ع

∴ ع علاقة متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع فإن (ب ، أ) ∈ ع

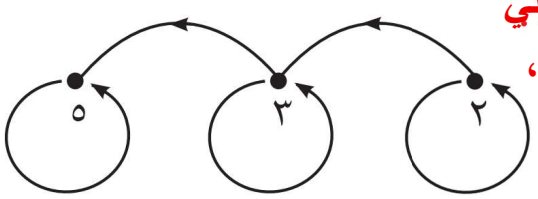
∵ (١ ، ٣) ∈ ع و (٣ ، ١) ∈ ع ، (١ ، ١) ∈ ع

(٣ ، ١) ∈ ع و (١ ، ٣) ∈ ع ، (٣ ، ٣) ∈ ع

∴ ع علاقة متعدية ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

∴ ع علاقة تكافؤ لأنها علاقة انعكاسية و متناظرة ومتعدية

إذا كانت س~ = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ع علاقة معرفة علي س~ اختبر ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ مع ذكر السبب.



الحل

ع١ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥)}

∵ ٢ ∈ س~ ، (٢ ، ٢) ∈ ع

٣ ∈ س~ ، (٣ ، ٣) ∈ ع

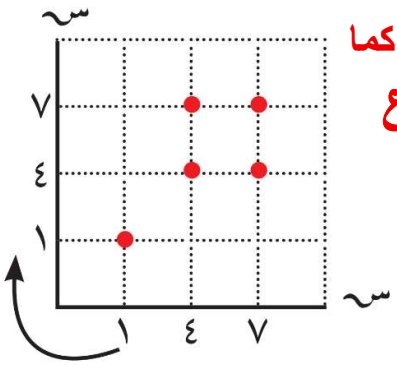
٥ ∈ س~ ، (٥ ، ٥) ∈ ع

∴ ع علاقة انعكاسية ، لأن لكل ﻫ ∈ س~ يكون (ﻫ ، ﻫ) ∈ ع

ع علاقة ليست متناظرة ، لأن (٢ ، ٣) ∈ ع ولكن (٣ ، ٢) ∉ ع

ع علاقة ليست متعدية ، لأن (٢ ، ٣) ∈ ع و(٣ ، ٥) ∈ ع ولكن (٢ ، ٥) ∉ ع

∴ ع علاقة ليست تكافؤاً، لأن ع ليست متناظرة (أو لأنها ليست متعدية)



إذا كانت س~ = {١ ، ٤ ، ٧} ، ع علاقة معرفة علي س~ كما هو موضح في المخطط البياني المقابل،فاختبر ما إذا كانت ع علاقة تكافؤ.

الحل

ع = {(١ ، ١) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٧) ، (٧ ، ٤) ، (٧ ، ٧)}

∵ ١ ، ٤ ، ٧ ∋ س~ يوجد (١ ، ١) ، (٤ ، ٤) ، (٧ ، ٧) (٢ ، ٢) ∋ ع

∴ ع علاقة انعكاسية

∵ (٤ ، ٧) ∋ ع ، (٧ ، ٤) ∋ ع

∴ ع علاقة متناظرة

∵ (٤ ، ٧) ، (٧ ، ٤) ∋ ع يوجد (٤ ، ٤) ∋ ع

∴ ع علاقة متعدية

∵ ع انعكاسية ومتناظرة ومتعدية

∴ ع علاقة تكافؤ

إذا كانت س~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت

ع = {(س ، ص) : س ، ص ∋ س~ ، س ≠ ص} أكتب ع بذكر العناصر ثم ادرس خواص العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ

الحل

ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤)}

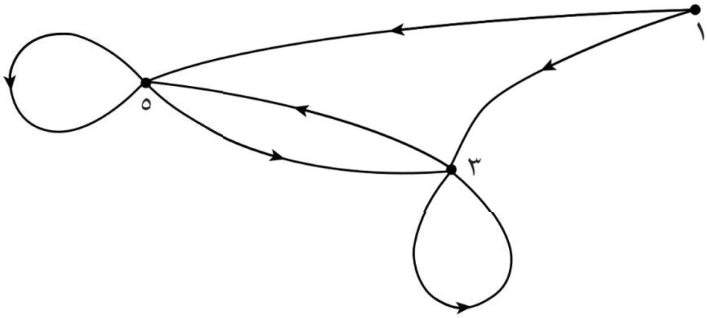
∵ ١ ∋ س~ لا يوجد (١ ، ١) ∴ ع ليست انعكاسية

ع متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∋ ع يوجد (ب ، أ) ∋ ع

ع ليست متعدية ، لأن (١ ، ٣) ∋ ع و(٣ ، ١) ∋ ع ولكن (١ ، ١) ∌ ع

∴ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

في المخطط السهمي المقابل ع علاقة معرفة علي س= {١ ، ٣ ، ٥}



اوجد خواص العلاقة ع من حيث كونها

انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ

الحل

ع = {(١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

ع ليست انعكاسية لأن (١ ، ١) ∉ ع

ع ليست متناظرة ، لأن لكل (١ ، ٣) ∈ ع ولكن (٣ ، ١) ∉ ع

ع متعدية ، لأن لكل (أ ، ب) ، (ب ، جـ) ∈ ع ويوجد(أ ، جـ) ∈ ع

∴ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

مهارات عليا

إذا كانت ع علاقة معرفة علي ط ، حيث ط هي مجموعة الأعداد الكلية،

وكانت ع = {(س ، ص) : س ، ص ∈ ط ، س = ٦ - ص} فاختبر كون العلاقة ع

انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ .

الحل

ع = {(٦ ، ٠) ، (٥ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٠ ، ٦)}

ع ليست انعكاسية لأن (١ ، ١) ∉ ع

ع متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع يوجد (ب ، أ) ∈ ع

ع ليست متعدية ، لأن (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٦) ∈ ع ولكن (٦ ، ٦) ∉ ع

∴ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

التطبيق (الدالة)

التطبيق (الدالة)

هو علاقة من س إلي ص بحيث يرتبط **كل** عنصر من عناصر س بعنصر **وأحد وواحد فقط** من عناصر ص

نرمز إلي التطبيق (الدالة) بأحد الرموز : ت ، د ، هـ ، و ، .....

إذا كانت ت تطبيق من س إلي ص نرمز إلي ذلك ت : س ← ص

ملاحظة

مكونات التطبيق (الدالة) ت : س ← ص

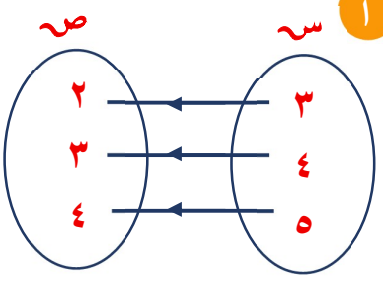
س تسمي مجال التطبيق (الدالة)

ص تسمي المجال المقابل للتطبيق ت

ت هي قاعدة الاقتران

تمثل المخططات السهمية التالية علاقات من س إلي ص ، أي منهما يمثل تطبيقاً وأيها لا يمثل تطبيقاً مع ذكر السبب؟

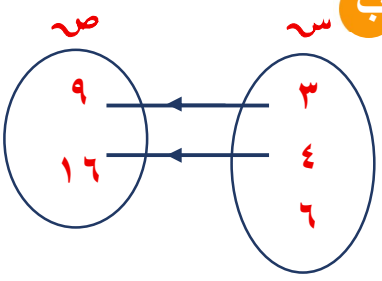
أ



العلاقة: تطبيق

السبب: لأن كل عنصر من س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

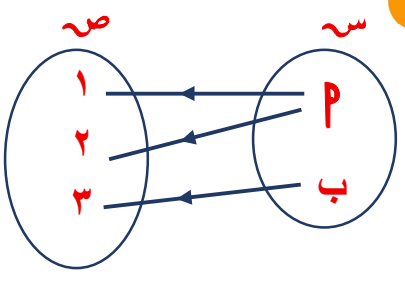
ب



العلاقة: ليست تطبيق

السبب: لأن ٦ لم يرتبط بأي عنصر من ص

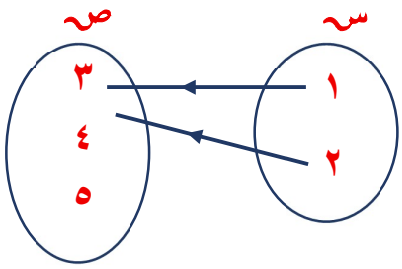
ج



العلاقة: ليست تطبيق

السبب: لأن P ارتبط بعنصرين من ص

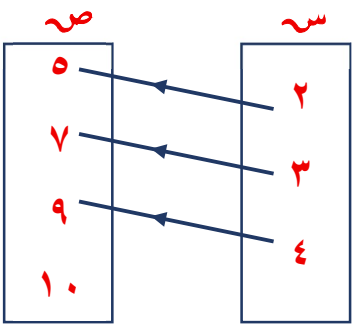
هل تمثل العلاقة الاتية تطبيقاً من س إلي ص ؟ وضح إجابتك



الحل

نعم ، لأن ١ ، ٢ خرج منهما سهم ١ فقط إلي ص

لتكن ت: س إلي ص تطبيق مخططه السهمي مبين في الشكل المقابل:



أكمل:

المجال= {٢ ، ٣ ، ٤}

المجال المقابل= {٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠}

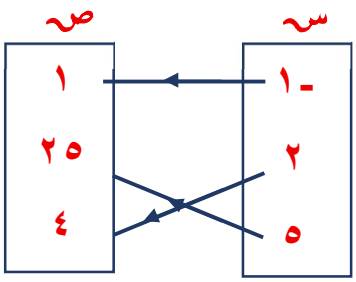
مجموعة صور من عناصر المجال= {٥ ، ٧ ، ٩}

تسمي مجموعة صور عناصر المجال بمدي التطبيق

مدي التطبيق هو مجموعة صور عناصر المجال بمدي التطبيق

بين أياً من المخططات السهمية التالية يمثل تطبيقاً من س ← ص ، أيهما لا يمثل تطبيقاً ، مع ذكر السبب ، إذا كان المخطط يمثل تطبيقاً فأذكر المجال والمدى:

أ

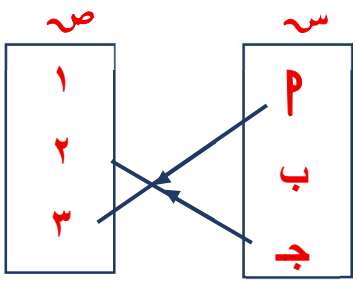


تطبيق لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط

المجال = س

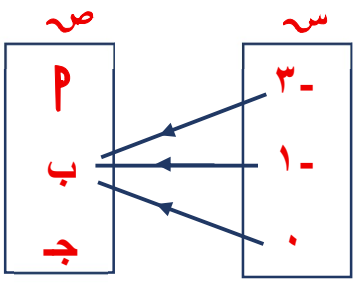
المدي ={١ ، ٢٥ ، ٤}

ب



لا يمثل تطبيق لأن ب لم يرتبط بأي عنصر من ص

ج

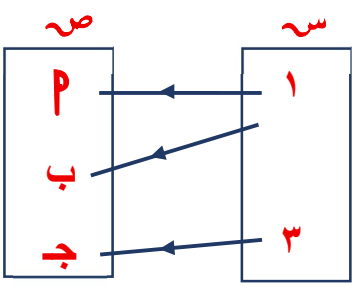


تطبيق لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط

المجال = [-٣ ، -١ ، ٠}

المدي ={ب}

د



لا يمثل تطبيق لأن العنصر ا ارتبط بعنصرين مختلفين من ص

اكتب كلاً من العلاقات التالية بذكر العناصر ، ثم حدد ما إذا كانت كل منها تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثل كلاً منهما بمخطط سهمي.

أ ع١ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ + ٤}

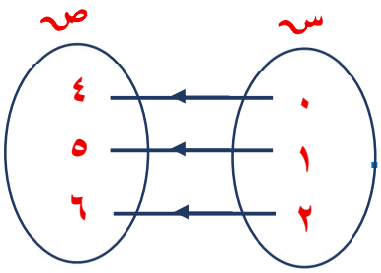
س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٤ ، ٥ ، ٦}

الحل

ع = {(٠ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٦)}

∵ كل عنصر من عناصر س ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر ص

∴ العلاقة ع تمثل تطبيقاً



ب ع٢ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، الجذر التربيعي لـ أ = ب}

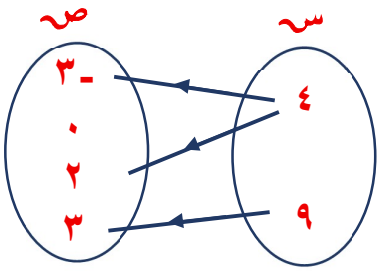
س = {٤ ، ٩} ، ص = {-٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع= {(٤ ، ٢) ، (٤ ، -٢) ، (٩ ، ٣)}

∵ العنصر ٤ من المجال ارتبط بعنصرين مختلفين من المجال المقابل

∴ العلاقة ع٢ لا تمثل تطبيقاً



ليكن ع علاقة من س إلي ص ، اكتب ع بذكر العناصر ، وحدد ما إذا كانت تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي

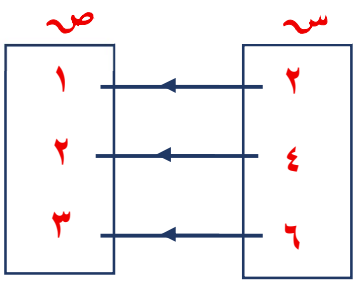
ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = ٢ب}

س = {٢ ، ٤ ، ٦}

ص = {١ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع= {(٢ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣)}



ع تمثل تطبيق لأن كل عنصر من عناصر س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، ع هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

ت : س ⟵ ع حيث ت (س) = $س^{٢}$ + ٢

أ أكمل الجدول التالي ، ثم أوجد مدي التطبيق ت :

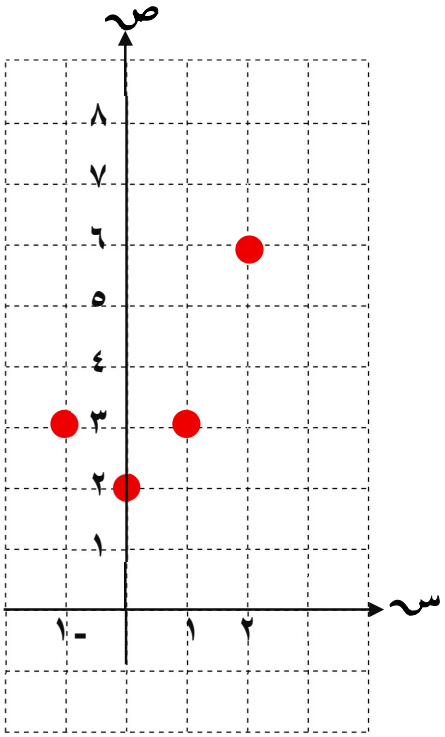
س	-١	٠	١	٢
$س^{٢}$ + ٢	$(-١)^{٢}$ + ٢	$٠^{٢}$ + ٢	$١^{٢}$ + ٢	$٢^{٢}$ + ٢
ت (س)	٣	٢	٣	٦

مدي التطبيق = {٢ ، ٣ ، ٦}

ب أكتب ت كأزواج مرتبة.

ت = {(-١ ، ٣) ، (٠ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٦)}

ج أرسم مخططاً بيانياً في المستوي الإحداثي.



إذا كانت س~ = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

وكانت ت : س~ ⟵ ع (مجموعة الأعداد الحقيقية) ، حيث ت(س) = ٣س + ١

أ أكمل الجدول التالي :

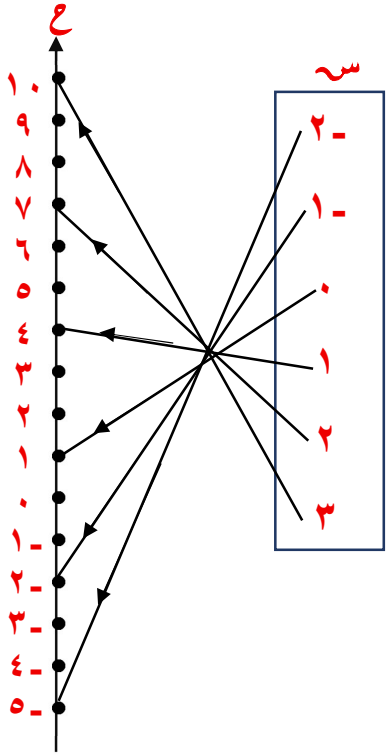
س	-٢	-١	٠	١	٢	٣
٣س+١	١+(٣×-٢)	١+(٣×-١)	١+(٣×٠)	١+(٣×١)	١+(٣×٢)	١+(٣×٣)
ت (س)	-٥	-٢	١	٤	٧	١٠

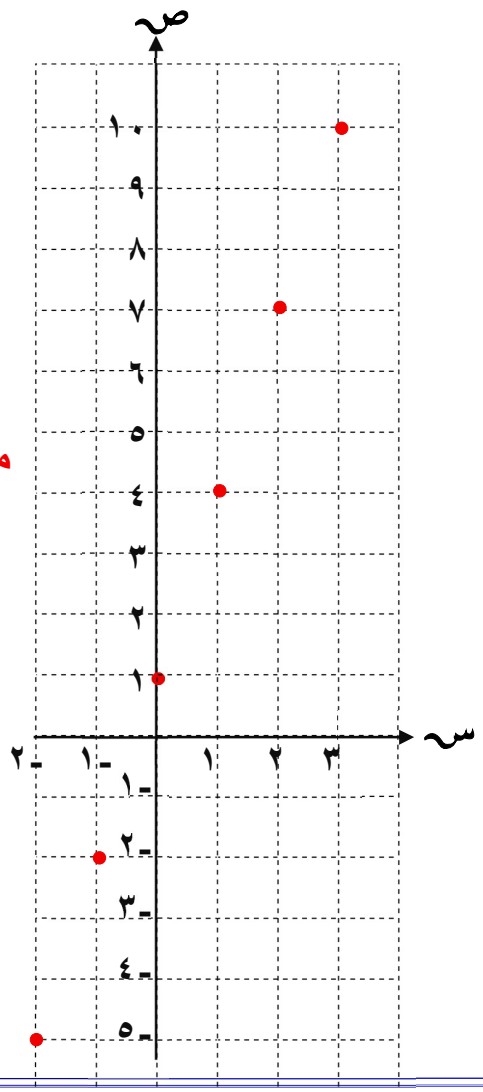
ب مدى ت = {-٥ ، -٢ ، ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠}

ج أكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتبة.

ت = {(-٢ ، -٥) ، (-١ ، -٢) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٧) ، (٣ ، ١٠)}

د أرسم مخططاً سهمياً وآخر بيانياً في المستوي الاحداثى.





مخطط بياني

إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١} ،ص = {-٣ ، -١ ، ٠ ، ١، وكانت ت تطبيقاً من

ص ← س حيث ت (س) = ٢س - ١

أ أكمل الجدول المقابل:

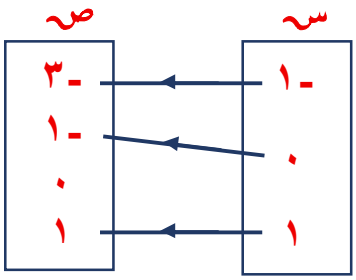
س	-١	٠	١
٢س - ١	٢×-١ - ١	٢×٠ - ١	٢×١ - ١
ت (س)	-٣	-١	١

ب مدي ت = {-٣ ، -١ ، ١}

ج اكتب ت كمجموعة من الازواج المرتبة:

ت = {(-١ ، -٣) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١)}

د أرسم مخططاً سهمياً



حدد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثل تطبيقاً من س ← ص أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي

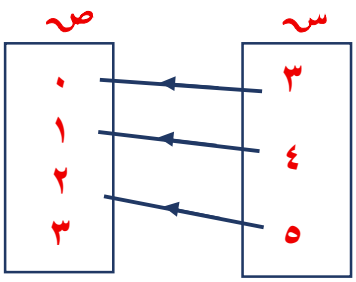
أ ع١ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ - ٣}

حيث س= {٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع = {(٣ ، ٠) ، (٤ ، ١) ، (٥ ، ٢)}

تمثل تطبيق لأن كل عنصر من س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

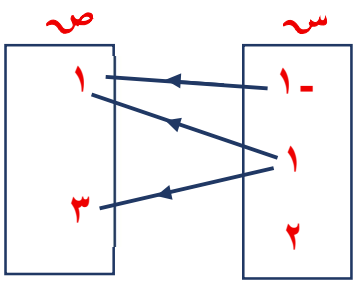


ب ع٢ = {(-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣)}

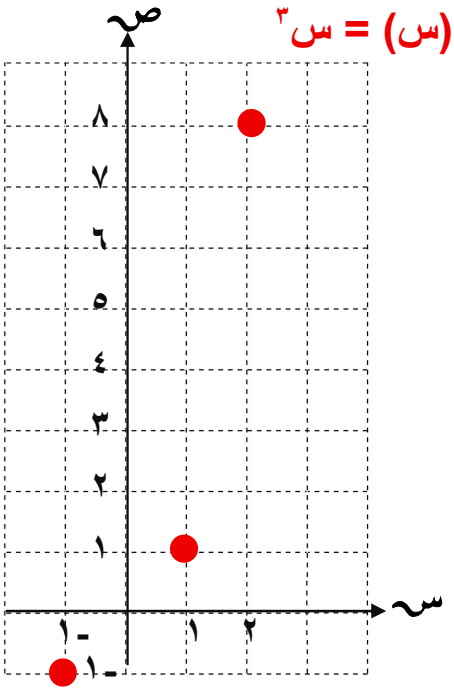
حيث س= {-١ ، ١ ، ٢} ، ص = {١ ، ٣}

الحل

ع لا تمثل تطبيق لأن كل العنصر ١ ∈ س ارتبط بعنصرين من ص



إذا كانت س = {-١ ، ١ ، ٢} ، ع هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هـ هي تطبيق معرف كما يلي: هـ : س ⟵ ع حيث هـ (س) = س^{٣}



أ أكمل الجدول المقابل:

س	-١	١	٢
س^{٣}	(-١)^{٣}	(١)^{٣}	(٢)^{٣}
هـ (س)	-١	١	٨

ب مدى هـ = {-١ ، ١ ، ٨}

ج أكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة.

ت = {(-١ ، -١) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

د أرسم مخططاً بيانياً في المستوي الاحداثى.

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٠ ، ٣ ، ٦} وكانت ت تطبيق من س إلي ص حيث ت (س) = ٣س - ٣

أ أكمل الجدول المقابل:

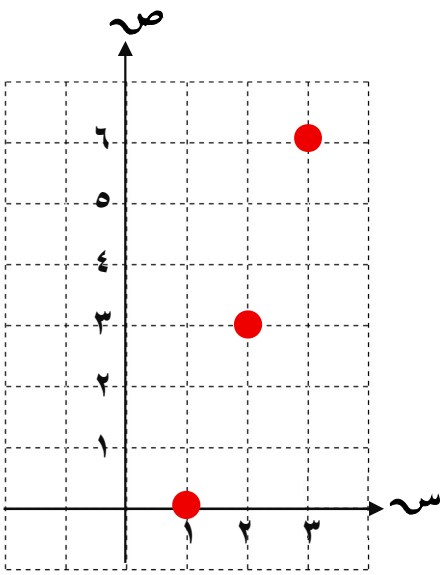
س	١	٢	٣
٣س - ٣	٣×١ - ٣	٣×٢ - ٣	٣×٣ - ٣
ت (س)	٠	٣	٦

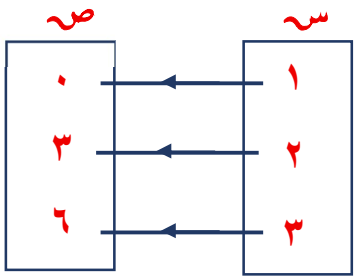
ب مدي ت = {٠ ، ٣ ، ٦}

ج اكتب ت كمجموعة من الازواج المرتبة:

ت = {(١ ، ٠) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٦)}

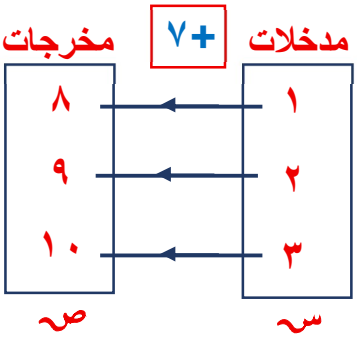
د أرسم مخططاً سهمياً وآخر بيانياً في المستوي الاحداثي





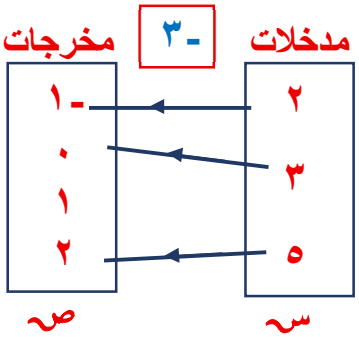
يمثل كل مما يلي تطبيقاً سـ إلي صـ أكتب قاعدة الاقتران لكل منها.

أ



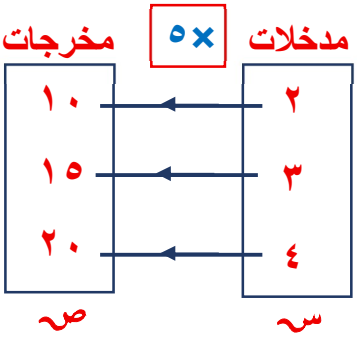
ق (س) = س + ٧

ب



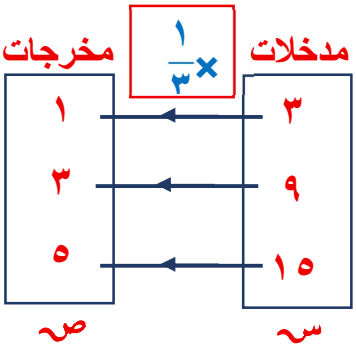
ت(س) = س - ٣

ج



ق (س) = ٥س

د



ق (س) = $\frac{١}{٣}$ س

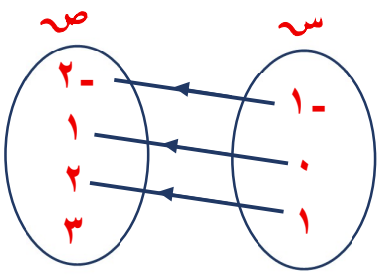
أنـواع التطـبـيـق

التطبيق الذي يتساوي فيه المدي والمجال المقابل يسمي " **تطبيق شامل** "

التطبيق لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يسمي " **تطبيق متباين** "

التطبيق الشامل والمتباين يسمي " **تطبيق مقابل** "

من المخطط المقابل ، بين نوع التطبيق ت: س ← ص فيما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب:



المجال = {-١ ، ٠ ، ١}

المجال المقابل = {-٢ ، ١ ، ٢ ، ٣}

المدى = {-٢ ، ١ ، ٢}

ت تطبيق ليس شاملاً

السبب : لأن المدى ≠ المجال المقابل

ت تطبيق متباين

السبب : ت (-١) ≠ ت (٠) ≠ ت (١)

ت تطبيق ليس تقابل

السبب : لأنه ليس شامل

إذا كانت س = {١ ، ٠ ، ٢} ، ص = {٣ ، -١ ، ٧} التطبيق د: س ← ص

حيث د (س) = ٤س - ١

أ أوجد مدي التطبيق د

ب أكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة

ج بين نوع التطبيق د ما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

د مثل التطبيق بمخطط سهمي

هـ مثل التطبيق بمخطط بياني في المستوي الاحداثي

الحل

أ د(س) = ٤س – ١

د(١) = ٤ × ١ – ١ = ٤ – ١ = ٣

د(٠) = ٤ × ٠ – ١ = ٠ – ١ = -١

د(٢) = ٤ × ٢ – ١ = ٨ – ١ = ٧

مدي التطبيق = {٣ ، -١ ، ٧}

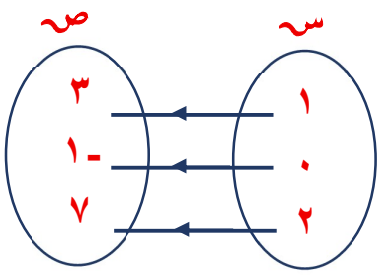
ب د = {(١ ، ٣) ، (٠ ، -١) ، (٢ ، ٧)}

ج د تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

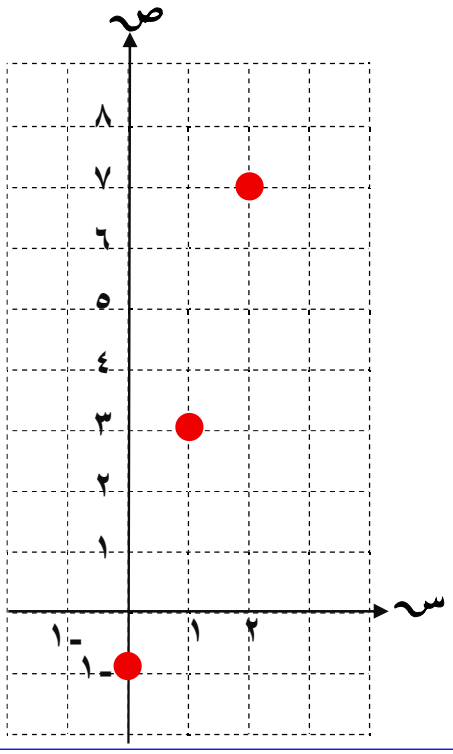
د تطبيق متباين ، لأن د(١) ≠ د(٠) ≠ د(٢)

د تطبيق مقابل ، لأنه شامل ومتباين

د



هـ



إذا كانت س = {-٢ ، ٠ ، ٢} ، ص = {-٥ ، ١ ، ٧}

التطبيق ق : س ⟵ ص ، حيث ق (س) = ٣س + ١

أ أوجد مدي التطبيق ق

ق(س) = ٣س + ١

ق(-٢) = ٣ × -٢ + ١ = -٦ + ١ = -٥

ق(٠) = ٣ + ٠ + ١ = ٠ + ١ = ١

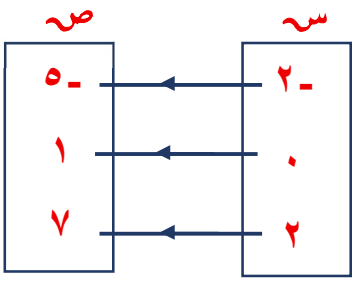
ق(٢) = ٣ × ٢ + ١ = ٦ + ١ = ٧

المدي = {-٥ ، ١ ، ٧}

ب اكتب التطبيق ق كمجموعة من الأزواج المرتبة

ت = {(-٢ ، -٥) ، (٠ ، ١) ، (٢ ، ٧)}

ج مثل التطبيق ق بمخطط سهمي



د بين نوع التطبيق ق من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

ق تطبيق شامل لأن : المدي = المجال المقابل

ق تطبيق متباين لأن : ق(٢) ≠ ق (٠) ≠ ق (-٢)

ق تطبيق تقابل لأن : شامل ومتباين

إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ٢} ، ص = {٠ ، ٣ ، -١} التطبيق ت: س ← ص

حيث د (س) = $س^{٢}$ - ١

أ أوجد مدي التطبيق ت

ب مثل التطبيق ت بمخطط بياني في المستوي الاحداثي

ج بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

الحل

أ ت (س) = $س^{٢}$ – ١

ت(-٢) = $(-٢)^{٢}$ – ١ = ٣

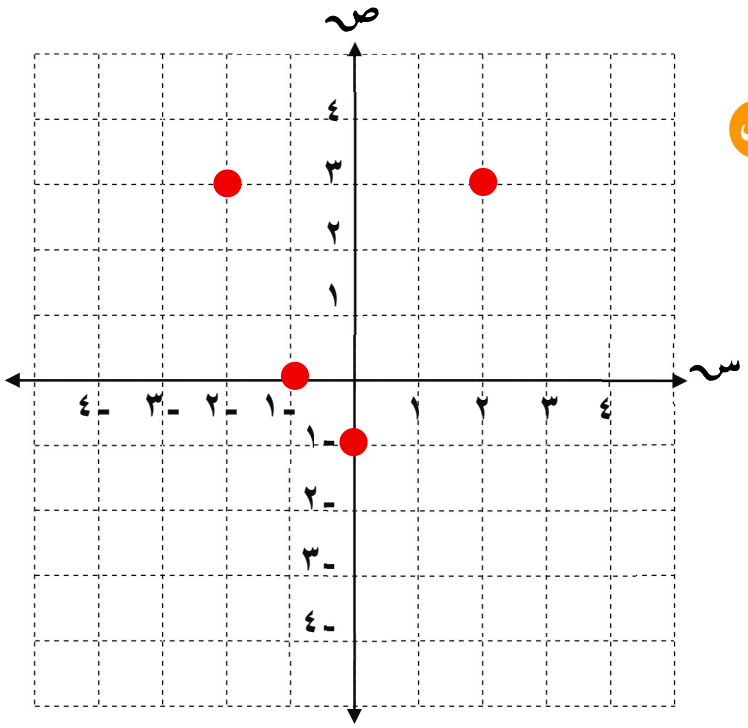
ت(-١) = $(-١)^{٢}$ – ١ = ٠

ت(٠) = $(٠)^{٢}$ – ١ = -١

ت(٢) = $(٢)^{٢}$ – ١ = ٣

المدي = {٠ ، ٣ ، -١}

ب



ج ت تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

ت تطبيق ليس متبايناً، لأن ت (-٢) = ت (٢)

ت تطبيق ليس تقابلاً ، لأنه ليس متبايناً

إذا كان التطبيق د : س ـــ← ص حيث س = {١ ، ٤ ، ١٦} ،

ص = {٢ ، ٥ ، ١١} ، د(س) = ٣ $\sqrt{\text{س}}$ − ١ ، فبين أن د تطبيق تقابل

الحـــل

د(س) = ٣ $\sqrt{\text{س}}$ − ١

د (١) = ٣ × $\sqrt{١}$ − ١ = ٣ − ١ = ٢

د(٤) = ٣ × $\sqrt{٤}$ - ١ = ٣ × ٢ − ١ = ٥

د(٦) = ٣ × $\sqrt{١٦}$ - ١ = ٣ × ٤ − ١ = ١١

∴المدي = {٢ ، ٥ ، ١١}

د تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

د تطبيق متباين، لأن د(١) ≠ د(٤) ≠ د(١٦)

∴ د تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٠ ، ١ ، ٨}

التطبيق د: س ⟵ ص ، حيث د (س) = س^{٣}

أ أوجد مدي التطبيق د

د (٠) = (٠)^{٣} = ٠

د(١) = (١)^{٣} = ١

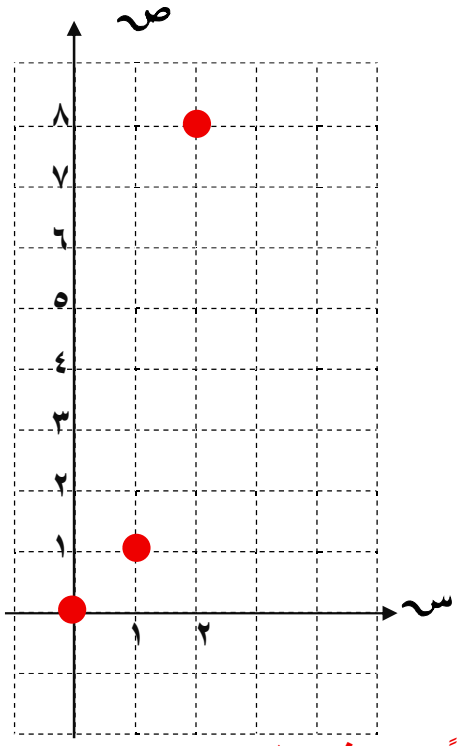
د(٢) = (٢)^{٣} = ٨

مدي التطبيق = {٠ ، ١ ، ٨}

ب اكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة

ت = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

ج مثل التطبيق د بمخطط بياني في المستوي الاحداثي



د بين نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

د: تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

د: تطبيق متباين، لأن د(٠) ≠ د(١) ≠ د(٢)

∴ د تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

إذا كانت س = {١ ، ٤} ،ص = {-٢ ، ١ ، ٢ ، ٣} التطبيق ت: س ← ص

حيث ت (س) = $\sqrt{س}$

أ أوجد مدي التطبيق د

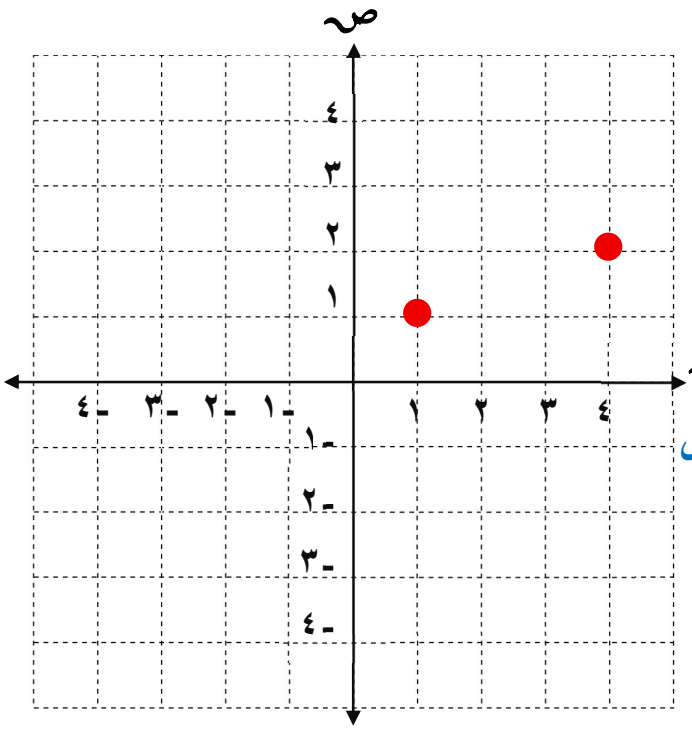
ت (س)= $\sqrt{س}$

ت(١) = $\sqrt{١}$ = ١

ت (٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢

المدي = {١ ، ٢}

ب مثل التطبيق ت بمخطط بياني في المستوي الاحداثي



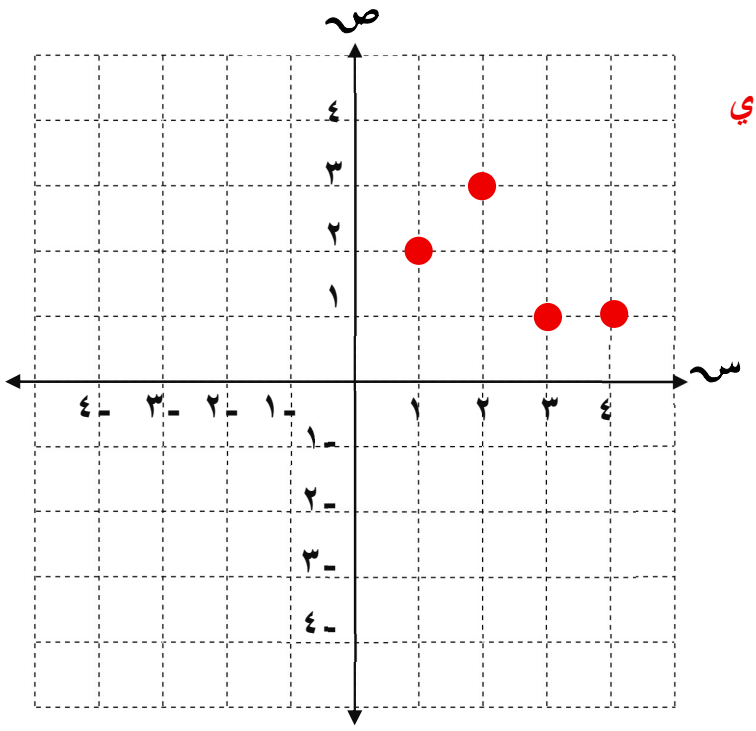
ج بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، مبتايناً ، تقابلاً مع ذكر السبب

ت : تطبيق ليس شاملاً لأن المدي≠المجال المقابل

د: تطبيق متباين، لأن د(١) ≠ د(٤)

∴ ت تطبيق ليس تقابلاً لأنه ليس شاملاً

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} التطبيق د: س ⟵ س حيث د = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١)}



أ مثل التطبيق د بمخطط بياني في المستوي الاحداثي

ب أكتب مدي التطبيق

{١ ، ٣ ، ٢}

ج هل التطبيق د تطبيق تقابل؟ لماذا؟

لا لأن التطبيق ليس شامل

(المدي ≠ المجال المقابل)

إذا كانت سـ = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، صـ= {-٣ ، ١ ، ٥ ، ٩}

التطبيق و : سـ ⟵ صـ ، حيث و (س) = ٤س + ١

أ أوجد مدي التطبيق و

و(س) = ٤س + ١

و(-١) = ٤ × -١ + ١ = -٣

و(٠) = ٤ + ٠ + ١ = ١

و(١) = ٤ × ١ + ١ = ٥

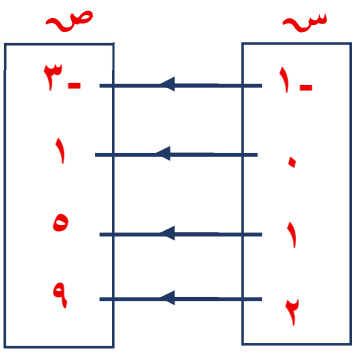
و(٢) = ٤ × ٢ + ١ = ٩

المدي = {-٣ ، ١ ، ٥ ، ٩}

ب اكتب التطبيق و كمجموعة من الأزواج المرتبة

و = {(-١ ، -٣) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٩)}

ج مثل التطبيق و بمخطط سهمي



د بين نوع التطبيق و من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

و تطبيق شامل لأن : المدي = المجال المقابل

و تطبيق متباين لأن : و(-١) ≠ و (٠) ≠ و (١) ≠ و (٢)

و تطبيق تقابل لأن : شامل ومتباين

إذا كان التطبيق د : س ـــ← ص حيث س = {-١ ، ٠ ، ١} ، ص = {١ ، ٢} ،

د(س) = ٢ – س^{٢} ، فبين نوع التطبيق د من حيث كونه شامل،متباين،مع ذكر السبب

الحل

د(س) ٢ – س^{٢}

د (-١) = ٢ – (-١)^{٢} = ٢ – ١ = ١

د (٠) = ٢ – (٠)^{٢} = ٢ – ٠ = ٢

ق (١) = ٢ – (١)^{٢} = ٢ – ١ = ١

∴المدي = {١ ، ٢}

① شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

② ليس متباين، لأن د (-١) = د (١)

③ ليس تقابل لأنه ليس متباين